

# Формальные грамматики. HW#2

Тураев Тимур, SPbAU, SE, 6Ø4 group

1. Построить обыкновенную грамматику в нормальном виде Хомского для языка Дика  $D = \{\varepsilon, ab, aabb, abab, aaabbb, \dots\}$  над алфавитом  $\{a, b\}$ . Для этой грамматики и для входной строки  $w = abaabba \notin D$ , построить таблицу разбора  $T_{i,j}$ , как в алгоритме Кокка–Касами–Янгера.

Обыкновенная грамматика не в нормальной форме:

$$S \rightarrow aSb \mid SS \mid \varepsilon$$

Приведем эту грамматику к нормальной форме Хомского:

- Удалим длинное правило  $S \rightarrow aSb$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow Tb \mid SS \mid \varepsilon \\ T &\rightarrow aS \end{aligned}$$

- Удалим  $\varepsilon$ -правила:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow C \mid \varepsilon \\ C &\rightarrow Tb \mid CC \\ T &\rightarrow a \mid aC \end{aligned}$$

- Удалим цепные правила:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow Tb \mid CC \mid \varepsilon \\ C &\rightarrow Tb \mid CC \\ T &\rightarrow a \mid aC \end{aligned}$$

- Последний шаг: заменим терминалы на нетерминалы (бесполезных символов в грамматике нет):

$$\begin{aligned} S &\rightarrow TB \mid CC \mid \varepsilon \\ C &\rightarrow TB \mid CC \\ T &\rightarrow a \mid AC \\ A &\rightarrow a \\ B &\rightarrow b \end{aligned}$$

Таблица разбора в алгоритме Кокка–Касами–Янгера:

	a	b	a	a	b	b	a
a	{A, T}	{S, C}	∅	∅	∅	{S, C}	∅
b		{B}	∅	∅	∅	∅	∅
a			{A, T}	∅	{T}	{S, C}	∅
a				{A, T}	{S, C}	∅	∅
b					{B}	∅	∅
b						{B}	∅
a							{A, T}

По значению отсутствию нетерминала  $S$  в  $T_{0,7}$  видно что да, данная строка не принадлежит языку.

**2.** Рассмотреть работу алгоритма Валианта для грамматики, построенной в прошлом упражнении. Среди всех действий, производимых алгоритмом, найти то произведение булевых матриц, после вычисления которого станет верным условие  $S \in f(P_{0,6})$ , где  $S$  — начальный символ грамматики. Описать, когда и как именно вычисляется это произведение — то есть, какая процедура, вызванная с какими значениями, и какой оператор в ней умножает какие две булевы матрицы какого размера, каков результат умножения, и какие элементы  $P_{i,j}$  будут этим затронуты?

**3.** Замкнут ли класс  $LL$  языков относительно пересечения с регулярными языками? Если замкнут, привести построение, а если незамкнут, привести пример  $LL$  грамматики и регулярного языка с доказательством несуществования  $LL$  грамматики для их пересечения

Рассмотрим такой язык  $L_1$  (он задает все строки четной длины, первая половина которых состоит только из букв а, а вторая — из любых сочетаний букв b и c):

$$L_1 = \{a^n(b|c)^n \mid n \geq 0\}$$

Это  $LL(1)$ -язык, для него можно построить такую грамматику:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSB \mid \varepsilon \\ B &\rightarrow b \mid c \end{aligned}$$

и следующую таблицу разбора:

	a	b	c	$\varepsilon$
S	$S \rightarrow aSB$	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$
B	—	$B \rightarrow b$	$B \rightarrow c$	$B \rightarrow \varepsilon$

Наряду с  $L_1$  рассмотрим язык  $L_2$ , задающий все слова, в котором сначала идет какое-то (возможно нулевое) число букв а, а затем какое-то (возможно нулевое) число букв b:

$$L_2 = \{a^n b^m \mid n, m \geq 0\}$$

Это тоже  $LL(1)$ -язык, для него можно построить такую грамматику:

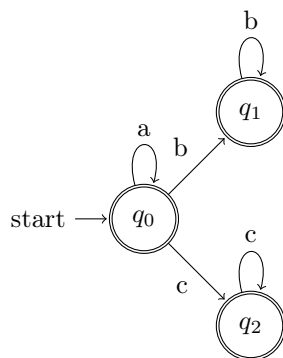
$$\begin{aligned} S &\rightarrow AE \\ A &\rightarrow aA \mid \varepsilon \\ E &\rightarrow bB \mid cC \mid \varepsilon \\ B &\rightarrow bB \mid \varepsilon \\ C &\rightarrow cC \mid \varepsilon \end{aligned}$$

и следующую таблицу разбора:

	a	b	c	$\varepsilon$
S	$S \rightarrow AE$	$S \rightarrow AE$	$S \rightarrow AE$	$S \rightarrow AE$
E	—	$E \rightarrow bB$	$E \rightarrow cC$	$E \rightarrow \varepsilon$
B	—	$B \rightarrow bB$	—	$B \rightarrow \varepsilon$
C	—	—	$C \rightarrow cC$	$C \rightarrow \varepsilon$

Кроме того, этот язык, очевидно, является регулярным:

$$L_2 = a^*(b^* \mid c^*)$$



Пересечением этих языков является язык  $L_3$ :

$$L_1 \cap L_2 = L_3 = \{a^n b^n + a^n c^n \mid n \geq 0\}$$

который, как мы знаем, не является  $LL(k)$  ни для какого  $k$  (см пример 8.4 конспекта 11 лекции).  
Отсюда делаем вывод, что класс LL языков не замкнут относительно пересечения с регулярными языками.