暨　南　大　学　考　试　试　卷

<table>
<tr><td rowspan="4">教师填写</td><td>2013 - 2014 学年度第 2 学期</td><td>课程类别
必修[] 选修[√]</td></tr>
<tr><td>课程名称：复变函数与积分变换</td><td>考试方式
开卷[ ] 闭卷[√]</td></tr>
<tr><td>授课教师姓名：王为民</td><td rowspan="2">试卷类别(A、B)
[A] 共 6 页</td></tr>
<tr><td>考试时间: 2014 年 7 月 ___ 日</td></tr>
<tr><td>考生填写</td><td colspan="2">________ 学院(校) ________________ 专业______班(级)
姓名____________学号 ____________________内招[ ] 外招[ ]</td></tr>
</table>

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总　分
得　分											

得分	评阅人

一、填空题（共 9 小题，每小题 2 分，共 18 分）

1. $(\frac{1+\sqrt{3}\,i}{1-\sqrt{3}\,i})^{10}$ 的实部是______，虚部是_____，辐角主值是_____.

2. 区域 $D=\{z:-\pi<\mathrm{Im}\,z<0\}$ 在映射 $w=e^{z}$ 下的像为__________.

3. 级数 $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{i^{n}}{n}$ 是否收敛？________；是否绝对收敛？________.

4. $(1+i)^{1-i}$ 的值为________________。

5. 函数 $f(z)=\frac{1}{z-i}e^{\frac{1}{z-3}}$ 在 $z=0$ 处 Taylor 展开式的收敛半径是_______.

6. $|z+i|<|z-i|$ 所表示的平面区域为_____________.

得分	评阅人

二、计算题（共 3 小题，共 26 分）

1.设 $u=e^{px}\sin y$, 求 p 的值使 u 为调和函数, 并求出一个解析函数 $f(z)=u+iv$.（10 分）

2. $f(z)=\oint_{|\xi|=\sqrt{3}}\frac{3\xi^2+7\xi+1}{\xi-z}d\xi$，求 $f'(1+i)$.（6 分）

3.将函数 $f(z)=\dfrac{1}{z-z^2}$ 在每个有限孤立奇点的去心邻域上展开为 Laurent 级数.（10 分）

得分	评阅人

三、区域变换题（共 2 小题，共 16 分）

1.求把上半平面映成单位圆的分式线性映射 $w=f(z)$，并且满足 $f(i)=0, f(-1)=1$.（6 分）

2.求将角形域 $-\dfrac{\pi}{4}<\arg z<\dfrac{\pi}{4}$ 映射为单位圆 $|w|<1$ 的保形映照。（10 分）

得分	评阅人

四、积分计算题（共 4 小题，每小题 6 分，共 24 分）

1. $\oint_{|z|=2} \dfrac{\sin z}{z} \mathrm{d}z$

2. $\oint\limits_{|z|=1} e^{1/z}\ \mathrm{d}z$

3. $\oint\limits_{|z|=3} \dfrac{e^{z}}{(z-1)^{2}} \mathrm{d}z$

4. $\int_{0}^{2\pi} \dfrac{1}{2+\sin\theta} \mathrm{d}\theta$

得分	评阅人

五、积分变换题（共 2 小题，共 16 分）

1.求函数 $f(t)=e^{-|t|}\cos t$ 的傅立叶变换并推证以下积分结果：

$$\int_0^{+\infty}\frac{\omega^2+2}{\omega^4+4}\cos\omega t d\omega=\frac{\pi}{2}e^{-|t|\cos t}$$ 。(10 分)

2.由定义直接计算下面函数的拉普拉斯变换。

$$f(t)=\begin{cases}3, & 0\le t<2,\\ -1, & 2\le t<4,\\ 0, & 4\le t.\end{cases}$$ (6 分)