暨 南 大 学 考 试 试 卷

<table>
<tr><td rowspan="4">教师填写</td><td>_-_ 学年度第____学期</td><td>课程类别
必修[] 选修[√]</td></tr>
<tr><td>课程名称：______复变函数与积分变换______</td><td rowspan="2">考试方式
开卷[ ] 闭卷[√]</td></tr>
<tr><td>授课教师姓名：______</td></tr>
<tr><td>考试时间:______年_____月____日</td><td>试卷类别(A、B)
[B] 共_6_页</td></tr>
<tr><td>考生填写</td><td colspan="2">_________ 学院(校) ____________________ 专业______班(级)
姓名______________学号 ________________________内招[ ] 外招[ ]</td></tr>
</table>

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总 分
得 分											

得分	评阅人

一、填空题（共 9 个填空，每空 2 分，共 18 分）

1. 设 z_0 是函数 $f(z)$ 的 n 阶极点，则 $\mathrm{Res}[\frac{f'(z)}{f(z)}, z_0] =$ ______________.

2. $(\sqrt{3}-i)^6$ 的实部是_______，虚部是________，辐角主值是________.

3. 映射 $\omega = \frac{z-2}{z}$ 将区域 $|z-1|<1$ 映成的区域为__________________.

4. 级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{i^n} \ln(1+\frac{1}{n})$ 是否收敛？_________；是否绝对收敛？_________.

5. $(1-i)^{4i}$ 的值为_________________。

6. 函数 $f(z) = \frac{1}{z^2-2z-3}$ 在 $z=0$ 处 Taylor 展开式的收敛半径是_______.

得分	评阅人

二、证明题（共 2 小题，共 16 分）

1. 求证:若 z_0 是函数 $f(z)$ 的 $m(m>1)$ 阶极点，那么 z_0 是 $f'(z)$ 的 $m+1$ 阶极点。(6 分)

2. 设 $u=2x(1-y)$, 证明 u 是某区域上的调和函数，并求出它的共轭调和函数。（10 分）

得分	评阅人

三、区域变换题（共 2 小题，共 16 分）

1. 求将角形域 $-\frac{\pi}{6} < \arg z < \frac{\pi}{6}$ 映射为圆 $|\omega - \omega_0| < R$ 的保形映照。（10 分）

2. 求把上半平面映成单位圆 $|\omega| < 1$ 的分式线性映射 $\omega = f(z)$，并且满足 $f(i) = 0, \arg f'(i) = 0$。（6 分）

得分	评阅人

四、计算题（共 5 小题，共 34 分）

1. $\int_0^{+\infty} \frac{x\sin x}{x^2+1}\mathrm{d}x$ （6 分）

2. $\oint\limits_{|z|=2} \sin\frac{1}{z}dz$ （6 分）

3. $\oint\limits_{|z|=3} \frac{1}{z^3-z^5}\mathrm{d}z$ （6 分）

4. $\oint\limits_{|z|=3} \frac{z}{z^4-1}\mathrm{d}z$ （6 分）

5.求函数 $f(z)=\dfrac{z}{(2z+1)(z-2)}$ 在 $z=0$ 处的泰勒展式，洛朗展式，并标明其收敛域。（10分）

得分	评阅人

五、积分变换题（共2小题，共16分）

1. 由定义直接计算下面函数的拉普拉斯变换。

$$f(t)=\begin{cases}\sin t, & 0<t<\pi \\ 0, & t\le 0\text{或}t\ge\pi\end{cases}$$ （6分）

2. 求函数 $f(t)=e^{-\beta|t|}(\beta>0)$ 的傅里叶变换并推证以下积分结果：

$\int_0^{+\infty}\frac{\cos\omega t}{\beta^2+\omega^2}d\omega=\frac{\pi}{2\beta}e^{-\beta|t|}$。(10 分)