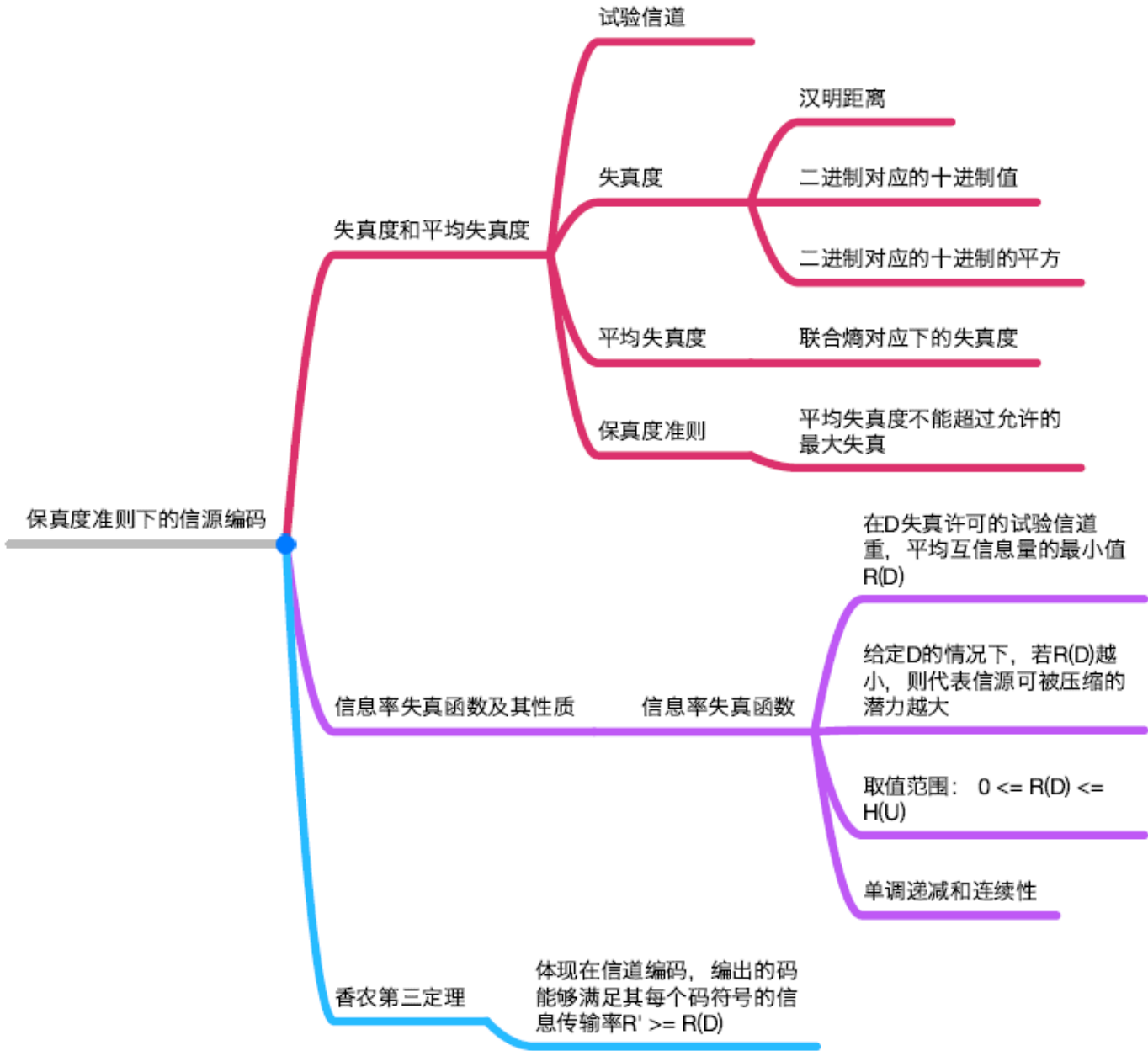


第七章 保真度准则下的信源编码

2018年5月28日 星期一 下午4:24



作业:
7.9

3. 设某语音信号，最高频率为 4kHz，经取样、量化编成等长二源码，设每个样本的分层数 m=128。
- (1) 求这语音信号的信息传输速率是多少（比特/秒）；
 - (2) 为了压缩这语音信号，把原来这些等长的二元序列通过一个编码压缩器，压缩器只选择其中 M=16 个长为 7 的二元序列组成一个汉明码，其码字 $W=(c_6,c_5,c_4,c_3,c_2,c_1,c_0)$ ，它们满足汉明关系式

$$\begin{cases} c_2 = c_5 \oplus c_4 \oplus c_3 \\ c_1 = c_6 \oplus c_4 \oplus c_3 \ (\oplus \text{ 为模二和}) \\ c_0 = c_6 \oplus c_5 \oplus c_3 \end{cases}$$

- 压缩器把这 128 个二元信源序列全部映射成对应的码字，而且是映射成与它距离为最近的那个码字（即原信源序列与映射成的码字只有一位不同）。这样经过压缩器后只输出 M 为 16 个 4 位长的二元序列（即将码字的信息位 (c_6,c_5,c_4,c_3) 送入信道），又假设信源失真度为汉明失真，即 $d(0,1)=d(1,0)=1,d(0,0)=d(1,1)=0$ 。
- (a) 求在这种压缩编码方法下，语音信号的信息传输速率是多少（比特/秒）；
 - (b) 在这种压缩编码方法下，求平均每个二元符号的失真度 $D(C)$ 等于多少；
 - (c) 在允许失真等于上述所求 $D(C)$ 失真下，求二元信源的信息率失真函数 $R(D)$ （比特/码元）。并回答此时语音信号的信息传输速率最大可压缩到多少。

解：（1）每一个样本含有的信息量 $R=\log 128=7$ 比特/样本
取样速率为 $F_s=2F_m=8\text{kHz}$
信息传输速率为 $R_t = 8 \times 10^3 \times 7 = 5.6 \times 10^4$ 比特 / 秒

（2）

(a) 压缩器输出 16 个不同的二元序列，所以 $R=\log 16=4$ 比特/样本
 $R_t = 8 \times 10^3 \times 4 = 3.2 \times 10^4$ 比特 / 秒

(b) 由于信源失真度为汉明失真 $d(0,1)=d(1,0)=1,d(0,0)=d(1,1)=0$
由于每个集合中 16 个七位长的信源序列，除一个是汉明码的码字外，其他 15 个信源序列都与这个码字距离最近，即只有一位码元不同。所以除了 16 个汉明的码字与所映射的七位长二元信源序列无失真外，其他 $(128-16)$ 个七位长二元信源序列映射成对应的码字都有一位码元不同。这种压缩编码方法，可看成一种特殊的信道

$$P(y_j | x_i) = \begin{cases} 1 & y_j \in C, y_j = f(x_i) \\ 0 & y_j \neq f(x_i) \end{cases}$$

其中 C 表示汉明码， $f(\cdot)$ 表示映射关系，即压缩编码关系。

$$d(x_i, y_j) = \begin{cases} 1 & x_i \neq y_j, y_j = f(x_i) \\ 0 & y_j \neq f(x_i) \end{cases}$$

$$D(C) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{128} \sum_{j=1}^{128} P(x_i) P(y_j | x_i) d(x_i, y_j) = \frac{1}{7} \bullet \frac{1}{128} [128 - 16] = \frac{1}{8}$$

- (c) 原信源是二元信源，等概率分布，失真度是汉明失真，故 $R(D)=1-H(D)$ 比特/二元符号
当允许失真 $D=D(C)=\frac{1}{8}$ 时
 $R(\frac{1}{8})=1-H(\frac{1}{8})\approx 1-0.5436\approx 0.4564$ 比特/二元符号
- 可见，在允许失真 $D=\frac{1}{8}$ 时，每个二元信源符号只需用 0.4564 二源码符号来描述。所以，此语音信号的信息传输速率最大可压缩到

$$R_t = 5.6 \times 10^4 \times R(D) \approx 2.556 \times 10^4 \text{ 比特 / 秒}$$

4. 若有一信源 $\begin{bmatrix} X \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$ ，每秒钟发出 2.66 个信源符号。将该信源的输出符号送入

- 某一个二元无噪无损信道中进行传输，而信道每秒钟只传递 2 个二元符号。
- (1) 试问信源能否在此信道中进行无失真传输？
 - (2) 若该信源失真度测量定义为汉明失真，问允许信源平均失真多大时，信源可以在此信道中进行传输？

解：（1）信源的信息熵 $H(S)=1$ 比特/信源符号
信源输出的信息传输速率 $R_t = 2.66 \times H(S) = 2.66$ 比特 / 秒
将此信源输出符号送入二元无噪无损信道进行传输，此信道每秒钟只传送两个二元符号。
此信道的最好信息传输速率 $C_t=2$ 比特/秒
因为 $R_t > C_t$
根据信道编码定理，不论进行任何编码此信源都不可能在此信道中实现无失真传输。

（2）因为是二元信源，输入是等概率分布，所以信源的信息率失真函数 $R(D)=1-H(D)$ 比特/信源符号
 $R_t(D)=2.66 \times R(D)$ 比特/秒
若当 $C_t \geq R_t(D)$
则此信源在此信道中传输时不会引起错误，也就是不会因信道二增加信源新的失真。总的信源的失真是信源压缩编码所造成的允许失真 D。
所以有 $2=2.66 \times [1-H(D)]$
 $H(D) \approx 0.2481$
 $D \approx 0.0415$
故允许信源平均失真为 0.0415 时，信源可以在此信道中进行传输。