

BABEŞ–BOLYAI UNIVERSITY OF CLUJ-NAPOCA  
FACULTY OF MATHEMATICS AND INFORMATICS  
SPECIALIZATION: COMPUTER SCIENCE

**Diploma Thesis**

# **Critical node detection problem in complex networks**

**Abstract**

**EZ AZ OLDAL NEM RÉSZE A DOLGOZATNAK!**

Ezt az angol kivonatot külön lapra kell nyomtatni és alá kell írni!

**A DOLGOZATTAL EGYÜTT KELL BEADNI!**

Kötelező befejezés:

This work is the result of my own activity. I have neither given nor received unauthorized assistance on this work.

2020

BÉCZI ELIÉZER

ADVISOR:  
ASSIST PROF. DR. GASKÓ NOÉMI

BABEȘ–BOLYAI UNIVERSITY OF CLUJ-NAPOCA  
FACULTY OF MATHEMATICS AND INFORMATICS  
SPECIALIZATION: COMPUTER SCIENCE

**Diploma Thesis**

# **Critical node detection problem in complex networks**



ADVISOR:

ASSIST PROF. DR. GASKÓ NOÉMI

STUDENT:

BÉCZI ELIÉZER

2020

UNIVERSITATEA BABEȘ–BOLYAI, CLUJ-NAPOCA  
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ  
SPECIALIZAREA INFORMATICĂ

**Lucrare de licență**

**Titlu lucrare licență**



CONDUCĂTOR ȘTIINȚIFIC:  
LECTOR DR. GASKÓ NOÉMI

ABSOLVENT:  
BÉCZI ELIÉZER

2020

BABEŞ–BOLYAI TUDOMÁNYEGYETEM KOLOZSVÁR  
MATEMATIKA ÉS INFORMATIKA KAR  
INFORMATIKA SZAK

Szakdolgozat

# Kritikus csomópontok meghatározása komplex hálózatokban



TÉMAVEZETŐ:

DR. GASKÓ NOÉMI,  
EGYETEMI ADJUNKTUS

SZERZŐ:

BÉCZI ELIÉZER

2020

# Tartalomjegyzék

<b>1. Bevezető</b>	<b>3</b>
1.1. Áttekintés . . . . .	3
1.2. Hozzájárulásaink . . . . .	3
<b>2. Egycélú CNDP</b>	<b>4</b>
2.1. Páronkénti konnektivitás . . . . .	4
<b>3. Kétcélú CNDP</b>	<b>5</b>

## 1. fejezet

# Bevezető

### 1.1. Áttekintés

Hálózatok terén nem minden csomópont egyforma fontosságú. A kulcsfontosságú csomópontok keresésével hálózatokban széles körben foglalkoznak, különösképpen olyan csomópontok esetén, melyek a hálózat konnektivitásához köthetők. Ezeket a csomópontokat általában úgy nevezzük, hogy Kritikus Csomópontok.

Kritikus Csomópontok Meghatározásának Problémája (CNDP) egy optimalizációs feladat, amely egy olyan csoport csomópont megkereséséből áll, melyek törlése maximálisan rontja a hálózat konnektivitását bizonyos predefiniált konnektivitási metrikák szerint.

A CNDP számos alkalmazási területtel rendelkezik. Például, közösségi hálók nagy befolyással bíró egyedeinek azonosítása, komputációs biológiában kapcsolatok definiálására jelút vagy fehérje-fehérje kölcsönhatás hálózatokban, smart grid sebezhetőségének azonosítása, egyének meghatározása védőoltással való ellátásra vagy karanténba való zárásra egy fertőzés terjedésének gátlása érdekében.

A CNDP egy  $\mathcal{NP}$ -teljes feladat. Adva van egy  $G = (V, E)$  gráf, ahol  $|V| = n$  a csomópontok száma, és  $|E| = m$  pedig az élek száma. A feladat  $k$  kritikus csomópont meghatározása, amelyek törlése a bemeneti gráfból minimalizálja a hálózat páronkénti konnektivitását. Az alapján, hogy mit értünk egy hálózat konnektivitása alatt, a CNDP-nak van egycélú illetve többcélú megfogalmazása is.

### 1.2. Hozzájárulásaink

Ebben a dolgozatban többek között egy bi-objektív megfogalmazásával fogunk foglalkozni a CNDP-nak. Standard evolúciós algoritmusokat fogunk összehasonlítani egymással különböző szintetikus bemenetekre, illetve való világból inspirált bemenetekre, ugyanakkor célunk egy új hibrid algoritmus fejlesztése, melynek eredményei összehasonlíthatók a standard algoritmusok eredményeivel.

Az algoritmusokat Python-ban fogjuk bemutatni, és a NetworkX könyvtárat [Hagberg et al., 2008] fogjuk használni ahhoz, hogy gráfokat tudjunk manipulálni.

Benchmark tesztelés végett egy olyan gráfalmazt fogunk használni, amelyben 4 alapvető típus jelenik meg, mindegyik a maga jellegzetességeivel.

## 2. fejezet

# Egycélú CNDP

### 2.1. Páronkénti konnektivitás

Egycélú CNDP esetén a kihívás abban áll, hogy találjunk egy olyan konnektivitási metrikát, amely alkalmazási területtől függően megfelelően leírja egy gráf összefüggőségét.  $S$ -el fogjuk jelölni a törlendő csomópontok halmazát, míg az  $f(S)$  jóságfüggvény fogja jellemezni a  $G[V \setminus S]$  feszített részgráf összefüggőségét.  $H$ -val jelöljük a  $G[V \setminus S]$  feszített részgráf összefüggő komponenseinek a halmazát. Így, a jóságfüggvény a következő képlettel írható le:

$$f(S) = \sum_{h \in H} \frac{|h| \cdot (|h| - 1)}{2}, \quad (2.1)$$

amelyet az irodalom [Aringhieri et al., 2016; Ventresca, 2012] úgy tart számon, hogy páronkénti konnektivitás. Tehát a feladat a 2.1 függvénynek a minimalizálása:

$$\min_{S \subseteq V} f(S). \quad (2.2)$$

A 2.1 fitness függvény implementációját a 2.1 kódrészlet szemlélteti Python-ban.

Listing 2.1. Páronkénti konnektivitás

```
1 def pairwise_connectivity(G):  
    components = networkx.algorithms.components.connected_components(G)  
    result = 0  
  
    for component in components:  
6         n = len(component)  
         result += (n * (n - 1)) // 2  
  
    return result
```

**3. fejezet**

## **Kétcélú CNDP**



## Irodalomjegyzék

- Aringhieri, R., Grosso, A., Hosteins, P., és Scatamacchia, R. A general evolutionary framework for different classes of critical node problems. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 55: 128–145, 2016.
- Hagberg, A., Swart, P., és S Chult, D. Exploring network structure, dynamics, and function using networkx. Technical report, Los Alamos National Lab.(LANL), Los Alamos, NM (United States), 2008.
- Ventresca, M. Global search algorithms using a combinatorial unranking-based problem representation for the critical node detection problem. *Computers & Operations Research*, 39(11):2763–2775, 2012.