

Sistemas de Control

Trabajo final

Sistema de control para un seguidor de luz

Grupo N°2

51653 Fernández Aguirre, Juan Pablo

10 de julio de 2015

## Índice

<b>1. Descripción general del proyecto</b>	<b>3</b>
<b>2. Hardware</b>	<b>3</b>
<b>3. Software</b>	<b>4</b>
3.1. Diseño del control digital . . . . .	4
3.2. Diagrama del Funcionamiento del Programa . . . . .	5
3.3. Detalle de los Drivers . . . . .	5
<b>4. Sistemas de control</b>	<b>7</b>
4.1. Análisis del sistema de control del Quanser . . . . .	7
4.2. Análisis del sistema de control del Servo . . . . .	14

## 1. Descripción general del proyecto

El proyecto final de la materia consiste en elaborar una plataforma seguidora de luz. La motivación del proyecto se basa en poder elaborar un sistema de control apto para paneles solares, que busque optimizar el rendimiento de los mismos, ubicando el panel solar de acuerdo a la posición más conveniente. Es de esperar que el panel solar pueda seguir la posición del sol a lo largo del día.

## 2. Hardware

Para poder llevar a cabo el proyecto se utilizaron los siguientes componentes:

- Motor Quanser provisto por la materia
- Servo motor
- Placa de desarrollo FRDM-K64F
- Placa de conexionado
- Puente H

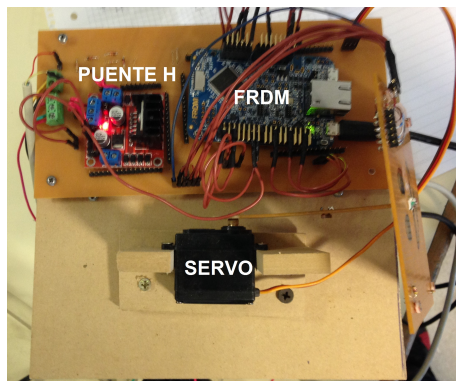


Figura 1: Imagen del proyecto en general.

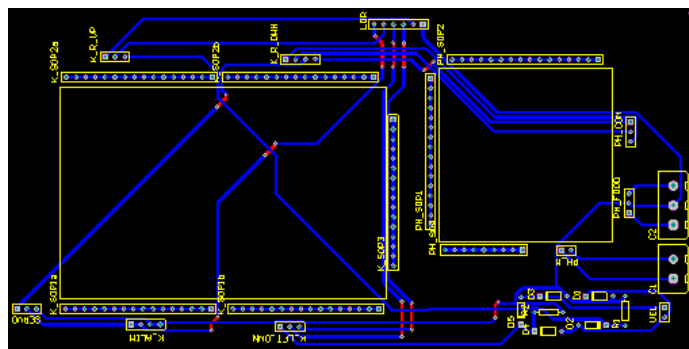


Figura 2: Placa de conexionado

### 3. Software

El software se desarrolló en la placa de desarrollo FRDM dado que nos permite garantizar una frecuencia de muestreo constante. Por otro lado, permite un manejo completamente modificable de los distintos drivers utilizados y, a su vez se busca utilizar una tecnología moderna.

#### 3.1. Diseño del control digital

Para implementar el controlador discreto del sistema se utilizó la placa de desarrollo FRDM-K64F.

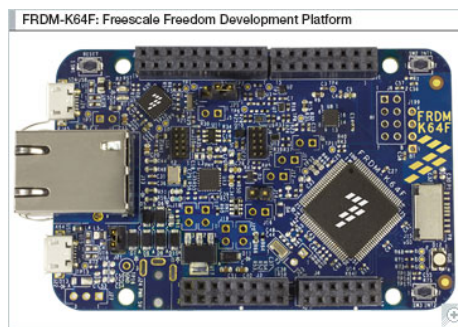


Figure 3: FRDM-K64F

Para implementar el control resultaron necesarias el diseño de los drivers de bajo nivel de los siguientes subsistemas:

- Analog to Digital Converter (ADC)
- Pulse-Width Modulation (FTM)
- General Purpose Input/Output (GPIO)
- Timer (SysTick)
- Universal Asynchronous Receiver-Transmitter (UART)

Además por motivos de modularización se decidieron implementar dos drivers de mediano nivel los cuales proveen acceso al control de cada uno de los motores utilizados, donde cada uno representa un eje de rotación: azimutal o elevación.

- Azimutal (Quanser)
- Elevación (LDR)

### 3.2. Diagrama del Funcionamiento del Programa

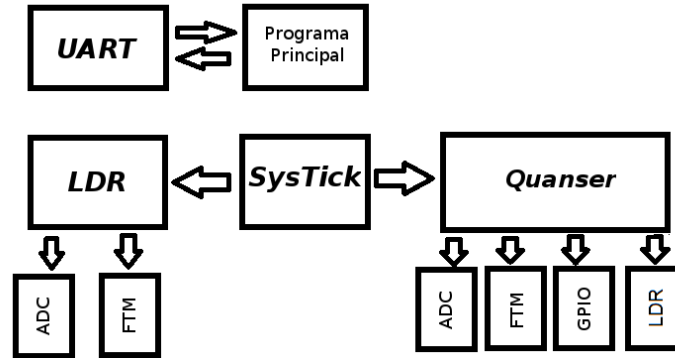


Figure 4: Diagrama del Funcionamiento del Programa

### 3.3. Detalle de los Drivers

#### Analog to Digital Converter (ADC)

Este driver se encarga de proveer al control con las mediciones de luz mediante el sensado de la tensión en los cuatro LDRs. Además es necesario para producir la realimentación de la velocidad en el quanser ya que sensa la misma por medio del sensado de la tensión inducida por la velocidad de giro del motor, es decir se mide la salida de un tacómetro que posee el mismo.

Se decidió realizar su implementación íntegramente por interrupciones para evitar el bloqueo del sistema mientras se realizan las mediciones. Se proveen al usuario funciones que permiten iniciar una conversión, informarse si la misma ha sido concluida y obtener el valor de la conversión.

Para que el programa resulte modular se decidió utilizar dos módulos de ADC, uno para el driver Quanser y otro para el driver LDR. Se requieren dos canales para realizar la medición del tacómetro y cuatro para sensar cada una de las LDR.

#### Pulse-Width Modulation (FTM)

Para controlar ambos motores se requiere un PWM en su señal de control. Las mismas son generadas utilizando el módulo FlexTimer de la Kinetis utilizando un módulo de PWM para cada uno de los motores.

El control de la velocidad del quanser se encuentra definido por la frecuencia a la que actúa el PWM. En cambio en el caso del servo utilizado en "Elevación" la frecuencia utilizada define la posición del mismo.

#### General Purpose Input/Output (GPIO)

El módulo GPIO es requerido para realizar el control de la dirección del puente H utilizado para controlar el Quanser. Se requieren dos de los mismos en modo Output los cuales tomarán valor "1" o "0" dependiendo la dirección

de los mismos. Como los mismos se encontraran siempre opuestos, se decidió implementar el modo Toggle para su funcionamiento.

#### **Timer (SysTick)**

Se utilizó este driver para proveer al sistema con una interrupción periódica la cual determina la frecuencia de sampleo de los LDR y el tacómetro para el sistema de control digital. La precisión y tiempo de esta interrupción resulta importante debido al hecho que si la velocidad de realimentación cambia se verá modificada la respuesta del sistema.

#### **Universal Asynchronous Receiver-Transmitter (UART)**

Para lograr proveer una interfaz con el usuario, intercambiar datos con una computadora y modificar los parámetros de realimentación del sistema se decidió implementar una comunicación "Full-Dúplex" por medio del uso de un módulo UART que se comunica por medio de interrupciones con Matlab con un BaudRate de 128kbps.

#### **Elevación (LDR)**

Este driver provee la realimentación del Servo que controla la rotación en "Elevación". El mismo requiere los drivers de bajo nivel FTM y ADC. Se encarga de indicar cuando sensar cada uno de los LDR además de ajustar la frecuencia del PWM de acuerdo a la diferencia de sensado entre las mediciones. Espera que se hayan realizado las cuatro mediciones para actuar. Provee funciones para obtener el valor de cada una de las mediciones de los LDR.

#### **Azimutal (Quanser)**

Este driver se encarga del control del Quanser. Utiliza la información de las LDR por medio de las funciones provistas por su driver. Además se encarga de sensar el tacómetro para producir la realimentación de la velocidad por medio de un controlador proporcional, mediciones que obtiene utilizando el driver de ADC. Finalmente ajusta la dirección del movimiento utilizando el driver de GPIO.

## 4. Sistemas de control

A continuación se explicarán los dos sistemas de control utilizados para cada uno de los motores utilizados en el proyecto. Ambos sistemas de control son independientes, por lo que se analizarán de esa forma.

Sin embargo, lo que comparten ambos sistemas de control es la variable a controlar. La misma es la diferencia de luz entre los promedios de las lecturas de las ldr, vertical u horizontal, según corresponda.

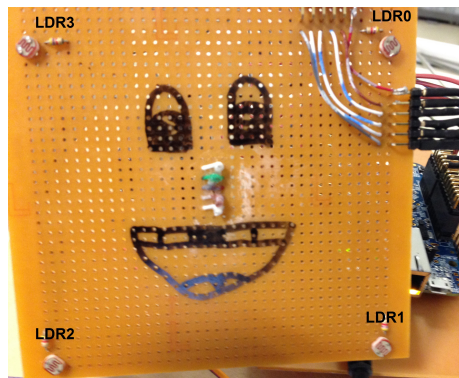


Figura 5: Foto de los sensores

### 4.1. Análisis del sistema de control del Quanser

El Quanser es el motor encargado de regular la posición azimutual, el mismo compara la mediciones de las LDR laterales. A continuación se muestra un análisis, teniendo en cuenta las características físicas del mismo, para poder modelar el sistema de control del mismo, a través de la posición y su velocidad.

Dado el motor QUANSER modelo SRV2T, se efectúa un control de posición angular. A continuación se analiza el caso para el cual se controla el quanser con el potenciómetro incorporado, para el caso a implementar se modificaron los valores experimentalmente para obtener los resultados deseados. Esto se debe a que no se dispone de un modelo físico de las LDR.



Figura 6: QUANSER modelo SRV2T.

El montaje está constituido por un motor de corriente continua con reductor

de engranajes interno, donde su eje de salida está acoplado mecánicamente mediante engranajes externos, a un tacómetro y un potenciómetro, cuyo esquema mecánico y conectores se muestra en la figura.

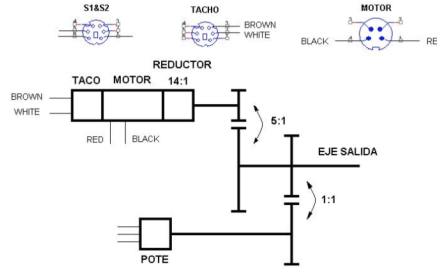


Figura 7: Esquema mecánico.

#### Datos del SRV2T

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Constante del motor $m$	$K_m$	0,00767	$Nm$
Constante del motor $b$	$K_b$	0,00767	$\frac{V \cdot seg}{rad}$
Resistencia de armadura	$R_a$	2,6	$\Omega$
Inercia del rotor	$J_m$	$3,87,10^{-7}$	$kg \cdot m^2$
Tensión aplicada en la armadura	$e_a$	6	$V$
Inductancia de armadura	$L_a$	180	$\mu Hy$

Cuadro 1: Datos del SRV2T, Motor 2308006S.

#### Potenciómetro

$$K_{pote} = \left( 35,2 \frac{V}{rad} \right)^{-1} = 1,628 \cdot \frac{V}{rad}$$

#### Tacómetro

$$K_{Taco} = 1,5 \cdot \frac{V}{1000 RPM} = \frac{1,5}{1000,2 \cdot \pi} \cdot \frac{V \cdot seg}{rad}$$

### Función transferencia a lazo abierto

Se calcula la función de transferencia del sistema a lazo abierto a partir del diagrama de Mason.



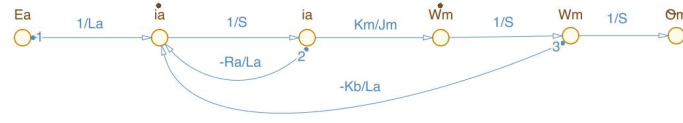


Figura 8: Diagrama de Mason.

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_m^\circ = \omega_m \\ \omega_m^\circ = \frac{K_m}{J_m} \cdot i_a \\ i_a^\circ = \frac{e_a}{L_a} - \frac{K_b}{L_a} \cdot \omega_m - \frac{R_a}{L_a} \cdot i_a \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_m = \theta_m \cdot S \\ \omega_m \cdot S = \frac{K_m}{J_m} \cdot I_a \Rightarrow I_a = \frac{J_m}{K_m} \cdot \theta_m \cdot S^2 \\ I_a \cdot S = \frac{E_a}{L_a} - \frac{K_b}{L_a} \cdot \theta_m \cdot S - \frac{R_a}{L_a} \cdot I_a \Rightarrow I_a \cdot \left( S + \frac{R_a}{L_a} \right) = \frac{E_a}{L_a} - \frac{K_b}{L_a} \cdot \theta_m \cdot S \end{array} \right.$$

Se obtiene la expresión de  $G_{motor}(S) = \frac{\theta(S)}{E_a(S)}$ .

$$\theta_m \cdot \frac{J_m}{K_m} \cdot \left( S + \frac{R_a}{L_a} \right) \cdot S^2 = \frac{E_a}{L_a} - \frac{K_b}{L_a} \cdot \theta_m \cdot S$$

$$\theta_m \cdot \left( \frac{J_m}{K_m} \cdot \left( S + \frac{R_a}{L_a} \right) \cdot S^2 + \frac{K_b}{L_a} \cdot S \right) = \frac{E_a}{L_a}$$

$$G_{motor}(S) = \frac{\theta(S)}{E_a(S)} = \frac{\frac{1}{L_a}}{\frac{J_m}{K_m} \cdot \left( S + \frac{R_a}{L_a} \right) \cdot S^2 + \frac{K_b}{L_a} \cdot S}$$

$$G_{motor}(S) = \frac{\frac{K_m}{J_m \cdot R_a}}{\frac{L_a}{R_a} \cdot S^3 + S^2 + \frac{K_b \cdot K_m}{J_m \cdot R_a} \cdot S}$$

Despreciando  $L_a$  se obtienen las siguientes expresiones.

$$G_{motor}(S) = \frac{\theta(S)}{E_a(S)} = \frac{1}{S} \cdot \frac{\frac{K_m}{J_m \cdot R_a}}{S + \frac{K_b \cdot K_m}{J_m \cdot R_a}} \quad \frac{\omega(S)}{E_a(S)} = \frac{\frac{K_m}{J_m \cdot R_a}}{S + \frac{K_b \cdot K_m}{J_m \cdot R_a}}$$

Se dimensiona la expresión de  $G_{motor}(S)$ .

$$G_{motor}(S) = \frac{2482}{S^2 + 58,47 \cdot S}$$

## Espacios de Estados

Se busca representar al sistema con 'n' ecuaciones diferenciales de primer orden. Para ello, se seleccionan en general 'n' variables de estado cuyos valores en  $t = t_0$  describen el estado del sistema, y junto a la entrada  $u(t)$ , que representa a  $e_a(t)$ , permiten predecir en forma unívoca la salida  $y(t)$  para  $t > t_0$ .

### Ecuaciones de estado

$$\dot{x} = A.x + B.u$$

A: Matriz del sistema

B: Matriz de entrada

### Ecuaciones de salida

$$y = C.x + D.u$$

C: Matriz de salida

D: Matriz de prealimentación

A continuación se plantean las ecuaciones de estado y de salida para el sistema mencionado con anterioridad.

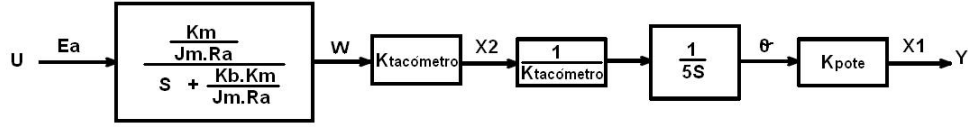


Figura 9: Diagrama en bloques a lazo abierto.

Nótese que en el bloque de  $\frac{1}{5s}$  se incorporó un factor de 5 dado por la relación de engranajes.

$$\frac{Y}{U} = \frac{Y}{X_1} \cdot \frac{X_1}{X_2} \cdot \frac{X_2}{U}$$

$$\frac{Y}{X_1} = 1 \Rightarrow y = x_1$$

$$\frac{X_1}{X_2} = \frac{1}{5.S} \cdot \frac{K_{pot}}{K_{taco}} \Rightarrow \dot{x}_1 = \frac{K_{pot}}{5.K_{taco}} \cdot x_2$$

$$\frac{X_2}{U} = \frac{K_{taco} \cdot \frac{K_m}{J_m \cdot R_a}}{S + \frac{K_b \cdot K_m}{J_m \cdot R_a}} \Rightarrow \dot{x}_2 + x_2 \cdot \frac{K_b \cdot K_m}{J_m \cdot R_a} = u \cdot K_{taco} \cdot \frac{K_m}{J_m \cdot R_a} \Rightarrow \dot{x}_2 = -\frac{K_b \cdot K_m}{J_m \cdot R_a} \cdot x_2 + u \cdot \frac{K_{taco} \cdot K_m}{J_m \cdot R_a}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{K_{pot}}{5 \cdot K_{taco}} \\ 0 & -\frac{K_b \cdot K_m}{J_m \cdot R_a} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_{taco} \cdot K_m}{J_m \cdot R_a} \end{bmatrix} \cdot [u] \quad [y] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0] \cdot [u]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{K_{pot}}{5 \cdot \frac{K_{tac}}{J_m \cdot R_a}} \\ 0 & -\frac{K_b \cdot K_m}{J_m \cdot R_a} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_{tac} \cdot K_m}{J_m \cdot R_a} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D = [0]$$

Se debe tener en cuenta que  $u$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  e  $y$  se encuentran dados en tensión. Mientras que la relación entre el ángulo a controlar y la salida esta dada por  $\theta = \frac{y}{K_{pot}}$ .

## Realimentación Lineal de Estados

Se aplica una realimentación lineal de estados tal que el sistema a lazo cerrado tenga el término independiente de su polinomio denominador igual a la ganancia del sistema a lazo cerrado y tenga un Sobrepico Porcentual  $OS\% \leq 5\%$ .

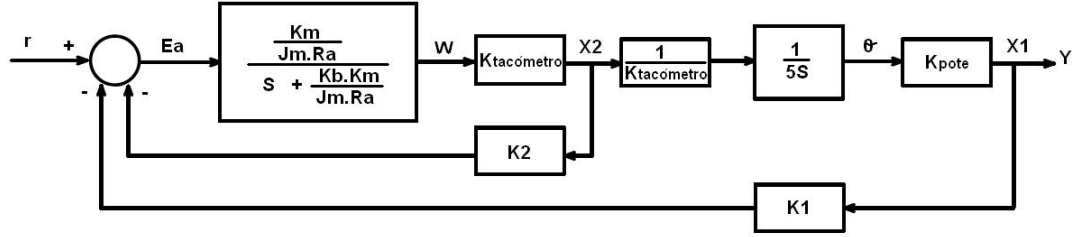


Figura 10: Diagrama en bloques.

La transferencia a lazo cerrado de segundo orden se puede expresar de la siguiente forma.

$$T(S) = \frac{\omega_n^2}{S^2 + 2\xi\omega_n S + \omega_n^2}$$

Para que el término independiente de su polinomio denominador sea igual a la ganancia del sistema a lazo cerrado se debe cumplir lo siguiente.

$$\omega_n^2 = 2482. \left( \frac{rad}{s} \right)^2 \Rightarrow \omega_n \approx 49,82. \frac{rad}{s}$$

En cuanto al factor de amortiguamiento, se calcula su valor para cada caso de sobrepico porcentual.

$$\xi = \frac{-\ln\left(\frac{OS\%}{100}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2\left(\frac{OS\%}{100}\right)}}$$

$$\xi = 0,6901$$

De esta forma, se obtienen tres transferencia deseadas a lazo cerrado cada una para un determinado sobrepico.

$$T(S) = \frac{2482}{S^2 + 68,76.S + 2482}$$

### Polos

$$\begin{cases} p_1 = -34,38 + j,36,05 \\ p_2 = -34,38 - j,36,05 \end{cases}$$

### Error permanente

Se determina el error permanente para el caso de la respuesta al escalón ( $\frac{1}{S}$ ).

$$ess_{step} = \lim_{S \rightarrow 0} S \cdot \frac{1}{S} \cdot [1 - T(S)] \implies ess_{step} = 0$$

Como se observa, en todos los casos el error en régimen permanente es nulo y por ende no será necesario la incorporación de un control integral.

### Controlabilidad

Para saber si es posible implementar la realimentación de estados con éxito se debe verificar la controlabilidad del sistema.

$$Cm = [ \ B \ \ A.B \ ]$$

Donde para el sistema descripto se tienen la siguiente matriz de rango 2 y por lo tanto es sistema es completamente controlable.

$$Cm = \begin{bmatrix} 0 & 2482 \\ 1,8 & -106,4 \end{bmatrix}$$

### Observabilidad

En cuanto a la observabilidad del sistema se calcula el rango de la siguiente matriz dando como resultado un segundo orden y por ende el sistema es completamente observable.

$$O = \begin{bmatrix} C \\ C.A \end{bmatrix} \implies O = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1363,6 \end{bmatrix}$$

### Pole placement

Dado que para el sistema descripto por  $\dot{x} = A.x + B.u$  e  $y = C.x + D.u$  los polos de la transferencia  $T(S) = C.(S.I - A)^{-1}.B + D$  vienen dados por los autovalores de la matriz A, es decir por los valores de S que cumplan  $|S.I - A| = 0$ . En el nuevo sistema realimentado, en el cual  $u(t) = -k.x(t) + r(t)$ , tendrá las siguientes siguientes ecuaciones de estado y salida.

$$\dot{x} = (A - B.K).x + B.r$$

$$y = (C - D.K) . x + D.r$$

Donde  $K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}$ , la nueva transferencia estará dada por  $T(S) = \frac{Y(S)}{R(S)}$  y sus polos cumplirán la siguiente ecuación.

$$|S.I - A + B.K| = 0$$

Operando con las matrices obtenidas anteriormente se logran obtener los coeficientes del denominador en función de los  $k_n$ .

$$\left| \begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & S \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \frac{K_{pot}}{5.K_{taco}} \\ 0 & -\frac{K_b.K_m}{J_m.R_a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{K_{taco}.K_m}{J_m.R_a}.k_1 & \frac{K_{taco}.K_m}{J_m.R_a}.k_2 \end{bmatrix} \right| = 0$$

1) lo de sergio

$$\left| \begin{bmatrix} S & -\frac{K_{pot}}{5.K_{taco}} \\ \frac{K_{taco}.K_m}{J_m.R_a}.k_1 & S + \frac{K_b.K_m}{J_m.R_a} + \frac{K_{taco}.K_m}{J_m.R_a}.k_2 \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$S. \left( S + \frac{K_b.K_m}{J_m.R_a} + \frac{K_{taco}.K_m}{J_m.R_a}.k_2 \right) - \frac{K_{taco}.K_m}{J_m.R_a}.k_1. \left( -\frac{K_{pot}}{5.K_{taco}} \right) = 0$$

$$S^2 + \left( \frac{K_b.K_m}{J_m.R_a} + \frac{K_{taco}.K_m}{J_m.R_a}.k_2 \right) . S + \frac{K_{pot}.K_m}{5.J_m.R_a}.k_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad S^2 + (58,46 + 1,82.k_2) . S + 2482.k_1 = 0$$

Igualando los coeficientes del polinomio denominador para cada una de las transferencias se obtienen los distintos  $k_n$ .

$$\begin{cases} S^2 + (58,46 + 1,82.k_2) . S + 2482.k_1 = 0 \\ S^2 + 68,76.S + 2482 = 0 \end{cases}$$

$$k_1 = 1$$

$$k_2 = 5,65$$

## Discretización del sistema

Dado que se desea trabajar digitalmente a través de un microcontrolador, el sistema debe discretizarse. Para ello se hace uso de la herramienta Matlab y se calculan los correspondientes  $k_1$  y  $k_2$  para el sistema discreto.

Una vez definidas las matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , la ubicación de los polos (*poles*) y el periodo de muestreo ( $T_s$ ), se ejecuta el siguiente fragmento de código para obtener los  $k_n$  para el sistema discreto.

---

**Algoritmo 1** Obtención de los  $K_n$  para el sistema discreto.

---

```
% Convertir al discreto
system = ss(A,B,C,D);
systemDisc = c2d(system,Ts,'zoh');
Phi = systemDisc.A;
Gamma = systemDisc.B;
plc_z_cont = exp(poles * Ts);
Kdiscreto = acker(Phi, Gamma, plc_z_cont)
```

---

Mediante Matlab y con un periodo de muestreo de  $Ts = 0,5mseg$  se obtuvieron las siguientes matrices y valores de  $k_n$ .

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0,6719 \\ 0 & 0,9712 \end{bmatrix} \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0,0003072 \\ 0,0008967 \end{bmatrix}$$
$$k_1 = 0,9974 \quad k_2 = 5,8957$$

## 4.2. Análisis del sistema de control del Servo

Dada la falta de información técnica del servo motor utilizado para controlar el ángulo de elevación, y dado la poca disponibilidad de motores con la que se contaba, se decidió implementar un sistema de control experimental.

Dado que controla el ángulo de elevación, regula la diferencia entre los promedios de las LDR superiores en relación a las inferiores. Teniendo en cuenta un margen de ruido, el motor se moverá hacia el lado en donde la lectura de luz sea mayor de forma proporcional, teniendo un límite de posiciones posibles para evitar colisiones.