EPITA

Mathématiques

Examen S2-B4-EV

Espaces vectoriels

durée: 1 heure

Mai 2025

Nom:
Prénom:
Classe:
NOTE:
Le barème est sur 20 points.
Consignes:
 Lire le sujet en entier avant de commencer. Il y a en tout 2 exercices. La rigueur de votre rédaction sera prise en compte dans la note.

— Un malus d'un point sur la note sur 20 sera appliqué aux copies manquant de propreté.

— Documents et calculatrices interdits.

— Aucune réponse au crayon de papier ne sera corrigée.

Exercice 1 : familles de vecteurs (10 points)

Les	questions	\mathbf{sont}	indépendantes.

Da	ans $E = \mathbb{R}_2[X]$, on considère la famille $\mathcal{F} = (P_1 = 1, P_2 = X^2 + X + 1, P_3 = X^2 - X + 1)$.
(a)	Montrer que \mathcal{F} est une base de $\mathbb{R}_2[X]$.
)	Quelles sont les coordonnées de $Q = 2X^2 + 4X + 4$ dans la base \mathcal{F} ?

$F = \frac{1}{2}$	Vect(J	F ₁). Do	onner																			
$F = \frac{1}{2}$	 Vect(<i>J</i>		onner																			
$F = \frac{1}{2}$	 Vect(<i>J</i>		onner																			
$F = \frac{1}{2}$	······· Vect(<i>J</i>	F ₁). Do	onner					 			· • • • •											
	,	ŕ		une																		
	,	ŕ		une	1																	
	,	ŕ		une	1																	
	,	ŕ			pase	\mathcal{B} d	e F .	Jus	tifie	r.												
ifier o	110 21 -	= e, 1	£0 ←	F et	doni	ner s	es co	ord	Onn	ées c	lane	la b	ase	ĸ								
• • • • •												• • • •		• • • •	• • • •		• • • • •	• • • •		• • • •	• • • •	
$= \mathbb{R}^2$, on co	onsidè	re la l	base	$\mathcal{B} =$	$(u_1 =$	= (2	. 1).	u2 =	= (—	1.1)	١.										
						•	,	,		•			c	,	1,		,	1	1			
								r gra	арш	quei	пепь	ies	coo	raoi	mees	s de	u da.	ns i	а ра	ise L). V	ous
ai ait	ie vos	uan	s de	COII	su u	CUIO																
								-														
							_	+					_							_	_	
								-														
				1			1	1			1	1				1 1				- 1		
							\perp					+									-	
ohique	ement,	les co	ordo	nnées	s de «	u da	ns B	son	t. :													
	$\mathbb{T}=\mathbb{R}^2$ lessous	$f = \mathbb{R}^2$, on collessous, dess	$\mathcal{L}=\mathbb{R}^2,$ on considèrelessous, dessiner lettre part par $\mathcal{B}.$ S	$\mathcal{C}=\mathbb{R}^2$, on considère la lessous, dessiner les deutre part par \mathcal{B} . Soit u	$\mathcal{C}=\mathbb{R}^2$, on considère la base lessous, dessiner les deux restre part par \mathcal{B} . Soit $u=0$	$\mathcal{B}=\mathbb{R}^2$, on considère la base $\mathcal{B}=$ lessous, dessiner les deux repèrentre part par \mathcal{B} . Soit $u=(5,1)$	$\mathcal{B}=\mathbb{R}^2$, on considère la base $\mathcal{B}=(u_1=0)$ lessous, dessiner les deux repères (avertre part par \mathcal{B} . Soit $u=(5,1)$. Tro	$u=\mathbb{R}^2$, on considère la base $\mathcal{B}=(u_1=(2$ lessous, dessiner les deux repères (avec 2	$\mathcal{B}=\mathbb{R}^2$, on considère la base $\mathcal{B}=(u_1=(2,1),1)$ lessous, dessiner les deux repères (avec 2 caratre part par \mathcal{B} . Soit $u=(5,1)$. Trouver grant par \mathcal{B} .	$\mathcal{B}=\mathbb{R}^2$, on considère la base $\mathcal{B}=(u_1=(2,1),u_2=1)$ lessous, dessiner les deux repères (avec 2 carreau tre part par \mathcal{B} . Soit $u=(5,1)$. Trouver graphi	$\mathcal{B}=\mathbb{R}^2$, on considère la base $\mathcal{B}=(u_1=(2,1),u_2=(-1,0))$ lessous, dessiner les deux repères (avec 2 carreaux = 1,0) tre part par \mathcal{B} . Soit $u=(5,1)$. Trouver graphiques	$\mathcal{B} = \mathbb{R}^2$, on considère la base $\mathcal{B} = (u_1 = (2,1), u_2 = (-1,1))$ lessous, dessiner les deux repères (avec 2 carreaux = 1 unitre part par \mathcal{B} . Soit $u = (5,1)$. Trouver graphiquement	$\mathcal{B}=\mathbb{R}^2$, on considère la base $\mathcal{B}=(u_1=(2,1),u_2=(-1,1)).$ lessous, dessiner les deux repères (avec 2 carreaux = 1 unité) etre part par \mathcal{B} . Soit $u=(5,1)$. Trouver graphiquement les	$\mathcal{B}=\mathbb{R}^2$, on considère la base $\mathcal{B}=(u_1=(2,1),u_2=(-1,1)).$ lessous, dessiner les deux repères (avec 2 carreaux = 1 unité) fortetre part par \mathcal{B} . Soit $u=(5,1)$. Trouver graphiquement les coo	$\mathcal{B}=\mathbb{R}^2$, on considère la base $\mathcal{B}=(u_1=(2,1),u_2=(-1,1)).$ lessous, dessiner les deux repères (avec 2 carreaux = 1 unité) formés etre part par \mathcal{B} . Soit $u=(5,1)$. Trouver graphiquement les coordon	$\mathcal{B}=\mathbb{R}^2$, on considère la base $\mathcal{B}=(u_1=(2,1),u_2=(-1,1)).$ lessous, dessiner les deux repères (avec 2 carreaux = 1 unité) formés d'unitre part par \mathcal{B} . Soit $u=(5,1)$. Trouver graphiquement les coordonnées	$\mathcal{B}=\mathbb{R}^2$, on considère la base $\mathcal{B}=(u_1=(2,1),u_2=(-1,1)).$ lessous, dessiner les deux repères (avec 2 carreaux = 1 unité) formés d'une partre part par \mathcal{B} . Soit $u=(5,1)$. Trouver graphiquement les coordonnées de	$\mathcal{B}=\mathbb{R}^2$, on considère la base $\mathcal{B}=(u_1=(2,1),u_2=(-1,1)).$ lessous, dessiner les deux repères (avec 2 carreaux = 1 unité) formés d'une part par \mathcal{B} . Soit $u=(5,1)$. Trouver graphiquement les coordonnées de u dat	$\mathcal{B}=\mathbb{R}^2$, on considère la base $\mathcal{B}=(u_1=(2,1),u_2=(-1,1)).$ lessous, dessiner les deux repères (avec 2 carreaux = 1 unité) formés d'une part par la la latre part par \mathcal{B} . Soit $u=(5,1)$. Trouver graphiquement les coordonnées de u dans l	$\mathcal{B}=\mathbb{R}^2$, on considère la base $\mathcal{B}=(u_1=(2,1),u_2=(-1,1)).$ lessous, dessiner les deux repères (avec 2 carreaux = 1 unité) formés d'une part par la base tre part par \mathcal{B} . Soit $u=(5,1)$. Trouver graphiquement les coordonnées de u dans la base	$\mathcal{B}=\mathbb{R}^2$, on considère la base $\mathcal{B}=(u_1=(2,1),u_2=(-1,1)).$ lessous, dessiner les deux repères (avec 2 carreaux = 1 unité) formés d'une part par la base cantre part par \mathcal{B} . Soit $u=(5,1)$. Trouver graphiquement les coordonnées de u dans la base \mathcal{B}	$\mathcal{B}=\mathbb{R}^2$, on considère la base $\mathcal{B}=(u_1=(2,1),u_2=(-1,1)).$ lessous, dessiner les deux repères (avec 2 carreaux = 1 unité) formés d'une part par la base canonicatre part par \mathcal{B} . Soit $u=(5,1)$. Trouver graphiquement les coordonnées de u dans la base \mathcal{B} . Vo

Exercice 2 : somme de sev (10 points)

On se place dans $E=\mathbb{R}^3.$ On considère les deux sous-espaces vectoriels : (x+y+z) = 0.

	$F = \text{Vect}\left((u = (1, 0, -2), v = (0, 1, 1), w = (1, 1, -1))\right) \qquad \text{et} \qquad G = \left\{(x, y, z) \in E, \begin{vmatrix} x + y + z - z \\ x - 2y + z - z \end{vmatrix}\right\}$
1.	Trouver rigoureusement une base de F . En déduire la dimension de F .
2.	Trouver rigoureusement une base de G . En déduire la dimension de G .
3.	Montrer que $F \cap G = \{0_E\}.$

EPITA, Mathématiques Examen S2-B4-EV – Mai 2025...... 4. Rappeler la définition de $F \oplus G = E$. Est-ce le cas ici? Justifier votre réponse.