Contrôle TD 2 (45 minutes)

Nom : **Prénom :** **Classe :**

N.B. : Le barème est sur 10. La note sera ramenée à une note sur 20.

Questions de cours (3 points)

Soit $(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*$.

1. Énoncer avec soin le théorème de la division euclidienne de a par b.

2. On donne l'égalité : $1208 = 23 \times 51 + 35$.

   (a) Donner le quotient et le reste de la division euclidienne de 1208 par 23 en justifiant votre réponse.

   (b) Donner le quotient et le reste de la division euclidienne de -1208 par 51 en justifiant votre réponse.

Exercice 1 (2,5 points)

En utilisant obligatoirement le petit théorème de Fermat que vous énoncerez avec soin, trouver le reste de la division euclidien de $n = 39^{129}$ par 7.

Exercice 2 (3 points)

On considère $a = 2 \times 3^2 \times 5 \times 6$ et $b = 2^4 \times 3^3 \times 7$.

1. Trouver $a \wedge b$ le pgcd de a et de b.

2. Écrire sous forme de facteurs premiers la forme générale d'un diviseur commun (et positif) de a et de b. En déduire le nombre de diviseurs communs (positifs) de a et de b. Expliquer brièvement.

3. Soit $c \in \mathbb{N}^*$ tel que $77 \mid ac$. Montrer avec soin que $77 \mid c$.

Exercice 3 (1,5 points)

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer que la fraction $\dfrac{n}{2n+1}$ est irréductible.