

Contrôle de cours 1 (1 heure)

Nom :

Prénom :

Classe :

N.B. : Le barème est sur 20. Il y a en tout quatre questions de cours.

1 Polynômes

Cours 1 : divisibilité et division euclidienne (3 points)

Soit $(E, F) \in (\mathbb{R}[X])^2$. On suppose de plus que E n'est pas le polynôme nul.

1. Donner la définition mathématique de $E \mid F$ ainsi qu'un exemple avec $E = 2X - 1$ et F de degré 2.

.....
.....
.....

2. (a) Énoncer soigneusement le théorème de la division euclidienne de F par E .

.....
.....

- (b) Trouver le quotient et le reste de la division euclidienne de $F = X^3 - 3X^2 + 5X - 7$ par $E = X - 1$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Cours 2 : racines (6 points)

Les questions sont indépendantes.

1. Soit $P \in \mathbb{R}[X]$ de degré strictement supérieur à 3. Mettre les symboles \implies , \impliedby ou \iff à la place des pointillés.

$a)$ 1 racine de $P \cdots \cdots (X - 1) \mid P.$ $b)$ $(X - 1)^2 \mid P \cdots \cdots P(1) = 0$ $c)$ $P(0) = 0 \cdots \cdots (X^2 - X) \mid P$

2. Soient $P \in \mathbb{R}[X]$ et $a \in \mathbb{R}$ telle que $P(a) = P'(a) = P''(a) = 0$ et $P^{(3)}(a) \neq 0$. Quel est l'ordre exact de multiplicité de la racine a ? À quoi cet énoncé est-il équivalent en termes de divisibilité? Traduire ensuite à l'aide de quantificateurs ce que vous avez écrit.

.....
.....
.....
.....

-

-

Cours 3 (7 points)

Un professeur demande à un élève d'expliciter précisément l'ensemble S_0 au tableau. L'élève note alors :

$$S_0 = \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ t & \longmapsto & ke^{-F(t)}, k \in \mathbb{R} \end{array} \right\}. \text{ Cette \u00e9galit\u00e9 est not\u00e9e } (\star) \text{ par la suite.}$$

-

-

-

-

[illegible][illegible]

Cours 4 (4 points)

1. $f(x) = e^x$

2. $g(x) = \cos(x)$

.....

3. $h(x) = \sin(x)$

4. $i(x) = \ln(1+x)$