



**AMAP**

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# Diversité

Eric Marcon

18 juin 2023



**AMAP**

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# Motivation



AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# La question

Comment mesurer la diversité et la structuration spatiale ?

Applications :

- mesure de la biodiversité ;
- mesure de la concentration spatiale et de la spécialisation en économie géographique.



AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# Les outils

## L'entropie mesure :

- le désordre (physique statistique, 19<sup>ème</sup> siècle) ;
- l'incertitude (théorie de l'information, [Shannon, 1948](#)) ;
- l'inégalité ([Theil, 1967](#)).



AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# La présentation

Les méthodes utilisées :

- L'entropie classique ;
- Sa généralisation ;
- Les nombres effectifs.

Transfert des développement de la littérature sur la biodiversité à l'économie géographique.



AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# Les données

Eurostat : Effectifs salariés de 19 secteurs industriels dans 25 pays européens.

BCI : Nombre d'arbres de 50 parcelles d'un hectare de la forêt de Barro Colorado Island (Panama), appartenant à 225 espèces. 25000 arbres mesurés : inventaire exceptionnel.

Paracou : Inventaires de deux hectares de forêts tropicale en Guyane française (Parcelles 6 et 18). 600 arbres environ par hectare : inventaire très insuffisant.



**AMAP**

Diversité

Eric Marcon

Motivation

**L'entropie**

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# L'entropie



AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# Définir le désordre

A l'origine, Carnot (1824)

- Second principe de la thermodynamique.

Précisément :

- Transfert de chaleur,  $dQ$ , à somme nulle (1<sup>er</sup> principe) ;
- Tiédissement :  $dQ/T$ , à somme positive (2<sup>nd</sup> principe).  
Augmentation du désordre.

Remarque : l'entropie est définie par sa variation (étymologie: *transformation*).





AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# Boltzmann

Un gaz est un ensemble de particules, chacune ayant plusieurs états possibles. L'entropie est proportionnelle au logarithme du nombre d'états possibles de l'ensemble des particules (1877, traduit par [Sharp and Matschinsky, 2015](#)).

Lien avec le second principe.





AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# Mesurer le désordre

Définition d'une chaîne de caractères :

- longueur  $n$  ;
- alphabet probabilisé.

Exemple :

- 3 lettres,  $\{a, b, c\}$ , fréquences  $(1/2, 1/3, 1/6)$  ;
- Combien de chaînes de 60 caractères ?
- Le logarithme du nombre de chaînes est  $n$  fois l'entropie : 61.

L'entropie de Shannon mesure la complexité de la distribution de  $\{a, b, c\}$ , indépendamment de la longueur de la chaîne :  
1.01



AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# Mesurer l'incertitude

Expérience à plusieurs résultats possibles.

- La probabilité d'obtenir  $r_s$  est  $p_s$ .

Fonction d'information :  $I(p_s)$ , entre  $I(0) = +\infty$  et  $I(1) = 0$ .

- Définition : la rareté est  $1/p_s$ .
- Le logarithme de la rareté est la fonction d'information de Shannon.

L'information moyenne apportée par un individu est l'entropie de Shannon:

$$\sum_s p_s \ln \frac{1}{p_s}$$



AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

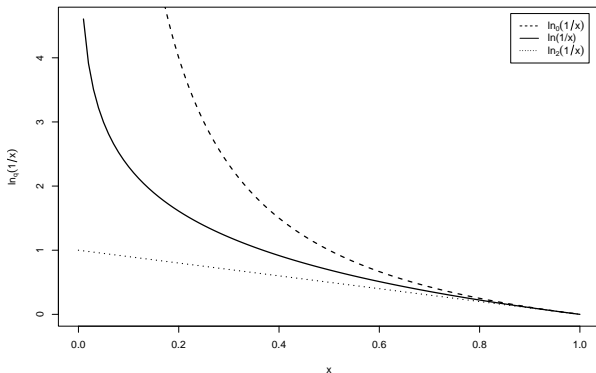
References

# Entropie généralisée

Autres entropies : Rényi, Shorrocks... [Tsallis \(1988\)](#)

Paramétriques.

Logarithme déformé :





AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# Formalisation

L'entropie de Tsallis est la moyenne du logarithme (déformé, d'ordre  $q$ ) de la rareté.

L'ordre  $q$  donne une importance plus ou moins grande aux petites probabilités.

- Entropie d'ordre 0 : le nombre de catégories  $(-1)$  ;
- Entropie d'ordre 1 : Shannon ;
- Entropie d'ordre 2 : Simpson (1-Herfindahl).



AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# Nombres de Hill

Nombre de catégories équiprobables de même entropie que celle du système observé ([Hill, 1973](#)).

Mesure interprétable et comparable quelque soit l'ordre de diversité.

Exponentielle (déformée) de l'entropie ([Marcon et al., 2014](#)).



AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

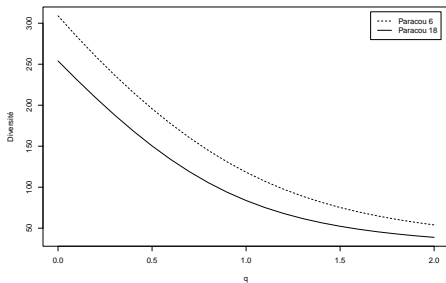
TP

Conclusion

References

# Profil de diversité

Comparaison de la diversité des deux parcelles de la forêt de Paracou.





**AMAP**

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

**TP**

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

TP





**AMAP**

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

**TP**

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# Pratiquer

Calcul de la diversité avec R : fichier TP1.Rmd.



AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# Questions similaires entre disciplines

Biodiversité :

- Nombres d'arbres par espèces dans un habitat forestier : biodiversité.

Economie :

- Nombre d'employés par secteur industriel dans un pays : diversité = contraire de la spécialisation.

Traduction possible.



AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

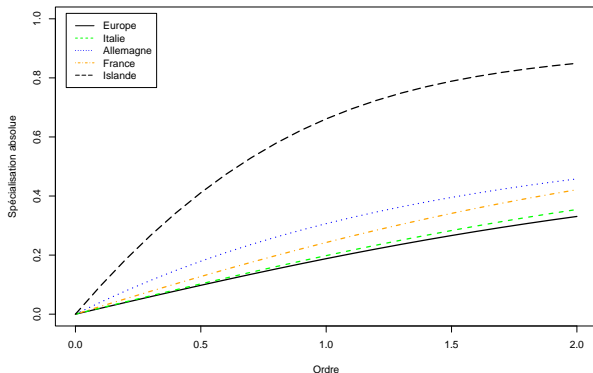
Conclusion

References

# Spécialisation absolue

Transformation simple :

$$(\text{Nb Secteurs} - \text{Diversité}) / (\text{Nb Secteurs} - 1)$$





**AMAP**

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# Décomposition de l'entropie



AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# Entropie relative

Ecart d'une distribution observée à une distribution attendue.

- Divergence de Kullback-Leibler ;
- Entropie relative de Theil.

Généralisation à l'ordre  $q$  ([Marcon et al., 2014](#)).

La distribution attendue est la moyenne des distributions, donc l'entropie relative mesure à quel point chaque distribution est différente de la moyenne.



AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

## Exemple

Entropie de Paracou, parcelles 6 et 18.

- Entropie de chaque parcelle :
  - $p_6$  : 4.19
  - $p_{18}$  : 4.42
- Entropie moyenne des parcelles (pondérées par le nombre d'arbres) : 4.29
- Entropie de l'ensemble des deux parcelles : 4.74
- Entropie relative moyenne : 0.45

Décomposition de l'entropie non limitée à l'ordre 1.



AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# Décomposition de la biodiversité

Whittaker (1960) définit les diversités :

- $\alpha$  : moyenne des diversités locales
- $\gamma$  : diversité globale
- $\beta$  : l'écart entre les deux.

L'entropie  $\gamma$  est la somme des entropies  $\alpha$  et  $\beta$ .

La diversité est l'exponentielle de l'entropie donc la diversité  $\gamma$  est le produit des diversités  $\alpha$  et  $\beta$ .

Résultat immédiat pour  $q = 1$ , étendu à  $q$  quelconque (Jost, 2006; Marcon et al., 2014).



AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# Nombres de Hill

A BCI, la diversité  $\alpha$  d'ordre 1 est 46 espèces par parcelle d'un hectare.

La diversité  $\gamma$  est 72 espèces effectives.

La diversité  $\beta$  est le rapport des deux, c'est-à-dire 1.6 parcelles effectives.

Parcelles effectives : parcelles de même poids, ne comprenant aucune espèce commune.





AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

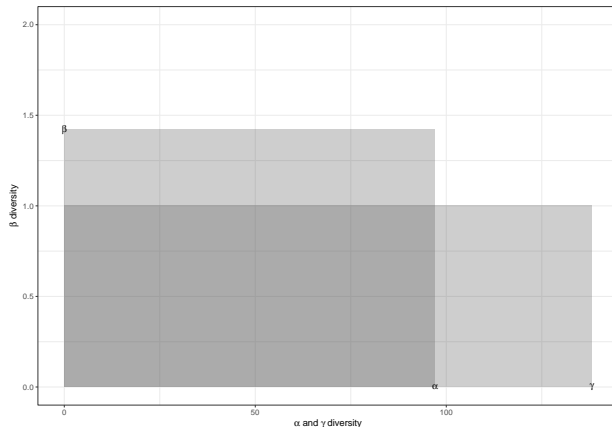
TP

Conclusion

References

# Nombres de Hill

La même décomposition montre que les deux parcelles de Paracou sont aussi différentes que les 50 de BCI :





AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

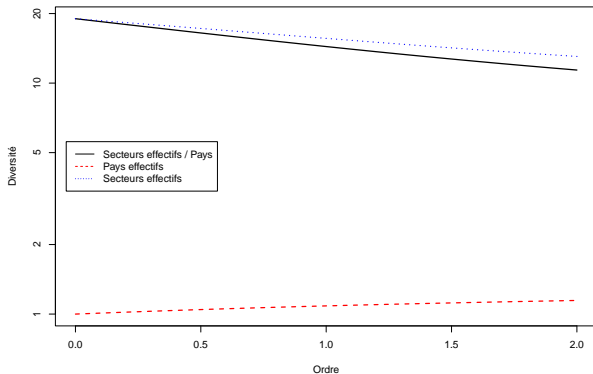
TP

Conclusion

References

# Profils de diversité

## Diversité des secteurs industriels en Europe :





**AMAP**

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

**TP**

Conclusion

References

TP



**AMAP**

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

**TP**

Conclusion

References

# Pratiquer

Décomposition de la diversité : fichier TP2.Rmd.



**AMAP**

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

**Conclusion**

References

# Conclusion



**AMAP**

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

**Conclusion**

References

# Concepts identiques, expression contraire

Diversité  $\leftrightarrow$  Spécialisation.

Raison : mise en avant de l'aspect positif.



AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# Absolu et relatif

Diversités  $\alpha$  et  $\gamma$  absolues,  $\beta$  relative.

Approches complémentaires dans la littérature économique.

Unification par l'entropie :

- liens étroits : significativité de l'une  $\iff$  significativité de l'autre ;
- information très différente.



AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

# Interfertilisation

De la physique à l'écologie : entropie de Tsallis.

De la théorie de l'information à l'écologie : divergence de  
[Kullback and Leibler \(1951\)](#).

De la théorie de l'information à l'économie : entropie relative  
de Theil.

En écologie : nombres effectifs.





AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

- Hill, M. O. (1973). Diversity and Evenness: A Unifying Notation and Its Consequences. *Ecology* 54(2), 427–432.
- Jost, L. (2006). Entropy and diversity. *Oikos* 113(2), 363–375.
- Kullback, S. and R. A. Leibler (1951). On Information and Sufficiency. *The Annals of Mathematical Statistics* 22(1), 79–86.
- Marcon, E., I. Scotti, B. Hérault, V. Rossi, and G. Lang (2014). Generalization of the Partitioning of Shannon Diversity. *Plos One* 9(3), e90289.
- Shannon, C. E. (1948). A Mathematical Theory of Communication. *The Bell System Technical Journal* 27, 379–423, 623–656.



AMAP

Diversité

Eric Marcon

Motivation

L'entropie

TP

Décomposition  
de l'entropie

TP

Conclusion

References

Sharp, K. and F. Matschinsky (2015). Translation of Ludwig Boltzmann's paper "on the relationship between the second fundamental theorem of the mechanical theory of heat and probability calculations regarding the conditions for thermal equilibrium". *Entropy* 17(4), 1971–2009.

Theil, H. (1967). *Economics and Information Theory*. Chicago: Rand McNally & Company.

Tsallis, C. (1988). Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics. *Journal of Statistical Physics* 52(1), 479–487.

Whittaker, R. H. (1960). Vegetation of the Siskiyou Mountains, Oregon and California. *Ecological Monographs* 30(3), 279–338.