Нижегородский государственный университет имени Н. И. Лобачевского
Радиофизический факультет

Отчет по лабораторной работе №217

Исследование колебательных процессов в электрическом контуре

Выполнили студенты 420 группы
Понур К.А., Сарафанов Ф.Г., Сидоров Д.А.

Нижний Новгород, 2018

Содержание

1.

1.1. Введение

Цель работы – экспериментальное исследование колебатель¬ ных процессов в линейном осцилляторе с потерями. В качестве осциллятора используется электрический контур, состоящий из последовательно соединенных катушки индуктивности L, конденсатора C, резистора R и внешнего источника ЭДС ε. Дифференциальное уравнение, описывающее процессы в исследуемом контуре, имеет следующий вид:

$$q'' + 2\delta q' + \omega_0 q = f(t), \tag{1}$$

где q–заряд на конденсаторе, $\delta = \frac{R}{2L}$–коффициент затухания, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$–собственная частота контура, $f(t) = \frac{\epsilon(t)}{L}$– "вынужда.щая сила $\epsilon(t)$– внешняя ЭДС.

С математической точки зрения уравнение (1) является неоднородным линейным дифференциальным уравнением 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Решение такого уравнения, как известно, можно представить в виде суммы общего решения соответствующего однородного уравнения

$$q'' + 2\delta q' + \omega_0 q = 0 \tag{2}$$

и частного решения неоднородного. Уравнение (2) описывает поведение осциллятора в отсутствие внешней ЭДС, т.е. так назы¬ваемые собственные (свободные) колебания, а частное решение неоднородного уравнения (1) (в случае периодического внешнего воздействия) - вынужденные колебания. Исследованию этих двух режимов и уделяется основное внимание в работе. Кроме того, лабораторная установка позволяет наблюдать некоторые переходные процессы, в частности процессы установления колеба¬ний.

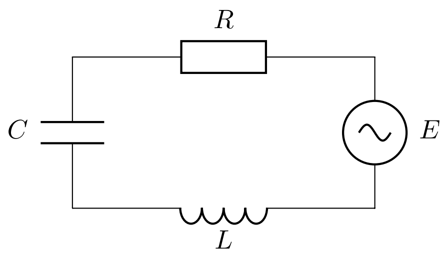

Рис. 1

1.2. Собственные колебания в электрическром контуре

При анализе решения уравнения (2) удобно выделить три случая: $\delta > \omega_0$,$\delta < \omega_0$,$\delta = \omega_0$. В случае достаточно слабого затухания, когда $\delta < \omega_0$ общее решение уравнения (2) можно представить в виде

$$q = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega_s t + \varphi), \tag{3}$$

где $\omega_s = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$, а A_0 и φ – произвольные постоянные, определяемые из начальных условий. Процесс вида (3) называют затухающими квазигармоническими колебаниями. Если $\delta << \omega_0$, то выличину $A(t) = A_0 e^{-\delta t}$ можно считать медленно меняющейся амплитудой, а $T = \frac{2\pi}{\omega_s}$– "периодом"этих колебаний. В отсутстввие затухания ($\delta = 0$) решение уравнения (2) можно представить в виде

$$q = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t}, \tag{4}$$

где A_1 и A_2 зависят от начальных условий, а

$$\alpha_{1,2} = -\delta + -\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} \tag{5}$$

Процесс, описываемый формулой (4), называется апериодическим.

Условие $\delta = \omega_0$ определяет критический режим колебаний, а соответствующее этому условию сопротивление называется кри тическим сопротивлением контура: $R_{\text{кр}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$. На практике используется также характеристическое (волновое) сопротивление контура: $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$.

1.3. Декремент затухания. Добротность

Логарифмическим декрементом затухания d называется логарифм отношения значений заряда q на пластинах конденсатора в двух последовательных (n-ом и $(n+1)$-ом) максимумах:

$$d = \ln \frac{q_n}{q_{n+1}} = \delta T \tag{6}$$

Поскольку, как видно из выражения (3), δ есть величина, обратная промежутку времени τ, за которое амплитуда колебаний спадает в e раз, то можно определить число колебаний N. совершившихся за это время:

$$N = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{\delta T} = \frac{1}{d} \tag{7}$$

Таким образом, логарифмический декремент затухания d есть величина, обратная числу колебаний N. в течение которых амплитуда колебаний уменьшается в e раз. Часто для характеристики затухания удобнее использовать не N. а величину в π раз большую - добротность контура $Q = \pi N$.

При малом затухании ($\delta \ll \omega_0$) частота собственных колебаний $\omega_s = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \omega_0$. При этом добротность контура и его логарифмический декремент затухания можно выразить через параметры контура L, C, R следующим образом:

$$d = \frac{\pi R}{\omega_0 L} = \pi R C \omega_0 = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}} \tag{8}$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R C \omega_0} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \tag{9}$$

Необходимо иметь в виду, что во всех этих выражениях под следует понимать сопротивление, эквивалентное всем потерям в контуре. Дополнительные потери при прохождении переменного тока могут быть вызваны гистерезисом и токами Фуко в сердеч¬нике катушки индуктивности, токами утечки и процессами поля¬ризации в диэлектрике конденсатора.

1.4. Фазовая плоскость

Процессы в колебательном контуре удобно изображать на так называемой фазовой плоскости, где по оси абсцисс откладывают заряд q, а по оси ординат величину, пропорциональную току. например $\frac{\dot{q}}{\omega_0}$ (это величины одной размерности). Каждому состоянию колебательного контура, характеризуемому мгновенными значениями q и $\dot{q}$, соответствует точка на фазовой плоско¬сти (изображающая точка). Изменение состояния вызывает перемещение изображающей точки по фазовой плоскости. Линия, описываемая изображающей точкой, называется фазовой траекторией. Совокупности движений с разными начальными условиями соответствует семейство фазовых траекторий. Например, гармоническим колебаниям в контуре без затухания на фазовой плоскости соответствует семейство окружностей с общим центром в начале координат. Свободные затухающие колебания в контуре изображаются фазовыми траекториями в виде скручивающихся к началу координат спиралей.

1.5. Вынужденные колебания в электрическом контуре

Колебания в контуре под действием внещней гармонической силы описывается уравнением

$$\ddot{q} + 2\delta\dot{q} + \omega_0^2 q = F_0 \cos\omega t \tag{10}$$

Решение этого уравнения, соответствующее установившемуся режиму, имеет вид

$$q(t) = B(\omega)\cos\omega t + \psi, \tag{11}$$

где амплитуда $B(\omega)$ и фза ψ определяются следующим образом:

$$B(\omega) = \frac{F_0}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}} \tag{12}$$

$$\tan\psi = \frac{2\delta\omega}{\omega^2 - \omega_0^2} \tag{13}$$

Используя формулы (11), (12), (13) и учитывая, что $F - 0 = \frac{\epsilon_0}{L}$ Нетрудно получить выражения для амплитуды тока в контуре

$$I_0 = \omega B(\omega) = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \tag{14}$$

и для амплитуд напряжений на отдельных элементах контура

$$U_L = I_0\omega L = \frac{\omega L\epsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \tag{15}$$

$$U_C = \frac{I_0}{\omega C} = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \tag{16}$$

$$U_R = I_0 R = \frac{\epsilon_0 R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \tag{17}$$

2. Экспериментальная часть

2.1. Исследование свободных колебаний

На установке получены осциллограммы $U_c(t)$ и $I(t)$ при нескольких сопротивлениях контура R.

Нашли период собственных колебаний контура и декремент затухания d для различных R

Построить графики зависимости и d от R.

По выполненным измерениям рассчитать добротность контура О и коэффициент затухания 5 для одного из значений R. Вычислить индуктивность и критическое сопротивление контура. с) Получить на экране осциллографа и зарисовать несколько фазовых траекторий при различных R. Напряжение, пропорциональое току в контуре, снимается с сопротивления К = 250 Ом и подается на вход Y осциллографа. Напряжение Uc подается на вход X. Развертка осциллографа должна быть выключена.

2.2. Исследование вынужденных колебаний

2.3. Исследование процессов установления вынужденных колебаний

3. Заключение