

## Apreçamento de Debêntures no Mercado Brasileiro Caio Almeida, Fundação Getulio Vargas – RJ

27 de Maio de 2010

### Apreçamento de Ativos Privados: Desafios



- Poucos preços negociados em mercado devido a falta de liquidez
- Número reduzido de ativos (por classificação de crédito)
- Inexistência de padronização nos fluxos dos ativos, e opções embutidas
- Dificuldade de modelagem: Como separar risco de crédito de risco de liquidez?
- Sob estas condições, como se obtém uma curva de juros para tal mercado?
- Analisamos o caso específico de debêntures no Brasil.

# Importância da Estimação de uma Curva de Referência



- Se a ANBIMA disponibilizar uma curva de juros de referência de debêntures, é possível:
- i) Utilizar esta curva para estimação do risco de mercado de carteiras que contém debêntures.
- ii) Extração da probabilidades de default implícita nos preços das debêntures.
  - Utilização da curva de swap pré-DI x curva de debêntures
- iii) Apreçamento de debêntures recentemente emitidas.
- iv) Quantificação dos riscos de crédito relativos entre diferentes classes (AAA, AA, A, etc...)

### Tipos de Modelos Possíveis



- Modelos Estruturais Merton (1974)
  - Preço dos títulos em função dos ativos da firma
  - Do ponto de vista empírico, gera spreads baixos para títulos corporativos quando comparados a spreads de mercado.
- ▶ Modelos Livres de Arbitragem Duffie e Singleton (1999)
  - Modelos dinâmicos que descrevem a trajetória da taxa de curto prazo do mercado
  - Úteis para apreçar opções embutidas
  - Difíceis de se estimar: Necessidade de uma estimação em painel.
- Modelos Estatísticos Nelson e Siegel (1987)
  - Propõem uma forma paramétrica para a curva de juros
  - São estáticos, estimados dia a dia.
  - Mais simples de estimar e atingem menores erros nos preços dos ativos.

## Uma Breve Descrição dos Dados: Debêntures



- Dados disponíveis em um dia típico no ano de 2009:
- No dia 09/12/2009: Preços coletados disponíveis para um total de 78 debêntures.
- ▶ Entre estas, 46 não apresentavam opções embutidas e 32 apresentavam.
- Classificações de Crédito: 9 AAA, 35 AA, e 34 A

#### **Modelo Proposto**



- Modelo estatístico: Curva de juros é descrita por 3 tipos de movimentos: Mudanças no nível, na inclinação e na curvatura.
- Movimentos capturados por exponenciais como em Nelson e Siegel (1987)

$$R(T) = c_0 + c_1 e^{-T\lambda} + c_2 \frac{(1 - e^{-T\lambda})}{T\lambda} + c_2 \left( \frac{(1 - e^{-T\lambda})}{T\lambda} - e^{-T\lambda} \right)$$

- Preços coletados pela ANBIMA são utilizados como dados de entrada.
- Como lidar com o problema de poucas debêntures em alguns dos níveis de classificação de crédito?
- Curvas com pior crédito apresentam um spread sobre crédito imediatamente superior.

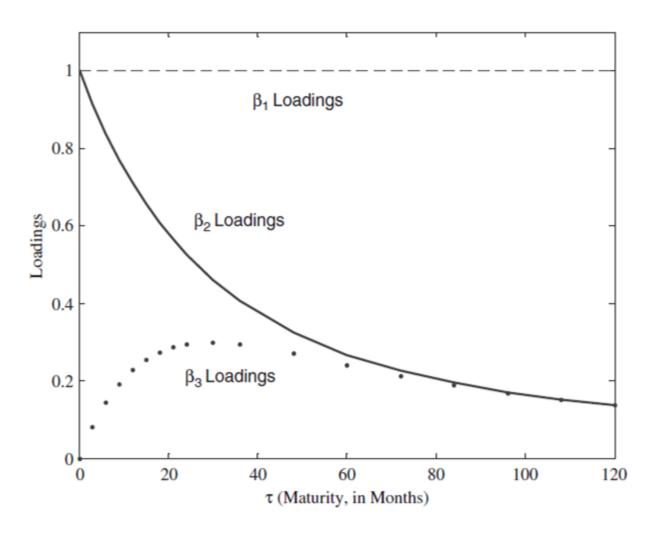
# Diversas Curvas de Juros para Diferentes Riscos de Crédito



- Então, por exemplo, a curva RAAA das debêntures AAA será a de menores juros entre todas as classificações de crédito.
- Curva RAA = RAAA + spread de crédito entre AAA e AA
- Curva RA= RAA + spread de crédito entre AA e A
- Vantagem: É possível se estimar todas as curvas simultaneamente e resolver o problema de número pequeno de ativos para uma determinada classificação de crédito.
- Modelo é estimado de forma a minimizar os quadrados dos erros dos preços de todas as debêntures em um dado dia: 6 parâmetros e 78 ativos.

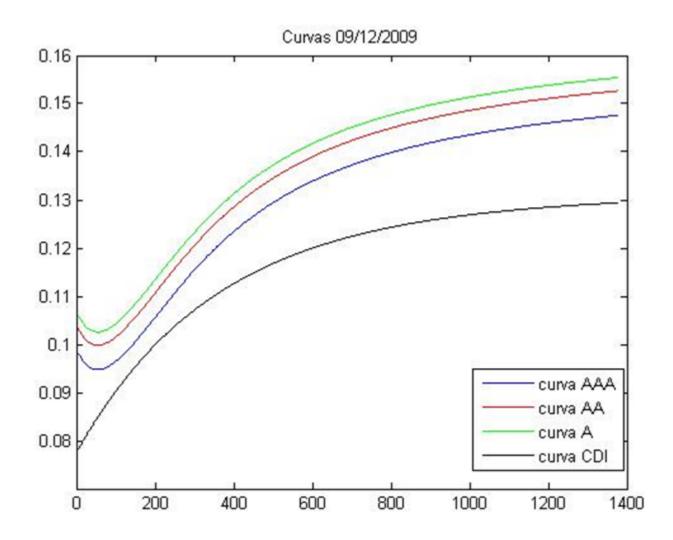
## **Tipos de Movimentos nas Curvas de Juros**





## Exemplo de uma curva típica





### Dificuldades na Estimação



- Existências de Opções Embutidas:
  - Direitos da empresa emissora de recomprar a debênture.
  - Em geral passam a valer a partir de uma determinada data. Como apreçar?
- Estimação é baseada em problema de otimização não-linear: Instabilidade
- Análise dos resíduos dos preços: Quais características são importantes?
  - Erros médios da ordem de 20 a 30 pontos base. Tentativa de explicar tais erros por: diferenças em cupons, idade dos títulos, taxação, liquidez
- Combinar preços coletados com preços de mercado.
- Incorporar medidas de liquidez (dispersão, bid-ask) na estimação

### **Opções Embutidas**



- São apreçadas através de modelos dinâmicos para a curva de juros.
  - Hull and White (1994)
- A grande maioria dos trabalhos na literatura trata o caso de título livre de risco com opção embutida
  - Exceções: Berndt (2004), e Jarrow, Li, Liu and Wu (2010).
  - Estimam intensidades de default específica para cada título.
  - Não extraem uma curva de juros comum ao mercado de títulos corporativos.
- Nossa proposta é a de combinar um modelo dinâmico com um estatístico:
  - Inicialmente se estima a curva com debêntures sem opções embutidas
  - Em seguida, se utiliza esta curva como entrada para um modelo dinâmico para estimar os preços das opções embutidas nas outras debêntures.
  - Finalmente, se estima novamente a curva de juros do mercado de debêntures utilizando todas as debêntures