

Títulos Públicos Federais

Gestão de Títulos de Renda Fixa

André Borges Catalão

Versão: 08/03/2020

Primeira versão: 15/02/2020

1 Introdução

Apresentamos a forma de cálculo do Preço Unitário (PU), no mercado secundário dos seguintes títulos públicos federais: LFT, LTN, NTN-F e NTN-B. O calendário usado no apuração é o de dias de linha do Banco Central do Brasil (BACEN).

Analizamos também como apurar o resultado de um investimento em cada título e os riscos envolvidos.

Iniciamos com as considerações sobre terminologias do mercado financeiro acerca da negociação de taxa e preço.

2 Terminologia do Mercado de Juros

No mercado de juros, a rigor, quando se diz estar “comprado” é necessário especificar se o objeto de negociação é taxa ou preço, dado que a relação entre eles (menos da LFT, como veremos) é inversa, pois o preço P consiste, de forma simples, no desconto de um fluxo F futuro por uma taxa de juros tx , a saber

$$P = \frac{F}{(1 + tx)^T} \quad (1)$$

Intuitivamente, quando compramos (vendemos) algo, esperamos que seu valor suba (desça) ao longo de um prazo. Diante da natureza inversa entre taxa e preço, conforme a equação (1), se compramos (vendemos) taxa, esperando que a mesma suba (desça) ao longo do tempo, vendemos (compramos) preço.

Um segundo termo equivalente a vender (comprar) taxa é “dar taxa” (“tomar taxa”). Diz-se, portanto, que a instituição que o fez está “dada” (“tomada”). Esta terminologia vem do mercado de empréstimos: quando uma instituição (e.g. banco) concede (“dá”...) um empréstimo em t_0 a uma contraparte (e.g. um cliente), a primeira espera receber de volta o dinheiro corrigido pela taxa de juros pré-contratada (“taxa pré”) na data de vencimento t_V . Ainda, diz-se que está “aplicada”, pois, de fato, aplicou seu dinheiro em um empréstimo. Mais do que isso, para considerar que a operação tenha sido boa, a instituição concessora espera que o valor final recebido (isto é, o dinheiro inicial corrigido pelos juros pré-contratados) da contraparte seja maior que a correção

pela taxa de juros realizada a posteriori (“taxa pós”) da data inicial do empréstimo, ou seja, durante o prazo em que ele esteve em vigor; obtida pela composição de taxas diárias (*overnight rates*) $tx_i^{over}(aa)$ praticadas na economia durante esse prazo (anualizado) $T = DU(t_0, t_V)/252$ da operação, conforme

$$(1 + tx_{pós}(aa))^T = \prod_{i=0}^V (1 + tx_i^{over}(aa))^{1/252} \quad (2)$$

Então, a operação foi boa para a concessora de empréstimo se $(1 + tx_{pré}(aa))^T > (1 + tx_{pós}(aa))^T$, ou, de forma mais simples, se $tx_{pré}(aa) > tx_{pós}(aa)$, dado que o período de comparação é o mesmo. Em resumo, quem “dá taxa” (“toma taxa”), espera que a mesma caia (suba). Por conseguinte, quem está “dado” (“tomado”) está comprado (vendido) em preço. A tabela abaixo resume essa terminologia.

Visão Sobre o Valor Futuro do Objeto $\downarrow \setminus$ Objeto \rightarrow	Taxa	Preço
elevação	compra, toma	<i>compra</i>
queda	<i>vende, dá, doa, aplica</i>	vende

Tabela 1: Resumo da terminologia de mercado para taxa e preço. Dada a relação inversa, a formatação igual (negrito ou itálico) indica a equivalência.

3 Metodologia Geral de Apuração de Resultado

Considere o preço $P(t_0)$ operado na data t_0 e queremos saber o resultado *acumulado* (*P&L*, *profit and loss*) da operação em $t > t_0$, dado o preço de mercado em t , $P(t)$. De forma simples, o *P&L* é uma comparação entre o preço operado e o preço a mercado,

$$P\&L_t = Q \times (P(t) - P(t_0)), \quad (3)$$

onde Q é a quantidade operada, com $Q > 0$ ($Q < 0$) para uma posição comprada (vendida) em preço. Mas, é costume usar um custo de oportunidade, representado pela taxa de juros da economia. Este custo representa o investimento alternativo em taxa livre-de-risco (*risk-free rate*) em que se poderia ter aplicado o dinheiro gasto na transação $Q \times P(t_0)$. Além do custo de oportunidade, também é usual uma tesouraria usar um custo de captação (que pode ser pré-contratado para

o período da operação) de dinheiro, dado que a mesma capta dinheiro para aplicar em outra operação. Fazendo a opção pelo custo de oportunidade,

$$P\&L(t_0, t) = Q \times (P(t) - P(t_0) \times f_{rf}(t_0, t)), \quad (4)$$

onde $f_{rf}(t_0, t) = (1 + tx_{rf}^{ef}(t_0, t))$ é o fator de juros obtido pela composição de taxas *risk-free* diárias, tx_i^{rf} ,

$$f_{rf}(t_0, t) = (1 + tx_{rf}^{ef}(t_0, t)) = \prod_{i=t_0}^t \left(1 + tx_i^{rf}(aa)\right)^{1/252}. \quad (5)$$

e $tx_{rf}^{ef}(t_0, t)$ é a taxa efetiva no período (t_0, t) .

No mercado interbancário, é comum usar o cdi como taxa livre-de-risco, mas no mercado de títulos públicos, pode-se usar a selic diária [Selic Diria]. Esta será a taxa que adotaremos daqui em diante neste documento.

No caso de pagamentos intermediários - de cupons, por exemplo- podemos incorporar ao resultado um reinvestimento à taxa livre-de-risco, à medida que os mesmos são recebidos. Então,

$$P\&L(t_0, t) = Q \times \left(P(t) + \left(\sum_{i=t_j}^t F_j \times f_{rf}(t_j, t) \right) - P(t_0) \times f_{rf}(t_0, t) \right) \quad (6)$$

em que F_j é o j -ésimo fluxo recebido em $t_0 < t_j < t$.

4 Regras de Truncagem e Arredondamento

Variáveis	Prefixados		Índices de Preços		Taxa SELIC
	LTN	NTN-F	NTN-B	NTN-C	LFT
Taxa de Retorno (% a.a.) ¹	T - 4 / I - 4	T - 4 / I - 4	T - 4 / I - 4	T - 4 / I - 4	T - 4 / I - 4
Juros Semestrais (%)	--	A - 5	A - 6	A - 6	--
Fluxo de Pagamentos Descontados	--	A - 9	A - 10	A - 10	--
Cotação	--	--	T - 4	T - 4	T - 4
Valor Nominal Atualizado (VNA) ²	--	--	T - 6 / I - 6	T - 6 / I - 6	T - 6 / I - 6
Valor Nominal Atualizado (VNA) Projeções	--	--	T - 6	T - 6	T - 6
Fator Acumulado da Taxa SELIC ³	--	--	--	--	A - 16
Projeções	--	--	A - 2	A - 2	--
Fator Pro Rata (Projeções)	--	--	T - 14	T - 14	--
Variação Mês Oficial	--	--	T - 16	T - 16	--
Exponencial de Dias	T - 14	T - 14	T - 14	T - 14	T - 14
Preço Unitário (PU) ⁴	T - 6 / I - 6	T - 6 / I - 6	T - 6	T - 6	T - 6
Valor Financeiro (R\$)	T - 2	T - 2	T - 2	T - 2	T - 2

Obs.: T = Truncado; A = Arredondado; I = Informado

Figura 1: Regras de manuseio de casas decimais para títulos públicos federais. Fonte: Anbima [Clculo - Anbima].

5 LTN

A Letra do Tesouro Nacional (LTN) paga o Valor Nominal (VN) de resgate de R\$1.000,00 no vencimento t_V . Trata-se, então, de uma obrigação pré-fixada, de forma que o PU que se paga na data da compra representa um desconto do valor de resgate, e a rentabilidade, expressa na taxa anualizada tx , corresponde à diferença entre o PU pago e o valor de resgate.

$$PU = \frac{1000}{\left(1 + \frac{tx}{100}\right)^{DU(t_0, t_V)/252}} \quad (7)$$

onde $DU(t_0, t_V)$ é a quantidade de dias úteis entre a data de liquidação da compra e a de vencimento.

A taxa, em formato percentual, é truncada na 4^a casa e o PU , truncado na 6^a.

O fator de risco da LTN é a taxa pré, tx . Poderíamos também dizer que a passagem do tempo, mantida a taxa, é um fator determinante da variação do PU , mas, dado que o efeito é previsto, não iremos listá-lo como tal. Cabe ao leitor tê-lo em mente.

5.1 Resultado de um investimento em LTN

Usamos (5) para obter

$$P\&L(t_0, t) = Q \times (PU(t) - PU(t_0) \times f_{selic}(t_0, t)) \quad (8)$$

$$f_{selic}(t_0, t) = (1 + tx_{selic}^{ef}(t_0, t)) = \prod_{i=t_0}^t (1 + tx_i^{selic}(aa))^{1/252}$$

5.2 Exemplo

Em 07/02/2020, a LTN de 01/07/2020 tem taxa de 4,1400%aa. Calcule seu PU (truncagem na 6ª casa).

Taxa aa, truncada com 4 casas decimais: 4,1400%aa

Número de dias úteis entre 07/02/2020 a 01/07/2020, seguindo o calendário do BCB: 97

$$PU = \frac{1000}{(1 + \frac{4,1400}{100})^{\frac{97}{252}}} = \frac{1000}{1,01573722180926} = 984,506601 \quad (9)$$

Títulos Públicos Federais							07/Fev/2020			
Papel PREFIXADO		LTN - Taxa (% a.a.)/252								
Código SELIC	Data Base/Emis são	Data de Venciment o	Tx. Compra	Tx. Venda	Tx. Indicativas	PU	Intervalo Indicativo			
							Mínimo (D0)	Máximo (D0)	Mínimo (D+1)	Máximo (D+1)
100000	05/01/2018	01/04/2020	4,1592	4,1461	4,1524	994,204711	4,0647	4,2559	4,0577	4,2490
100000	08/07/2016	01/07/2020	4,1448	4,1335	4,1400	984,506601	4,0452	4,2882	4,0224	4,2634
100000	06/07/2018	01/10/2020	4,1875	4,1753	4,1818	974,007672	4,0527	4,4371	4,0080	4,3903
100000	04/01/2019	01/04/2021	4,4270	4,4144	4,4200	952,098769	4,2334	4,7890	4,1628	4,7175
100000	07/07/2017	01/07/2021	4,5968	4,5838	4,5900	939,907279	4,3726	4,9826	4,3019	4,9111
100000	05/07/2019	01/10/2021	4,8057	4,7935	4,8000	926,040797	4,5471	5,1979	4,4872	5,1375
100000	05/01/2018	01/01/2022	4,9957	4,9835	4,9900	912,124033	4,7087	5,3876	4,6592	5,3378
100000	03/01/2020	01/04/2022	5,1768	5,1652	5,1710	897,953340	4,8574	5,5558	4,8271	5,5253
100000	21/06/2018	01/07/2022	5,3217	5,3090	5,3150	883,999111	4,9817	5,6894	4,9616	5,6693
100000	05/04/2019	01/07/2023	5,8209	5,8091	5,8150	826,236492	5,4056	6,1072	5,4466	6,1483
100000	03/01/2020	01/01/2024	6,0047	5,9933	5,9992	797,999605	5,5813	6,2946	5,6314	6,3446

Quando uma taxa for interpolada será apresentada em negrito.

Figura 2: Cotações de mercado de LTN em 07/02/2020. Fonte: Anbima [MercSec-Anbima].

6 NTN-F

A Nota do Tesouro Nacional - Série F (NTN-F), paga o Valor Nominal (VN), de R\$1000, no vencimento (t_V) e n fluxos semestrais de cupons (C_i) pré-fixados, sobre o Valor Nominal, compreendidos entre a data de emissão (t_E) e a data de vencimento. O primeiro fluxo paga os juros semestral, mesmo que o fluxo esteja a menos de 6 meses da data de emissão. Ou seja, os fluxos são montados de 6 em 6 meses a partir da data de vencimento, retroagindo. Se uma data cair em dia não-útil, ela é passada para o primeiro dia útil subsequente. A fórmula para o cupom semestral, truncado na 5ª casa, é

$$C_i = \left[\left(\frac{i}{100} + 1 \right)^{\frac{6}{12}} - 1 \right] \times VN \quad (10)$$

O Preço Unitário (PU), na data de Liquidação (t_0) da compra do título, é obtido descontando-se os fluxos futuros com relação à data de liquidação pela taxa interna de retorno y (TIR), truncada na 4ª casa, em formato percentual. O valor presente de cada fluxo é arredondado na 9ª casa.

$$PU = \left[\sum_{i=1}^n \frac{C_i}{\left(1 + \frac{y}{100}\right)^{\frac{DU(t_0, t_i)}{252}}} \right] + \frac{VN}{\left(1 + \frac{y}{100}\right)^{\frac{DU(t_0, t_n)}{252}}} \quad (11)$$

O PU é truncado na 6ª casa decimal.

O fator de risco de uma NTN-F é a taxa TIR que a desconta. Contudo, na metodologia de risco de mercado, a prática é calcular o preço do título não o descontando pela TIR, mas por uma curva de juros, o que nos leva a escrever (11) como função das taxas $tx(t, t_i)$, em que cada uma desconta o seu respectivo fluxo futuro, pago em t_i , segundo

$$PU(t) = \left[\sum_{i=1}^n \frac{C_i}{\left(1 + \frac{tx(t, t_i)}{100}\right)^{\frac{DU(L, t_i)}{252}}} \right] + \frac{VN}{\left(1 + \frac{tx(t, t_n)}{100}\right)^{\frac{DU(L, t_n)}{252}}} \quad (12)$$

de forma que os fatores de risco são as taxas da curva usada para descontar os fluxos¹.

6.1 Resultado de um investimento em NTN-F

¹A rigor, os fluxos são mapeados em vértices-padrão para tornar o cálculo de risco viável, mas este fator não é importante aqui.

Neste caso, como há pagamento de fluxos intermediários, usa-se (6),

$$P\&L(t_0, t) = Q \times \left(PU(t) + \left(\sum_{i=t_j}^t C_j \times f_{selic}(t_j, t) \right) - PU(t_0) \times f_{selic}(t_0, t) \right) \quad (13)$$

6.2 Exemplo

Em 07/02/2020, a NTN-F de vencimento 01/01/2021 tem TIR $y = 4,2850\%aa$. Os fluxos futuros ocorrem em 01/07/2020 e 04/01/2021, e a taxa de cupom semestral é $10\%aa$. Assim, a partir de (10), $C = 48,80885$. Temos

$$PU = \frac{48,80885}{\left(1 + \frac{4,2850}{100}\right)^{\frac{97}{252}}} + \frac{48,80885 + 1000}{\left(1 + \frac{4,2850}{100}\right)^{\frac{225}{252}}} = 48,026906175 + 1010,245299562 = 1058,272205$$

Títulos Públicos Federais							07/Fev/2020			
Papel PREFIXADO		NTN-F - Taxa (% a.a.)/252								
Código SELIC	Data Base/Emissão	Data de Vencimento	Tx. Compra	Tx. Venda	Tx. Indicativas	PU	Intervalo Indicativo			
							Mínimo (D0)	Máximo (D0)	Mínimo (D+1)	Máximo (D+1)
950199	05/02/2010	01/01/2021	4,2913	4,2788	4,2850	1.058,272205	4,1196	4,5978	4,0679	4,5448
950199	09/03/2012	01/01/2023	5,5550	5,5417	5,5486	1.124,120143	5,1709	5,8716	5,1914	5,8920
950199	10/01/2014	01/01/2025	6,1424	6,1288	6,1350	1.166,632639	5,7207	6,4356	5,7799	6,4945
950199	15/01/2016	01/01/2027	6,4567	6,4430	6,4500	1.199,567096	6,0308	6,7328	6,1129	6,8145
950199	05/01/2018	01/01/2029	6,6583	6,6417	6,6500	1.226,589789	6,2141	6,9234	6,3061	7,0148
950199	10/01/2020	01/01/2031	6,7900	6,7700	6,7783	1.249,377374	6,3237	7,0421	6,4251	7,1428

Figura 3: Cotações de mercado de NTN-F em 07/02/2020. Fonte: Anbima [MercSec-Anbima].

7 NTN-B

A Nota do Tesouro Nacional - Série B (NTN-B), segue a mesma estrutura de fluxos de cupons e valor nominal que a NTN-F. Contudo, o valor nominal é corrigido, a cada pagamento, pela variação do índice IPCA entre a data-base e o vigente na data de cálculo. O índice é divulgado pelo IBGE, entre o dia 10 e 15 subsequente ao mês de referência, mas passa a valer no dia 15. A

data-base padrão é 15/07/2000. Os juros semestrais são $i = 6\%aa$, em geral e vale (10). Temos, respectivamente, o cupom e a cotação

$$C_i = \left[\left(\frac{i}{100} + 1 \right)^{\frac{6}{12}} - 1 \right] \times 100 \quad (14)$$

$$P = \left[\sum_{i=1}^n \frac{C_i}{\left(1 + \frac{y}{100}\right)^{\frac{DU(t_0, t_i)}{252}}} \right] + \frac{100}{\left(1 + \frac{y}{100}\right)^{\frac{DU(t_0, t_n)}{252}}} \quad (15)$$

Para a apuração do PU em uma data de liquidação qualquer, precisamos calcular o Valor Nominal Ajustado (VNA). O Valor Nominal (VN) na emissão denotaremos VNA_E . Temos

Caso 1-Data de liquidação coincide com o 15º dia do mês

$$VNA = \frac{I_{t-1}}{I_E} VNA_E \quad (16)$$

onde

I_{t-1} : índice do mês anterior ao de referência (mês de referência é aquele em que o preço está sendo calculado);

I_E : índice do mês anterior à data-base. No caso de a data-base ser 15/07/2000, é o índice de junho, que é divulgado próximo a 15/07/2000, e passa a valer em 15/07/2000.

Caso 2-Data de liquidação entre o dia de divulgação do índice e o 15º dia do mês em que a mesma se encontra

$$VNA = \frac{I_{t-2}}{I_E} \left(\frac{I_{t-1}}{I_{t-2}} \right)^{\frac{DU_1}{DU_2}} VNA_E \quad (17)$$

onde

I_{t-1} : índice do mês anterior ao de referência;

I_{t-2} : índice de dois meses anteriores ao de referência;

DU_1 : número de dias entre o 15º dia do mês anterior (inclusive) e a data de liquidação (exclusive);

DU_2 : número de dias entre o 15º dia do mês anterior (inclusive) e o dia 15 do mês da data de liquidação (exclusive);

Caso 3-Data de liquidação após o dia 15, mas anterior à data de divulgação

$$VNA = VNA_E \frac{I_{t-1}}{I_E} (1 + p_t)^{\left(\frac{DU_3}{DU_4}\right)} \quad (18)$$

onde

p_t : projeção do próximo índice de inflação. Divulgada pela ANBIMA;

DU_3 : número de dias entre o 15º dia mais recente e a data de liquidação;

DU_4 : número de dias entre o 15º dia mais recente e o próximo;

A: dia 15 do mês 1;

C: dia 15 do mês 2;

B: dia da divulgação do índice do mês 1.

Em [A,B]: caso 3;

Em C: caso 1;

Em [B,C]: caso 2.

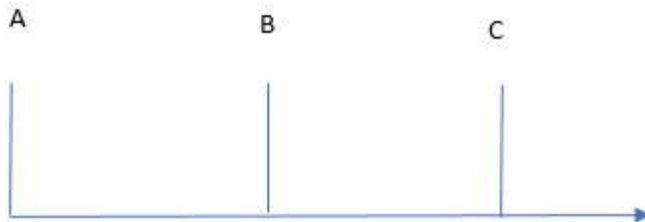


Figura 4: Diagrama de divulgação e cálculo de VNA

Agora, a partir da cotação (15) e do VNA , o PU final é dado por

$$PU = VNA \times \frac{P}{100} \quad (19)$$

A taxa TIR que desconta o título é uma taxa real de juros.

7.1 Fatores de Risco e a Equivalência da Taxa Nominal com Taxa Real e Inflação na NTN-B

Para não complicarmos o raciocínio, vamos analisar o valor presente em t , VP_t , de um fluxo F , a ser pago em t_V , que é descontado por uma taxa real $tx_r(t, t_V)$, ao ano. Seu valor, considerando a multiplicação pela correção de inflação entre o período inicial t_0 , de emissão, e a data t é

$$VP_t = \frac{I_t}{I_{t_0}} \frac{F(t_V)}{(1 + tx_r(t, t_V))^T} \quad (20)$$

onde $T(t, t_V) = du(t, t_V)/252$. Agora, a taxa de retorno de índices de inflação representa a taxa de inflação π no período (t_1, t_2)

$$\frac{I_{t_2}}{I_{t_1}} - 1 = \pi(t_1, t_2) \quad (21)$$

e a relação entre taxa real $tx_r(t_1, t_2)$, taxa nominal $tx(t_1, t_2)$ e a taxa de inflação (não elevamos ao prazo anualizado a taxa de inflação porque ela já está no período) é

$$(1 + \pi(t_1, t_2)) (1 + tx_r(t_1, t_2))^{T(t_1, t_2)} = (1 + tx(t_1, t_2))^{T(t_1, t_2)}$$

ou

$$\frac{I_{t_2}}{I_{t_1}} (1 + tx_r(t_1, t_2))^{T(t_1, t_2)} = (1 + tx(t_1, t_2))^{T(t_1, t_2)}. \quad (22)$$

Então, trocando o termo de taxa real em (20) segundo (22),

$$\begin{aligned} VP_t &= \frac{I_t}{I_{t_0}} \frac{I_{t_V}}{I_t} \frac{F(t_V)}{(1 + tx(t, t_V))^T} \\ &= \left(\frac{I_{t_V}}{I_t} \right) \frac{\frac{I_t}{I_{t_0}} F(t_V)}{(1 + tx(t, t_V))^T}. \end{aligned} \quad (23)$$

A relação I_t/I_E representa a inflação entre a emissão e a data de valoração; I_t incorpora um *accrual* de inflação que depende da projeção de inflação do próximo índice a ser divulgado, mas isto não é um risco, pois estamos falando de uma componente representada por uma parte passada,

aceita como a inflação da data t . A multiplicação por I_t/I_E corresponde à correção do VNA_E da NTN-B. Já o termo $I_{t'}/I_t$ é uma inflação futura (que incorpora também o restante da correção da inflação projetada para a próxima data) e, portanto, representa um risco. O outro risco para o valor de marcação é a taxa nominal $tx(t, t_V)$. Assim, o risco de um fluxo descontado pela taxa real tem como risco a mesma (com dependência inversa, que representamos por (-)), mas pode ser também visto como risco de taxa futura de inflação (+) e de taxa pré (-).

Para a NTN-B, poderíamos ter, no caso de desconto por uma curva selic (alternativamente, por uma TIR nominal, ao invés de uma TIR real)

$$P_t = \left[\sum_{i=1}^n \frac{C_i}{\left(1 + \frac{tx_{selic}(t, t_i)}{100}\right)^{\frac{DU(L, t_i)}{252}}} \right] + \frac{100}{\left(1 + \frac{tx_{selic}(t, t_n)}{100}\right)^{\frac{DU(L, t_n)}{252}}} \quad (24)$$

$$VNA_t = VNA_E \times \frac{I_t}{I_E}$$

$$PU_t = \left(\frac{I_V}{I_t} \right) \times VNA_t \times \frac{P_t}{100}$$

onde explicitamos que I_V é o índice (projetado) para o vencimento.

7.2 Resultado de uma NTN-B

A taxa de juros diária usada para corrigir um fluxo de uma NTN-B a fim de se apurar o resultado deve ser uma taxa real. Os VNAs de uma NTN-B de mercado e aquele de uma NTN-B da qual se quer apurar o resultado são os mesmos. Então,

$$P\&L(t_0, t) = Q \times VNA_t \times \left(P_t + \left(\sum_{i=t_j}^t C_j \times f_{real}(t_j, t) \right) - P_{t_0} \times f_{real}(t_0, t) \right) \quad (25)$$

$$VNA_t = VNA_E \times \frac{I_t}{I_E} \quad (26)$$

$$f_{real}(t_a, t_b) = \prod_{i=t_a}^{t_b} (1 + tx_i^{real}(aa))^{1/252} \quad (27)$$

$$(1 + tx_i^{real}(aa))^{1/252} = \frac{(1 + tx_i^{selic}(aa))^{1/252}}{\frac{I_i}{I_{i-1}}} \quad (28)$$

onde $tx_i^{real}(aa)$ é a taxa real diária, anualizada. Desenvolvendo um pouco mais,

$$VNA_t = VNA_E \times \frac{I_0}{I_E} \times \frac{I_t}{I_0} = VNA_0 \times \frac{I_t}{I_0} \quad (29)$$

$$f_{real}(t_a, t_b) = \frac{1}{\frac{I_b}{I_a}} \prod_{i=t_a}^{t_b} (1 + tx_i^{selic}(aa))^{1/252} = \frac{1}{\frac{I_b}{I_a}} \times f_{selic}(t_a, t_b) \quad (30)$$

$$\therefore P\&L(t_0, t) = Q \times \left(VNA_t \times P_t + \left(\sum_{i=t_j}^t C_j \times f_{real}(t_j, t) \right) - P_{t_0} \times VNA_0 \times f_{selic}(t_0, t) \right) \quad (31)$$

7.3 Exemplo

Em 07/02/2020, a NTN-B de vencimento 15/05/2021 tem TIR $y = 1,0800\%aa$. Os fluxos futuros ocorrem em 17/05/2021 (360 du), 16/11/2020 (192 du) e 15/05/2020 (65 du). A taxa de cupom semestral é de $6\%aa$. A partir de (14), $C = 2,956301$. Temos a cotação

$$\begin{aligned} P &= \frac{2,956301}{\left(1 + \frac{1,0800}{100}\right)^{\frac{65}{252}}} + \frac{2,956301}{\left(1 + \frac{1,0800}{100}\right)^{\frac{192}{252}}} + \frac{2,956301 + 100}{\left(1 + \frac{1,0800}{100}\right)^{\frac{360}{252}}} \\ &= 2,9481210813 + 2,9322040337 + 101,5787528759 = 107,4590 \end{aligned} \quad (32)$$

Para obter a correção do VNA, notamos que 07/02/2020 é a data de divulgação do índice. Trata-se, então, do caso 2, dado por (17)

$$\begin{aligned} VNA &= \frac{5320,25}{1614,62} \times \left(\frac{5331,42}{5320,25} \right)^{\frac{17}{23}} \\ &= 3295,04775117365 \times 1,00155139852646 = 3300,159683 \end{aligned} \quad (33)$$

Por (19),

$$PU = 3300,159683 \times \frac{107,4590}{100} = 3546,318593$$

Datas de Divulgação IPCA 2020

Confira abaixo as datas previstas para divulgação do IPCA 2020

Período	Data da Divulgação
Dezembro/19	10/01/2020
Janeiro/ 20	07/02/2020
Fevereiro/20	13/03/2020
Março/20	09/04/2020
Abril/20	08/05/2020
Maio/20	10/06/2020
Junho/20	10/07/2020
Julho/20	07/08/2020
Agosto/20	09/09/2020
Setembro/20	09/10/2020
Outubro/20	06/11/2020
Novembro/20	08/12/2020
Dezembro/20	12/01/2021

Figura 5: Datas de divulgação do índice IPCA

IPCA	validade	data de divulgação
mês anterior à data-base (jun2000)	1614,62	
mês anterior à data de liquidação (dez2019)	5320,25	15/01/2020
mês da data de liquidação (jan 2020)	5331,42	07/02/2020
du última data de validade e data Liquidação	17,00	
du última data de validade e a próxima	23,00	
fator pro-rata pós-divulgação	1,00155139852646	
VNA anterior	3295,0477510000000000	
VNA	3300,159683000	

Figura 6: Determinação e fator de correção de inflação em 07/02/2020.

Papel IPCA		NTN-B - Taxa (% a.a.)/252								
Código SELIC	Data Base/Emissão	Data de Vencimento	Tx. Compra	Tx. Venda	Tx. Indicativas	PU	Intervalo Indicativo			
							Mínimo (D0)	Máximo (D0)	Mínimo (D+1)	Máximo (D+1)
760199	15/07/2000	15/08/2020	1,4318	1,3743	1,4048	3.470,886843	1,1079	1,9443	1,1301	1,9214
760199	15/07/2000	15/05/2021	1,0950	1,0697	1,0800	3.546,318593	0,9083	1,2864	0,8883	1,2664
760199	15/07/2000	15/08/2022	1,7932	1,7680	1,7800	3.730,078085	1,5312	1,9969	1,5260	1,9917
760100	15/07/2000	15/03/2023	--	--	1,9966	3.766,950769	1,7250	2,1910	1,7515	2,2174
760199	15/07/2000	15/05/2023	2,0144	1,9809	1,9994	3.754,766579	1,7286	2,1975	1,7579	2,2267
760199	15/07/2000	15/08/2024	2,3436	2,3151	2,3300	3.902,201213	2,0504	2,5318	2,0804	2,5618
760199	15/07/2000	15/05/2025	2,5127	2,4838	2,5000	3.903,234163	2,2338	2,6973	2,2539	2,7173
760199	15/07/2000	15/08/2026	2,6453	2,6179	2,6342	4.043,702160	2,3754	2,8015	2,3996	2,8258
760199	15/07/2000	15/08/2028	2,8516	2,8225	2,8373	4.165,755266	2,5965	2,9754	2,6238	3,0027
760199	15/07/2000	15/08/2030	3,0271	2,9985	3,0140	4.262,872365	2,7945	3,1554	2,8184	3,1794
760199	15/07/2000	15/05/2035	3,2447	3,2125	3,2300	4.423,982860	3,0259	3,3733	3,0439	3,3913
760199	15/07/2000	15/08/2040	3,4427	3,4056	3,4236	4.621,744929	3,2252	3,5540	3,2365	3,5655
760199	15/07/2000	15/05/2045	3,5066	3,4758	3,4900	4.710,202409	3,2965	3,6147	3,3026	3,6210
760199	15/07/2000	15/08/2050	3,5025	3,4729	3,4863	4.924,815094	3,3039	3,6139	3,2988	3,6090
760199	15/07/2000	15/05/2055	3,5117	3,4770	3,4929	4.995,441811	3,3055	3,6099	3,3055	3,6102

Quando uma taxa for interpolada será apresentada em negrito.

Os preços unitários são calculados a partir da projeção para o IPCA apurada pela Comitê de Acompanhamento Macroeconômico da ANBIMA para o mês, à exceção do período entre o dia de divulgação do IPCA final e o dia 15 do mês corrente, caso em que é utilizado o próprio índice do mês anterior, divulgado pelo IBGE.

IPCA final para Janeiro : 0,21%

Figura 7: Cotações de mercado de NTN-B em 07/02/2020. Fonte: Anbima [MercSec-Anbima]

8 LFT

O PU da Letra Financeira do Tesouro (LFT) de vencimento V paga a taxa selic diária (*overnight*) acumulada em um período, compreendido entre a data-base t_B (inclusive) e a data de liquidação t_L (exclusive). A data-base é, por padrão, definida como 03/07/2000.

A LFT possibilita ao investidor obter o rendimento da taxa selic entre a data de aquisição e a data de venda, a menos de um fator de mercado de deságio ou ágio. Trata-se de um título pós-fixado, portanto.

O valor nominal atualizado (VNA) é dado por

$$VNA = 1000 \times f_{selic}(t_B, t_{L-1}) \quad (34)$$

$$f_{selic}(t_1, t_2) = \prod_{i=t_1}^{t_2} f_i \quad (35)$$

$$f_{selic}(t_i, t_{i+1}) \equiv f_i \quad (36)$$

$$f_i = (1 + s_i)^{1/252} \quad (37)$$

onde s_i é a taxa selic diária, expressa ao ano. Esta é a forma de acumular sem arredondamento. Para aplicar o arredondamento no fator, cada etapa i deve ser arredondada:

$$f_{selic}(t_1, t_n) = \text{round}(f_{selic}(t_1, t_{n-1}) \times f_i; A_f) \quad (38)$$

$n = 2, \dots$ A_f é o número de casas a arredondar o fator ($A_f = 8$)

O acumulado final, $f_{selic}(t_B, t_{L-1})$, é arredondado com $A_a = 16$

$$f_{selic}(B, L-1) \rightarrow \text{round}(f_{selic}(t_B, t_{L-1}), A_a) \quad (39)$$

Até aqui, a LFT ofereceria o rendimento acumulado da selic diária no período que o título permanecer com o investidor. No mercado, uma LFT é negociada com ágio (deságio), pagando-se a mais (menos) que o VNA, de acordo com a taxa de retornor - truncada na 4a casa ($T_R = 4$), considerando o formato percentual - que define a cotação C . Esta deve ser truncada na 4a casa ($T_C = 4$).

$$C = \frac{100}{\left(1 + \frac{r}{100}\right)^{T(t_L, t_V)}} \quad (40)$$

De forma que o PU com desconto PU_{disc} , sendo que o desconto pode resultar num ágio, quando $r < 0$; truncado na 6a casa ($T_{PU} = 6$) é

$$PU_{disc} = \frac{VNA \times C}{100} \quad (41)$$

8.1 Resultado de LFT

O resultado de uma LFT deve levar em conta no preço de aquisição o fator de ágio ou deságio envolvido na aquisição, ou seja, $PU_{disc}(t_0)$. Já o PU de mercado também envolve o desconto de mercado $r(t)$ na data de valoração t , $PU_{disc}(t)$

$$P\&L(t_0, t) = Q \times (PU_{disc}(t) - PU_{disc}(t_0) \times f_{selic}(t_0, t)) \quad (42)$$

8.2 Exemplo

Calcule o PU da LFT de vencimento 01/03/2020, com taxa de retorno de $r = 0.0031\%$ (deságio), na data de liquidação 07/02/2020, obtendo o valor segundo a tabela abaixo.

Número de dias úteis entre a data de liquidação t_L e o vencimento t_V : 13.

Selic diária acumulada entre 03/07/2000 a 06/02/2020: $f_{selic}(t_B, t_{L-1}) = 10,5184183877665$.

VNA: $VNA = 1000 \times f_{selic}(t_B, t_{L-1}) = 1000 \times 10,5184183877665 = 10518,4183877665$.

Cotação, a partir do retorno:

$$C = \frac{100}{\left(1 + \frac{0.0031}{100}\right)^{13/252}} = 99,9998$$

PU:

$$PU = 10518,4183877665 \times \frac{99,9998}{100} = 10518,397350$$

Títulos Públicos Federais										07/Fev/2020
Papel POS-SELIC		LFT - Rentabilidade (% a.a.)/252								
Código SELIC	Data Base/Emissão	Data de Vencimento	Tx. Compra	Tx. Venda	Tx. Indicativas	PU	Intervalo Indicativo			
							Mínimo (D0)	Máximo (D0)	Mínimo (D+1)	Máximo (D+1)
210100	01/07/2000	01/03/2020	--	--	0,0031	10.518,397350	0,0011	0,0058	0,0011	0,0060
210100	01/07/2000	01/09/2020	--	--	0,0030	10.518,239573	0,0014	0,0047	0,0013	0,0048
210100	01/07/2000	01/03/2021	--	--	0,0054	10.517,818837	0,0013	0,0072	0,0013	0,0072
210100	01/07/2000	01/09/2021	--	--	0,0061	10.517,419137	0,0044	0,0084	0,0043	0,0084
210100	01/07/2000	01/03/2022	--	--	0,0081	10.516,672329	0,0064	0,0110	0,0065	0,0108
210100	01/07/2000	01/09/2022	--	--	0,0114	10.515,347008	0,0092	0,0131	0,0092	0,0131
210100	01/07/2000	01/03/2023	--	--	0,0126	10.514,379314	0,0107	0,0160	0,0108	0,0159
210100	01/07/2000	01/09/2023	--	--	0,0143	10.513,075030	0,0124	0,0180	0,0124	0,0180
210100	01/07/2000	01/03/2024	--	--	0,0176	10.510,950309	0,0136	0,0196	0,0137	0,0196
210100	01/07/2000	01/09/2024	--	--	0,0181	10.509,772247	0,0152	0,0202	0,0152	0,0203
210100	01/07/2000	01/03/2025	--	--	0,0184	10.508,646776	0,0159	0,0209	0,0160	0,0209
210100	01/07/2000	01/09/2025	--	--	0,0185	10.507,637008	0,0162	0,0214	0,0163	0,0214
210100	01/07/2000	01/03/2026	--	--	0,0179	10.507,047976	0,0151	0,0225	0,0155	0,0222

Quando uma taxa for interpolada será apresentada em negrito.

Figura 8: Cotações de mercado de LFT em 07/02/2020. Fonte: Anbima [MercSec-Anbima].

Referências

- [Clculo - Anbima] Conselho de regulação e melhores práticas de mercado aberto - deliberação No 3. Anbima. Dispon{1}vel neste endere{c}o.
- [Proj. Anbima] Projeção de IPCA pela Anbima. Dispon{1}vel neste endere{c}o.
- [IPCA-Histrico] Índices IPCA - IBGE. Dispon{1}vel neste endere{c}o.
- [MercSec-Anbima] Mercado secundário de Títulos Públicos. Dispon{1}vel neste endere{c}o..
- [PU-LFT Anbima] Checagem de PU de LFT - Anbima. Dispon{1}vel neste endere{c}o.
- [Selic Diria] Série Selic Diária. Dispon{1}vel neste endere{c}o.
- [Tesouro -Clculo] Metodologia de cálculo de Títulos Públicos - Tesouro. Dispon{1}vel neste endere{c}o.