



# Apreçamento de Debêntures no Mercado Brasileiro

Caio Almeida , Fundação Getulio Vargas – RJ

27 de Maio de 2010

# Apreçamento de Ativos Privados: Desafios



- ▶ Poucos preços negociados em mercado devido a falta de liquidez
- ▶ Número reduzido de ativos (por classificação de crédito)
- ▶ Inexistência de padronização nos fluxos dos ativos, e opções embutidas
- ▶ Dificuldade de modelagem: Como separar risco de crédito de risco de liquidez?
- ▶ Sob estas condições, como se obtém uma curva de juros para tal mercado?
- ▶ Analisamos o caso específico de debêntures no Brasil.



# Importância da Estimação de uma Curva de Referência

- ▶ Se a ANBIMA disponibilizar uma curva de juros de referência de debêntures, é possível:
  - ▶ i) Utilizar esta curva para estimação do risco de mercado de carteiras que contém debêntures.
  - ▶ ii) Extração da probabilidades de default implícita nos preços das debêntures.
    - Utilização da curva de swap pré-DI x curva de debêntures
  - ▶ iii) Apreçamento de debêntures recentemente emitidas.
  - ▶ iv) Quantificação dos riscos de crédito relativos entre diferentes classes (AAA, AA, A, etc...)

# Tipos de Modelos Possíveis



- ▶ Modelos Estruturais – Merton (1974)
  - Preço dos títulos em função dos ativos da firma
  - Do ponto de vista empírico, gera spreads baixos para títulos corporativos quando comparados a spreads de mercado.
  
- ▶ Modelos Livres de Arbitragem – Duffie e Singleton (1999)
  - Modelos dinâmicos que descrevem a trajetória da taxa de curto prazo do mercado
  - Úteis para apreçar opções embutidas
  - Difíceis de se estimar: Necessidade de uma estimação em painel.
  
- ▶ Modelos Estatísticos – Nelson e Siegel (1987)
  - Propõem uma forma paramétrica para a curva de juros
  - São estáticos, estimados dia a dia.
  - Mais simples de estimar e atingem menores erros nos preços dos ativos.

# Uma Breve Descrição dos Dados: Debêntures



- ▶ Dados disponíveis em um dia típico no ano de 2009:
- ▶ No dia 09/12/2009: Preços coletados disponíveis para um total de 78 debêntures.
- ▶ Entre estas, 46 não apresentavam opções embutidas e 32 apresentavam.
- ▶ Classificações de Crédito: 9 AAA, 35 AA, e 34 A

# Modelo Proposto



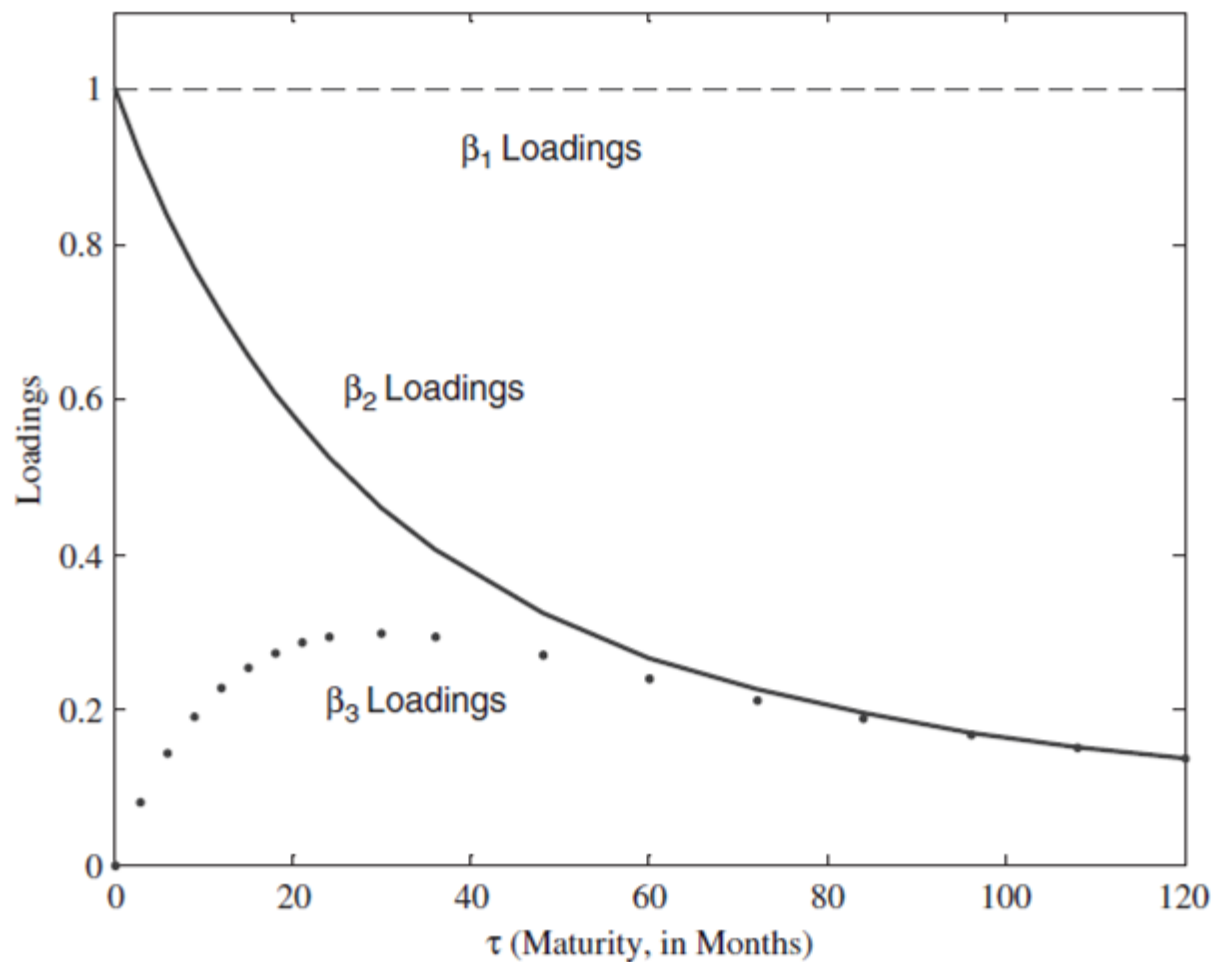
- ▶ Modelo estatístico : Curva de juros é descrita por 3 tipos de movimentos: Mudanças no nível, na inclinação e na curvatura.
- ▶ Movimentos capturados por exponenciais como em Nelson e Siegel (1987)
- ▶ 
$$R(T) = c_0 + c_1 e^{-T\lambda} + c_2 \frac{(1 - e^{-T\lambda})}{T\lambda} + c_2 \left( \frac{(1 - e^{-T\lambda})}{T\lambda} - e^{-T\lambda} \right)$$
- ▶ Preços coletados pela ANBIMA são utilizados como dados de entrada.
- ▶ Como lidar com o problema de poucas debêntures em alguns dos níveis de classificação de crédito?
- ▶ Curvas com pior crédito apresentam um spread sobre crédito imediatamente superior.

# Diversas Curvas de Juros para Diferentes Riscos de Crédito



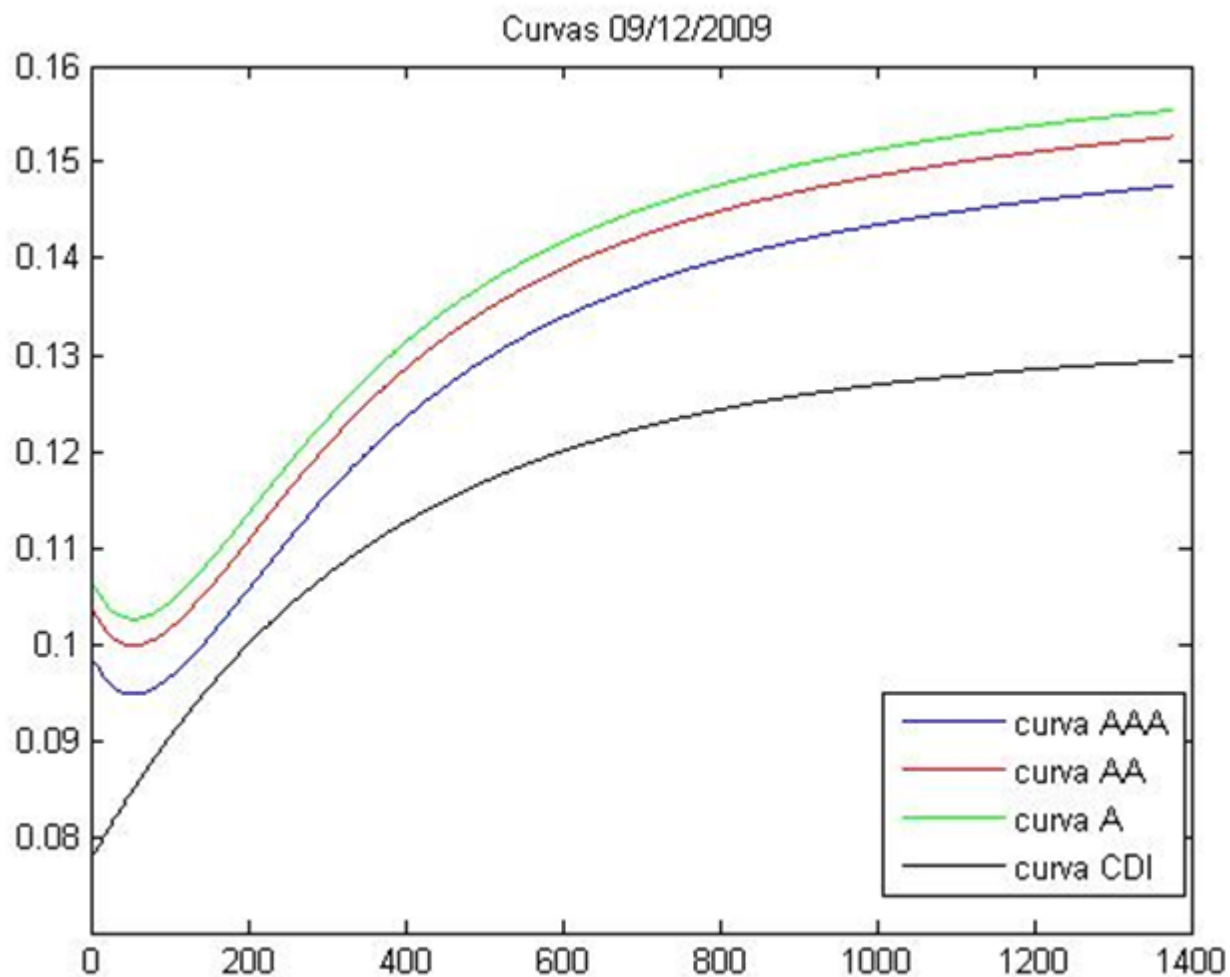
- ▶ Então, por exemplo, a curva RAAA das debêntures AAA será a de menores juros entre todas as classificações de crédito.
- ▶ Curva RAA = RAAA + spread de crédito entre AAA e AA
- ▶ Curva RA = RAA + spread de crédito entre AA e A
- ▶ Vantagem: É possível se estimar todas as curvas simultaneamente e resolver o problema de número pequeno de ativos para uma determinada classificação de crédito.
- ▶ Modelo é estimado de forma a minimizar os quadrados dos erros dos preços de todas as debêntures em um dado dia: 6 parâmetros e 78 ativos.

# Tipos de Movimentos nas Curvas de Juros





# Exemplo de uma curva típica



# Dificuldades na Estimação



- ▶ Existências de Opções Embutidas:
  - Direitos da empresa emissora de recomprar a debênture.
  - Em geral passam a valer a partir de uma determinada data. Como apreçar?
- ▶ Estimação é baseada em problema de otimização não-linear: Instabilidade
- ▶ Análise dos resíduos dos preços: Quais características são importantes?
  - Erros médios da ordem de 20 a 30 pontos base. Tentativa de explicar tais erros por: diferenças em cupons, idade dos títulos, taxação, liquidez
- ▶ Combinar preços coletados com preços de mercado.
- ▶ Incorporar medidas de liquidez (dispersão, bid-ask) na estimação



- ▶ São apreçadas através de modelos dinâmicos para a curva de juros.
  - Hull and White (1994)
- ▶ A grande maioria dos trabalhos na literatura trata o caso de título livre de risco com opção embutida
  - Exceções: Berndt (2004), e Jarrow, Li, Liu and Wu (2010).
  - Estimam intensidades de default específica para cada título.
  - Não extraem uma curva de juros comum ao mercado de títulos corporativos.
- ▶ Nossa proposta é a de combinar um modelo dinâmico com um estatístico:
  - Inicialmente se estima a curva com debêntures sem opções embutidas
  - Em seguida, se utiliza esta curva como entrada para um modelo dinâmico para estimar os preços das opções embutidas nas outras debêntures.
  - Finalmente, se estima novamente a curva de juros do mercado de debêntures utilizando todas as debêntures