Implementacija QuickSort algoritma u AEC-u

Autor: Teo Samaržija

Sažetak: *AEC je pojednostavljeni niski programski jezik koji je autor osmislio za potrebe komuniciranja sa svojim jednostavnim compilerom, koji je radio u nastojanju da bolje shvati kako funkcioniraju compileri. U ovom seminaru opisuje se autorov pokušaj da efikasno implementira QuickSort (*quick *na engleskom znači* brz*, a* sort *znači* razvrstati*), jedan od najčešće korištenih algoritama razvrstavanja prema nekoj poredbenoj funkciji, u tom jeziku. Također se opisuje i pokušaj da se tehnikom mekanog programiranja (točnije, genetskim algoritmom) dođe do formule koja će predviđati koliko će usporedbi QuickSort napraviti na nekom nizu prije no što ga razvrsta do kraja. Naivni genetski algoritam, nažalost, došao je do formule koja relativno dobro opisuje ponašanje QuickSorta na velikim nizovima (za koje mu je autor dao rezultate mjerenja), ali koja drastično precjenjuje broj usporedbi koje će QuickSort napraviti za male već razvrstane nizove.*

O AEC-u

AEC (kratica od *Arithmetic Expression Compiler* – sastavljač aritmetičkih izraza) je, kao što piše u sažetku, pojednostavljeni niski (relativno blizak asemblerskom) programski jezik koji je autor osmislio za potrebe komuniciranja sa svojim jednostavnim compilerom. Osmišljen je da bude, prije svega, jednostavan za prevoditi na asemblerski jezik, a da ipak nema previše zbunjujuću sintaksu (jezik sličan LISP-u možda bi bio još lakšim za prevoditi na asemblerski jezik, jer ga je lakše parsirati, no autor smatra da LISP ima previše zbunjujuću sintaksu, barem za ljude koji s njom nisu uopće upoznati). Autor je napravio nekoliko odluka koje bi jezik učinile lakši za prevoditi na asemblerski jezik, ali koje bi znatno otežale proširivanje jezika: compiler zahtijeva da programer sam deklarira varijable u umetnutim isječcima asemblerskog koda, jezik podržava samo jedan tip podatka (32-bitni decimalni broj), nizovi se podataka tretiraju kao asemblerske funkcije, te parser podržava samo funkcije s do dva argumenta i funkcije koje nisu uprogramirane u parser mogu imati samo jedan argument.

O compileru za AEC

Compiler za AEC pisan je u JavaScriptu i C-u, povezanih preko Duktape radnog okvira. Duktape (engleski za *ljepljiva traka,* u smislu *radni okvir koji spaja dva veoma različita programska jezika*) je interpreter za JavaScript pisan u cijelosti u C-u, po standardu C99 (koji prihvaća svaki današnji compiler za C), dostupan pod MIT licencom. Dakle, compiler za AEC sastoji se od četiri datoteke koda: *aec.c*, *compiler.js, duktape.c* i *control.js*[1], od kojih je *aec.c, compiler.js* i *control.js* napisao sam autor, i ukupno te tri datoteke imaju oko 2'000 redaka koda. *Aec.c* sastoji se od potprograma za inicijaliziranje Duktapea, funkcije koja, na zahtjev od *compiler.js,* pretvara decimalne brojeve u heksadekadski IEEE 754 zapis (pomoću C-ove poznate naredbe *sprintf*), potprograma koji čita sadržaj *.aec* datoteke (gdje je spremljen neki kod na jeziku AEC) i šalje ga do *control.js*, potprograma koji na zaslon ispisuje poruke o pogrešci koje mu šalje *compiler.js,* te potprograma koji zapisuje asemblerski kod koji mu šalju *control.js* i *compiler.js* u *.asm* datoteku. Funkcija za pretvorbu decimalnog broja u heksadekadski, na primjer, izgleda ovako:

```
static duk_ret_t getIEEE754(duk_context *ctx)
{
	static char polje[16];
	float broj=duk_to_number(ctx,0);
	sprintf(polje,"0x%X",*(int*)(&broj));
	duk_push_string(ctx,polje);
	return 1;
```

1 Dostupni u ZIP-arhivi na https://flatassembler.000webhostapp.com/Duktape.zip
Detaljne upute kako ih compilirati dostupni su u ovom videu: https://youtu.be/N2C1i8CW7Io

```
}
```
`duk_ret_t` (malim početnim slovom, važno je jer C razlikuje velika i mala slova) je cijeli broj koji označava koliko smo podataka vratili u JavaScript. `duk_context` (ponovno, malim početnim slovom, inače je to u C-u gramatički netočno) je JavaScriptina virtualna mašina. `duk_to_number` vraća podatak koji je na vrhu sistemskog stoga JavaScriptine virtualne mašine, pod pretpostavkom da je taj podatak broj (ako nije, program prestaje s radom s porukom o fatalnoj pogrešci). `duk_push_string` stavlja niz znakova na vrh sistemskog stoga te JavaScriptine virtualne mašine, tako da ga program koji se pokreće na njoj može čitati.[2]

Control.js sastoji se od jedne dugačke funkcije koja prima jednu liniju koda od *aec.c* (naravno, posredstvom *duktape.c*-a), ekstrapolira aritmetički izraz iz nje, šalje taj izraz do *compiler.js*, te obradi ostatak te linije. Recimo, ako linija AEC-ovskog koda glasi `If a<b,` tada se `a<b` šalje do *compiler.js*, a `If` se zasebno obrađuje. U JavaScriptu to izgleda ovako:

```
if (/^If/.test(str))
{
      var arth=str.substr("If ".length);
      parseArth(tokenizeArth(arth)).compile();
      asm("fistp dword [result]");
      asm("mov eax,[result]");
      asm("test eax,eax");
      var label1="l"+(Math.floor(Math.random()*1000000));
      var label2="l"+(Math.floor(Math.random()*1000000));
      stack.push(label2);
      stack.push(label1);
      asm("jz "+label1);
      hasElse.push(false);
}
```

`/^If/` je regularni izraz koji prihvaća svaki niz znakova čiji je prvi znak 'I' (veliko slovo 'i'), a drugi znak malo slovo 'f'. `parseArth` (da, i JavaScript razlikuje velika i mala slova, i bilo bi pogrešno napisati `ParseArth`) i `tokenizeArth` su potprogrami koje je autor napisao u datoteci *compiler.js*. `tokenizeArth` prima od *control.js* niz znakova koji predstavljaju aritmetički izraz, a potprogramu koji ga je pozvao (upravo *control.js*-u) vraća niz sastavljen od nizova znakova. Zatim *control.js* šalje taj niz nizova znakova potprogramu `parseArth`. Ovakvu skraćenu gramatičku konstrukciju omogućuje to što su potprogrami `parseArth` i `tokenizeArth` u *compiler.js* deklarirani kao funkcije. Glavni razlog zašto sam ih deklarirao kao funkcije, a ne kao module, je to što sam često koristio zastarjele ili namjerno ograničene interpretere za JavaScript, a mnogi od njih ne podržavaju module (ni Internet Explorer ni Duktape ih ne podržavaju). `compile` je *metoda* koju imaju objekti koje stvara *prototipna funkcija* `Token`, a koje pozivatelju vraća `parseArth`. *Metoda* i *prototipna funkcija* su termini iz naprednog objektivnog orijentiranog programiranja, nije važno ako ne znate što znače. U slučaju da to nekog utješi, starije verzije JavaScripta (a značajke novijih verzija JavaScripta nisu korištene u ovom programu da se ne naleti na probleme s kompatibilnosti) nisu imale klase, nego se u njima objektivno orijentirano programiranje radilo na malo drukčiji način nego u drugim jezicima. *Prototipna funkcija* približno odgovara konstruktoru u drugim jezicima. `asm` je potprogram koji preko Duktapea do *aec.c* šalje niz znakova (ako je sve u redu, na gramatički točnom i smislenom asemblerskom jeziku) koji se treba napisati u datoteku *.asm*, a potprogramu koji ga je pozvao ne šalje ništa.

Jezgra compilera je, naravno, datoteka *compiler.js*. U nesažetom obliku ona sadrži nešto manje od 1700 redaka. Da opišem kako kod u njoj funkcionira, vjerojatno je najjednostavnije da je podijelim na četiri dijela: dio uglavnom neovisan o okruženju u kojem se vrti, dio koji pretpostavlja da okruženje u kojem se vrti može interpretirati osnovni HTML, dio koji pretpostavlja da okruženje u kojem se vrti podržava i osnovni HTML i osnovni DOM (*Document Object Model – objektivni model dokumenta* - protokol kojim programi kao što su Trident, ugrađen u Internet Explorer, Gecko,

2 Izvor: https://duktape.org/api.html

ugrađen u Firefox, Blink, ugrađen u Chrome, ili WebKit, ugrađen u Safari i Android Stock Browser, komuniciraju s programima pisanima u JavaScriptu), te dio koji pretpostavlja da okruženje u kojem se pokreće podržava napredni HTML, relativno napredni DOM i osnovni SVG (*Scalable Vector Graphics – vektorska grafika promjenjive veličine* - protokol kojim JavaScriptski programi mogu reći Tridentu i sličnim programima da crtaju vektorsku grafiku). Ovdje u Duktapeu samo se dio koji je uglavnom neovisan o okruženju u kojem se vrti može vrtjeti. To uključuje već spomenute potprograme `tokenizeArth`, tokenizer, `parseArth`, parser, te metode koje imaju objekti koje stvara funkcija `Token`, uključujući `compile`, po kojoj se ovaj program i zove compiler, te `interpret`, evaluator aritmetičkih izraza koje je `parseArth` već parsirao. Kažem da je uglavnom neovisan, jer on na jednom mjestu pita okruženje u kojem se vrti (Duktape, SpiderMonkey, V8, Chakra, Rhino...) zna li što znači `getIEEE754`, rečenicom `if (typeof getIEEE754 != "function")`. To je zapravo riječ koju je autor ovog teksta izmislio, i JavaScriptinom okruženju što to znači treba objasniti neki potprogram koji nije pisan u JavaScriptu, kao što je gore napravljeno u C-u. Compiler za AEC cilja ponajprije da u *.asm* ispisuje kod koji je kompatibilan s compilerom za asemblerski jezik koji se zove FlatAssembler. No, on isto tako cilja i da se asemblerski kod koji on ispiše lako prebaci na neki drugi asemblerski compiler. FlatAssembler može sam pretvarati decimalne brojeve u IEEE754 zapis, kakav se nalazi u strojnom jeziku (nule i jedinice koje računalo može razumjeti bez pomoći dodatnih programa). No, većina compilera za asemblerski jezik ne zna sama pretvarati decimalne brojeve u IEEE754. Također, nije očito kako pretvoriti decimalni broj u IEEE754 zapis u starijim verzijama JavaScripta, a da se dobije najveća preciznost koju 32-bitni IEEE754 zapis dopušta. No, očito je kako to napraviti u C-u, i u brojnim drugim jezicima. Vjerojatno je moguće to napraviti u modernom JavaScriptu koristeći nizne sabirnice (`ArrayBuffer`), no ni to nije baš očito kako.

Tokenizer je dio compilera koji razdvaja riječi iz programskog jezika, koji ostalim dijelovima compilera označava gdje završava koja riječ. Kao primjer kako funkcionira taj moj tokenizer, dat ću dio programa koji provjerava jesu li brojevi ispravno napisani (sadrži li možda decimalni broj dvije decimalne točke...):

```
if (ret[i].charAt(0) >= '0' && ret[i].charAt(0) <= '9')
{
	var decimal = 0;
	for (var j = 0; j < ret[i].length; j++)
	{
		if (decimal && ret[i].charAt(j) == '.' ||
(ret[i].charAt(j) < '0' || ret[i].charAt(j) > '9') &&
ret[i].charAt(j) != '.')
		{
			alert("Tokenizer error: Can't assign the type to the
token \'" + ret[i] + "\'.");
			alerted = 1;
			return ret;
		} else if (!decimal && ret[i].charAt(j) == '.')
			decimal = 1;
	}
}
```

Ovdje `alert`, ukoliko se program vrti u internetskom pregledniku, prikazuje skočni prozor s porukom o pogrešci. Inače, on baca niz znakova koji mu je dan kao argument (između okruglih zagrada `'('` i `')'`) kao iznimku (engleski *exception*, način na koji se, u objektivno orijentiranom programiranju, potprogrami međusobno obavještavaju o pogreškama). U Duktapeu ta se se iznimka onda, kako je *compiler.js* nigdje ne hvata, šalje u *control.js*, pa zatim u Duktape, pa zatim Duktape poziva C funkciju iz *aec.c* koja mu je zadana za ispisivanje poruka o pogrešci. Ta funkcija također ispisuje i redak programa pisanog u AEC-u gdje je do pogreške došlo. Smatram da se iz ovoga može shvatiti kako funkcionira tokenizer tog compilera za AEC.

Parser je dio compilera koji ostalim dijelovima compilera označava koja je riječ u programskom jeziku sintaksno povezana s kojom. To se radi pravljenjem sintaksnih stabala u memoriji. Većina compilera, još od doba prvih viših programskih jezika, za parsiranje aritmetičkih i logičkih izraza koristi Dijkstrin Shunting-Yard algoritam. Njegova prednost je to što se vrti u linearnom vremenu. Compiler za AEC ga ne upotrebljava, nego je autor osmislio svoj algoritam koji se lako iskaže u JavaScriptu. On se vrti u kvadratnom vremenu ako nema zagrada, te u kubnom vremenu ako ima zagrada. Iako je to u teoriji mnogo lošije od Shunting Yarda, u praksi se na današnjim računalima čak i najduži izrazi koji se u praksi nalaze u programima compiliraju u zanemarivo kratkom vremenu. Kao primjer kako funkcionira parser u compileru za AEC, evo koda koji radi s logičkim operatorima `&` (logičko I) i `|` (logičko ILI):

```
for (var i = 0; i < arth.length; i++)
     if ((arth[i].text == '&') && !arth[i].operands.length)
     {
          if (arth.length - 1 == i || !i)
          {
               alerted = 1;
               alert("Parser error: The binary operator \'" +
arth[i].text + "\' has less than two operands.");
               return arth[0];
          }
          arth[i].operands.push(arth[i - 1]);
          arth[i].operands.push(arth[i + 1]);
          arth.splice(i - 1, 1);
          arth.splice(i, 1);
          i--;
     }
for (var i = 0; i < arth.length; i++)
     if ((arth[i].text == '|') && !arth[i].operands.length)
     {
          if (arth.length - 1 == i || !i)
          {
               alerted = 1;
               alert("Parser error: The binary operator \'" +
arth[i].text + "\' has less than two operands.");
               return arth[0];
          }
          arth[i].operands.push(arth[i - 1]);
          arth[i].operands.push(arth[i + 1]);
          arth.splice(i - 1, 1);
          arth.splice(i, 1);
          i--;
}
```

`for`-petlja koja traži `&`-e izvršava se prije `for`–petlje koja traži `|`-e jer logički operator `&` u AEC-u, kao i u većini programskih jezika, ima veći prioritet od logičkog operatora `|`. Gotovo identičan algoritam je za aritmetičke operatore. Dakle, taj program opet i opet prolazi kroz niz `Token`-a zvan `arth`. Kada se zadovolje uvjeti za to, prethodni i sljedeći element tog niza dodaju se u polje `operands`, koje je svojstvo (engleski *property,* u objektivno orijentiranom programiranju, to je objekt ili varijabla koji se nalaze u drugom objektu) `Token`-a (prije tih `for`-petlji, `operands` je za svaki element tog polja prazan niz), te se JavaScript naredbom `splice` brišu iz niza `arth`. Ako je sve u redu (nema *unexpectednih tokensa*, neočekivanih oznaka), na kraju parsiranja u `arth`-

u je samo jedan `Token`, koji je onda korijen sintaksnog stabla. Ako je tako, `parseArth` šalje potprogramu koji ga je pozvao prvi element niza `arth`, inače javlja grešku *unexpected token*.
Jedna od zanimljivosti o AEC-u je da u njemu mogu postojati gramatičke iluzije, rečenice koje se mogu parsirati, a da su zapravo sintaksno još uvijek netočne i nemaju značenje. Poznati primjer za to u ljudskim jezicima je rečenica *More people have been to Russia than I have.* – zvuči prihvatljivo kad je čujemo, ali kada razmislimo što bi mogla značiti, vidimo da se ne može niti gramatički analizirati. Zato, nakon što je parser završio s radom, poziva se sljedeća funkcija koja se pobrine za gramatičke iluzije:

```
function checkAST(node) //Postoje li "gramaticke iluzije", izrazi
koji se mogu parsirati, ali ne znace nista (recimo "5**").
{
     if ((node.text == '*' || node.text == '-' || node.text == '/'
|| node.text == '=' || node.text == '<' || node.text == '>'
|| node.text == '&' || node.text == '|')
&& node.operands.length < 2 && !alerted)
     {
          alerted = 1;
          alert("Parser error: Unexpected token \'" + node.text +
"\'.");
     }
     for (var i = 0; i < node.operands.length; i++)
          checkAST(node.operands[i]);
}
```

Kako je FPU arhitektura bazirana na stogu, relativno je lagano compilirati AST (sintaksno stablo) u njezin asembler. U biti, compiler pokrene rekurziju u korijenu AST-a, a ta rekurzija prvo pokrene rekurziju u svakom potomku (elementu polja `operands`) `Tokan`-a, i zatim šalje poruku dijelu programa koji ispisuje *.asm* datoteku s prijevodom svog `text`-a na asembler. Mali problem je to što FPU-ov stog može držati samo 8 brojeva, pa će naivna implementacija takvog algoritma u asemblerskom programu za duže izraze vjerojatno uzrokovati *stack overflow*. Rješenje je prvo pozvati rekurziju za `Token` u polju `operands` s manje razina potomaka, a koliko koji `Token` u stablu ima razina potomaka, određuje se DFS algoritmom s memoizacijom:

```
var zamijeni = false;
if (this.operands.length > 1 && this.operands[0].DFS() <
this.operands[1].DFS())
{
     zamijeni = true;
     var tmp = this.operands[0];
     this.operands[0] = this.operands[1];
     this.operands[1] = tmp;
}
for (var i = 0; i < this.operands.length; i++)
     this.operands[i].compile();
if (zamijeni)
     asm("fxch");
```

Gdje je `DFS` definiran kao:

```
ret.DFS = function () // Pokusat cu izbjeci stack overflow tako da
se prvo kompajliraju "dublji" izrazi.
{
     if (this.depth)
          return this.depth;
     if (!this.operands.length)
```

```
            this.depth = 1;
      else
            for (var i = 0; i < this.operands.length; i++)
                  this.depth = Math.max(this.depth,
this.operands[i].DFS() + 1);
      return this.depth;
}
```

Nakon toga slijedi niz `else-if`-ova kao što su:

```
else if (this.text == "sqrt(")
      fsqrt();
else if (this.text == "arcsin(")
      fasinp();
else if (this.text == "arccos(")
      facosp();
```

Potprogrami koji se ovdje spominju imaju svoje definicije, nekad jednostavne, a nekad relativno složene. Recimo, `facosp` je definiran kao:

```
function facosp() // -||- arkus kosinus (po formuli pi/2-
arcsin(x))
{
      asm("fstp dword [result]");
      asm("fldpi");
      asm("fld1");
      asm("fld1");
      faddp();
      fdivp();
      asm("fld dword [result]");
      fasinp();
      fsubp();
}
```

Evo, nadam se da sam objasnio kako funkcionira jezgra compilera za AEC. Interpretiranje aritmetičkih izraza je trivijalno, samo se u `else-if`-ovima grana rekurzija:

```
else if (this.text == "+")
      return this.operands[0].interpret() +
this.operands[1].interpret();
else if (this.text == "-")
      return this.operands[0].interpret() -
this.operands[1].interpret();
```

No, kao što sam već spomenuo, to je samo dio onoga što se nalazi u *compiler.js*. U *compiler.js* nalazi se i dio koji će se vrtjeti u okruženju koje podržava osnovni HTML, ali ne i osnovni DOM. To je dio za sintaksno bojanje koda. Datoteku *compiler.js* koristio sam i u

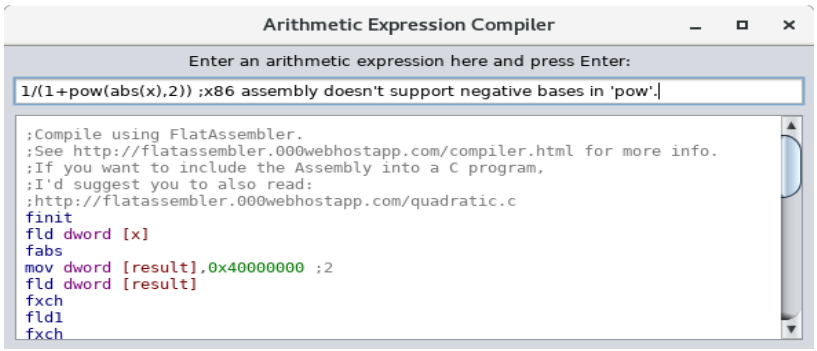


Illustration 1: Sintaksno bojanje asemblerskog koda funkcionira u okruženju od radnih okvira Rhino i Swing, iako ni jedno od njih ne podržava DOM, zato što Swing podržava HTML

programu Simple Calculator[3], tamo sam u programskom jeziku Java stvorio okruženje od Mozillinog radnog okvira Rhino (za *just-in-time* prevođenje JavaScripta u binarni kod kompatibilan s Java virtualnom mašinom) i Oracleovog radnog okvira za aplikacije s grafičkim sučeljem Swing. Swing podržava osnovni HTML, ali ne i DOM. Ipak, kod za sintaksno bojanje asemblerskog koda može se vrtjeti u takvom okruženju.

Zatim postoji dio *compiler.js*-a koji se vrti ako se pokrene u okruženju koji, osim osnovnog HTML-a, podržava i osnovni DOM. On namješta kako web-stranica tog mog compilera[4] treba izgledati kada se pokrene u internetskom pregledniku. Izradio sam da izgleda kao aplikacija za starije verzije Windows operacijskog sustava, zajedno sa značajkama kao što su izbornik koji se može otvoriti pritiskom lijevom tipkom miša na ikonu u gornjem lijevom kutu ili pritiskom desnom tipkom miša na ikonu minimiziranog programa, mogućnost minimizacije, maksimizacije i zatvaranja aplikacije (iako zapravo ne postoji način da se u svim modernim internetskim preglednicima u svakom slučaju prekine izvršavanje JavaScriptskog programa), te mogućnost da se ikona minimiziranog programa vuče po zaslonu (kao u Windows 3.11). On također omogućuje da se generirani asemblerski kod pošalje na server koji će generirati gotovi FlatAssemblerov projekt, spreman za *Compile and Run*.

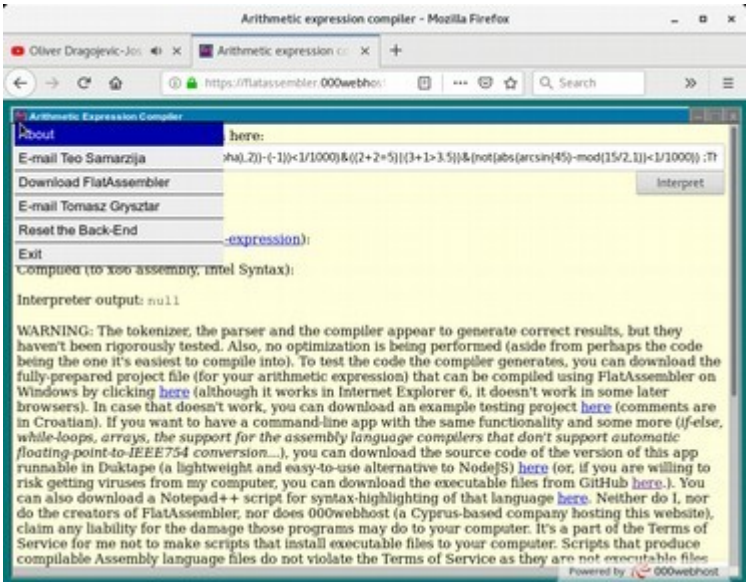


Illustration 2: Kada se pokrene u internetskom pregledniku, compiler za AEC izgleda kao aplikacija na starim verzijama Windowsa

Taj dio programa pretpostavlja da je okruženje u kojem se vrti internetski preglednik, ali radi minimalne pretpostavke o tome što taj internetski preglednik podržava, do te mjere da radi i u Internet Exploreru 6.

Programski kod u *compiler.js* ima i dio koji se vrti samo u modernim internetskim preglednicima, to jest koji podržavaju napredni HTML i DOM te barem osnove SVG-a. Taj dio koda crta AST-ove pomoću SVG-a. U starijim je internetskim preglednicima jedini način prikazivanja AST-a pretvaranje AST-a u LISP-ove S-izraze, koji su početnicima u programiranju vjerojatno još više zbunjujući nego aritmetički izrazi kojima su dodane zagrade. Grafička reprezentacija jednostavnih AST-ova kakvu daje compiler za AEC u modernim internetskim preglednicima vjerojatno može pomoći početnicima u programiranju da shvate koncept AST-a, a samim time i parsiranja. Internetski

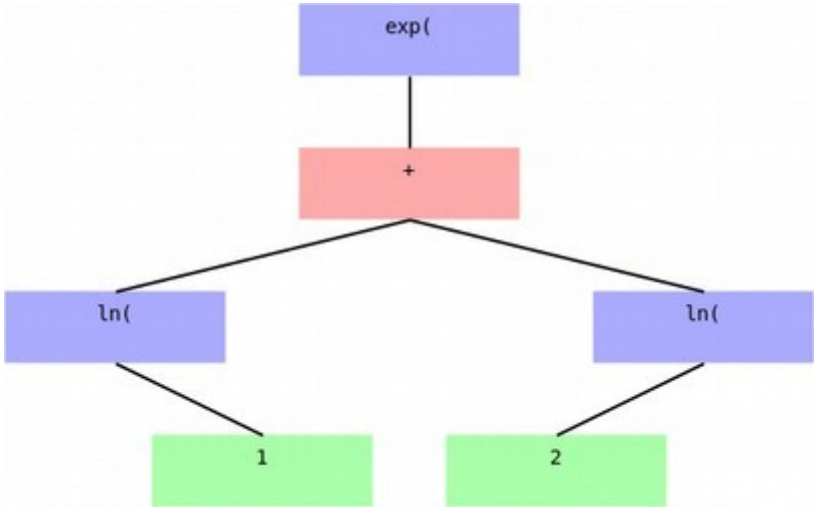


Illustration 3: Sintaksno stablo (AST) koje je compiler nacrtao za izraz `exp(ln(1)+ln(2))`

3 Možete ga skinuti s GitHuba, velik je približno 1 MB: https://github.com/FlatAssembler/SimpleCalculator/raw/master/SimpleCalculator.zip

4 https://flatassembler.000webhostapp.com/compiler.html

preglednik koji je dovoljno moderan da se taj potprogram za crtanje AST-a pokrene danas se može staviti na gotovo svako računalo ili mobitel, on radi u Internet Exploreru 11. Iako neka računala ili mobiteli još uvijek imaju manje moćne internetske preglednike, gotovo bi svaki mogao pokrenuti dovoljno moderan preglednik kada bi se instalirao na njega.

Objašnjenje programa za razvrstavanje pisanog u AEC-u

Krenimo, konačno, na objašnjenje programa za razvrstavanje pisanog na programskom jeziku AEC[5]. Autor ovog teksta napisao je skriptu za Notepad++ koja sintaksno oboji kod pisan u AEC-u[6], te je naredio Notepad++-u da ga izveze u RTF datoteku (koja se može otvoriti u LibreOfficeu) zajedno s brojevima koje označuju linije koda, tako da će ovdje biti moguće umetnuti sintaksno obojeni AEC.

```
1.  ;Implementacija QuickSort-a.
2.  AsmStart ;Umetnuti Assembler pocinje ovako, a zavrsava sa "AsmEnd".
3.          ispisPoruka=1 ;Ovako se rade pretprocesorski definesovi u FlatAssembleru.
4.          debug=0
5.          macro staviIntNaSistemskiStog x ;Da, ima on mocan pretprocesor.
6.          {
7.                  sub esp,4
8.                  fld dword [x]
9.                  fistp dword [esp]
10.         }
11.         macro staviPokazivacNaSistemskiStog x
12.         {
13.                 sub esp,4
14.                 lea ebx,[x]
15.                 mov [esp],ebx
16.         }
17.         macro staviStringNaSistemskiStog x
18.         {
19.                 sub esp,4
20.                 mov dword [esp],x
21.         }
```

U ovom programu pozivat ću mnoge naredbe iz C-a. Za to ću koristiti umetnuti Assembler. Kako je pozivati C-ove naredbe iz asemblerskog koda ponavljajuće i sklono greškama, napravio sam par FlatAssemblerskih makro-naredbi koje će mi u tome pomoći. `StaviIntNaSistemskiStog` (u 5. retku) je možda malo neprimjeren naziv, jer ono što ta makronaredba zapravo čini jest pretvoriti 32-bitni decimalni broj u 32-bitni cijeli broj (C-ov `int`), pa ga tek onda stavlja na sistemski stog. Komentari (dijelovi teksta na programskom jeziku koje compiler preskače, najčešće su ti dijelovi teksta zapravo pisani na engleskom jeziku, ovdje su pisani na hrvatskom), kao što vidite, i u FlatAssembleru i u AEC-u pišu se između znaka '`;`' (točka-zarez) i kraja retka.

```
22.         format PE console ; 'PE' je 32-bitna '.EXE' datoteka za Windows. 'PE64' je 64-bitna '.EXE' za Windows. 'MZ' je '.EXE' za DOS. 'ELF' je izvrsna datoteka za 32-bitni Linux, a 'ELF64' za 64-bitni.
23.         entry start
24.
25.         include 'win32a.inc' ; Naredbe za komunikaciju s DLL-ovima.
26.
```

5 Izvršna datoteka, velika 6 KB, dostupna je na: https://github.com/FlatAssembler/ArithmeticExpressionCompiler/raw/master/QuickSort/qsort.exe

6 Skripta pisana na jeziku XML koja će naučiti Notepad++ da sintaksno oboji tekst pisan na AEC-u dostupna je ovdje: https://flatassembler.000webhostapp.com/Arth.xml

```
27.         section '.text' code executable
28.         start:
```

Dio koda od 22. do 28. linije ilustrira veliku razliku između AEC-a i drugih niskih programskih jezika: AEC očekuje da programer komunicira s asemblerskim compilerom o tome kako formatirati izvršnu datoteku. AEC compiler ne radi pretpostavke o tome kako će izvršna datoteka biti formatirana. C compileri to uvelike rade... i u tome nerijetko griješe, pogotovo kad programer želi raditi egzotične vrste izvršnih datoteka, kakve je znatno lakše raditi u asemblerskom jeziku nego u C-u.

```
29.     if ispisPoruka=1 ; 'if' je ovdje assemblerska pretprocesorska
    naredba. 'If', s velikim 'i', je naredba grananja u AEC-u.
30.         jmp velicinaUnosa$
31.               velicinaUnosa db "Unesite koliko cete brojeva
    unijeti.",10,0
32.         velicinaUnosa$:
```

Ovo sigurno izgleda čudno nekome tko je upoznat s višim programskim jezicima, ali ne i s asemblerskim. Da, asemblerski jezik dopušta da u izvršni dio programa umetnete nizove znakova (koje su, naravno, nedopuštene instrukcije za procesor) i sve će biti u redu dokle god ih preskočite (recimo, naredbom `jmp`). I, da, možete potprogramima izvan vašeg programa (recimo, C-ovim naredbama) slati pokazivače na te nizove znakova, a da se program ne sruši. Ono `10,0` na kraju 31. retka označava znak za novi red i znak za završetak stringa (niza znakova), zato jer je mjestu `10` u ASCII tablici znak za novi red, a C-ove naredbe očekuju da niz znakova koji im se pošalje završava znakom koji je na mjestu `0` u ASCII tablici.

```
33.         staviStringNaSistemskiStog velicinaUnosa
34.         call [printf]
```

I ovo je primjer kako se pozivaju C-ove naredbe (u ovom slučaju `printf`) iz asemblerskog koda. U biti, trebamo se pobrinuti da `esp` (procesorski registar koji, u biti, pokazuje neko mjesto na sistemskom stogu) pokazuje na prvi argument, te da odmah nakon prvog argumenta (recimo, ako je prvi argument velik 4 bajta, onda na memorijskoj adresi `esp+4`) stiže drugi argument, i tako dalje. Barem je tako na Windowsima, na Linuxu i MacOS-u je znatno kompliciranije (tamo C-ove naredbe očekuju prvih nekoliko argumenata u procesorskim registrima).

```
35.     end if
36.         staviPokazivacNaSistemskiStog n
37.         jmp znakZaFloat$
38.               znakZaFloat db "%f",0
39.         znakZaFloat$:
40.         staviStringNaSistemskiStog znakZaFloat
41.         call [scanf]
42.         if ispisPoruka=1
43.               jmp pitajZaUnos$
44.                     pitajZaUnos db "Unesite te brojeve:",10,0
45.               pitajZaUnos$:
46.               staviStringNaSistemskiStog pitajZaUnos
47.               call [printf]
48.         end if
49.     AsmEnd
50.     i:=0
51.     brojac:=0
52.     vrhStoga:=0
53.     While i<n
54.         pokazivac:=4*i
55.         AsmStart
56.               fld dword [pokazivac]
```

```
57.                 fistp dword [pokazivac]
58.                 lea ebx,[original]
59.                 add ebx,[pokazivac]
60.                 staviPokazivacNaSistemskiStog ebx
61.                 staviStringNaSistemskiStog znakZaFloat
62.                 call [scanf]
63.           AsmEnd
64.           i:=i+1
65.     EndWhile
66.     AsmStart
67.           call [clock]
68.           mov [procesorskoVrijeme],eax
```

C-ova naredba `clock` (pozvana u 67. retku) trebala bi vratiti 64-bitni cijeli broj, i problem je s time upravljati u asemblerskom kodu. No, na sreću, ona zadnja 32 bita vraća upravo u `eax`, gdje i funkcije koje vraćaju 32-bitne cijele brojeve vraćaju svoj rezultat, tako da se o tome ne moramo brinuti. Inače, `clock` na Windowsima programu koji je pozove vraća broj milisekundi (jedna sekunda ima 1000 milisekundi) koje su prošle otkad se taj program počeo vrtjeti.

```
69.     AsmEnd
70.     razvrstanost:=0
71.     i:=0
72.     While i<n-1
73.           razvrstanost:=razvrstanost+(original(i)<original(i+1))
74.           i:=i+1
75.     EndWhile
76.     razvrstanost:=razvrstanost/((n-1)/2)-1
```

Dakle, ovdje mjerimo do koje mjere je niz koji smo unijeli već razvrstan. To je važno da vidimo koliko je formula koju je izveo genetski algoritam za predviđanje broja usporedbi koje će QuickSort napraviti točna, više o tome kasnije.

```
77.     i:=2
78.     While i<7 | i=7 ;Kada nisam stavio operator "<=" u svoj jezik.
79.           razvrstanostNa(i):=pow(abs(razvrstanost),i) ;Zato sto je
"pow(x,y)" u tom mom jeziku samo sintakticki secer za "exp(ln(x)*y)", i to
vraca "NaN" za x<=0. Nema ocitog nacina da se "pow" prevede na Assembler.
80.           If razvrstanost=0
81.                 razvrstanostNa(i):=0
82.           EndIf
83.           If mod(i,2)=1 & razvrstanost<0
84.                 razvrstanostNa(i):=-razvrstanostNa(i)
85.           EndIf
86.           i:=i+1
87.     EndWhile
88.     ;f(n,s)=exp((ln(n)+ln(ln(n)))*1.05+(ln(n)-
ln(ln(n)))*0.83*abs(2.38854*pow(s,7)-0.284258*pow(s,6)-
1.87104*pow(s,5)+0.372637*pow(s,4)+0.167242*pow(s,3)-
0.0884977*pow(s,2)+0.315119*s))
```

I u 88. retku imate tu formulu, kasnije će pisati mnogo više o njoj. U biti, ovaj dio programa je dodan naknadno.

```
89.     polinomPodApsolutnom:=2.38854*razvrstanostNa(7)-
0.284258*razvrstanostNa(6)-
1.87104*razvrstanostNa(5)+0.372637*razvrstanostNa(4)+0.167242*razvrstanostNa(
3)-0.0884977*razvrstanostNa(2)+0.315119*razvrstanost
90.     eNaKoju:=(ln(n)+ln(ln(n)))*1.05+(ln(n)-
ln(ln(n)))*0.83*abs(polinomPodApsolutnom)
```

```
91.   ocekivaniBrojUsporedbi:=exp(eNaKoju)
92.   najmanjiCijeliBrojKojiSeMozeDodatiNaBrojac:=1
```

Ovo u 92. retku važno je zato što AEC podržava samo jedan tip podatka, 32-bitni decimalni broj. On može prikazati mnogo veće i mnogo manje brojeve nego što može 32-bitni cijeli broj, no zato može prikazivati samo otprilike prvih 7 znamenki tih brojeva. Zato kada izbrojimo do nešto manje od 17 milijuna, dodavanje jedinice na brojač više nema efekta. No, dodavanje dvojke još će jedno vrijeme imati efekta. Nakon što ni dodavanje dvojke ne bude imalo efekta, još će jedno vrijeme dodavanje četvorke imati efekta, i tako dalje. Trenutak kada dodavanje broja koji dodajemo više nema efekta, zove se preljev (engleski *overflow*).

```
93.   pomocniBrojac:=0
```

Pomoćni brojač je važan jer, kada jednom dodavanje jedinice više ne bude imalo efekta, ne smijemo dodati dvojku svaki put kad se izvrši petlja čiji broj izvršavanja želimo izbrojati, već svaki drugi put.

Sada slijedi glavni dio programa, implementacija QuickSort algoritma. QuickSort algoritam bazira se na činjenici da je moguće u linearnom vremenu preurediti niz tako da se svi elementi manji od onog koji je prije bio prvi (pivot) stave prije njega, a svi veći ili jednaki njemu nakon njega. Ima nekoliko načina da se to učini, a najjednostavniji je najvjerojatnije pomoću pomoćnog niza. Za većinu nizova to se ne mora napraviti za svaki element niza da bismo dobili potpuno poredani niz, nego se, zapravo, za većinu nizova to mora napraviti samo za $\log_2(n)$ elemenata. Tako je od većine nizova moguće dobiti poredani niz u linearitmičnom vremenu, to jest, u $n*\log_2(n)$ izvršavanja petlje. To je mnogo brže od kvadratnog vremena za koje se vrte naivni algoritmi razvrstavanja elemenata po veličini, kao što je odabirno razvrstavanje (SelectionSort).

SelectionSort je mnogo sporiji od QuickSorta ukoliko je uspoređivanje dva elementa spora operacija, recimo, uspoređivanje koji niz znakova ide prije po ASCII abecedi (čest problem u programiranju). No, on je ipak brži od QuickSorta ukoliko je zamjena dva elementa mnogo sporija od usporedbe dva elementa, jer SelectionSort uvijek radi samo nužne zamjene. Recimo, kada pisanjem olovkom i brisanjem gumicom želimo poredati niz napisan olovkom na papiru, to ćemo brže napraviti držimo li se SelectionSort algoritma nego QuickSort algoritma. U praksi se takve situacije u računalima ne događaju, i za razvrstavanje velike količine podataka na sporom tvrdom disku uglavnom se koristi ljuskasto razvrstavanje (ShellSort), koje se vrti u hiperlinearitmičnom vremenu $n*\log_2(n)*\log_2(n)$, gdje je $\log_2$ binarni logaritam.

```
94.   vrhStoga:=vrhStoga+1
95.   stogSDonjimGranicama(vrhStoga):=0
96.   stogSGornjimGranicama(vrhStoga):=n
97.   While vrhStoga>0
98.         gornjaGranica:=stogSGornjimGranicama(vrhStoga)
99.         donjaGranica:=stogSDonjimGranicama(vrhStoga)
100.        vrhStoga:=vrhStoga-1
101.        gdjeJePivot:=donjaGranica
102.        i:=donjaGranica+1
103.        While i<gornjaGranica
104.              If original(i)<original(donjaGranica)
105.                    gdjeJePivot:=gdjeJePivot+1
106.              EndIf
107.              i:=i++
108.        EndWhile
109.        staviManje:=donjaGranica
110.        staviVece:=gdjeJePivot+1
111.        pomocni(gdjeJePivot):=original(donjaGranica)
112.        i:=donjaGranica+1
113.        While i<gornjaGranica
114.              If original(i)<original(donjaGranica)
```

```
                        pomocni(staviManje):=original(i)
                        staviManje:=staviManje+1
                  Else
                        pomocni(staviVece):=original(i)
                        staviVece:=staviVece+1
                  EndIf
                  pomocniBrojac:=pomocniBrojac+1
                  If
pomocniBrojac=najmanjiCijeliBrojKojiSeMozeDodatiNaBrojac
                        brojac:=brojac+pomocniBrojac
                        pomocniBrojac:=0
                  EndIf
                  i:=i+1
            EndWhile
            i:=donjaGranica
            While i<gornjaGranica
                  original(i):=pomocni(i)
                  i:=i+1
            EndWhile
            If gdjeJePivot<gornjaGranica-1
                  vrhStoga:=vrhStoga+1
                  stogSDonjimGranicama(vrhStoga):=gdjeJePivot+1
                  stogSGornjimGranicama(vrhStoga):=gornjaGranica
            EndIf
            If gdjeJePivot>donjaGranica+1
                  vrhStoga:=vrhStoga+1
                  stogSDonjimGranicama(vrhStoga):=donjaGranica
                  stogSGornjimGranicama(vrhStoga):=gdjeJePivot
            EndIf
      testZaPreljev:=brojac+najmanjiCijeliBrojKojiSeMozeDodatiNaBrojac
;Potrebna je posebna varijabla za to jer FPU interno radi s 80-bitnim
brojevima, a CPU s 32-bitnim.
```

To jest, kod kao što je `brojac + najmanjiCijeliBrojKojiSeMozeDodatiNaBrojac = brojac` ne bi funkcionirao za detekciju preljeva (overflowa).

```
            If not(testZaPreljev>brojac)

najmanjiCijeliBrojKojiSeMozeDodatiNaBrojac:=najmanjiCijeliBrojKojiSeMozeDodat
iNaBrojac*2
                  AsmStart
                        if ispisPoruka=1
                              jmp izvjesceOpreljevu$
                                    izvjesceOpreljevu db "Upozorenje:
Brojac mozda nece sadrzavati tocan rezultat, dogodio se preljev na %d.
iteraciji."
                                    db " Najveca ocekivana pogreska za
ovaj preljev je %d krivo prebrojanih izvrsavanja unutarnje petlje.",10,0
                              izvjesceOpreljevu$:
                              fld dword [n]
                              fld dword
[najmanjiCijeliBrojKojiSeMozeDodatiNaBrojac]
                              fsubp
```

```
                        fabs
                        fistp dword [esp+4]
                        fld dword [brojac]
                        fistp dword [esp]
                        invoke printf,izvjesceOpreljevu
                  end if
            AsmEnd
      EndIf
EndWhile
```

I ovdje završava QuickSort algoritam, sad slijedi ispisivanje rezultata.

```
AsmStart
      call [clock]
      sub eax,[procesorskoVrijeme]
      mov [procesorskoVrijeme],eax
if ispisPoruka=1
      jmp sortiraniNizJe$
            sortiraniNizJe db "Sortirani niz je:",10,0
      sortiraniNizJe$:
      staviStringNaSistemskiStog sortiraniNizJe
      call [printf]
end if
AsmEnd
i:=0
While i<n
      pokazivac:=4*i
      AsmStart
            lea ebx,[original]
            fld dword [pokazivac]
            fistp dword [pokazivac]
            add ebx,[pokazivac]
            fld dword [ebx]
            fstp qword [esp]
            staviStringNaSistemskiStog
znakZaFloatPlusNoviRedPlusNulZnak
            call [printf]
      AsmEnd
      i:=i+1
EndWhile
AsmStart
if ispisPoruka=1
      staviIntNaSistemskiStog brojac
      staviStringNaSistemskiStog unutrasnjaPetljaString
      call [printf]
AsmEnd
      brojac:=n*ln(n)/ln(2)
AsmStart
      fld dword [brojac]
      fstp qword [esp]
      staviStringNaSistemskiStog slozenostString
      call [printf]
      push dword [procesorskoVrijeme]
```

```
204.        invoke printf,sortiranjeJeTrajalo
205.        fld dword [razvrstanost]
206.        fstp qword [esp]
207.        invoke printf,stringORazvrstanosti
208.        fld dword [ocekivaniBrojUsporedbi]
209.        fstp qword [esp+8] ;Zato sto "printf" iz MSVCRT-a za "%f"
ocekuje 8-bajtni "double", i izgleda da ju nije moguce namjestiti da ocekuje
4-bajtni "float".
210.        fld dword [eNaKoju]
211.        fstp qword [esp]
212.        invoke printf,izvjestajOFormuli
213.        fld dword [polinomPodApsolutnom]
214.        fstp qword [esp]
215.        invoke printf,izvjestajOPolinomu
216.        invoke system,_pause ;"Press any key to continue..."
217.  end if
218.  invoke exit,0
```

Ako programirate na asemblerskom jeziku, morate pozvati neku naredbu koja će vaš program legalno dovršiti (recimo, C-ovu naredbu `exit`, pozvanu u 218. redu), inače će procesor kada dođe do kraja izvršnog dijela vašeg programa početi učitavati nedopuštene binarne naredbe.

```
219.
220.  ;Deklaracije konstanti.
221.  _pause db "PAUSE",0
222.  znakZaCijeliBrojBroj db "%d",0
223.  znakZaNoviRedPlusNulZnak db 10,0
224.  znakZaFloatPlusNoviRedPlusNulZnak db "%f",10,0
225.  unutrasnjaPetljaString db "Unutrasnja petlja izvrsila se %d
puta.",10,0
226.  slozenostString db "Ocekivani broj ponavljanja te petlje, po formuli
n*log2(n), bio bi %.1f.",10,0
227.  sortiranjeJeTrajalo db "Sortiranje je trajalo %d milisekundi.",10,0
228.  stringORazvrstanosti db "Razvrstanost pocetnog niza (s) iznosila je:
%f",10,0
229.  izvjestajOFormuli db "Ocekivani broj usporedbi, po formuli: ",10
230.  db "exp((ln(n)+ln(ln(n)))*1.05+(ln(n)-
ln(ln(n)))*0.83*abs(2.38854*pow(s,7)-0.284258*pow(s,6)-
1.87104*pow(s,5)+0.372637*pow(s,4)+0.167242*pow(s,3)-
0.0884977*pow(s,2)+0.315119*s))",10
231.  db "bio bi: exp(%f)=%f",10,0
232.  izvjestajOPolinomu:
233.  if debug=1
234.        db "Polinom pod apsolutnom vrijednosti iznosi: %f",10
235.  end if
236.        db 0
237.
238.  section '.rdata' readable writable ; Deklaracije varijabli.
239.  original dd 32768*4 DUP(?)
240.  n dd ?
```

Kako compiler za AEC ne radi pretpostavke o tome kako je izvršna datoteka formatirana, ako ćete pisati program na jeziku AEC, morate sami deklarirati varijable na asemblerskom.

```
241.  result dd ?
```

Compiler za AEC interno koristi varijablu zvanu `result`, nju je potrebno deklarirati, ali nije ju uputno koristiti.

```
242.  brojac dd ?
243.  pokazivac dd ?
244.  i dd ?
245.  stogSDonjimGranicama dd 32768*4 DUP(?)
246.  stogSGornjimGranicama dd 32768*4 DUP(?)
247.  pomocni dd 32768*4 DUP(?)
248.  vrhStoga dd ?
249.  donjaGranica dd ?
250.  gornjaGranica dd ?
251.  staviVece dd ?
252.  staviManje dd ?
253.  gdjeJePivot dd ?
254.  procesorskoVrijeme dd ?
255.  razvrstanost dd ?
256.  razvrstanostNa dd 8 DUP(?)
257.  polinomPodApsolutnom dd ?
258.  eNaKoju dd ?
259.  ocekivaniBrojUsporedbi dd ?
260.  najmanjiCijeliBrojKojiSeMozeDodatiNaBrojac dd ?
261.  pomocniBrojac dd ?
262.  testZaPreljev dd ?
263.
264.  section '.idata' data readable import ;Uvoz funkcija iz DLL-ova.
```

DLL znači *dinamička linkerska biblioteka*. Linker je, tako reći, program koji je rječnik manje poznatih riječi iz programskog jezika, kako compiler ne bi morao sve znati. DLL je skupina potprograma koji nisu povezani u program koji se može pokrenuti, nego ih se može pozvati iz drugih programa. I svaki današnji operativni sustav programima koji se na njemu vrte pruža linker koji omogućuje da se pozivaju potprogrami iz DLL-ova. To se zove *dinamičko linkiranje*. Linkeri koji se dobivaju uz compilere za C i slične jezike obično još omogućavaju i *statičko linkiranje*, da se potprogrami iz DLL-ova ugrade u izvršni program, pa da on onda ne ovisi o DLL-ovima da bi se mogao vrtjeti. Linuxove dinamičke linkerske biblioteke imaju nastavak *.so* (*shared object*) umjesto *.dll*.

Treba razlikovati pojmove *dinamičko linkiranje* i *dinamičko programiranje*. Dinamičko programiranje je tehnika programiranja koja čini da se program vrti brže, ali da troši više memorije. To je gotovo suprotno od onog što radi dinamičko linkiranje. Dinamički programirani program može biti i dinamički i statički linkiran. Domagoj Kusalić u knjizi *Napredno programiranje i algoritmi u C-u i C++-u* tvrdi da je poznavanje tehnike dinamičkog programiranja korisno pri programiranju igara, no moje iskustvo to ne potvrđuje[7].

```
265.  library msvcrt,'msvcrt.dll' ; "msvcrt.dll" je stara verzija
Microsoft Visual C Runtime Libraryja dostupna u C:\Windows\System32\
msvcrt.dll na Windows 95 i novijim.
```

Microsoft Visual C je Microsoftov compiler za programski jezik C. Da biste ga koristili, potrebna vam je licenca koju netko mora platiti Microsoftu. No, starija verzija `msvcrt.dll`, koji sadrži naredbe iz C-a kao potprograme, dobiva se uz Windowse, tako da ne morate imati Microsoft Visual C da biste mogli koristiti neku njegovu funkcionalnost, i da biste mogli koristiti programe koji su njime compilirani. Statičko linkiranje s *runtime librariesima* komercijalnih compilera, i nekih besplatnih compilera (ovisi o uvjetima korištenja), u mnogim je državama protuzakonito, kao i korištenje programa koji su tako linkirani. Čak i ako nije protuzakonito, to nije dobra ideja jer, kao

7 Programirao sam nekoliko jednostavnih igrica, recimo PacMan koji se može igrati na smartphoneima i flashcard igricu o povijesnoj lingvistici, i mogu komentirati da tehniku dinamičkog programiranja nisam mogao tamo nigdje upotrijebiti. Dostupne su na https://flatassembler.000webhostapp.com/pacman.php i https://flatassembler.000webhostapp.com/etymologist.html te na mom GitHub profilu.

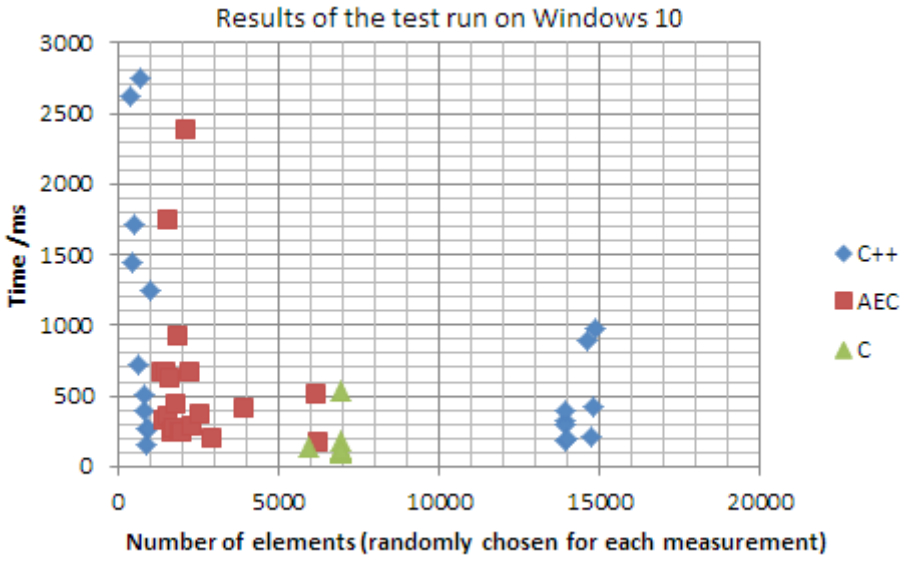
prvo, programi koji su tako linkirani zauzimaju mnogo više prostora na tvrdom disku, kao drugo, teško je ili nemoguće provjeriti je li takav program stvarno linkiran s bibliotekom tog compilera ili s nekom modificiranom verzijom koja sadrži virus.

```
266.  import msvcrt,printf,'printf',system,'system',exit,'exit',scanf,'scanf',clock,'clock'
267.  AsmEnd
```

I, evo, kao što vidite, AEC-ov program i počinje i završava umetnutim asemblerskim kodom. To je posve druga paradigma nego kako se C odnosi prema asemblerskom jeziku, programi pisani u C-u i počinju i završavaju u C-u, a mogu sadržavati asemblerski kod jedino u sredini.

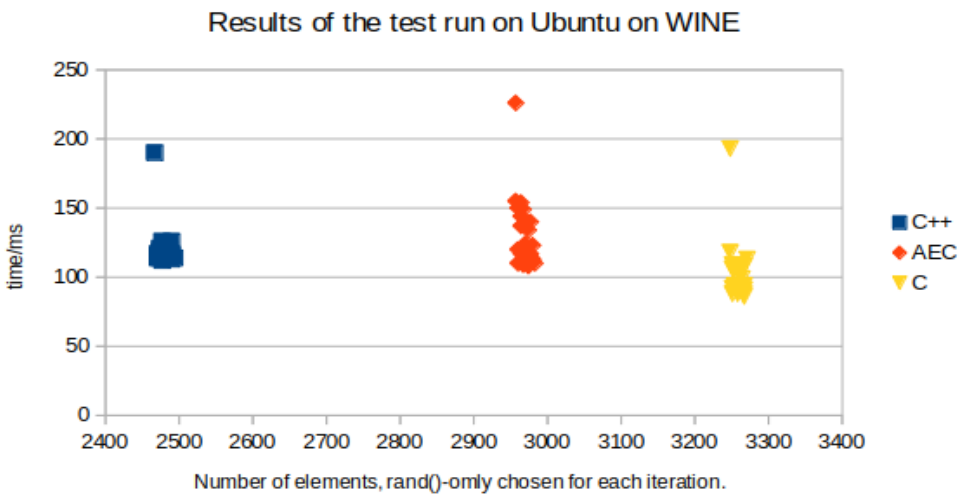
Testiranje i usporedba raznih implementacija brzog razvrstavanja

Na GitHubu je dostupan program koji će testirati daje li taj program u mom programskom jeziku isti rezultat kao i C++-ova naredba `sort` za velike nasumično generirane nizove, zove se *tester.cpp*[8]. Također je dostupan i C-ovski program koji je, prema autoru ovog teksta, ekvivalentan upravo opisanom AEC-ovskom programu[9] (naravno, teško je odrediti znače li dvije rečenice na dvama različitim jezicima upravo isto, a isto ponekad vrijedi i za programske jezike, pogotovo kada govorimo o jezicima koji su toliko različiti kao što su C i AEC). Naravno, za očekivati je da je C++-ov `sort` najbrži, to je potprogram koji su pisali mnogo veći stručnjaci za informatiku nego što je autor ovog teksta. Također vjerojatno treba očekivati da je program pisan na C-u, kad se compilira kvalitetnim C compilerima kao što je MinGW (vjerojatno najbolji besplatni compiler za C i C++ dostupan za Windows), brži od ekvivalentnog AEC-ovskog programa koji se compilira AEC-ovim compilerom koji ni ne pokušava raditi optimizacije. No, kako to testirati? Ako bismo opet i opet pokrenuli *tester.cpp* i bilježili njegove rezultate, dobili bismo ovakav rezultat:

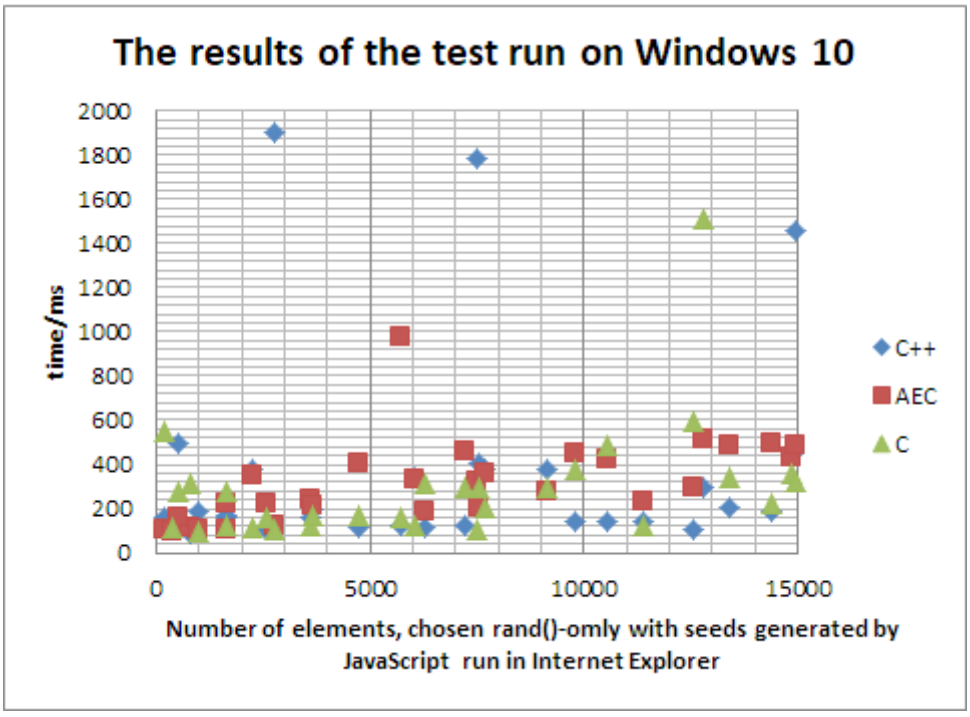


Naredba `rand` iz MSVCRT-a, za dobivanje nasumičnih brojeva, ne daje uniformne rezultate ako joj se zada da generira brojeve raspona od 0 do 15000. Dobro, sada, opće je poznato da se Windowsovi programi koji se mogu vrtjeti u WINE-u (besplatni program koji omogućuje da se neki Windowsovi programi vrte na Linuxu tako što presreće njihove pokušaje da pozovu potprograme iz Windowsovih sistemskih DLL-ova i preusmjerava te pozive na Linuxove SO-ove) općenito bolje vrte u WINE-u nego na Windowsima. Pa, probajmo onda to obaviti na Linuxu:

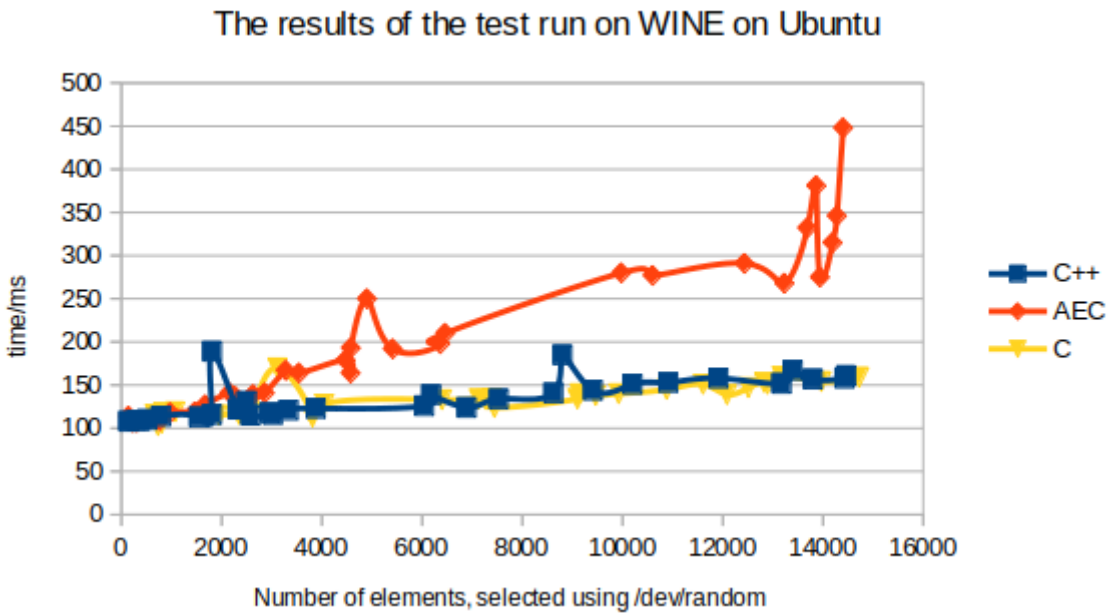
8 https://github.com/FlatAssembler/ArithmeticExpressionCompiler/blob/master/QuickSort/tester.cpp
9 https://github.com/FlatAssembler/ArithmeticExpressionCompiler/blob/master/QuickSort/qsort.c



Ovo je zapravo još gore. Da, ti se programi vrte nekoliko puta brže na Linuxu nego na Windowsima na istom računalu, ali to znači da se C-ova naredba `srand` poziva opet i opet s istim sistemskim vremenom kao argumentom. Generirajmo sada na Windowsima mnogo nasumičnih brojeva koristeći JavaScript u Internet Exploreru, te ćemo onda njih davati kao argumente C-ovom `srand`-u:

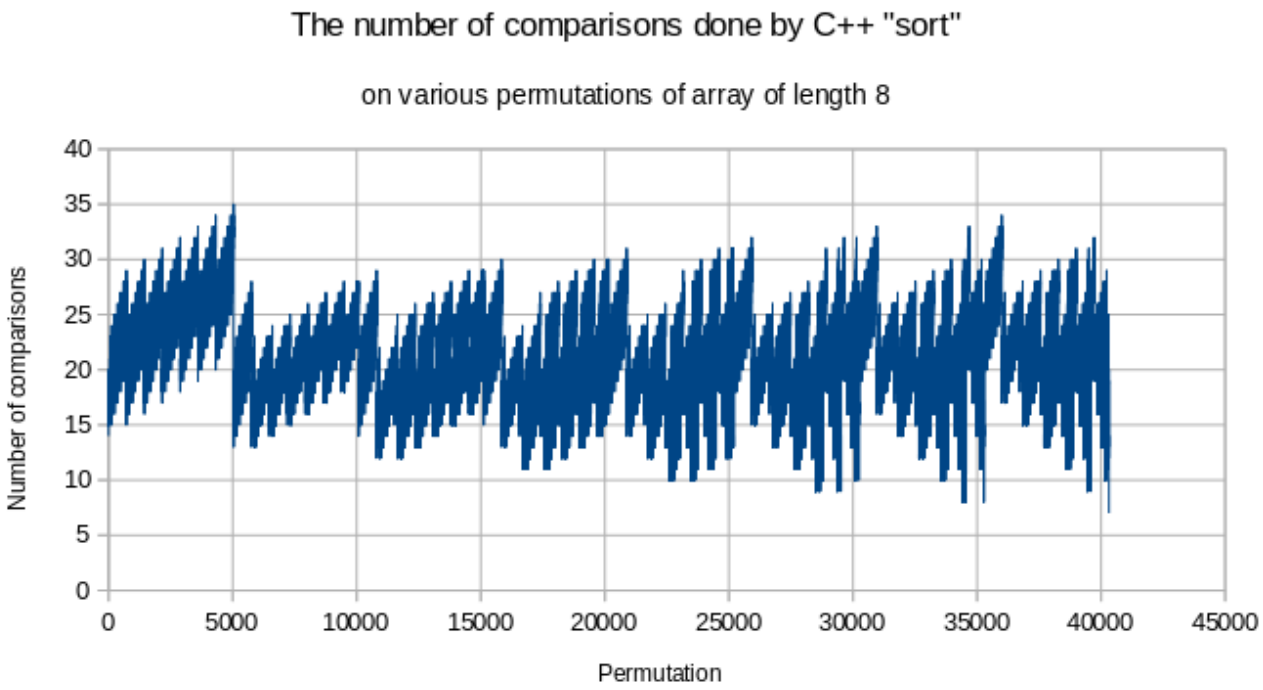


Ovdje se sada vidi da vrijeme izvršavanja programa za razvrstavanje raste s brojem elemenata koji mu se daju za razvrstavanje, no nije jasno koji je brži. To je zato što Windowsov scheduler (dio kernela koji detektira kad se neki program zaglavi i pokušava spriječiti da se zbog tog zaglave i drugi programi), kako je poznato, penalizira konzolne aplikacije, to jest, nasumično ih prekida u radu kako bi se Windowsovi sistemski procesi mogli brže izvršiti, i taj prekid, kako se čini, zna trajati i po dvije sekunde, mnogo više no što bilo kojem od tih programa treba za razvrstavanje niza. Napravimo sada sličan test na Linuxu, Linuxov scheduler to ne može raditi jer on ni ne zna je li program koji se vrti u WINE-u konzolna aplikacija:

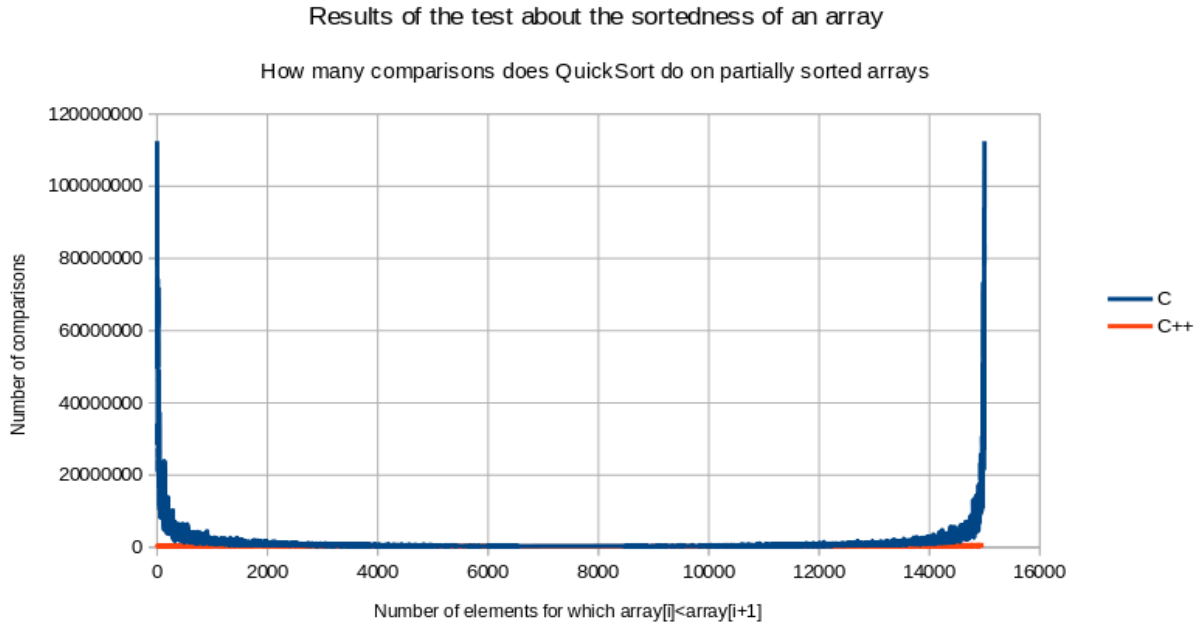


Za one koji ne znaju, `/dev/random` Linuxov je driver za hardversku entropiju. Kada ga se pozove (to se na Linuxu radi tako da se jednostavno otvori datoteka `/dev/random`), on bi trebao davati binarne brojeve koji su onoliko nasumični koliko to hardver dopušta. Rezultati ovog eksperimenta već se mogu donekle protumačiti. Iz grafa se može očitati da za pokretanje programa na WINE-u na mom laptopu (Acer Nitro 5) treba nešto malo više od 100 milisekundi. Također se vidi da je asemblerski kod koji generira MinGW približno tri puta brži od onoga koji generira moj compiler za AEC. Razlika između toga koliko se brzo vrti C++-ova naredba `sort` i toga koliko se brzo vrti moja implementacija QuickSort algoritma u C-u ovdje nije uočljiva.
Kako uopće funkcionira C++-ov `sort`? Koje on nizove razvrstava brzo, a koje sporo? Razvrstava li on brže nizove koji su već približno razvrstani, ili nizove koji još uopće nisu razvrstani. Znanstvena nulta hipoteza bila bi da on razvrstava jednako brzo nizove koji su već većinom razvrstani i nizove koji su potpuno nasumično poredani. To je značajka algoritma razvrstavanja spajanjem (engleski *merge sort*), i zato se on koristi u sustavima stvarnog vremena, gdje je važna predvidljivost. Razvrstavanje spajanjem u većini je slučajeva sporije od QuickSorta (razvrstavanje spajanjem bazira se na činjenici da je spajanje dva poredana niza u jedan poredani niz moguće napraviti u linearnom vremenu, no to je, iako je još uvijek linearno vrijeme, na većini arhitektura računala znatno sporije nego premještanje niza kakvo radi QuickSort), ali je zato predvidljivo koliko će vremena trebati za razvrstavanje niza s određenim brojem elemenata: uvijek proporcionalno n*log2(n). Kako ćemo tu hipotezu testirati? Pa, C++ ima dobro poznatu naredbu za brzo traženje iduće permutacije nekog niza, ona se zove `next_permutation`[10]. Naredba `sort` ima opcionalni argument kojim joj se može zadati da se neka naša funkcija koristi za uspoređivanje elemenata (umjesto C++-ovog operatora <). Pa, možemo u toj funkciji povećavati neki globalni brojač, da vidimo koliko je usporedbi za neku permutaciju niza napravila C++-ova naredba `sort`. Ako ona radi razvrstavanje spajanjem, broj usporedbi koje ona radi neće ovisiti o permutaciji niza, graf će biti horizontalna ravna crta. Ovo su rezultati tog testa:

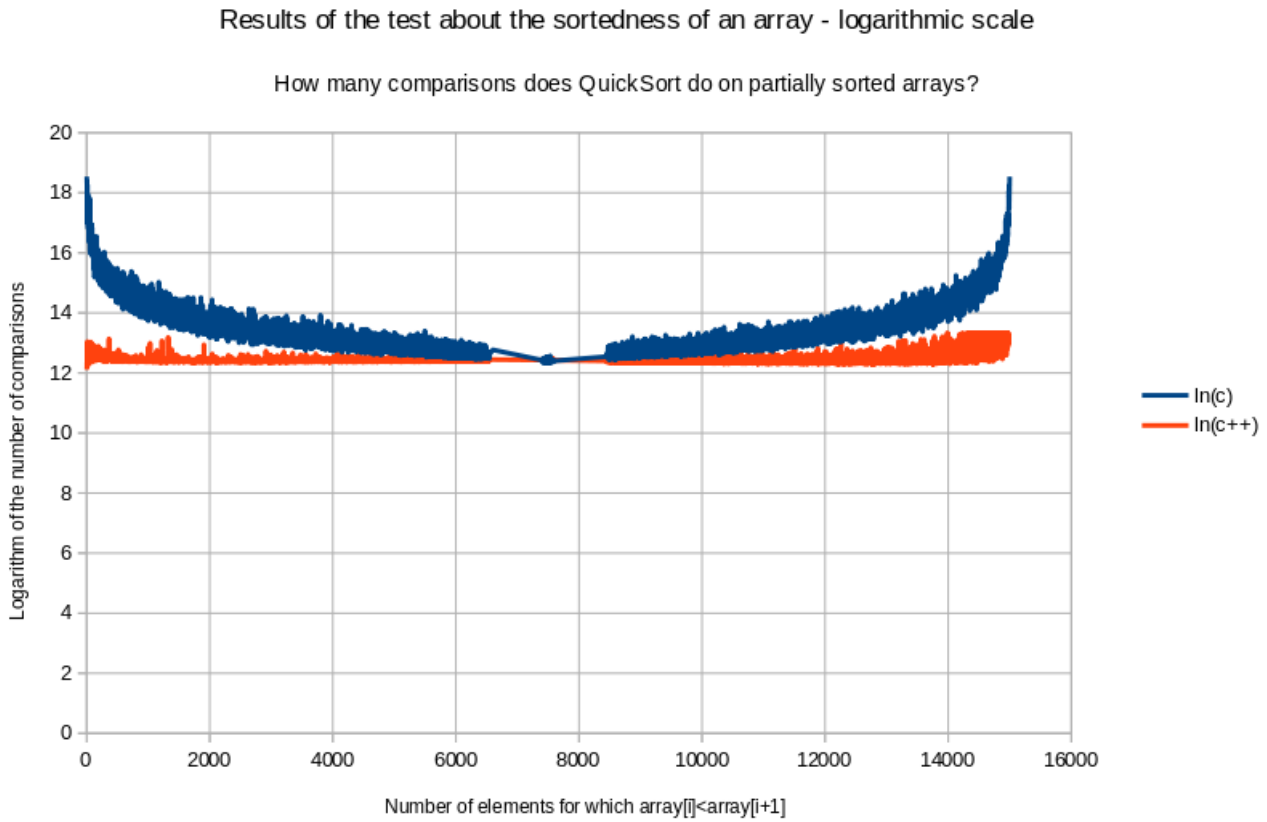
10 Jedan od prvih programa koje sam napisao na AEC-u je implementacija algoritma permutacija. Izvorni kod i izvršna datoteka dostupni su na GitHubu: https://github.com/FlatAssembler/ArithmeticExpressionCompiler/raw/master/ArithmeticExpressionCompiler.zip



Niz od 8 elemenata ima 8!=1*2*3*4*5*6*7*8=40320 permutacija. Iz ovoga je očito da C++-ov `sort` ne koristi razvrstavanje stapanjem, najviše mu usporedbi treba da razvrsta približno 5000. permutaciju, tamo mu treba 35 usporedbi, a za 40320. permutaciju treba mu 7 usporedbi.
Kako ćemo to napraviti za veće nizove? Nema tog računala koje bi isprobalo sve permutacije nizova od nekoliko desetaka elemenata, a kamoli nekoliko stotina ili tisuća elemenata. Definirajmo za to pojam razvrstanost kao broj elemenata niza za koji vrijedi da je sljedeći element niza veći od njega, podijeljeno s polovicom broja elemenata u nizu, minus jedan. Kako nisam mogao naći englesku riječ za razvrstanost, odlučio sam izmisliti i englesku riječ za to: *sortedness*. Dakle, obrnuto poredani niz (od najvećeg prema najmanjem elementu) ima razvrstanost -1, nasumično poredani niz ima razvrstanost približno 0, a poredani niz ima razvrstanost 1. Razvrstanost nasumično izmiješanog niza moguće je odrediti u linernom vremenu. Zato ćemo izmjeriti koliko će mom programu i C++-ovoj naredbi `sort` trebati usporedbi da razvrstaju nizove iste veličine, ali različite razvrstanosti:



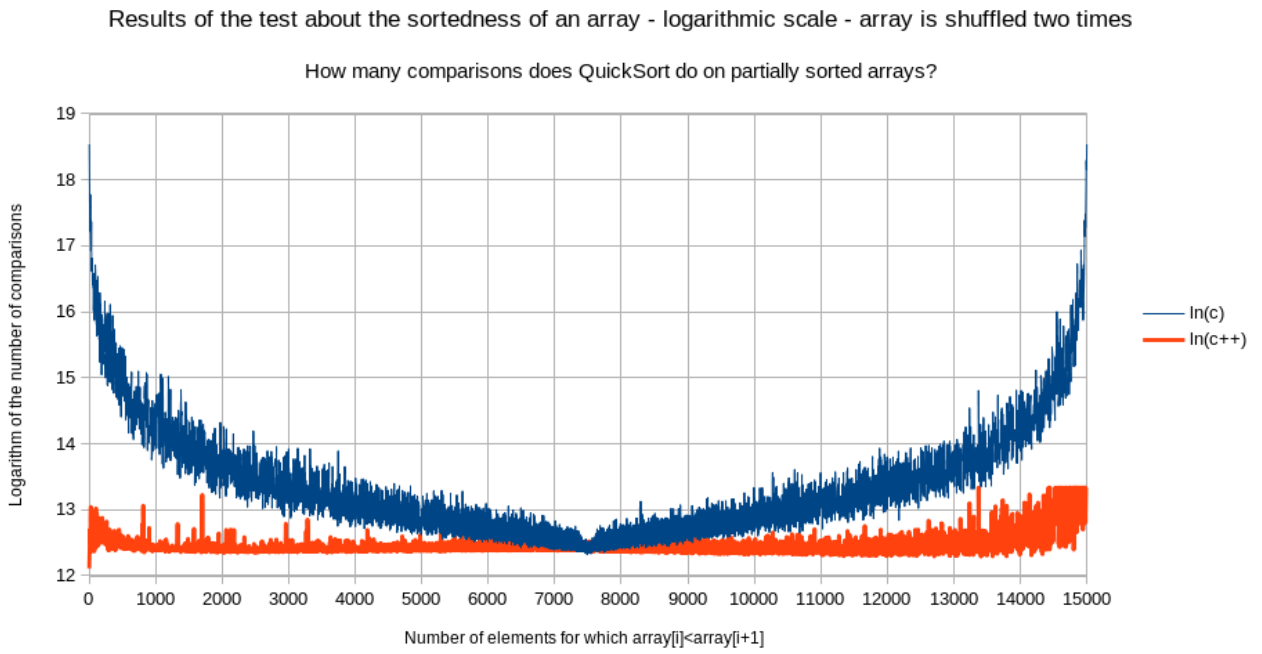
Ovdje se jasno vidi jedan od paradoksa iz informatike: naivno implementirani QuickSort potrošit će najviše vremena pokušavajući poredati već poredani niz ili obrnuto poredani niz (kad je sve što treba napraviti za obrnuto poredani niz obrnuti ga u linearnom vremenu). Računalo ne ulazi u to ima li to što mu govori program da radi smisla ili nema. Njemu program kaže da opet i opet rastavi niz na niz s elementima manjim od prvog elementa i niz s elementima koji su veći od prvog elementa. Kako za već razvrstani niz nema elemenata koji su manji od prvog elementa, niz s elementima koji su veći od prvog elementa imat će samo jedan element manje od originalnog niza, pa će računalo onoliko puta koliko niz ima elemenata raditi to linearno rastavljanje niza na dva niza, i to će na kraju raditi u kvadratnom vremenu. I analogno vrijedi za obrnuto poredani niz. Za poredani niz od 15000 elemenata, računalo je napravilo nešto manje od 120 milijuna usporedbi, dok je zapravo bilo dovoljno napraviti 14999 usporedbi da se zaključi da je niz već poredan i da ne treba ništa raditi. Na ovakvom grafikonu vidi se jedino to da moj program troši hrpu vremena na razvrstavanje već poredanog ili obrnuto poredanog niza, ne vidi se uopće što se događa u sredini niti kako se ponaša C++-ov `sort`. Hajdemo ga prikazati u logaritamskoj skali, da velike promjene ne smetaju da se vide manje:



Dakle, C++-ov `sort` također počne biti nestabilan što se tiče broja usporedbi koje radi kako se razvrstanost udaljava od nule, no ne ni približno toliko koliko naivno implementirani QuickSort. Kada je razvrstanost približno 0 (kada je približno 7500 od 15000 poredano), naivna implementacija QuickSorta je u nekim slučajevima i brža od C++-ovog `sort`a (primijetite onu crvenu točkicu u gornjem desnom uglu mrljice na sredini krivulje), dok je inače znatno sporija. Ipak, ako bismo prije razvrstavanja nasumično ispremještali sve elemente u nizu, kao što radi C++-ova naredba `random_shuffle` u linearnom vremenu, razvrstanost bi uvijek bila veoma blizu nuli. Naime, ona mrljica u sredini krivulje predstavlja razvrstanosti kakve je dala ta C++-ova naredba.

Je li moguće u linearnom vremenu predvidjeti koliko će usporedbi QuickSort napraviti

Ovaj je seminar trebao biti prvenstveno o pitanju je li moguće u linearnom vremenu predvidjeti koliko će usporedbi QuickSort napraviti, kao što je za MergeSort moguće u konstantnom vremenu (ukoliko je broj elemenata u nizu unaprijed poznat, inače ih, naravno, moramo prebrojati u linearnom vremenu). Kako točno izgleda ta krivulja u logaritamskoj skali kad je razvrstanost osrednje udaljena od nule? Nasumično premještanje do n/2 nasumično odabranih elemenata u razvrstanom ili obrnuto razvrstanom nizu, kakvo je korišteno u gornja dva dijagrama, takve nam razvrstanosti ne daje. Pa hajdemo koristiti nasumično premještanje do n elemenata:



Kako bismo mogli matematički opisati tamnoplavu krivulju? Dakle, ona u nuli (na grafikonu je to 7500) ima šiljak prema dolje. Dakle, prva derivacija u nuli je beskonačna. Za koje je matematičke krivulje derivacija u nuli beskonačna? Pretpostavimo da se radi o apsolutnoj vrijednosti polinoma neparnog stupnja ovisnog o razvrstanosti, s korijenom u nula. To jest, pretpostavimo da bi funkcija dvije varijable, broj elemenata u polju i razvrstanost polja, koja kao rezultat daje broj usporedbi koje će QuickSort napraviti, imala ovakav oblik:

$$f(n,s)=e^{(\ln(n)+\ln(\ln(n)))\cdot C_1+(\ln(n)-\ln(\ln(n)))\cdot C_2\cdot|neki-polinom-neparnog-stupnja|}$$

Gdje je C_1 neki broj malo veći od 1, a C_2 neki broj malo manji od 1. Naime, QuickSort, kao što znaju već i oni koji imaju samo najosnovnije znanje iz informatike, u najboljem slučaju napravi približno $n\cdot\log_2(n)$ usporedbi. Kako taj izraz stavljamo u eksponent, moramo ga preoblikovati u $\ln(n\cdot\log_2(n))=\ln(n)+\ln(\ln(n)\cdot C_1)\approx(\ln(n)+\ln(\ln(n)))\cdot C_1$, a, kako je binarni logaritam veći od prirodnoga, C_1 mora biti nešto veći od 1. Zapravo, kada ovako gledamo, trebalo bi biti $C_1=1/\ln(2)\approx1.44$, no možda će računalo naći broj koji će bolje pristajati, jer evidentno je da QuickSort nekada napravi i nešto manje od $n\cdot\log_2(n)$ usporedbi. Malo je manje poznato da QuickSort u najgorem slučaju napravi nešto manje od n^2 usporedbi. Dakle, broj usporedbi koje QuickSort napravi varira za faktor $\frac{n^2}{n\cdot\log_2(n)}=\frac{n}{\log_2(n)}$. Budući da taj izraz stavljamo u eksponent, preoblikujemo ga u:

$$\ln\left(\frac{n}{\log_2(n)}\right)=\ln(n)-\ln(\log_2(n))=\ln(n)-\ln(\ln(n)\cdot C_2)\approx(\ln(n)-\ln(\ln(n)))\cdot C_2$$

Kako QuickSort uvijek napravi strogo manje od n^2 usporedbi, znamo da je C_2 manji od 1, no teško je reći koliko. No, razumno je pretpostaviti da je između 0.5 i 1.

Kombinirajući tehnike mekanog programiranja i objektivno orijentiranog programiranja napisao sam program koji traži taj polinom te brojeve C_1 i C_2, pod pretpostavkom da je formula uistinu takvog oblika, dostupan je na GitHubu[11]. Naletio sam na naizgled neobjašnjiv problem pri compiliranju, naime, kada sam compileru GCC 8.3 zadao da compilira taj program, linker se srušio s nekom nerazumljivom porukom o pogrešci. Uspio sam zaobići taj problem tako što sam mu zadao da linkira statički umjesto dinamički. Isprva sam mislio da sam pogriješio u nečemu vezanom za objektivno orijentirano programiranje, u čemu nisam pretjerano vješt. Da stvar bude čudnija, CLANG 9.0 je mogao dati 32-bitnu Linuxovu dinamički linkiranu izvršnu datoteku, a MinGW 8.2 (koji većinom dijeli isti izvorni kod kao GCC 8.3) na Windows 10 nije pravio nikakve probleme. Kako netko tko želi pokrenuti taj C++-ov program ne bi naletio na teško razumljive probleme s compiliranjem, objavio sam 64-bitnu Linuxovu, 32-bitnu Linuxovu i 32-bitno Windowsovu izvršnu datoteku na GitHub[12]. Kasnije sam shvatio da nije riječ o objektivno orijentiranom programiranju, niti toliko o compilerima, koliko o Linuxu. 64-bitni programi za Linux većinom očekuju (razumno) da su Linuxove sistemske datoteke `/usr/local/lib64/libstdc++.so.6` i `/usr/lib64/libstdc++.so.6` identične. To na mom laptopu nije bio slučaj. Ja sam iz izvornog koda compilirao novu verziju `libstdc++`-a i spremio sam je u `/usr/local/lib64`, a u `/usr/lib64` ostala je starija i ne posve kompatibilna verzija. Problem s time da ne mogu dobiti 64-bitne dinamički linkirane izvršne datoteke za kompliciranije C++ programe (za *Hello World* program sam mogao) nestao je kada sam kopirao `/usr/local/lib64/libstdc++.so.6` u direktorij `/usr/lib64` i zamijenio postojeću datoteku.
Dakle, taj program je, nakon što se nekoliko minuta vrtio na mom laptopu, ispisao da smatra da je rješenje:

```
f(n,s)=exp((ln(n)+ln(ln(n)))*1.05+(ln(n)-
ln(ln(n)))*0.83*abs(2.38854*pow(s,7)-0.284258*pow(s,6)-
1.87104*pow(s,5)+0.372637*pow(s,4)+0.167242*pow(s,3)-
0.0884977*pow(s,2)+0.315119*s))
```

Drugim riječima, da vrijedi:

$C_1 \approx 1.05$

$C_2 \approx 0.83$

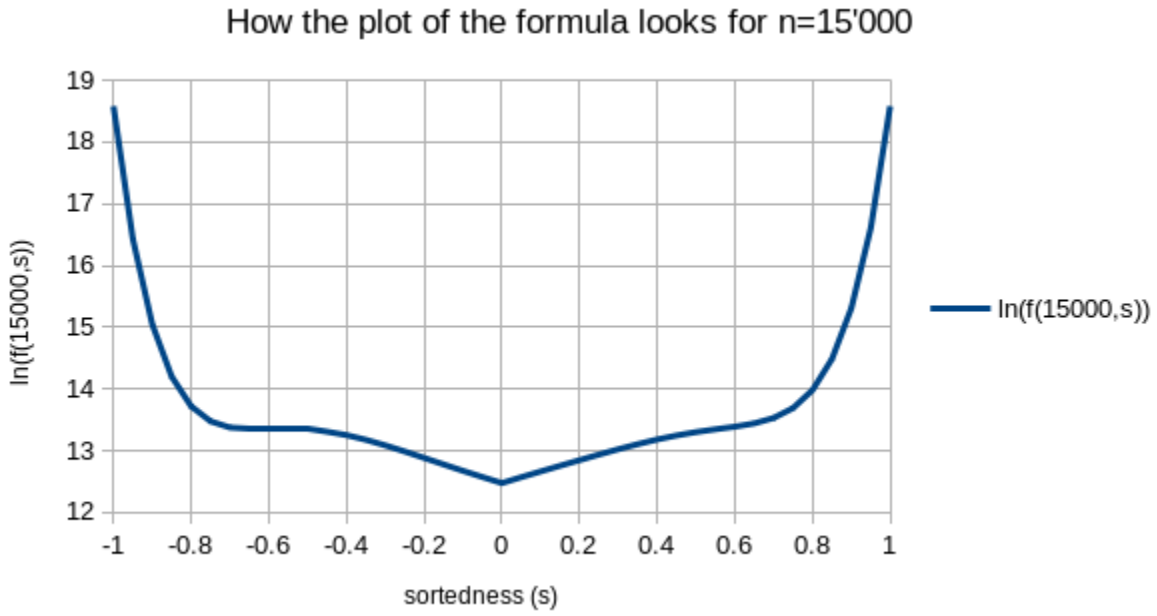
Te da onaj polinom iznosi približno:

$$2.38854 \cdot s^7 - 0.284258 \cdot s^6 - 1.87104 \cdot s^5 + 0.372637 \cdot s^4 + 0.167242 \cdot s^3 - 0.0884977 \cdot s^2 + 0.315119 \cdot s$$

Nadam se da se slažete da je znanstveno-metodološki ispravna hipoteza da je ta formula ispravna. Evo kako ta formula izgleda za n=15000, usporedite je s plavom krivuljom na prethodnom dijagramu:

11 https://github.com/FlatAssembler/ArithmeticExpressionCompiler/blob/master/QuickSort/Genetic_algorithm_for_deriving_the_formula/genetic.cpp

12 Linkovi su ovdje: https://github.com/FlatAssembler/ArithmeticExpressionCompiler/tree/master/QuickSort/Genetic_algorithm_for_deriving_the_formula



Genetski algoritam iz onog objektivno-orijentiranog i mekano programiranog programa imao je pristup podacima za n=15000, pa je po njima namještao brojeve iz formule. Znanstveno testiranje hipoteze da je ta formula ispravna bilo bi da je isprobamo na n-ovima koji su znatno različiti od toga. Zato sam je ugradio u onaj program za razvrstavanje u svom programskom jeziku, da bude lakše isprobati je za manje nizove.
Za već poredani niz veličine n=10, ta formula predviđa da će QuickSortu trebati 91 usporedba da razvrsta niz. Zapravo mu, mjerenje pokazuje, treba 45 usporedbi. To je greška od (91-45)/45=102%. Za poredani niz veličine n=100, ta formula predviđa da će QuickSortu trebati 8047 usporedbi. Mjerenje pokazuje da mu treba 4950 usporedbi. To je greška od (8047-4950)/4950=62%. Formula predviđa da će QuickSort za poredani niz od 1000 elemenata napraviti 666102 usporedbe. Mjerenje pokazuje da on za takav niz radi 499500 usporedbi. To je greška od (666102-499500)/499500=33%. Mislim da je iz ovoga jasno da je ta formula samo prividno točna za n=15000, i da za manje nizove ona drastično precijeni koliko će QuickSort napraviti usporedbi.

Zaključak
Naivna implementacija genetskog algoritma ne daje ni približno točnu formulu za predviđanje koliko će usporedbi QuickSort napraviti na temelju broja elemenata u nizu i razvrstanosti niza. Takva formula omogućavala bi da se vrijeme potrebno QuickSortu da razvrsta neki niz predvidi u linearnom vremenu. To bi vjerojatno bilo korisno za schedulere, i trebali bismo je nastaviti tražiti. Smatram da je najupitnija pretpostavka koju sam napravio da je izvedem to da QuickSortu u najgorem slučaju treba približno n^2 usporedbi. Iz iskustva mi se čini da taj broj nikad ne prelazi $n^2/2$. Možda bi u onoj dugačkoj formuli $\left(\ln\left(n\right)-\ln\left(\ln\left(n\right)\right)\right)\cdot C_2\cdot\left|polinom\right|$ trebalo zamijeniti s $\left(\ln\left(n\right)-\ln\left(\ln\left(n\right)\right)-C_3\right)\cdot C_2\cdot\left|polinom\right|$, gdje bi $C_3\approx\ln\left(2\right)\approx0.69$. Naravno, za to bi trebalo dosta izmijeniti onaj mekano programirani program.