

## 杭州电子科技大学学生考试卷期末（B）卷

考试课程		概率论与数理统计		考试日期		2010 年 月 日		成 绩		
课程号		A0702140		教师号				任课教师姓名		
考生姓名		学号（8 位）		年 级		专 业				
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	

一、选择题，将正确答案填在括号内（每小题 3 分，共 18 分）

1. 对于任意两事件  $A, B$ ， $P(A \cup B)$  等于（ ）

- A.  $P(A) + P(B) - P(AB)$                       B.  $P(A) + P(B) - P(A)P(B)$
- C.  $P(A) + P(B)$                                 D.  $1 - P(\bar{A})P(\bar{B})$

2. 设随机变量  $X \sim b(5, 0.2)$ ，则下列结论中正确的是（ ）

- A.  $P\{X=2\} = 0.2^2 \times 0.8^3$                       B.  $P\{X=2\} = 0.8^2 \times 0.2^3$
- C.  $P\{X=2\} = C_5^2 0.2^2 \times 0.8^3$                       D.  $P\{X=2\} = C_5^2 0.8^2 \times 0.2^3$

3. 随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(x+3)^2}{4}}$ ,  $x \in (-\infty, +\infty)$ ，则  $Y = ( ) \sim N(0, 1)$

- A.  $\frac{X+3}{2}$     B.  $\frac{X+3}{\sqrt{2}}$
- C.  $\frac{X-3}{2}$     D.  $\frac{X-3}{\sqrt{2}}$

4. 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立， $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ， $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ，则随机变量

$Z = 2X - 3Y + 1$  的方差  $D(Z)$  等于（ ）

- A.  $2\sigma_1^2 - 3\sigma_2^2$                                       B.  $4\sigma_1^2 - 9\sigma_2^2$
- C.  $4\sigma_1^2 + 9\sigma_2^2 + 1$                                 D.  $4\sigma_1^2 + 9\sigma_2^2$

5. 设  $(X, Y)$  的联合分布律如下表所示:

$\begin{matrix} Y \\ X \end{matrix}$	0	1	2
-1	1/15	t	1/5
1	s	1/5	3/10

则  $(s, t) = (\quad)$  时,  $X$  与  $Y$  相互独立.

- (A)  $(1/5, 1/15)$ ; (B)  $(1/15, 1/5)$ ;  
(C)  $(1/10, 2/15)$ ; (D)  $(2/15, 1/10)$ .

6. 设  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 其中  $\sigma^2$  已知,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的一个样本, 则  $\mu$  的置信度为 95% 的置信区间为  $(\quad)$ .

- A.  $(\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{0.025}, \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{0.025})$ ; B.  $(\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_{0.025}, \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_{0.025})$   
C.  $(\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{0.05}, \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{0.05})$  D.  $(\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_{0.05}, \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_{0.05})$

二、填空题 (每空格 2 分, 共 12 分)

1. 设事件  $A, B$  相互独立,  $P(A) = 0.4$ ,  $P(B) = 0.6$ , 则概率  $P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
2. 袋内装有 6 个白球, 4 个黑球. 从中任取三个, 取出的三个球都是白球的概率  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
3. 设  $X \sim N(10, \sigma^2)$ ,  $P\{10 < X < 20\} = 0.3$ , 则  $P\{0 < X < 10\}$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
4. 设随机变量  $X$  服从  $(0, 2)$  上的均匀分布, 则随机变量  $Y = X^2$  在  $(0, 4)$  上的概率密度  $f_Y(y) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
5. 设随机变量  $X$  服从二项分布  $b(10, 0.3)$ , 随机变量  $Y$  服从正态分布  $N(2, 4)$ , 且  $X, Y$  相互独立, 则  $E(X - 2Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $D(X - 2Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

三、(本题 6 分) 将两信息分别编码为  $A$  和  $B$  传递出去, 接收站收到时,  $A$  被误作  $B$  的概率为 0.04, 而  $B$  被误作  $A$  的概率为 0.03, 信息  $A$  与信息  $B$  传递的频繁程度为 2:1, 若接收站收到的信息是  $A$ , 求原发信息是  $A$  的概率.

四、(本题 10 分) 设随机变量  $X$  的密度函数为  $f(x) = \begin{cases} ax, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ,

- (1) (3 分) 求常数  $a$ ;
- (2) (3 分) 求  $X$  的分布函数  $F(x)$ ;
- (3) (4 分) 方差  $D(X)$ .

五. (本题 18 分) 设随机变量  $(X, Y)$  的概率分布律为:

$\begin{array}{c} \diagdown \\ \text{Y} \end{array} \begin{array}{c} \diagup \\ \text{X} \end{array}$	0	1	2
-1	0.3	0.1	0.2
1	0.1	0.3	0

求: (1) (8 分)  $X$  的边缘分布律和  $Y$  的边缘分布律, 并问  $X$  与  $Y$  是否相互独立?

(2) (6 分) 相关系数  $\rho_{XY}$ , 并问  $X$  与  $Y$  是否相关?

(3) (4 分) 条件概率  $P\{X \geq 1 | Y = 1\}$ .

六. (本题 8 分) 某单位有 150 架电话机, 每架分机有 4% 的时间要使用外线, 假设每架分机是否使用外线是相互独立的, 求该单位有 10 条外线时, 至少有一架分机使用外线时需要等待的概率?

七. (每小题 5 分, 共 10 分) 设总体  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} (\theta + 1)x^\theta, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$ , 其中  $\theta > -1$

是未知参数,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是  $X$  的一个样本  $X_1, X_2, \dots, X_n$  的观察值, 试求

- (1) 参数  $\theta$  的矩估计量;
- (2) 参数  $\theta$  的最大似然估计值.

八. (本题 8 分) 设某批电子元件的寿命  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu, \sigma^2$  均为未知, 随机抽取 16 只, 测得  $\bar{x} = 1509, s = 32$  (单位为小时)。求该批电子元件平均寿命  $\mu$  的置信度为  $1 - \alpha$  的置信区间 ( $\alpha = 0.05, t_{0.025}(15) = 2.1315, Z_{0.025} = 1.96$ )。

九. (本题 6 分) 设总体  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 样本观察值  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 。对显著性水平  $\alpha$ , 求假设检验  $H_0: \sigma^2 \leq \sigma_0^2$  的拒绝域。

十. (本题 4 分) 设随机变量  $(X, Y)$  在矩形  $G = \{(x, y) | 0 < x < 2, 0 < y < 1\}$  上服从均匀分布, 试证: 随机变量  $Z = X \cdot Y$  的概率密度为  $f_Z(z) = \begin{cases} \frac{1}{2}(\ln 2 - \ln z), & 0 < z < 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ 。