

单元七 相对论动力学

一 选择题

01. 根据相对论力学, 动能为 0.25 MeV 的电子, 其运动速度约等于 (c 表示真空中光速, 电子的静止能 $m_0 c^2 = 0.5 \text{ MeV}$) 【 C 】

- (A) $0.1c$; (B) $0.5c$; (C) $0.75c$; (D) $0.85c$ 。

02. 粒子的动能等于它本身的静止能量, 这时该粒子的速度为 【 A 】

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}c$; (B) $\frac{3}{4}c$; (C) $\frac{1}{2}c$; (D) $\frac{4}{5}c$ 。

03. E_k 是粒子的动能, p 是它的动量, 那么粒子的静能 $m_0 c^2$ 等于 【 A 】

(A) $\frac{p^2 c^2 - E_k^2}{2E_k}$;

(B) $\frac{(pc - E_k)^2}{2E_k}$;

(C) $p^2 c^2 - E_k^2$;

(D) $\frac{p^2 c^2 + E_k^2}{2E_k}$ 。

04. 把一个静止质量为 m_0 的粒子, 由静止加速到 $0.6c$ (c 为真空中的速度) 需做的功等于 【 B 】

(A) $0.18m_0 c^2$;

(B) $0.25m_0 c^2$;

(C) $0.36m_0 c^2$;

(D) $1.25m_0 c^2$ 。

05. 在惯性系 S 中, 有两个静止质量都是 m_0 的粒子 A 和 B , 分别以速度 \bar{v} 沿同一直线相向运动, 相碰后合在一起成为一个复合粒子, 则在相对 S 同样以 \bar{v} 匀速运动的 S' 系中看来, 复合粒子的静止质量的值为 【 D 】

(A) $2m_0$;

(B) $\frac{0.5m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$;

$$(C) \frac{m_0}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2};$$

$$(D) \frac{2m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}.$$

06. 已知一静止质量为 m_0 的粒子, 其固有寿命为实验室测量的 $\frac{1}{n}$, 则粒子的实验室能量相当于静止能量的 【 C 】

(A) 1 倍;

(B) $\frac{1}{n}$ 倍;

(C) n 倍;

(D) $(n-1)$ 倍。

二 填空题

07. 相对论能量和动量关系为 $E^2 = E_0^2 + P^2 c^2$

08. 根据狭义相对论, 在惯性系中, 联系力和运动的力学基本方程可表示为 $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$

09. 某人测得一静止棒长为 l , 质量为 m , 于是求得此棒的线密度为 $\rho = \frac{m}{l}$, 假定此棒以速度 v 垂

直于棒长方向运动, 则它的线密度为 $\rho' = \frac{m'}{l} = \frac{m}{l\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{\rho}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

10. 在电子湮灭的过程中, 一个电子和一个正电子相碰撞而消失, 并产生电磁辐射。假定正负电子在湮灭前动量为非相对论动量的 2 倍(已知电子的静止能量为 $0.512 \times 10^6 \text{ eV}$), 由此估算辐射的总能量为 $E = 4m_0 c^2 = 2.05 \text{ MeV}$

☛ 湮灭前动量 $p = mv$, 非相对论动量 $p_0 = m_0 v$

依题意有 $mv = 2m_0 v$ —— $m = 2m_0$

电子和正电子的总能量 $E = 2mc^2 = 4m_0 c^2$

辐射的总能量为 $E = 4m_0 c^2 = 2.05 \text{ MeV}$

11. 观测者甲以 $\frac{4}{5}c$ 的速度(c 为真空中光速)相对于静止的观察者乙运动, 若甲携带一长度为 L 、截面积为 S , 质量为 m 的棒, 这根棒安放在运动方向上, 则

1) 甲测得此棒的密度为 $\rho_0 = \frac{m}{LS}$

2) 乙测得此棒的密度为 $\rho = \frac{25m}{9LS}$

12. 匀质细棒静止时质量为 m_0 ，长度 l_0 ，当它沿棒长方向作高速匀速直线运动时，测得长为 l ，那

么棒的运动速度 $v = c \sqrt{1 - (\frac{l}{l_0})^2}$ ；该棒具有的动能 $E_k = (\frac{l_0}{l} - 1)m_0 c^2$

运动方向上： $l = l_0 \sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}$ —— $v = c \sqrt{1 - (\frac{l}{l_0})^2}$

动能： $E_k = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} c^2 - m_0 c^2$ —— $E_k = (\frac{l_0}{l} - 1)m_0 c^2$

13. 一静止质量为 m_0 ，带电量为 q 的粒子，其初速为零，在均匀电场 E 中加速，在时刻 t 时它所获

得的速度是 $\frac{qEct}{\sqrt{(qEt)^2 + m_0^2 c^2}}$ 。如果不考虑相对论效应，它的速度是 $\frac{qEt}{m_0}$

三 判断题

14. 质子在加速器中被加速，当其动能为静止能量的 3 倍时，其质量为静止质量的 9 倍。 【 错 】

15. 化学家经常说：“在化学反应中，反应前的质量等于反应后的质量”，但是根据狭义相对论，从严格意义上讲这句话应该得到修正。 【 对 】

16. 物质的静能与惯性参考系的选择没有关系。 【 对 】

17. 质量、长度、时间的测量结果都是随物体与观察者的相对运动状态而改变的。 【 对 】

四 计算题

18. 已知电子的静能为 0.511 MeV ，若电子动能为 0.25 MeV ，则它所增加的质量 Δm 与静止质量 m_0 的比值近似等于多少。

电子的相对论能量： $E = E_k + E_0 \longrightarrow \Delta E = \Delta m c^2 = E_k$

$$\Delta m = \frac{E_k}{c^2} \longrightarrow \frac{\Delta m}{m_0} = \frac{E_k}{m_0 c^2} = \frac{E_k}{E_0}$$

Δm 与静止质量 m_0 的比值： $\frac{\Delta m}{m_0} = 0.49$

19. 某一宇宙射线中的介子的动能 $E_k = 7M_0 c^2$ ，其中 M_0 是介子的静止质量，试求在实验室中观察到它的寿命是它的固有寿命的多少倍。

因为 $\Delta E = \Delta m c^2 = E_k$

$$(m - m_0)c^2 = 7m_0c^2 \quad \text{——} \quad m = 8m_0, \text{ 代入 } m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\text{得到: } \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{m}{m_0} \quad \text{——} \quad \text{将 } \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 8 \text{ 代入 } \tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\text{得到: } \underline{\tau = 8\tau_0}$$

20. 设快速运动的介子的能量约为 $E = 3000\text{MeV}$ ，而这种介子在静止时的能量为 $E_0 = 100\text{MeV}$ ，若这种介子的固有寿命是 $\tau_0 = 2 \times 10^{-6}\text{s}$ ，求它运动的距离(真空中光速 $c = 2.9979 \times 10^8\text{m/s}$)。

✎ 设固定在介子上的参照系为 S'

根据 $E - E_0 = (m - m_0)c^2$ ，将 $E = 3000\text{MeV}$ ， $E_0 = 100\text{MeV}$ 和 $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ 代入

$$\text{得到 } \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 30 \quad \longrightarrow \quad \text{介子运动速度: } v = \frac{\sqrt{899}}{30}c$$

$$\text{介子在 } S \text{ 系中的寿命: } \tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\text{介子在 } S \text{ 系中运动的距离: } \Delta x = \frac{v\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\text{将 } \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 30, \quad v = c \frac{\sqrt{899}}{30} \text{ 和 } \tau_0 = 2 \times 10^{-6}\text{s} \text{ 代入得到:}$$

$$\underline{\Delta x = 1.8 \times 10^4\text{m}}$$

21. 求 1 个质子和 1 个中子结合成 1 个氘核时放出的能量(用焦耳和电子伏特表示)。已知它们的静止质量分别为:

$$\text{质子 } m_p = 1.67262 \times 10^{-27}\text{kg}, \quad \text{中子 } m_n = 1.67493 \times 10^{-27}\text{kg}, \quad \text{氘核 } m_D = 3.34359 \times 10^{-27}\text{kg}$$

$$\text{✎ 结合前的系统的总能量: } E = E_0 = m_p c^2 + m_n c^2$$

$$\text{结合后系统的总能量: } E' = E'_0 = m_D c^2$$

一个质子和一个中子结合成一个氘核时放出的能量:

$$\Delta E = E_0 - E'_0 = (m_p + m_n - m_D)c^2$$

$$\underline{\Delta E = 3.6 \times 10^{-13}\text{J} = 2.25\text{MeV}}$$