

2017-2018-2 学期期末综合复习题

一、单项选择题

1、对于任意两个事件 A 与 B ，概率 $P(A - B)$ 等于 ()

(A) $P(A) - P(B)$

(B) $P(A) - P(AB)$

(C) $P(A) - P(B) + P(AB)$

(D) $P(A) - P(\bar{B})$

2、若随机变量 X 的概率密度为： $f(x) = \begin{cases} kx^2, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ，则 k 的取

值为 ()

(A) $\frac{4}{3}$

(B) $\frac{3}{4}$

(C) $\frac{8}{3}$

(D) $\frac{3}{8}$

3、设任意随机变量 X, Y ，关于下列等式不成立的是 ()

(A) $D(X) = Cov(X, X)$

(B)

$D(X + Y) = D(X) + D(Y)$

(C) $E(X - Y) = E(X) - E(Y)$

(D)

$Cov(X, Y) = Cov(Y, X)$

4、设随机变量 X, Y 相互独立，其分布函数分别为 $F_X(x)$ 与 $F_Y(y)$ ，则随机变量 $Z = \max(X, Y)$ 的分布函数 $F_Z(z)$ 等于 ()

(A) $\max\{F_X(z), F_Y(z)\}$

(B) $\frac{1}{2}[F_X(z) + F_Y(z)]$

(C) $F_X(z)F_Y(z)$

(D) $1 - [1 - F_X(z)][1 - F_Y(z)]$

5、设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，其中 σ^2 未知， $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ 为来自该总体的样本，则下列统计量是 σ^2 的无偏估计量是()

(A) $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

(B) $\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

(C) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

(D) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}^2)$

二、填空题

- 1、设事件 A 与 B 相互独立，且 $P(A \cup B) = 0.7$, $P(B) = 0.3$ ，则 $P(A | \bar{B})$ _____
- 2、袋中有 6 个球，其中红球 1 个，白球 2 个，黑球 3 个，先后取两次（放回抽样），每次取 1 个，则取到 1 个白球、1 个黑球的概率=_____
- 3、设随机变量 X 的分布律为： $P\{X = k\} = b(1/3)^k$ ，（ $k = 1, 2, 3, \dots$ ），则 $b =$ _____
- 4、设随机变量 $X \sim N(2, 4)$ ， $Y \sim \pi(3)$ ，且 X 与 Y 相互独立，则 $E(X - 2Y)$ = _____， $D(X + Y + 1) =$ _____
- 5、设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，其中 σ^2 已知， $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ 为一样本， \bar{X} 为样本均值，则在显著水平为 α 下的检验假设 $H_0: \mu = \mu_0$ ， $H_1: \mu \neq \mu_0$ 的拒绝域为_____

三、一食品店有三种蛋糕出售，由于售出哪一种蛋糕是随机的，因而售一只蛋糕的价格是一个随机变量 X ，它取 1 元、1.2 元、1.5 元各个值的概率分别为 0.3、0.2、0.5。求：（1）求 X 的分布函数 $F(x)$ ；（2）利用中心极限定理计算：若售出 300 只蛋糕，售出价格为 1.2 元的蛋糕多于 60 支的概率。

四、设随机变量 (X, Y) 的概率分布律为：

$\begin{array}{c} X \\ \backslash \\ Y \end{array}$	-1	0	1
-1	1/8	1/8	1/8
0	1/8	0	1/8
1	1/8	1/8	1/8

- 求：（1）关于 XY 的分布律；
- （2） $P\{X \leq 0 | Y = 0\}$ ；
- （3） $E(X)$, $E(Y)$ 和 $E(XY)$ ；
- （4）验证 X 和 Y 是不相关的，但 X 和 Y 是不相互独立的。

五、设二维机变量 (X, Y) 的概率函数为:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

(1) 求关于 X 和 Y 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$;

(2) 求概率 $P\{2Y \leq X\}$;

(3) 求 $D(X)$ 的值。

六、设总体 X 具有指数分布, 其概率密度为 $f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 其中 θ 是未知参数. 又 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自该总体的一个样本, x_1, x_2, \dots, x_n 为样本值. 试分别求未知参数 θ 的矩估计量和最大似然估计量。

七、为确定某种溶液中的甲醛浓度, 取得 4 个独立测量值的样本, 并算得样本均值 $\bar{X} = 8.48\%$, 样本标准差为 $S = 0.3\%$ 。设被测总体正态分布。试求 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间。(已知: $t_{0.05}(4) = 4.6041$, $t_{0.05}(3) = 5.8409$, $t_{0.025}(4) = 2.7764$, $t_{0.025}(3) = 3.1824$)。

八、某一橡胶配方中, 原用氯化锌 5g, 现减为 1g, 今分别抽样两种配方 $n_1 = 10$ 个和 $n_2 = 9$ 个样品进行试验, 测得橡胶伸长率如下:

氯化锌 1g 565, 577, 580, 575, 556, 542, 560, 532, 570, 561

氯化锌 5g 540, 533, 525, 520, 545, 531, 541, 529, 534

并测得其样本方差分别 $S_1^2 = 236, S_2^2 = 63$, 假设橡胶伸长率服从正态分布, 问在显著水平为 $\alpha = 0.1$ 下, 这两种配方对橡胶伸长率的总体方差有无显著差异 ($H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$, $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$)? (已知 $F_{0.05}(9, 8) = 3.39$, $F_{0.95}(9, 8) = 0.31$)

九、设相互独立的随机变量 $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ 均服从标准正态分布, 记

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2, \text{ 证明: } E(\chi^2) = n.$$