

单元自测练习题 (4)

第四章 不定积分

一、选择题 (每题 3 分, 共 12 分)

1、下列不是 $\sin 2x$ 的原函数的是 () .

A . $-\frac{1}{2}\cos 2x+C$ B . $\sin^2 x+C$ C . $-\cos^2 x+C$ D . $\frac{1}{2}\sin^2 x+C$

2、若函数 $f(x)$ 的导数是 $\sin x$, 则 $f(x)$ 的一个原函数是 () .

A . $\sin x$ B . $-\sin x$ C . $\cos x$ D . $-\cos x$

3、若 $\int f(x)dx = F(x)+C$, 则 $\int f(ax^2+b)xdx = ()$.

A . $F(ax^2+b)+C$ B . $\frac{1}{2a}F(ax^2+b)$
C . $\frac{1}{2a}F(ax^2+b)+C$ D . $2aF(ax^2+b)+C$

4、已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2(x-1), & x < 1 \\ \ln x, & x \geq 1 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 的一个原函数是 () .

A . $F(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x < 1 \\ x(\ln x - 1), & x \geq 1 \end{cases}$ B . $F(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x < 1 \\ x(\ln x + 1) - 1, & x \geq 1 \end{cases}$
C . $F(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x < 1 \\ x(\ln x - 1) + 1, & x \geq 1 \end{cases}$ D . $F(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x < 1 \\ x(\ln x + 1) + 1, & x \geq 1 \end{cases}$

二、填空题 (每题 3 分, 共 12 分)

5、 $\int \frac{x+3}{x^2+4x+13}dx =$ _____ .

6、设曲线过点 $(e^2, 3)$, 且在任意点处的切线的斜率是该点横坐标的倒数, 则曲线方程为 _____ .

7、设 $f'(\tan^2 x) = \sec^2 x$, 且 $f(0) = 1$, 则 $f(x) =$ _____ .

8、设 $\int xf(x)dx = \ln(x + \sqrt{x^2+1}) + C$, 则 $\int \frac{1}{f(x)}dx =$ _____ .

三、求不定积分(每题 6 分, 共 48 分)

9、 $\int \frac{\sqrt{x^4 + x^{-4} + 2}}{x^3} dx$

10、 $\int \frac{x + \sin x}{1 + \cos x} dx$

11、 $\int \frac{2 \sin x \cos x \sqrt{1 + \sin^2 x}}{2 + \sin^2 x} dx$

12、 $\int \frac{x^2}{1 + x^2} \arctan x dx$

13、 $\int \frac{dx}{(2x^2 + 1)\sqrt{1 + x^2}}$

14、 $\int \frac{dx}{(2 + \cos x) \sin x}$

15、 $\int \frac{x e^{\arctan x}}{(1 + x^2)^{3/2}} dx$

16、 $\int \frac{1}{\sqrt{e^{2x} + 1}} dx$

四、计算下列各题 (每题 7 分, 共 28 分)

17、设 $f'(e^x) = a \sin x + b \cos x$, 其中 a, b 是不同时为零的常数, 求 $f(x)$.

18、设 $x \neq 0$ 时, $f'(x)$ 连续, 求 $\int \frac{x f'(x) - (1+x)f(x)}{x^2 e^x} dx$.

19、设 $f(x)$ 的一个原函数是 $\frac{\cos x}{x}$, 求 $\int x^3 f'(x) dx$.

20、设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, $F(0) = 1, F(x) \geq 0$, 且当 $x \geq 0$ 时, 有

$$f(x)F(x) = \sin^2 2x, \text{ 求 } f(x).$$