单元自测练习题（2）

第二章 导数与微分

一、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1、已知 $y=\sin x$，则高阶导数 $y^{(10)}=$（　　）

A．$\sin x$　　B．$\cos x$　　C. $-\sin x$　　D. $-\cos x$

2、设函数 $y=f(x)$ 在 $x=a$ 处可导，$\Delta y=f(a+h)-f(a)$，则当 $h\to 0$ 时有（　　）

A．dy 是 h 的等价无穷小量　　B．$\Delta y-dy$ 是 h 的同阶无穷小量

C. dy 是 h 的高阶无穷小量　　D. $\Delta y-dy$ 是 h 的高阶无穷小量

3、函数 $f(x)=(x^2-x-2)\left|x^3-x\right|$ 的不可导点的个数（　　）

A．3　　B．2　　C. 1　　D. 0

4、设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{(x-1)^{\alpha}}\cos\dfrac{1}{x-1}, & x\neq 1\\ 0, & x=1\end{cases}$ 在 $x=1$ 处可导，则实数 α 满足（　　）

A．$\alpha<-1$　　B．$-1\le\alpha<0$　　C. $0\le\alpha<1$　　D. $\alpha\ge 1$

5、设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，且 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h^2)}{h^2}=1$，则（　　）

A．$f(0)=0$ 且 $f'_-(0)$ 存在　　B．$f(0)=0$ 且 $f'_+(0)$ 存在

C. $f(0)=1$ 且 $f'_-(0)$ 存在　　D. $f(0)=1$ 且 $f'_+(0)$ 存在

二、填空题（每题 3 分，共 12 分）

6、设 $y=e^{\tan\frac{1}{x}}\sin\dfrac{1}{x}$，则 $y'=$ ________________

7、设 $x+y=\sec y$，则 $dy=$ ________________

8、设 $f(x)=\lim\limits_{t\to 0}x(1+3t)^{\frac{x}{t}}$，则 $f'(x)=$ ________________

9、设 $x>0$，$d(\dfrac{\tan x}{\sqrt{x}})=$ ________________ $d\sqrt{x}$

三、求导数和微分(每题 6 分，共 30 分)

10、设 $y=\arctan(2^x)+\ln\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$ ，求 dy .

11、设 $y=(1+\dfrac{1}{x})^{\frac{1}{x}}$ ，求 y'.

12、设 $f''(x)$ 存在， $y=f(xe^{-x})$ ，求 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

13、设函数 $y=y(x)$ 由方程 $(\arcsin x)\ln y-e^{2x}+y=0$ 所确定，求 $\dfrac{d^2y}{dx^2}\Big|_{x=0}$.

14、设 $\begin{cases} x=\ln(1+t^2) \\ y=t-\arctan t \end{cases}$ ，求 $\dfrac{dy}{dx}$ 和 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

四、讨论连续性和可导性（每题 7 分，共 21 分）

15、设 $f(x)=\begin{cases} x\arctan\dfrac{1}{x^2}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$ ， (1) 求 $f'(x)$ (2) 讨论 $f'(x)$ 的连续性.

16、 设 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{g(x)-\cos x}{x}, & x\neq 0 \\ a, & x=0 \end{cases}$ ，其中 $g(x)$ 可导且 $g(0)=1$ ，试确定 a 的值，使得 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处连续.

17、设 $f(x)=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{x^2e^{n(x-1)}+ax+b}{e^{n(x-1)}+1}$ ，问 a， b 取何值时， $f(x)$ 连续且可导.

五、应用（每题 11 分，共 22 分）

18、证明：双曲线 $xy=a^2$ 上任一点处切线与两坐标轴构成的三角形的面积都等于 $2a^2$.

19、设周期函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内可导，周期为 4，且它在 $x=0$ 的某个邻域内满足 $f(1)-2f(1-x)=-2x+o(x)$ ，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(5,f(5))$ 处的切线方程.