

单元十三 氢光谱 玻尔氢原子理论 波粒二象性

一 选择题

01. 使氢原子中电子从 $n=3$ 的状态电离, 至少需要供给的能量为 【 C 】
(已知基态氢原子的电离能为 13.6eV)。

(A) -12.1eV ; (B) 12.1eV ; (C) 1.51eV ; (D) -1.51eV 。

02. 由氢原子理论, 当氢原子处于 $n=3$ 的激发态时, 可发射 【 C 】
(A) 一种波长的光; (B) 两种波长的光; (C) 三种波长的光; (D) 各种波长的光。

03. 电子显微镜中的电子从静止开始通过电势差为 U 的静电场加速后
其德布罗意波长是 $0.4 \times 10^{-10}\text{m}$, 则 U 约为 【 D 】
(A) 150V ; (B) 330V ; (C) 630V ; (D) 940V 。

($e=1.6 \times 10^{-19}\text{C}$, $h=6.63 \times 10^{-34}\text{J}\cdot\text{s}$, 电子静止质量 $m_e=9.11 \times 10^{-31}\text{kg}$)

04. 若 α 粒子(电量为 $2e$)在磁感应强度为 \bar{B} 均匀磁场中沿半径为 R 的圆形轨道运动, 则 α 粒子的德布罗意波长是: 【 A 】

(A) $\frac{h}{2eRB}$; (B) $\frac{h}{eRB}$; (C) $\frac{1}{2eRBh}$; (D) $\frac{1}{eRBh}$ 。

☛ 德布罗意波长: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$

在均匀磁场中做圆周运动的带电粒子: $m \frac{v^2}{R} = 2eBv$

$v = \frac{2eBR}{m}$ —— 代入德布罗意波表达式得到: $\lambda = \frac{h}{2eRB}$ —— 正确答案(A)

05. 如图所示, 一束动量为 \bar{p} 的电子, 通过缝宽为 a 的狭缝, 在距离狭缝为 R 处放置一荧光屏, 屏上衍射图样中央最大宽度 d 等于: 【 D 】

(A) $\frac{2a^2}{R}$; (B) $\frac{2ha}{p}$;
(C) $\frac{2ha}{Rp}$; (D) $\frac{2Rh}{ap}$ 。

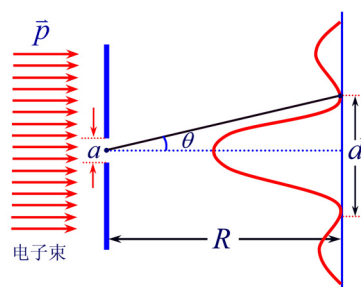
☛ 德布罗意波长: $\lambda = \frac{h}{p}$

单缝衍射暗纹: $a \sin \theta = k\lambda$

一级暗纹位置: $a \sin \theta = \lambda$

中央亮条纹宽度: $d = 2R \tan \theta \approx 2R \sin \theta = 2R \frac{\lambda}{a}$

$d = \frac{2Rh}{ap}$ —— 正确答案(D)



选择题_05 图示

06. 根据氢原子理论, 若大量氢原子处于主量子数 $n=5$ 的激发态, 则跃迁辐射的谱线中属于巴耳末系的谱线有 【 B 】

(A) 1 条;

(B) 3 条;

(C) 4 条;

(D) 10 条。

二 填空题07. 设大量氢原子处于 $n = 4$ 的激发态, 它们跃迁时发出一簇光谱线。这簇光谱线最多可能有 6 条。08. 当一质子俘获一个动能 $E_k = 13.6 \text{ eV}$ 的自由电子, 组成一基态氢原子时, 所发出的单色光频率是 $6.568 \times 10^{15} \text{ Hz}$ 。

☛ 质子俘获电子前, 系统的总能量:

$$E = m_{0p}c^2 + m_{0e}c^2 + 13.6 \text{ eV} \quad \text{—— 其中 } m_{0p}c^2 \text{ 与 } m_{0e}c^2 \text{ 是质子和电子的静止能量。}$$

质子俘获电子以后, 系统的总能量(氢原子基态能量):

$$E' = m_{0p}c^2 + m_{0e}c^2 - 13.6 \text{ eV}$$

$$\text{发出的单色光频率: } \nu = \frac{E - E'}{h} = \frac{27.2 \text{ eV}}{h}$$

$$\nu = \frac{27.2 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}}{6.6260755 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 6.568 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

09. 被激发到 $n = 3$ 的状态的氢原子气体发出的辐射中, 有 2 条非可见光谱线。10. 能量为 15 eV 的光子从处于基态的氢原子中打出一光电子, 则该电子离原子核时的运动速度为 $7.02 \times 10^5 \text{ m/s}$ 。11. 一质量为 $40 \times 10^{-3} \text{ kg}$ 的子弹, 以 1000 m/s 的速度飞行, 它的德布罗意波长为 $1.6 \times 10^{-35} \text{ m}$, 所以子弹不显示波动性。12. 一束带电粒子经 206 V 电势差加速后, 其德布罗意波长为 $\lambda = 0.002 \text{ nm}$, 已知此带电粒子的电量与电子电量值相等, 则此粒子的质量为 $1.6 \times 10^{-27} \text{ kg}$ 。

$$\text{☛ 粒子的德布罗意波长: } \lambda = \frac{h}{p} \quad \text{——} \quad p = \frac{h}{\lambda}$$

$$\text{带电粒子经加速获得的动能: } qV = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} \quad \longrightarrow \quad qV = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

$$\text{粒子的质量: } m = \frac{h^2}{2qV\lambda^2} \quad \text{——} \quad \begin{cases} q = e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \\ \lambda = 0.002 \text{ nm} \end{cases}$$

$$\underline{m = 1.6 \times 10^{-27} \text{ kg}}$$

三 判断题

13. 实物粒子与光子一样, 既具有波动性, 亦具有粒子性

【 对 】

14. 光子具有波粒二象性, 电子只具有粒子性。

【 错 】

15. 德布罗意认为实物粒子既具有粒子性, 也具有波动性。

【 对 】

16. 氢原子中的电子是在作确定的轨道运动, 轨道是量子化的。

【 错 】

17. 据氢原子的量子力学理论, 只能得出电子出现在某处的概率, 而不能断言电子在某处出现。

【 对 】

四 计算题18. 当氢原子从某初始状态跃迁到激发能(从基态到激发态所需的能量)为 $\Delta E = 10.19 \text{ eV}$ 的状态时, 发射出光子的波长是 $\lambda = 486 \text{ nm}$ 。该初始状态的能量和主量子数。

设初始能级和激发能为 $\Delta E = 10.19 \text{ eV}$ 的能级分别为 E_n 和 E_k ，如图 Q_04065 所示。

$$\text{依题意则有: } \begin{cases} E_n - E_k = h \frac{c}{\lambda} \\ E_k - E_1 = \Delta E \end{cases}$$

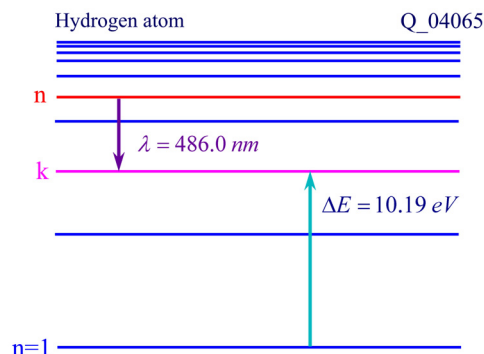
$$\text{两式相加得到: } E_n - E_1 = h \frac{c}{\lambda} + \Delta E$$

$$\left(-\frac{13.6}{n^2} \text{ eV}\right) - (13.6 \text{ eV}) = h \frac{c}{\lambda} + \Delta E$$

$$\text{将 } \begin{cases} \Delta E = 10.19 \text{ eV} \\ \lambda = 486 \text{ nm} \\ h = 6.6260755 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \\ c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \end{cases} \text{ 代入上式得到:}$$

$$\underline{n = 4}$$

氢原子初始状态的能量: $\underline{E_4 = -0.85 \text{ eV}}$



19. 氢原子光谱的巴耳末线系中，有一光谱线的波长为 $\lambda = 434 \text{ nm}$ ，试求：

1) 与这一谱线相应的光子能量为多少电子伏特；

2) 该谱线是氢原子由能级 E_n 跃迁到能级 E_k 产生的， n 和 k 各为多少？

3) 最高能级为 E_5 的大量氢原子，最多可以发射几个谱线系、共几条谱线。请在氢原子能级图中表示出来，并说明波长最短的是哪一条谱线。

波长 $\lambda = 434 \text{ nm}$ 光子的能量：

$$\underline{h\nu = h \frac{c}{\lambda} = 2.86 \text{ eV}}$$

巴耳末光谱线系：

$$\tilde{\nu} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \longrightarrow \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

将 $R_H = 1.0973731 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ ， $\lambda = 434 \text{ nm}$ 代入上式得到: $\underline{n = 5}$

该谱线是氢原子由能级 $E_5 \longrightarrow E_2$ 产生的

根据里德伯—里兹并合原则: $\tilde{\nu} = T(k) - T(n)$ ， $n > k$

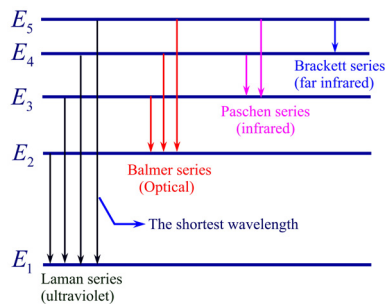
能级为 E_5 的大量氢原子，最多可以发射 4 个谱线系

即 $\underline{k = 1, 2, 3, 4}$ —— 共 10 条谱线，如图所示

波长最短的一条谱线(赖曼系)：

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{5^2} \right)$$

$$\underline{\lambda_{\min} = 94.96 \text{ nm}}$$



计算题_19 图示

20. 低速运动的质子和 α 粒子, 若它们的德布罗意波长相同, 求它们的动量之比 $p_p:p_\alpha$ 和动能之比 $E_p:E_\alpha$ 。(它们的质量比 $m_p:m_\alpha=1/4$)

$$\Rightarrow \text{因} \begin{cases} p_p = \frac{h}{\lambda} \\ p_\alpha = \frac{h}{\lambda} \end{cases} \quad \text{故} \quad \frac{p_p}{p_\alpha} = 1$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = mv \longrightarrow v = \frac{h}{m\lambda}$$

$$\frac{E_p}{E_\alpha} = \frac{\frac{1}{2}m_p v_p^2}{\frac{1}{2}m_\alpha v_\alpha^2} = 4:1$$

21. 假如电子运动速度与光速可以比拟, 则当电子的动能等于它静止能量的 2 倍时, 其德布罗意波长为多少? (普朗克常量 $h=6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, 电子静止质量 $m_e=9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$)

\Rightarrow 若电子的动能是它的静止能量的两倍, 则: $mc^2 - m_e c^2 = 2m_e c^2$

故: $m = 3m_e$

由相对论公式 $m = m_e / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ 得到: $3m_e = m_e / \sqrt{1 - v^2/c^2}$

解得: $v = \sqrt{8}c/3$

德布罗意波长为: $\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{8}m_e c} \approx 8.58 \times 10^{-13} \text{ m}$

22. α 粒子在磁感应强度为 $B = 0.025 \text{ T}$ 的均匀磁场中沿半径为 $R = 0.83 \text{ cm}$ 的圆形轨道运动。

1) 试计算其德布罗意波长;

2) 若使质量 $m = 0.1 \text{ g}$ 的小球以与 α 粒子相同的速率运动。则其波长为多少?

($m_\alpha = 6.64 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

\Rightarrow 对于在磁场作圆周运动的 α 粒子: $m_\alpha \frac{v^2}{R} = (2e)Bv \longrightarrow v = \frac{2eBR}{m_\alpha}$

α 粒子的德布罗意波长: $\lambda = \frac{h}{m_\alpha v} \longrightarrow \lambda = \frac{h}{2eBR}$

$$\lambda = 9.98 \times 10^{-12} \text{ m}$$

质量 $m = 0.1 \text{ g}$, 速率为 $v = \frac{2eBR}{m_\alpha}$ 的小球

德布罗意波长: $\lambda' = \frac{h}{m} \frac{m_\alpha}{2eBR}$

$$\lambda' = 6.63 \times 10^{-34} \text{ m}$$