单元二　简谐波 波动方程

一 选择题

01. 频率为$100\ Hz$，传播速度为$300\ m/s$的平面简谐波，波线上两点振动的相位差为$\frac{\pi}{3}$，则此两点相距：【 C 】

(A) $2.86\ m$；　(B) $2.19\ m$；　(C) $0.5\ m$；　(D) $0.25\ m$。

☛ 简谐波方程：

$$y(x,t)=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]\longrightarrow y(x,t)=A\cos[(200\pi t-\frac{2\pi x}{3})+\varphi_0]$$

波线上两点振动的相位差：

$$[(200\pi t-\frac{2\pi x_2}{3})+\varphi_0]-[(200\pi t-\frac{2\pi x_1}{3})+\varphi_0]=\frac{\pi}{3}$$

$\frac{2\pi}{3}(x_1-x_2)=\frac{\pi}{3}\longrightarrow$ 两点相距 $x_1-x_2=0.5\ m$ —— 正确答案(C)

02. 一平面简谐波的表达式为：$y=A\cos 2\pi(\nu t-\frac{x}{\lambda})$，$t=\frac{1}{\nu}$时刻$x_1=\frac{3}{4}\lambda$与$x_2=\frac{1}{4}\lambda$二点处质元速度大小之比是【 A 】

(A) -1；　(B) $\frac{1}{3}$；　(C) 1；　(D) 3。

☛ 从$v=-A(2\pi\nu)\sin 2\pi(\nu t-\frac{x}{\lambda})$—— 分别将$x_1=\frac{3}{4}\lambda$与$x_2=\frac{1}{4}\lambda$带入计算得到答案(A)

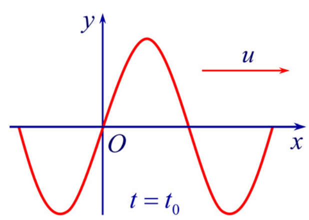
03. 一平面简谐波，其振幅为A，频率为ν，波沿x轴正方向传播，设$t=t_0$时刻波形如图所示，则$x=0$处质点振动方程为：【 B 】

(A) $y=A\cos[2\pi\nu(t+t_0)+\frac{\pi}{2}]$

(B) $y=A\cos[2\pi\nu(t-t_0)+\frac{\pi}{2}]$

(C) $y=A\cos[2\pi\nu(t-t_0)-\frac{\pi}{2}]$

(D) $y=A\cos[2\pi\nu(t-t_0)+\pi]$



选择题_03 图示

☛ 从$t=t_0$时刻波形图可以得出：O点的位移为零、速度为负，下一时刻进入第二象限：$\varphi_0=\pi/2$

方程$y=A\cos[2\pi\nu(t-t_0)+\frac{\pi}{2}]$满足$t=t_0$时刻$O$点的振动状态，正确答案(B)

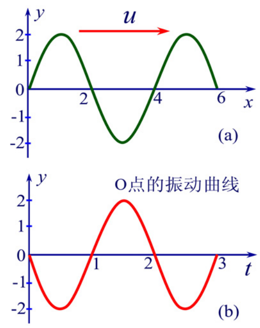
04. 某平面简谐波在$t=0$时的波形曲线和原点($x=0$处)的振动曲线如图(a),(b)所示，则该简谐波的波动方程(SI)为：【 C 】

(A) $y = 2\cos(\pi t + \frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2})$；

(B) $y = 2\cos(\pi t - \frac{\pi}{2}x + \frac{3}{2}\pi)$；

(C) $y = 2\cos(\pi t - \frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2})$；

(D) $y = 2\cos(\pi t + \frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{2})$



选择题_04 图示

☛ 从 $t=0$ 时的波形图和 O 点振动曲线，可以得到：

$A = 2\ m,\ \lambda = 4\ m,\ T = 2\ s$

O 点初相：$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

简谐波的方程：$y = 2\cos(\pi t - \frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2})$ —— 正确答案(C)

05. 在简谐波传播过程中，沿传播方向相距为 $\frac{\lambda}{2}$，(λ 为波长)的两点的振动速度必定： 【 A 】

(A) 大小相同，而方向相反；

(B) 大小和方向均相同；

(C) 大小不同，方向相同；

(D) 大小不同，而方向相反。

☛ 质点振动的速度：$v = \frac{dy}{dt} = -A\omega\sin[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$

两点相距 $\frac{\lambda}{2}$，相差为 π，因此两点振动的速度大小相等、方向相反。正确答案(A)

06. 当机械波在媒质中传播时，一媒质质元的最大变形量发生在： 【 C 】

(A) 媒质质元离开其平衡位置最大位移处；

(B) 媒质质元离开其平衡位置($\frac{\sqrt{2}A}{2}$)处；

(C) 媒质质元在其平衡位置处；

(D) 媒质质元离开其平衡位置 $\frac{A}{2}$ 处 (A 振动振幅)。

☛ 根据机械波的分析计算结果，质元的动能和势能变化相相同，平衡位置动能最大、同时势能达到最大 —— 质元变形量最大。正确答案(C)

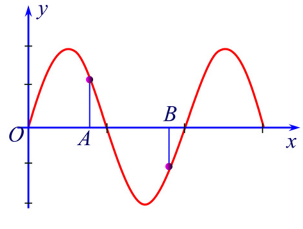
07. 如图所示一平面简谐机械波在 t 时刻的波形曲线．若此时 A 点处媒质质元的振动动能在增大，则 【 B 】

(A) A 点处质元的弹性势能在减小；

(B) 波沿 x 轴负方向传播；

(C) B 点处质元的振动动能在减小；

(D) 各点的波的能量密度都不随时间变化。



选择题_07 图示

08. 一平面简谐波在弹性媒质中传播时，在传播方向上媒质中某质元在负的最大位移处，则它的能量是： 【 B 】

(A) 动能为零，势能最大；

(B) 动能为零，势能为零；

(C) 动能最大，势能最大；

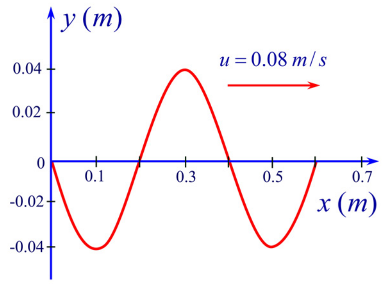
(D) 动能最大，势能为零。

☛ 在机械波传播过程中，质元的动能和势能变化相相同，最大位移处，动能为零、势能为零。正确答案(B)

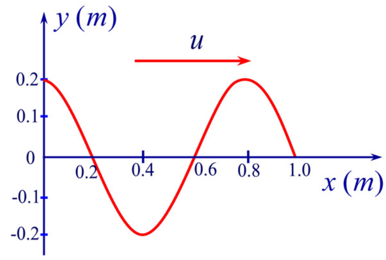
二 填空题

09. 如图所示，一平面简谐波在 $t=0$ 时的波形图，则 O 点的振动方程 $y_0=0.04\cos(0.4\pi t-0.5\pi)$

该波的波动方程 $y=0.04\cos(0.4\pi t-5\pi x-0.5\pi)$



填空题_09 图示



填空题_10 图示

10. 一平面简谐波沿 x 轴正方向传播，波速 $u=100\ m/s$， $t=0$ 时刻的波形曲线如图所示，波长 $\lambda=0.8\ m$，振幅 $A=0.2\ m$， 频率 $\nu=125\ Hz$ 。

☛ 从波形图直接得出：$\begin{cases}\lambda=0.8\ m\\ A=0.2\ m\\ \nu=\dfrac{u}{\lambda}=125\ Hz\end{cases}$

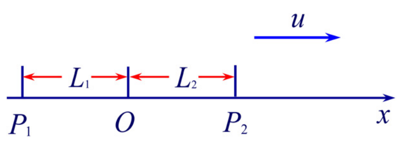
11. 如图所示，一平面简谐波沿 Ox 轴正方向传播，波长为 λ，若 P_1 点处质点的振动方程为 $y_1=A\cos(2\pi\nu t+\varphi)$，则 P_2 点处质点的振动方程为 $y_2=A\cos(2\pi\nu t-2\pi\dfrac{L_1+L_2}{\lambda})+\varphi]$；与 P_1 点处质点振动状态相同的那些点的位置是 $x=-L_1+k\lambda$，$k=\pm1,\ \pm2,\ \pm3,\ \cdots$ 。

☛ 机械波沿 x 轴正方向传播，P_2 点相落后于 P_1 点的相。

P_2 点的振动方程：

$$y_2=A\cos(2\pi\nu t-2\pi\frac{L_1+L_2}{\lambda})+\varphi]$$

和 P_1 振动状态相同的点，相差为 $\pm2k\pi$，相距为波长的整数倍。



填空题_11 图示

这些点的位置：$\underline{x=-L_1+k\lambda}$ —— $k=\pm1,\ \pm2,\ \pm3,\ \cdots$

12. 一列强度为$I\ \ (J/s\cdot m^2)$的平面简谐波通过一面积为S的平面，波速$\vec{u}$与该平面的法线$\vec{n}_0$的夹角θ，则通过该平面的能流是$\underline{IS\cos\theta\ \ (J/s)}$

13. 余弦波$y=A\cos\omega(t-\dfrac{x}{u})$在介质中传播，介质密度为$\rho_0$，波的传播过程也是能量传播过程，不同相的波阵面所携带的能量也不同，若在某一时刻去观察相为$\dfrac{\pi}{2}$处的波阵面，能量密度为$\underline{\rho A^2\omega^2}$；波阵面相为$\pi$处能量密度为$\underline{0}$。

☛ 简谐波的能量密度：$\varpi=\rho A^2\omega^2\sin^2[\omega(t-\dfrac{x}{u})+\varphi_0)]$ —— 随时间发生变化

对于$\omega(t-\dfrac{x}{u})+\varphi_0)=\dfrac{\pi}{2}$的波面：能量密度$\underline{\varpi=\rho A^2\omega^2}$

对于$\omega(t-\dfrac{x}{u})+\varphi_0)=\pi$的波面：能量密度$\underline{\varpi=0}$

三 判断题

14. 从动力学的角度看，波是各质元受到相邻质元的作用而产生的。 【 对 】

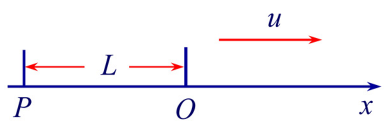
15. 一平面简谐波的表达式为 $y=A\cos\omega(t-\dfrac{x}{u})=A\cos(\omega t-\omega\dfrac{x}{u})$ 其中$\dfrac{x}{u}$表示波从坐标原点传至x处所需时间。 【 对 】

16. 当一平面简谐机械波在弹性媒质中传播时，媒质质元的振动动能增大时，其弹性势能减小，总机械能守恒。 【 错 】

四 计算题

17. 如图所示，一平面简谐波沿Ox轴传播，波动方程为$y=A\cos[2\pi(\nu t-\dfrac{x}{\lambda})+\varphi]$，求

1) P处质点的振动方程；
2) 该质点的速度表达式与加速度表达式 。



计算题_17 图示

☛ P处质点的振动方程：$\underline{y=A\cos[2\pi(\nu t+\dfrac{L}{\lambda})+\varphi]}$

($x=-L$，P处质点的振动相超前)

P处质点的速度：$\underline{v=\dfrac{dy}{dt}=-2A\pi\nu\sin[2\pi(\nu t+\dfrac{L}{\lambda})+\varphi]}$

P处质点的加速度：$\underline{a=\dfrac{d^2y}{dt^2}=-4A\pi^2\nu^2\cos[2\pi(\nu t+\dfrac{L}{\lambda})+\varphi]}$

18. 某质点作简谐振动，周期为$2\ s$，振幅为$0.06\ m$，开始计时($t=0$)，质点恰好处在负向最大位移处，求

1) 该质点的振动方程；
2) 此振动以速度$u=2\ m/s$沿x轴正方向传播时，形成的一维简谐波的波动方程；
3) 该波的波长。

☛ 质点作简谐振动的标准方程：$y = A\cos(2\pi\frac{t}{T}+\varphi)$

由初始条件得到：$y = 0.06\cos(\pi t+\pi)$

简谐波的波动方程：$y = 0.06\cos[\pi(t-\frac{x}{2})+\pi]$

波长：$\lambda = uT$ —— $\lambda = 4\ m$

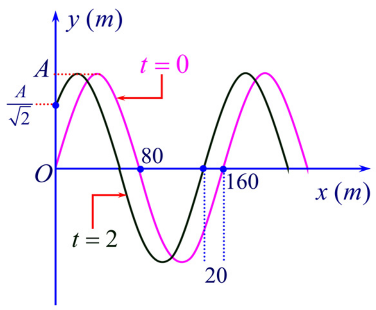
19. 如图所示的是一平面余弦波在 $t=0$ 时刻与 $t=2\ s$ 时刻的波形图。波长 $\lambda = 160\ m$，求：

1) 波速和周期；
2) 坐标原点处介质质点的振动方程；
3) 该波的波动表达式。

☛ 1) 比较 $t=0$ 时刻波形图与 $t=2\ s$ 时刻波形图，可知此波向左传播。

波速：$u = \frac{20}{2} = 10\ m/s$

周期：$T = \frac{\lambda}{u} = 16\ s$



计算题_19 图示

2) 在 $t=0$ 时刻，O 处质点：$\begin{cases} 0 = A\cos\varphi \\ v_0 = -A\omega\sin\varphi > 0 \end{cases}$

O 点振动初相：$\varphi = -\frac{1}{2}\pi$

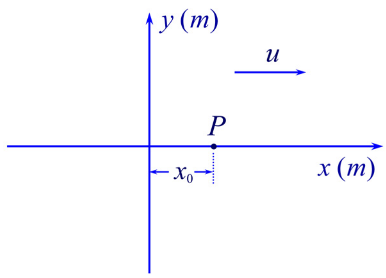
振动方程：$y_0 = A\cos(\frac{\pi}{8}t-\frac{1}{2}\pi)\quad (SI)$

3) 波动表达式：$y = A\cos[2\pi(\frac{t}{16}+\frac{x}{160})-\frac{1}{2}\pi]\quad (SI)$

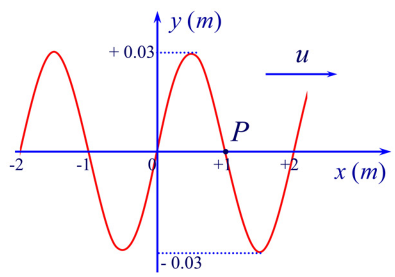
20. 如图所示，一简谐波向 x 轴正向传播，波速 $u=500\ m/s$， $x_0 = 1\ m$ 处 P 点的振动方程为

$y = 0.03\cos(500\pi t-\frac{1}{2}\pi)\quad (SI)$

1) 按图所示坐标系，写出相应的波的表达式；
2) 在图上画出 $t=0$ 时刻的波形曲线。



计算题_20 图示



计算题_20_01 图示

☛ 1) 根据图中的条件，波的表达式：

$$y(x,t)=0.03\cos[500\pi(t-\frac{x-1}{500})-\frac{1}{2}\pi]$$

$$y(x,t)=0.03\cos[500\pi(t-\frac{x}{500})+\frac{1}{2}\pi]\quad (SI)$$

2) $t=0$ 时刻的波形方程：$y(x,0)=0.03\cos(-\pi x+\frac{1}{2}\pi)=0.03\sin\pi x\quad (SI)$

$t=0$ 时刻的波形曲线如图所示(计算题_20_01)