单元三 波的干涉 驻波 多普勒效应

一 选择题

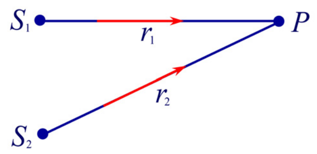
01. 如图所示，两列波长为 λ 的相干波在 P 点相遇，S_1 点初相是 φ_1，S_1 到 P 点距离是 r_1，S_2 点的初相是 φ_2，S_2 到 P 点的距离是 r_2，以 k 代表零或正、负整数，则 P 点是干涉极大的条件：【 **D** 】

(A) $r_2 - r_1 = k\lambda$；

(B) $\varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi$；

(C) $\varphi_2 - \varphi_1 + \dfrac{2\pi(r_2 - r_1)}{\lambda} = 2k\pi$；

(D) $\varphi_2 - \varphi_1 + \dfrac{2\pi(r_1 - r_2)}{\lambda} = 2k\pi$。



选择题_01 图示

☛ P 点的干涉波强最大，满足：

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 + \frac{2\pi(r_1 - r_2)}{\lambda} = 2k\pi \text{ —— 正确答案(D)}$$

(A) 只是说明两列波在 P 的波程差为波长的整数倍，问题中没有给出两列波的出相差是多少，无法保证 $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 + \dfrac{2\pi(r_1 - r_2)}{\lambda} = 2k\pi$

(B) 初相差为 $\varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi$

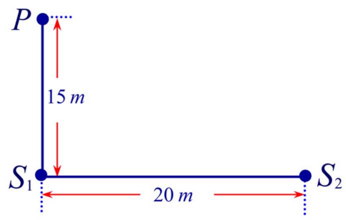
不能完全确定两列波在 P 点的相差是 $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 + \dfrac{2\pi(r_1 - r_2)}{\lambda} = 2k\pi$。

(C) 表达式中的加号如果为减号，也是正确的

02. 如图所示，S_1，S_2 为两相干波源，其振幅皆为 $0.5\,m$，频率皆为 $100\,Hz$，但当 S_1 为波峰时，S_2 点适为波谷，设在媒质中的波速为 $10\,m/s$，则两波抵达 P 点的相位差和 P 点的合振幅为：【 **C** 】

(A) $200\pi,\ 1\,m$；　(B) $201\pi,\ 0.5\,m$；

(C) $201\pi,\ 0$；　(D) $201\pi,\ 1\,m$。



选择题_02 图示

☛ 根据两列波相干叠加的结果

P 点的合振幅：

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$$

相差：$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 - \dfrac{2\pi(r_1 - r_2)}{\lambda}$

问题给出 S_1 为波峰时，S_2 则为波谷，说明 S_1 和 S_2 振动的相差是 π

即 $\underline{\varphi_1 - \varphi_2 = \pi}$

两列波在 P 点的相差：$\Delta\varphi = \pi - \dfrac{2\pi(r_1 - r_2)}{\lambda}$

将波长 $\lambda = \dfrac{u}{\nu} = \dfrac{10}{100} = 0.1\,m$ 和 $r_1 - r_2 = 15 - \sqrt{15^2 + 20^2}$ 代入相差表达式得到：

$\underline{\Delta\varphi = 201\pi}$

$A=\sqrt{0.5^2+0.5^2+2(0.5)(0.5)\cos 201\pi}=0$ —— 正确答案(C)

03. 惠更斯原理涉及了下列哪个概念？ 【 C 】

(A) 波长； (B) 振幅； (C) 次波假设； (D) 相位。

04. 在弦线上有一简谐波，其表达式 $y_1=2.0\times10^2\cos[100\pi(t+\frac{x}{20})-\frac{4\pi}{3}]$ (SI) 为了在此弦线上形成驻波，并在 $x=0$ 处为一波腹，此弦线上还应有一简谐波，其表达式为： 【 D 】

(A) $y_2=2.0\times10^2\cos[100\pi(t-\frac{x}{20})+\frac{\pi}{3}]$；

(B) $y_2=2.0\times10^2\cos[100\pi(t-\frac{x}{20})+\frac{4}{3}\pi]$；

(C) $y_2=2.0\times10^2\cos[100\pi(t-\frac{x}{20})-\frac{\pi}{3}]$；

(D) $y_2=2.0\times10^2\cos[100\pi(t-\frac{x}{20})-\frac{4}{3}\pi]$。

☛ 根据给出第一列波 $y_1=2.0\times10^2\cos[100\pi(t+\frac{x}{20})-\frac{4\pi}{3}]$ —— 沿 x 轴负方向传播。

第一列波在 $x=0$ 点的振动方程： $y_1(0)=2.0\times10^2\cos(100\pi t-\frac{4\pi}{3})$

$x=0$ 点为波腹，要求第二列波在该点的振动方程为： $y_2(0)=2.0\times10^2\cos(100\pi t-\frac{4\pi}{3})$

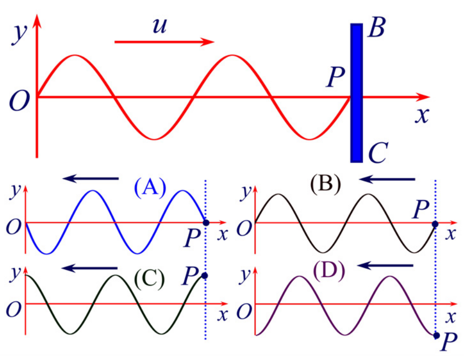
第二列波沿 x 轴正方向传播，波函数：

$y_2=2.0\times10^2\cos[100\pi(t-\frac{x}{20})-\frac{4}{3}\pi]$ —— 正确答案(D)

05. 如图所示，为一向右传播的简谐波在 t 时刻的波形图，BC 为波密介质的反射面，波由 P 点反射，则反射波在 t 时刻的波形图为 【 B 】

☛ BC 是波密介质，入射波和反射波在 P 点振动相差为 π。

根据图中给出的入射波的波形图，下一时刻入射波在 P 点引起振动方向向下，要求反射波引起 P 点的振动方向向上。给出的 4 个选择图形，波形图(B)满足要求 —— 为正确答案



选择题_05 图示

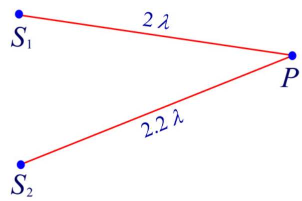
06. 如图所示，S_1 和 S_2 为两相干波源，它们的振动方向均垂直图面，发出波长为 λ 的简谐波。P 点是两列波相遇区域一点，已知 $S_1P=2\lambda$，$S_2P=2.2\lambda$，两列波在 P 点发生的相消干涉，若 S_1 的振动方程为：$y_1=A\cos(2\pi t+\frac{\pi}{2})$，则 S_2 的振动方程为： 【 D 】

(A) $y_2=A\cos(2\pi t-\frac{\pi}{2})$；

(B) $y_2=A\cos(2\pi t-\pi)$；

(C) $y_2=A\cos(2\pi t+\frac{\pi}{2})$；

(D) $y_2=2A\cos(2\pi t-0.1\pi)$。



选择题_06 图示

☛ P 合成振动振幅的最小，两列波在 P 点的相差：

$$\Delta\varphi=(\varphi_2-\varphi_1)-2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}=(2k+1)\pi$$

两列波源的初相差：$\Delta\varphi_0=\varphi_2-\varphi_1=(2k+1)\pi+2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}=(2k+1)\pi+\frac{2\pi}{5}$

取 $k=0$：$\varphi_2=\pi+\frac{2\pi}{5}+\frac{\pi}{2}=2\pi-\frac{\pi}{10}$

S_2 的振动方程：$\underline{y_2=2A\cos(2\pi t-0.1\pi)}$

07. 在驻波中，两个相邻波节间各质点的振动 【 B 】

(A) 振幅相同，相相位同；　　(B) 振幅不同，相相位同；

(C) 振幅相同，相位不同；　　(D) 振幅不同，相位不同。

08. 设声波在媒质中的传播速度为 u，声源频率为 ν_S，若声源 S 不动，而接收器 R 相对于媒质以速度 v_R 沿着 S,R 的连线向着声源 S 运动，则接收器 R 的振动频率为 【 D 】

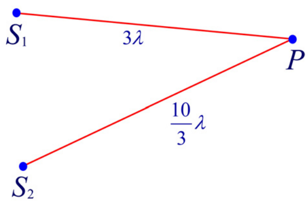
(A) ν_S；　(B) $\frac{u}{u-v_R}\nu_S$；　(C) $\frac{u}{u+v_R}\nu_S$；　(D) $\frac{u+v_R}{u}\nu_S$。

二 填空题

09. 两相干波源 S_1 和 S_2 的振动方程分别是 $y_1=A\cos(\omega t+\varphi)$ 和 $y_2=A\cos(\omega t+\varphi+\pi)$。$S_1$ 距 P 点3个波长，S_2 距 P 点4.5个波长。设波传播过程中振幅不变，则两波同时传到 P 点时的合振幅是 $\underline{2A}$。

10. 一驻波表达式为 $y=A\cos2\pi x\cos100\pi t\ \ (SI)$。位于 $x_1=1/8\,m$ 处的质元 P_1 与位于 $x_2=3/8\,m$ 处的质元 P_2 的振动相位差为 $\underline{\pi}$。

11. 如图所示，S_1 和 S_2 为两相干波源，它们的振动方向均垂直于图面，发出波长为 λ 的简谐波，P 点是两列波相遇区域中的一点，已知 $\overline{S_1P}=3\lambda$，$\overline{S_2P}=\frac{10}{3}\lambda$，$P$ 点的合振幅总是极大值，则两波源的振动初相<u>相同</u> (填相同或不相同)。

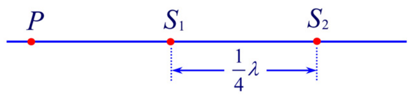


填空题_11 图示

12. 在绳上传播的入射波波动方程 $y_1 = A\cos(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda})$，入射波在 $x=0$ 处绳端反射，反射端为自由端，设反射波不衰减，则反射波波动方程：$y_2 = A\cos(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda})$

形成驻波波动方程：$y = 2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cdot\cos\omega t$ 。

13. 如图所示，两相干波源 S_1 和 S_2 相距 $\frac{1}{4}\lambda$，S_1 的相位比 S_2 的相位超前 $\pi/2$，在 S_1，S_2 的连线上，S_1 外侧各点(例如 P 点)两波引起的两谐振动的相位差是 π 。



填空题_13 图示

三 判断题

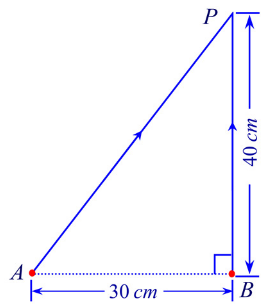
14. 当波从波疏媒质(ρu 较小)向波密媒质(ρu 较大)传播，在界面上反射时，反射波中产生半波损失，其实质是相位突变 π 。【 对 】

15. 机械波相干加强与减弱的条件是：加强 $\Delta\varphi = 2k\pi$；减弱 $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$ 。【 对 】

16. 惠更斯原理：任何时刻波面上的每一点都可作为次波的波源，各自发出球面次波；在以后的任何时刻，所有这些次波面的包络面形成整个波在该时刻的新波面。【 对 】

四 计算题

17. 如图所示，A, B 是两个相干的点波源，它们的振动相位差为 π (反相)。AB 相距 $30\ cm$，观察点 P 和 B 点相距 $40\ cm$，且 $\overline{PB}\perp\overline{AB}$ 。若发自 A, B 的两波在 P 点处最大限度地互相削弱，求波长最长能是多少。



☛ 由图 $\overline{AP} = 50\ cm$

$$\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B - \frac{2\pi}{\lambda}(50-40) = \pm(2k+1)\pi$$

因此 $\frac{2\pi}{\lambda}(50-40) = \pm 2k\pi$

所以 $\lambda = \pm\frac{10}{k}\ cm$

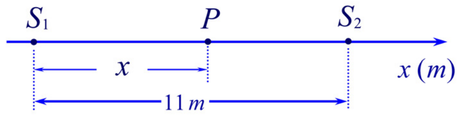
当 $k=1$ 时，$\lambda = 10\ cm$

18. 如图所示，相干波源 S_1 和 S_2，相距 $11\ m$，S_1 的相位比 S_2 超前 $\frac{1}{2}\pi$ 。这两个相干波在 S_1、S_2 连线和延长线上传播时可看成两等幅的平面余弦波，它们的频率都等于 $100\ Hz$，波速都等于 $400\ m/s$ 。试求在 S_1、S_2 的连线中间因干涉而静止不动的各点位置。

☛ 设 S_1 波源初相 φ_{10}，则 S_2 波源初相 $\varphi_{20} = \varphi_{10} - \frac{1}{2}\pi$ 。

波长 $\lambda = \dfrac{400}{100} = 4\,m$

在 S_1S_2 连线之间任选一点 P，如图所示。



计算题_18 图示

S_1 波传播到 P 点，相位：$\varphi_1 = \varphi_{10} - \dfrac{2\pi x}{\lambda}$

S_2 波传播到 P 点，相位：$\varphi_2 = \varphi_{10} - \dfrac{2\pi(11-x)}{\lambda} - \dfrac{1}{2}\pi$

两列波在 P 点的相差：

$$\varphi_1 - \varphi_2 = [\varphi_{10} - \frac{2\pi}{\lambda}x] - [\varphi_{10} - \frac{2\pi(11-x)}{\lambda} - \frac{1}{2}\pi]$$

$$\Delta\varphi = -\frac{4\pi}{\lambda}x + \frac{22\pi}{\lambda} + \frac{1}{2}\pi = -\pi x + \frac{11}{2}\pi + \frac{1}{2}\pi$$

干涉静止的条件：$\dfrac{1}{2}\pi - \pi x + \dfrac{11}{2}\pi = (2k+1)\pi$ —— $k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$

$0 < x < 11\,m$ —— $\underline{x = 5 - 2k \quad -3 \le k \le 2}$

19. 设入射波的表达式为 $y_1 = A\cos 2\pi(\dfrac{t}{T} + \dfrac{x}{\lambda})$，在 $x = 0$ 发生反射，反射点为一固定端，求：

1) 反射波的表达式；
2) 驻波的表达式；
3) 波腹、波节的位置。

☛ 入射波在 $x = 0$ 引起的振动：$y_{10} = A\cos 2\pi\dfrac{t}{T}$

反射波在 $x = 0$ 引起的振动：$y_{20} = A\cos(2\pi\dfrac{t}{T} + \pi)$ —— 反射点为固定点，相对入射波有 π 相变。

1) 反射波的波动方程：$\underline{y_2 = A\cos[2\pi(\dfrac{t}{T} - \dfrac{x}{\lambda}) + \pi]}$ —— 沿 x 正方向传播

2) 入射波和反射波叠加 $y = y_1 + y_2$

驻波方程：$y = 2A\cos(2\pi\dfrac{x}{\lambda} + \dfrac{\varphi_1 - \varphi_2}{2})\cos(2\pi\dfrac{t}{T} + \dfrac{\varphi_1 + \varphi_2}{2})$

将 $\varphi_1 = 0$ 和 $\varphi_2 = \pi$ 代入得到：$\underline{y = 2A\sin 2\pi\dfrac{x}{\lambda}\cos(2\pi\dfrac{t}{T} + \dfrac{\pi}{2})}$

驻波的振幅：$A_{合} = 2A\left|\sin 2\pi\dfrac{x}{\lambda}\right|$

3) 波幅的位置：$2\pi\dfrac{x}{\lambda} = (2k+1)\dfrac{\pi}{2}$

$\underline{x = (2k+1)\dfrac{\lambda}{4}}$，$k = 0, 1, 2, 3\cdots$

波节的位置：$2\pi\dfrac{x}{\lambda} = k\pi$ —— $\underline{x = \dfrac{k}{2}\lambda}$，$k = 0, 1, 2, 3\cdots$(因为波只在 $x > 0$ 的空间，k 取正整数)

20. 一个观测者在铁路边，看到一列火车从远处开来，他测得远处传来的火车汽笛声的频率为 $650\ Hz$，当列车从身旁驶过而远离他时，他测得汽笛声频率降低为 $540\ Hz$，求火车行驶的速度。已知空气中的声速为 $330\ m/s$。

☛ 根据多普勒效应, 列车接近观察者时，测得汽笛的频率：

$\nu' = (\dfrac{u}{u-v})\nu_0$ —— 观察者静止，波源朝着观察者运动

列车离开观察者时，测得汽笛的频率：

$\nu'' = (\dfrac{u}{u+v})\nu_0$ —— 观察者静止，波源背离观察者运动

由上面两式得到：$\dfrac{\nu'}{\nu''} = \dfrac{u+v}{u-v}$

列车行驶的速度：$v = \dfrac{\nu'-\nu''}{\nu'+\nu''}u \longrightarrow \underline{v = 30.5\ m/s}$