

## 单元十五 非线性物理与激光技术

## 一 选择题

01. 按照原子的量子理论, 原子可以通过自发辐射和受激辐射两种方式发光, 它们各自产生的光的特点是: 【 B 】

- (A) 前者是相干光, 后者是非相干光; (B) 前者是非相干光, 后者是相干光;  
(C) 都是相干光; (D) 都是非相干光。

02. 激光器中的光学谐振腔的作用是: 【 C 】

- (A) 可提高激光束的方向性, 不能提高激光束的单色性;  
(B) 可提高激光束的单色性, 不能提高激光束的方向性;  
(C) 可同时提高激光束的方向性和单色性;  
(D) 不能提高激光束的方向性, 也不能提高其单色性。

## 二 填空题

03. 单摆的相轨迹方程:  $\frac{1}{2}ml^2\omega^2 + (-mg\cos\theta) = C$ , 其中  $l$  为单摆的长度,  $m$  单摆的质量,  $\omega$  为

摆振动的角速度, 式中: 第一项代表系统的动能, 第二项代表系统势能, 常数  $C$  代表系统的机械能。

04. 如图所示为 3 条相轨迹, 其中第一条表示单摆做往返周期运动; 第三条表示单摆在铅垂直平面内绕悬挂轴沿同一方向旋转, 旋转方向是逆时针方向。

05. 吸引子是相空间轨迹的终态集, 那么阻尼振子终态是平庸吸引子, *Vander Pol* 方程表示的是平庸吸引子, 研究大气对流方程的洛伦兹方程组是怪异吸引子。

06. *Feigenbaum* 数表示倍周期分岔间距的比例常数, 即  $\delta = 4.6692$ , 且周期越大越准确。已知 16 周期分为 32 周期时:  $\lambda_{16 \rightarrow 32} = 3.568759420$ ,

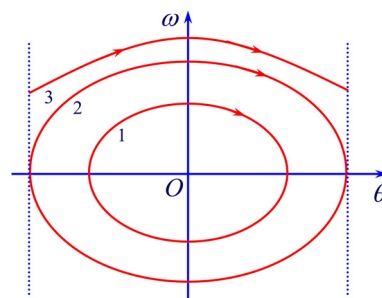
32 周期分为 64 周期时:  $\lambda_{32 \rightarrow 64} = 3.5669691610$ 。

64 周期分为 128 周期时:  $\lambda_{64 \rightarrow 128} \approx 3.569891257$

$$\text{由 } \delta = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\lambda_m - \lambda_{m-1}}{\lambda_{m+1} - \lambda_m}, \quad \delta = \frac{\lambda_{32 \rightarrow 64} - \lambda_{16 \rightarrow 32}}{\lambda_{64 \rightarrow 128} - \lambda_{32 \rightarrow 64}}$$

$$\delta = \frac{3.5669691610 - 3.568759420}{\lambda_{64 \rightarrow 128} - 3.5669691610} = 4.6692$$

$$\lambda_{64 \rightarrow 128} \approx 3.569891257$$



填空题\_04 图示

07. 固有频率为  $\omega$  的谐振子, 其振动动力学方程为: 
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v \\ \frac{dv}{dt} = -\omega^2 x \end{cases}$$

$$\text{当 } t = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \\ v = v_0 \end{cases}$$

谐振子的相轨迹方程:

$$\underline{v^2 + \omega^2 x^2 = v_0^2}$$

08. 在阻尼振动的相图中, 相轨迹是一种对数螺线, 无论从哪里出发, 最终都趋于一个不动点, 该点称为不动点吸引子, 该不动点对应阻尼振动的运动状态是:  $x=0, v=0$

09. 逻辑斯谛映射  $x_{i+1} = \lambda x_i(1-x_i)$  的终态集与参数  $\lambda$  有关。当  $1 < \lambda < 3$  时, 终态集是一个确定的值; 当  $3 < \lambda < 3.449$  时, 终态在两个值之间往返跳跃; 当  $3.449 < \lambda < 3.54$  时, 终态有四个值……, 如此不断增加, 直至进入混沌状态。称  $\lambda=3, \lambda=3.449$  等数值是分岔点, 这样走向混沌的方法叫倍周期分岔走向混沌。

10. 激光器的发光是受激辐射占优势, 要满足此条件必须实现激光器的工作物质处于粒子数反转状态, 同时还要使光振荡满足阈值的条件。

11. 光和物质相互作用产生受激辐射, 辐射光和照射光具有完全相同的特性, 这些特性是指传播方向、频率、相位和偏振。

12. 产生激光的必要条件是: 要有能实现粒子数反转的激活介质和满足阈值条件的谐振腔。激光的四个主要特性是单色性、方向性、相干性、亮度。

### 三 简述题

13. 什么叫自发辐射和受激辐射? 从辐射的机理来看普通光源和激光光源的发光有何不同?

☛ 自发辐射: 被激发到高能级上的粒子是不稳定的, 它们总会自发地向低能级跃迁, 放出相应能量的光子。

☛ 受激辐射: 当某个处于高能级  $E_2$  上的粒子, 当受到  $\nu_{21}$  的光子诱导时从高能级  $E_2$  跃迁到低能级  $E_1$ , 同时发出一个频率为  $\nu_{21} = \frac{E_2 - E_1}{h}$  的光子。

☛ 普通光源: 粒子在不受外界影响下, 完全自发从高能级自发跃迁到低能级, 放出光子。它的特点是每个粒子跃迁都是自发、独立、彼此之间无关联, 发光是随机的。这样在发射方向、频率、位相和偏振均不一致, 即非相干光。

☛ 激光光源: 处于高能级  $E_2$  上的粒子在受到  $\nu_{21}$  的光子诱导时, 从高能级  $E_2$  跃迁到低能级  $E_1$ , 同时发出一个和诱导光子性质完全相同的光子, 即同方向、同频率、同相位、同偏振。所以激光产生的光是相干光。

14. 什么叫粒子数反转分布? 实现粒子数反转需要具备什么条件?

☛ 粒子数反转: 处于高能级的粒子数大于处于低能级的粒子数;

☛ 粒子数反转条件: 1) 给粒子体系施加外部作用, 使更多的粒子激发到高能级, 即激励或泵浦;  
2) 粒子体系本身具有合适的能级结构。

15. 产生激光的必要条件是什么?

☛ 1) 要有能实现粒子数反转的激活介质; 2) 要有满足阈值条件的谐振腔。

16. 激光谐振腔的激光的形成过程中起哪些作用?

☛ 一是提供光学反馈, 二是起到激光振荡光束的方向和频率限制作用。

### 四 计算题

17. 已知  $Ne$  原子的某一激发态和基态的能量差  $E_2 - E_1 = 16.7 \text{ eV}$ , 试计算在  $T = 300 \text{ K}$  时, 热平衡条件下, 处于两能级上的原子数的比。

☛ 根据:  $\frac{N_2}{N_1} \sim e^{-\Delta E / KT}$

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{16.7 \times 1.6 \times 10^{-19}}{1.38 \times 10^{-23} \times 300}} = e^{-645.4} \approx 0$$

18. 如果光在增益介质中通过  $1\text{ m}$  后, 光强增大至两倍, 若介质的增益系数  $G$  可视为常数, 试求  $G$ 。

☛ 根据:  $I(z) = I_0 e^{Gz} \longrightarrow \ln I(z) = \ln I_0 + Gz$

$$G = \frac{1}{z} \ln \frac{I(z)}{I_0}$$

$$G = \frac{1}{z} \ln \frac{I(z)}{I_0} = 0.693 / \text{m}$$

19.  $\text{He}-\text{Ne}$  气体激光器所发出波长为  $632.8\text{ nm}$  的激光的谱线宽度  $\Delta\lambda < 10^{-8}\text{ nm}$ , 计算其相干长度。

☛ 根据:  $L_{\text{Coherent}} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$

$$L_{\text{Coherent}} = \frac{(632.8\text{ nm})^2}{10^{-8}\text{ nm}} = 40\text{ km}$$

20.  $\text{He}-\text{Ne}$  气体激光器以  $TEM_{00}$  (横模) 模振荡, 中心波长  $\lambda = 632.8\text{ nm}$ , 若该谱线的谱线宽度  $\Delta\nu = 1700\text{ MHz}$ , 激光器谐振腔的腔长为  $1\text{ m}$ 。求

1) 激光器纵模频率间隔;

2) 激光器中可能同时激起的纵模数;

3) 若采用缩短腔长法获得单纵模振荡, 估计激光器谐振腔腔长的最大允许值。( $\text{He}-\text{Ne}$  气体激活介质的折射率  $n = 1$ )。

☛ 1) 激光器纵模频率间隔:  $\Delta\nu_K = \frac{c}{2nl}$

$$\Delta\nu_K = \frac{c}{2nl} = 1.5 \times 10^8\text{ Hz}$$

2) 辐射谱线宽度为  $\Delta\nu$ , 纵模数:  $N = \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_K} \longrightarrow N = \frac{1.7 \times 10^9}{1.5 \times 10^8} = 11$

3) 单纵模振荡满足:  $N = \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_K} = 1$ , 即:  $\Delta\nu_K = \Delta\nu = \frac{c}{2nl}$

激光器谐振腔腔长的最大允许值:  $l_{\text{max}} = \frac{c}{2n\Delta\nu}$

$$l_{\text{max}} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 1.7 \times 10^9} = 8.82\text{ cm}$$