

单元六 洛伦兹变换 狭义相对论的时空观

一 选择题

01. 下列几种说法:

- 1) 所有惯性系对物理基本规律都是等价的;
- 2) 在真空中, 光的速度与光的频率、光源的运动状态无关;
- 3) 在任何惯性系中, 光在真空中沿任何方向的传播速度的大小都相同。

其中哪些说法是正确的?

【 D 】

- (A) 只有(1)、(2)是正确的; (B) 只有(1)、(3)是正确的;
- (C) 只有(2)、(3)是正确的; (D) 三种说法都是正确的。

02. 两个惯性系存在接近光速的相对运动, 相对速率为 u (其中 u 为正值), 根据狭义相对论, 在相对运动方向上的坐标满足洛伦兹变换, 下列不可能的是

【 D 】

- (A) $x' = (x - ut) / \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$; (B) $x' = (x + ut) / \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$;
- (C) $x = (x' + ut') / \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$; (D) $x' = x + ut$ 。

03. 远方的一颗星以 $0.8c$ 的速度离开我们, 地球惯性系的时钟测得它辐射出来的闪光按 5 昼夜的周期变化, 固定在此星上的参照系测得的闪光周期为

【 A 】

- (A) 3 昼夜; (B) 4 昼夜; (C) 6.5 昼夜; (D) 8.3 昼夜。

04. 设想从某一惯性系 S' 系的坐标原点 O' 沿 x' 方向发射一光波, 在 S' 系中测得光速 $u'_x = c$, 则光对另一个惯性系 S 系的速度 u_x 应为

【 D 】

- (A) $\frac{2}{3}c$; (B) $\frac{4}{5}c$; (C) $\frac{1}{3}c$; (D) c 。

05. 两个电子沿相反方向飞离一个放射性样品, 每个电子相对于样品的速度大小为 $0.67c$, 则两个电子的相对速度大小为

【 C 】

- (A) $0.67c$ (B) $0.47c$ (C) $0.92c$ (D) c

06. 一宇宙飞船相对于地面以 $0.8c$ 的速度飞行, 一光脉冲从船尾传到船头, 飞船上的观察者测得飞船长为 90 m , 地球上的观察者测得脉冲从船尾发出和到达船头两个事件的空间间隔为

【 C 】

- (A) 90 m ; (B) 54 m ; (C) 270 m ; (D) 150 m

07. 宇宙飞船相对地面以匀速度 \bar{v} 直线飞行, 某一时刻宇航员从飞船头部向飞船尾部发出一光讯号, 经 Δt 时间(飞船上的钟)后传到尾部, 则此飞船固有长度为

【 A 】

(A) $c\Delta t$; (B) $v\Delta t$; (C) $\frac{c\Delta t}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$; (D) $\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}c\Delta t$ 。

08. 边长为 a 的正方形薄板静止于惯性系 S 的 xOy 平面内, 且两边分别与 x, y 轴平行, 今有惯性系 S' 以 $0.8c$ 的速度相对于 S 系沿 x 轴作匀速直线运动, 则从 S' 系测得薄板的面积为 **【 B 】**

(A) a^2 ; (B) $0.6a^2$; (C) $0.8a^2$; (D) $\frac{a^2}{0.6}$ 。

二 填空题

09. 在一惯性系 S 中同一地点, 同时发生的两个事件, 在相对于它运动的任一惯性系 S' 中的观察者看来, 必定 同时同地发生。

10. 如果两个事件在某惯性系中是在同一地点发生的, 则对一切惯性系来说这两个事件的时间间隔, 只有在此惯性系中 最短。

如果两个事件在某惯性系中是同时发生的, 则对一切惯性系来说这两个事件的空间距离, 只有在此惯性系中 最短。

11. 当 $\beta = \frac{v}{c}$ 很小时, 洛伦兹变换式可以通过近似退化为伽利略变换式。

12. 狭义相对论认为, 时间和空间的测量值都是 相对的, 它们与观察者的运动密切相关。

13. 在某地发生两件事, 静止位于该地的甲测得时间间隔为 4 s , 若相对于甲作匀直线运动的乙测得时间间隔为 5 s , 则乙相对于甲的运动速度是 $\frac{3}{5}c$ 。

14. 牛郎星距离地球约 16 光年, 宇宙飞船若以 $0.97c$ 的匀速度飞行, 将用 4 年的时间(宇宙飞船的钟指示的时间)抵达牛郎星。

✎ 在飞船上牛郎星距离地球 $l' = 16c \cdot \sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}$

所需时间 $t' = \frac{l'}{v} \longrightarrow 4 = 16 \frac{c}{v} \cdot \sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}$

$\frac{v^2}{c^2} = 16[1-(\frac{v}{c})^2] \longrightarrow v = \frac{4}{\sqrt{17}}c = 0.97c$

三 判断题

15. 根据狭义相对论, 甲起床后打电话叫乙起床, 不管在哪个惯性系看, 依然都是甲先而乙后起床。 **【 对 】**

16. 洛伦兹坐标变换是伽利略坐标变换式在高速情况下的近似。 **【 错 】**

17. 在狭义相对论中, 虽然事件的同时不再具有绝对性, 但是因果事件的先后时序的绝对性在任何

惯性系中都保持不变。

【 对 】

18. 同一质点在两个相对运动的惯性系中的速度满足洛仑兹速度变换, 但是光速是个例外。【 错 】

19. 相对论中的运动物体长度收缩和物体线度的热胀冷缩在物理本质上是同一回事。【 错 】

20. 在某个惯性系中有两个事件, 同时发生在不同地点, 而在对该系有相对运动的惯性系中, 这两个事件却一定不同时。【 对 】

21. 狭义相对论认为物体长度的测量是相对的, 与惯性系的选择有关。【 对 】

22. 每个惯性参考系中观察者都会认为运动的钟比自己的钟走的慢。【 对 】

23. 每个惯性参考系中的观察者都会认为与运动方向平行的运动尺子比自己的同类尺子短。【 对 】

四 计算题

24. 观察者 A 测得与他相对静止的 xOy 平面上一个圆的面积是 12 cm^2 , 另一观察者 B 相对 A 以 $0.8c$ (c 为真空中光速) 平行于 xOy 平面作匀速直线运动, B 测得这一图形为一椭圆, 面积是多少?

☛ 观察者 A 测得 xOy 平面上一个圆的面积 $S = \pi r^2 = 12 \text{ cm}^2$

观察者 B 测得的面积: $S' = \pi ab$, 其中 $a = r$ —— 垂直于运动方向, 长度不发生收缩

$b = r\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ —— 运动方向上长度发生收缩

$$S' = \pi r^2 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \longrightarrow S' = S\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

将 $S = 12 \text{ cm}^2$ 和 $v = 0.8c$ 代入上式得到:

$$\underline{S' = 7.2 \text{ cm}^2}$$

25. 一宇宙飞船固有长度 $L_0 = 90 \text{ m}$, 相对地面以 $u = 0.8c$ 匀速度在一观测站上空飞过, 则观测站测得飞船船身通过观测站时间间隔是多少? 宇航员测得船身通过观测站的时间间隔是多少?

☛ 观测站测得飞船船身的长度: $L = L_0\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$ —— $L = 54 \text{ m}$

船身通过观测站时间间隔: $\Delta t = \frac{L}{u} \longrightarrow \Delta t = \frac{54}{0.8c}$

$$\underline{\Delta t = 2.25 \times 10^{-7} \text{ s}}$$

在观测站参考系中, 船头和船尾分别通过观测站是异地不同时的两个事件 —— 固有时间

宇航员测得船身通过观测站的时间间隔: $\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$ —— $\Delta t' = \frac{L_0}{u}$

$$\underline{\Delta t' = 3.75 \times 10^{-7} \text{ s}}$$

26. 半人马星座 α 星是太阳系最近的恒星, 它距地球为 $4.3 \times 10^{16} m$ 。设有一宇宙飞船, 以 $u = 0.999c$ 的速度飞行, 以地球上的时钟计算, 飞船往返一次需多少时间? 如果以飞船上的时钟计算, 往返一次的时间又为多少? (不考虑飞船的起飞、掉头返回和降落地球的过程中飞船速度的变化)

✎ 以地球上的时钟计算, 飞船往返的时间:

$$\Delta t = \frac{s}{u} = \frac{2 \times 4.3 \times 10^{16}}{0.999 \times 3 \times 10^8} = 2.87 \times 10^8 s \approx 9 \text{ ys}$$

在飞船参考系中认为地球到半人马星座 α 星的距离缩短了。

$$\text{以飞船上的时钟计算, } \Delta t' = \frac{2s \sqrt{1 - (\frac{u}{c})^2}}{u} = \Delta t \sqrt{1 - (\frac{u}{c})^2}$$

$$\text{得 } \Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - (\frac{u}{c})^2} = 1.28 \times 10^7 (s) = 0.4 \text{ ys}$$

27. 观测者甲和乙分别静止于两个惯性参照系 S 和 S' 中, 甲测得在同一地点发生的两个事件的时间间隔为 $4 s$, 而乙测得这两个事件的时间间隔为 $5 s$, 求:

1) S' 相对于 S 的运动速度;

2) 乙测得这两个事件发生的地点的距离。

✎ 甲测得的时间为固有时间, 乙测的得到时间:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \longrightarrow 5 = \frac{4}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

S' 相对于 S 的运动速度: $\underline{u = 0.6c}$

$$\text{乙测得这两个事件的空间间隔: } \Delta x' = \frac{\Delta x - u \Delta t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\Delta x' = \frac{-u \Delta t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad \text{—— } S \text{ 系中同地不同时的两个事件}$$

将 $u = 0.6c$, $\Delta t = 4 s$ 代入上式得到: $\underline{\Delta x' = -9 \times 10^8 m}$