

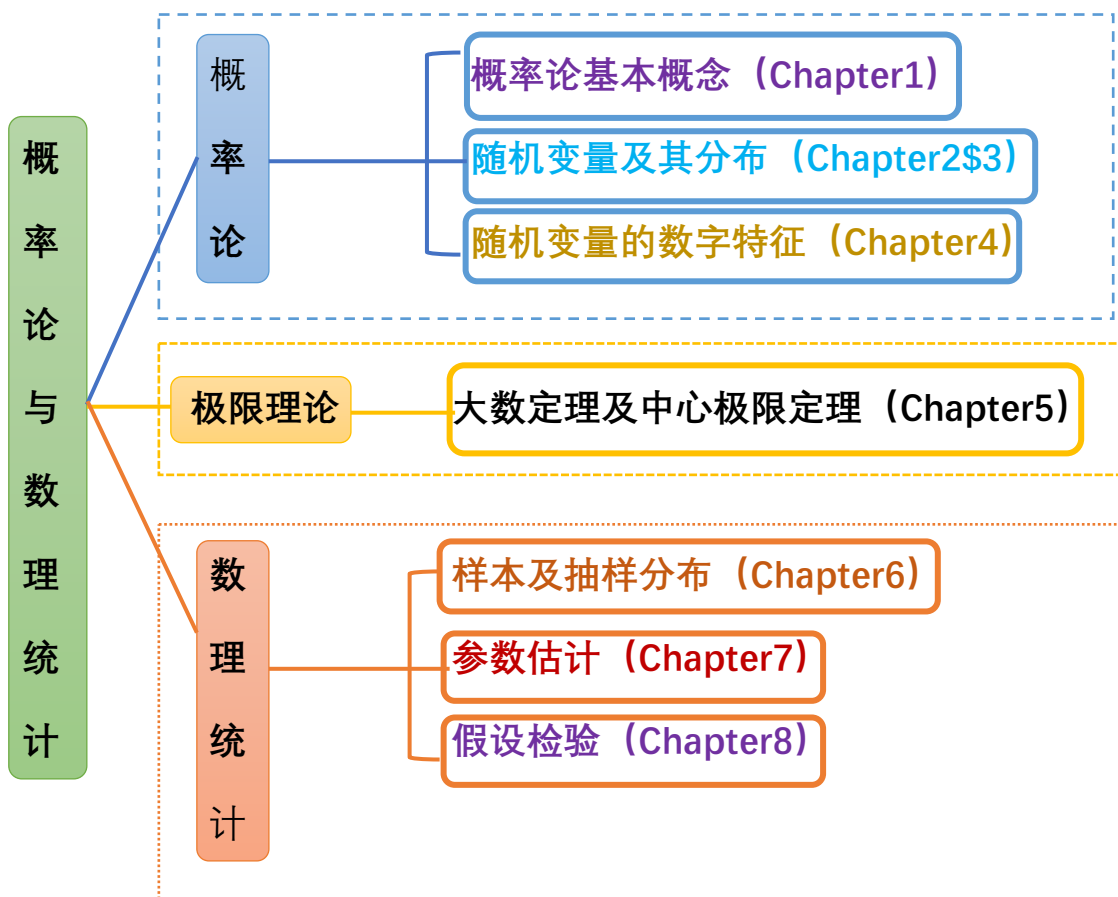
概率论与数理统计复习

指导提纲

- 👉 重要知识点回顾（重点 I，难点 D）
- 👉 期末复习要点（与往年区别）
- 👉 应试技巧和注意事项（优秀试卷展示）
- 👉 期末复习经验分享（彩蛋）（视屏）

重要知识点回顾（重点 I，难点 D）

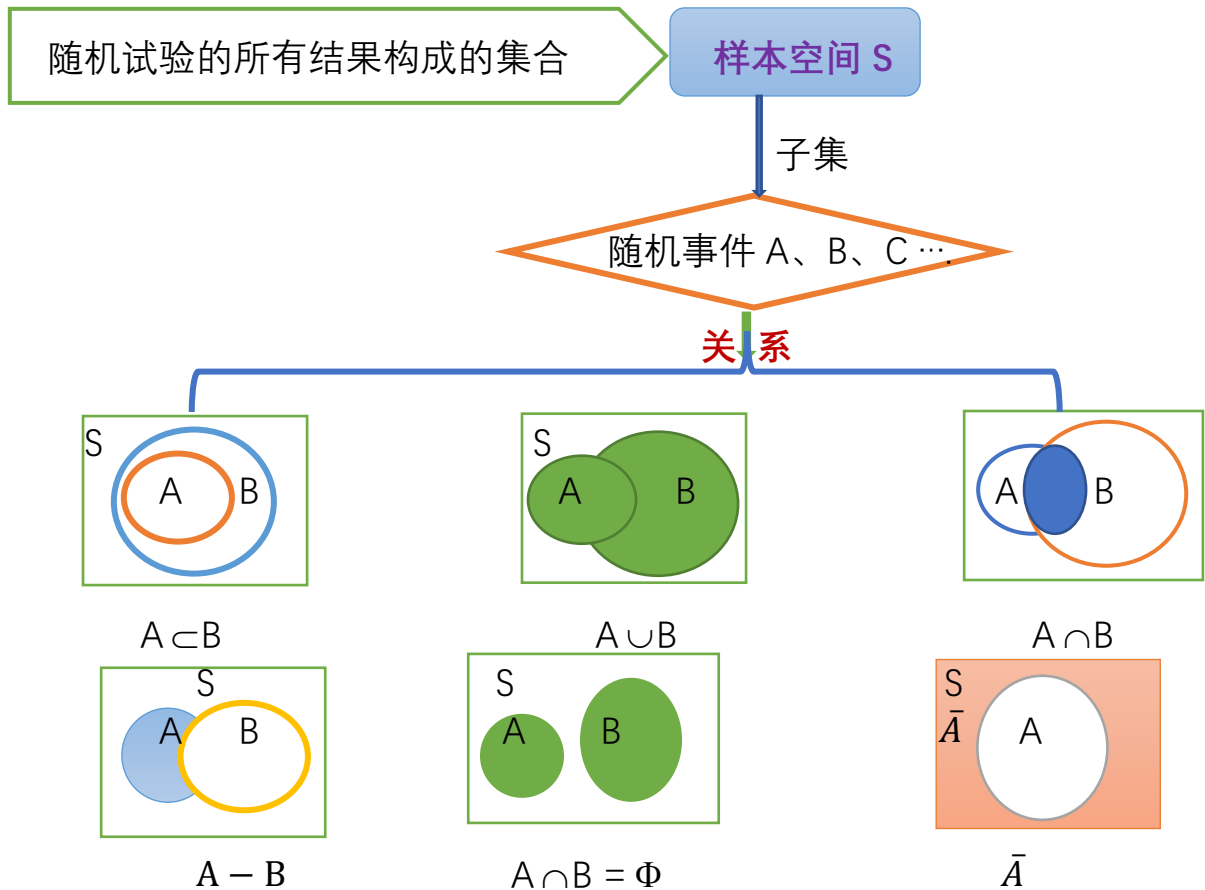
三大模块：



八章内容：

Chapter1 概率论基本概念

1 随机事件的关系和运算 (I)



运算律

交换律： $A \cup B = B \cup A$ ；
 $A \cap B = B \cap A$

结合律： $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ ；
 $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

分配律： $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ；
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

口诀：括号里面符号和括号外面的符号交换

德摩根律： $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ ； $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

(easy)

(D)

2 概率 $P(A)$ 的 “3+6” 性质 (I)

3 条基本性质

非负性： $P(A) \geq 0$

规范性： $P(S) = 1$

可列可加性：设 A_1, A_2, \dots 两两互斥，

$$P(\cup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

推出

6 条重要性质

不可能事件概率： $P(\emptyset) = 0$

有限可加性：设 A_1, A_2, \dots, A_n 两两互斥，

$$P(\cup_{i=1}^n A_i) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$$

差事件概率：若 $A \subset B$ ，则

$$P(B - A) = P(B) - P(A)$$

$$P(B) \geq P(A)$$

概率不超过 1: $P(A) \leq 1$

逆事件概率： $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

加法公式： $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

多个事件加法公式推广

3 条件概率

定义： $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$ (其中 $P(A) > 0$) (I)

3 大公式 (D)

乘法公式： $P(AB) = P(B|A)P(A)$, ($P(A) > 0$)

全概率公式：

设随机试验 E 的样本空间为 S, A 为 E 的事件
 B_1, B_2, \dots, B_n 为 S 的一个划分, 且 $P(B_i) > 0$,
则 $P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i)$

贝叶斯公式：全概率公式条件+ $P(A) > 0$, 有

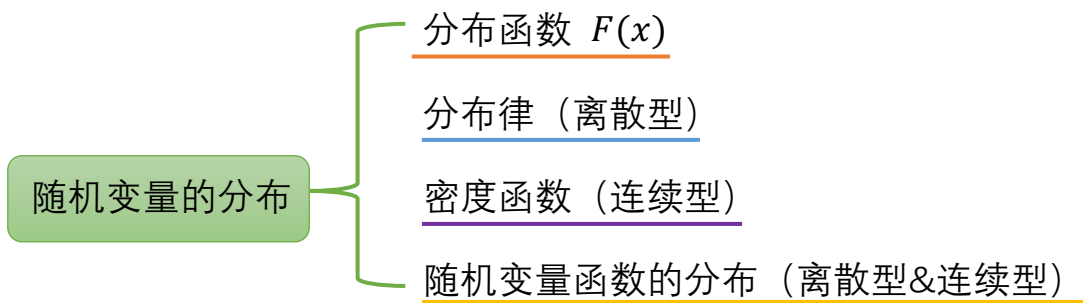
$$P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i)P(B_i)}{P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i)}$$

4 独立性 (I)

定义及等价性： $P(AB) = P(A)P(B) \Leftrightarrow$
 $P(B | A) = P(B), P(A) > 0$

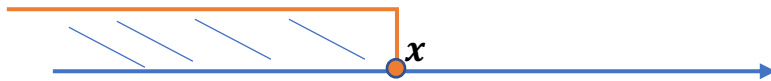
互推性： A 与 B , \bar{A} 与 B , A 与 \bar{B} , \bar{A} 与 \bar{B} 独立性可以相互推出

Chapter2 (一维) 随机变量及其分布



1 $F(x)$ 的定义和性质 (I) 定义域是整个实轴

$F(x)$ 的定义: $\forall x \in R, F(x) = P\{X \leq x\}$ (I)



$F(x)$ 的性质:

- 单调性: $F(x_2) \geq F(x_1), x_2 > x_1$
- 概率性: $0 \leq F(x) \leq 1, F(-\infty) = 0, F(+\infty) = 1$ (I)
- 右连续性: $F(x+0) = F(x)$

2 离散型随机变量的分布

分布律 (离散型专属) (I)

$P(X = x_k) = p_k \ (k = 1, 2, \dots)$ 或

X	x_1	x_2	x_3	\dots
p_k	p_1	p_2	p_3	\dots

其中: $p_k \geq 0, \sum_k p_k = 1$

三种重要分布的分布率

(0-1) 分布:

X	0	1
p_k	$1-p$	p

二项分布 $b(n, p)$:

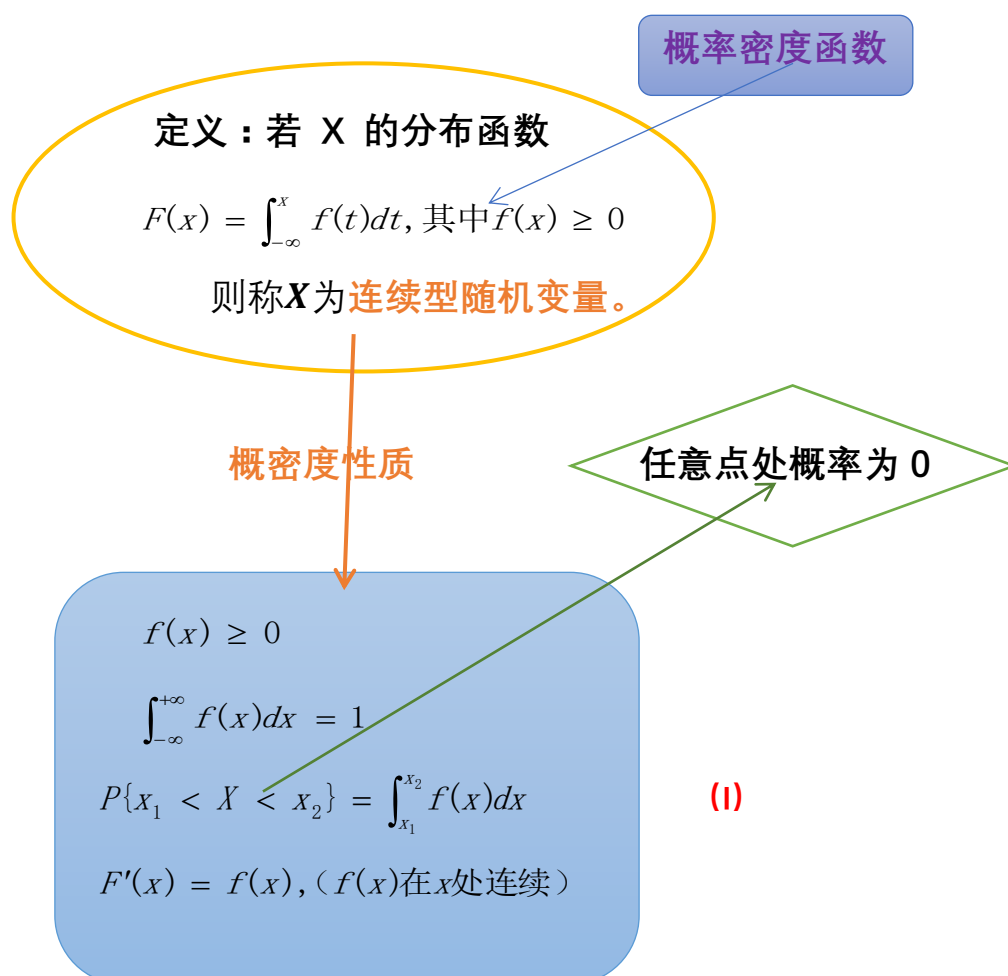
$$P\{X = k\} = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, k = 0, 1, \dots, n$$

泊松分布: $\pi(\lambda)$

$$P\{X = k\} = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, k = 0, 1, 2, \dots$$

注: 分布律与分布函数的相互转换及分布函数的特点

3 连续型随机变量的分布 (I)



注: 密度函数与分布函数的相互转换

例题：已知随机变量X的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} kx, & 0 < x < 2, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

试求：(1) k 的值；(2) 分布函数 $F(x)$ ；(3) $P\{0 < x < 1\}$ 。

三种重要分布的概率密度函数 (I)

均匀分布 $U(a, b)$ ：

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a < x < b \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

指数分布：

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, & x > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ：

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, x \in R$$

$\mu = 0, \sigma = 1$ 标准正态分布 $N(0, 1)$

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, x \in R$$

正态分布密度函数图像的对称性：对称轴 $x = \mu$

4 随机变量函数 $Y = g(X)$ 的分布

离散型随机变量的函数 $Y = g(X)$ 的分布律

例题：已知随机变量 X 的分布律如下：

X	-2	-1	0	2
P	0.1	0.2	0.2	0.5

求 $Y = X^2 - 1$ 的分布律 (easy)

连续型随机变量的函数 $Y = g(X)$ 的密度函数 $f_Y(y)$

分布函数法（万能方法）：先求分布函数，然后求导得密度函数

定理法：(注意条件处处可导，严格单调)

设随机变量 X 的密度函数 $f_X(x)$, $-\infty < x < +\infty$, 函数 $g(X)$ 处处可导且恒有 $g'(X) > 0 (< 0)$, 则 $Y = g(X)$ 的密度函数为

$$f_Y(y) = \begin{cases} f_X[h(y)]|h'(y)|, & \alpha < y < \beta \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

其中, $\alpha = \min\{g(-\infty), g(+\infty)\}$, $\beta = \max\{g(-\infty), g(+\infty)\}$, $h(y) = g^{-1}(x)$ 。

例 1：设随机变量 X 服从 $(-1, 1)$ 上的均匀分布，求 (1) $Y = X^2$ ；
(2) $Z = |X|$ 的概率密度函数。(注：不符合定理单调性条件)

例 2：设随机变量 X 服从参数为 $1/2$ 的指数分布，证明 $Y = 1 - e^{-2X}$ 在区间 $(0, 1)$ 上服从均匀分布。(符合定理单调性条件)

特别注意：若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，则 $\frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$ (I)

Chapter3 多维随机变量及其分布

(注意与一维随机变量之间的联系与区别)

多维随机变量的分布

分布函数 $F(x, y)$

分布律 (离散型)

密度函数 (连续型)

边缘分布 (独立性) (I)

条件分布

随机变量函数的分布 (离散型&连续型)

二维随机变量分布函数 $F(x, y)$

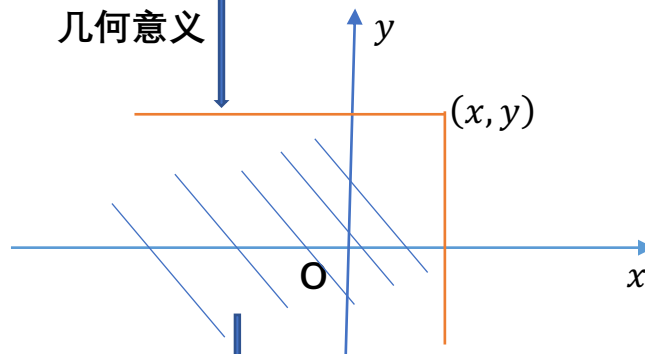
定义

设 (X, Y) 是二维随机变量, $\forall x, y \in R$,

$$F(x, y) = P\{(X \leq x) \cap (Y \leq y)\} \triangleq P\{X \leq x, Y \leq y\}$$

称为 (X, Y) 的分布函数或称为 X 和 Y 的联合分布函数

几何意义



主要性质

1. $F(x, y)$ 关于 x 和 y 的不减函数；
2. $0 \leq F(x, y) \leq 1$
 $F(-\infty, y) = F(x, -\infty) = F(-\infty, -\infty) = 0$, x, y 固定
 $F(\infty, \infty) = 1$ ；
3. $F(x, y)$ 关于 x 右连续；关于 y 右连续；

二维离散型随机变量的分布律 (I)

(X, Y) 所有可能取的值： $(x_i, y_j), i, j = 1, 2, 3, \dots$,

记 $P\{X = x_i, Y = y_j\} \triangleq p_{ij}, i, j = 1, 2, 3, \dots, (**)$

易知 $p_{ij} \geq 0, \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} p_{ij} = 1$

称之为

(X, Y) 的分布律或 X 和 Y 的联合分布律

分布律的 表格法

Y \ X	X					
	x_1	x_2	x_3	...	x_i	... (从小到大排列)
y_1	p_{11}	p_{21}	p_{31}	...	p_{i1}	...
y_2	p_{12}	p_{22}	p_{32}	...	p_{i2}	...
y_3	p_{13}	p_{23}	p_{33}	...	p_{i3}	...
.						
.						
.						
y_j	p_{1j}	p_{2j}	p_{3j}	...	p_{ij}	...
.	.					
.	.					
.	.					

(从小到大排列)

二维连续型随机变量的密度函数及分布函数 (D)

随机变量 (X, Y) , 如果 $\forall x, y \in R$, 有 :

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^y \int_{-\infty}^x f(x, y) dx dy, \text{ 其中 } f(x, y) \geq 0,$$

称 (X, Y) 为二维连续型随机变量, 称 $f(x, y)$ 为 (X, Y) 的密度函数或 X 和 Y 的联合密度函数。

注 : 二重积分及其几何意义——体积

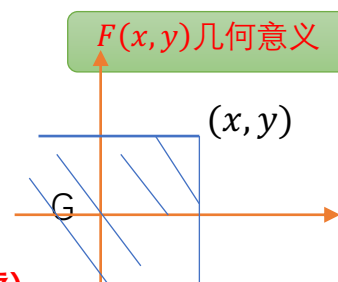
$f(x, y)$ 的性质 (比较 $f(x)$ 的性质)

1. $f(x, y) \geq 0$;

2. $F(\infty, \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy = 1$;

3. $P\{(x, y) \in G\} = \iint_G f(x, y) dx dy$;

4. $\frac{\partial F(x, y)}{\partial x \partial y} = f(x, y)$, ($f(x, y)$ 在 (x, y) 点连续)。



例题 : 设 (X, Y) 的密度函数

$$f(x, y) = \begin{cases} ke^{-2x-3y}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

求 : (1) k 的值 ; (2) $F(x, y)$; (3) $P\{Y \geq X\}$; (4) $P\{3Y \geq 2X\}$

(提示 : 画出密度函数有效区域图)

边缘分布 & 独立性 (I)

Case1: (X, Y)——离散 (easy)

(X, Y)分布律的 表格法

Y \ X	x_1	x_2	x_3	...	x_i	...	$P\{Y = y_j\}$
y_1	p_{11}	p_{21}	p_{31}	...	p_{i1}	...	$p_{\cdot 1}$
y_2	p_{12}	p_{22}	p_{32}	...	p_{i2}	...	$p_{\cdot 2}$
y_3	p_{13}	p_{23}	p_{33}	...	p_{i3}	...	$p_{\cdot 3}$
\vdots							\vdots
y_j	p_{1j}	p_{2j}	p_{3j}	...	p_{ij}	...	$p_{\cdot j}$
\vdots							\vdots
\vdots							\vdots
\vdots							\vdots
$P\{X = x_i\}$	$p_{1\cdot}$	$p_{2\cdot}$	$p_{3\cdot}$...	$p_{i\cdot}$...	1

关于 X 的分布律。

同理，关于 Y 的分布律。(另列表格)

Case2: (X, Y)——连续 (联合密度 $f(x, y)$)

关于 X 的 (边缘) 密度函数为: $f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy$

关于 Y 的 (边缘) 密度函数为: $f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx$

例题 1: 设 (X, Y) 的密度函数

$$f(x, y) = \begin{cases} 6e^{-2x-3y}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

求关于 X 和 Y 的边缘密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$ 。

(提示: 画出密度函数有效区域图)

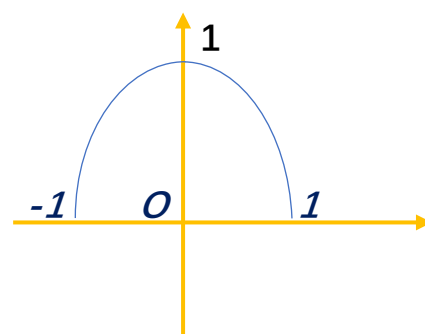
解得： $f(x, y) = \begin{cases} 6e^{-2x-3y}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$

$$f_X(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0, \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} 3e^{-3y}, & y > 0, \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

易知： $f(x, y) = f_X(x) \times f_Y(y)$

例题 2： 设 (X, Y) 在区域 $D : \{(x, y) | 0 \leq y \leq 1 - x^2\}$ 上服从**均匀分布**，求关于 X 和 Y 的边缘密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$ 。



解得： $f(x, y) = \begin{cases} 3/4, & 0 \leq y \leq 1 - x^2 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$

$$f_X(x) = \begin{cases} 3(1 - x^2)/4, & -1 < x < 1, \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{3\sqrt{1-y}}{2}, & 0 < y < 1, \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

易知： $f(x, y) \neq f_X(x) \times f_Y(y)$

注： 观察两个例题的结果，有什么区别？

独立性 (I)

相互独立

If $\forall x, y \in R$, 事件 $(X \leq x)$ 与事件 $(Y \leq y)$ 独立, then:

$$F(x, y) = P\{(X \leq x) \cap (Y \leq y)\} \triangleq P\{X \leq x, Y \leq y\}$$

$$= P\{X \leq x\}P\{Y \leq y\} \text{ 即}$$

$$= F_X(x)F_Y(y) \implies \text{称 } X, Y \text{ 相互独立}$$

Case1:离散型

(X, Y) 分布律的 表格法

$\begin{matrix} & X \\ Y \end{matrix}$	x_1	x_2	x_3	...	x_i	...	$P\{Y = y_j\}$
y_1	p_{11}	p_{21}	p_{31}	...	p_{i1}	...	$p_{\cdot 1}$
y_2	p_{12}	p_{22}	p_{32}	...	p_{i2}	...	$p_{\cdot 2}$
y_3	p_{13}	p_{23}	p_{33}	...	p_{i3}	...	$p_{\cdot 3}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
y_j	p_{1j}	p_{2j}	p_{3j}	...	p_{ij}	...	$p_{\cdot j}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$P\{X = x_i\}$	$p_{1\cdot}$	$p_{2\cdot}$	$p_{3\cdot}$...	$p_{i\cdot}$...	1

$$\forall i, j, P\{X = x_i, Y = y_j\} = P\{X = x_i\}P\{Y = y_j\} \quad (\text{每一个满足})$$

Case2:连续型

$$f(x, y) = f_X(x) \times f_Y(y) \quad (\text{几乎处处成立})$$

例题 1 相互独立, 例题 2 不独立

条件分布

Case1: (X, Y)——离散型 (I)

直接根据条件概率 $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$ ($P(A) > 0$) 做就可以了。

(X, Y) 的分布律: $P\{X = x_i, Y = y_j\} = p_{ij}, i, j = 1, 2, 3, \dots$, 即:

Y \ X							$P\{Y = y_j\}$
	x_1	x_2	x_3	...	x_i	...	
y_1	p_{11}	p_{21}	p_{31}	...	p_{i1}	...	$p_{\cdot 1}$
y_2	p_{12}	p_{22}	p_{32}	...	p_{i2}	...	$p_{\cdot 2}$
y_3	p_{13}	p_{23}	p_{33}	...	p_{i3}	...	$p_{\cdot 3}$
\vdots	\vdots						\vdots
\vdots	\vdots						\vdots
\vdots	p_{1j}	p_{2j}	p_{3j}	...	p_{ij}	...	$p_{\cdot j}$
\vdots	\vdots						\vdots
\vdots	\vdots						\vdots
\vdots	\vdots						\vdots
$P\{X = x_i\}$	$p_{1\cdot}$	$p_{2\cdot}$	$p_{3\cdot}$...	$p_{i\cdot}$...	1

如果 $P\{X = x_i\} > 0$ (i 固定)

$$\begin{aligned} \text{则: } P\{Y = y_j | X = x_i\} &= \frac{P\{X = x_i, Y = y_j\}}{P\{X = x_i\}} \quad (j = 1, 2, 3, \dots) \\ &= \frac{p_{ij}}{p_{i\cdot}} \quad (\text{分布律}) \end{aligned}$$

同理: $P\{X = x_i | Y = y_j\} = \frac{p_{ij}}{p_{\cdot j}} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, p_{\cdot j} > 0). (\text{分布律})$

注: 条件概率与条件分布律的区别。

例题: (X, Y) 的分布律如下,

Y \ X				
	0	1	2	3
1	0	3/8	3/8	0
3	1/3	0	0	1/8

求: (1) $P\{X = 2 | Y = 1\}$; (2) 当 $Y = 1$ 时, 关于 X 的条件分布律。

Case2: (X, Y)——连续型. (D)

已知(X, Y)的密度函数 $f(x, y)$, $x, y \in R$

$$f_{Y|X}(y|x) = \frac{f(x, y)}{f_X(x)}$$

$$f_{X|Y}(x|y) = \frac{f(x, y)}{f_Y(y)}$$

随机变量函数的分布

Case1 : 离散型 (easy) (I)

例 1 : 已知二维离散型随机变量 (X, Y) 的概率分布律如下 :

Y \ X	-1	0	2
-1	1/4	1/8	1/4
1	1/12	1/8	1/6

求 : $X+Y$, $X-2Y$, XY , X/Y , $X^2 + Y - 1$, $\max\{X, Y\}$, $\min\{X, Y\}$ 的分布律。

Case2: 连续型 (D)

方法 1 : 公式法

设 (X, Y) 的概率密度函数为 $f(x, y)$, $x, y \in R$,

$$(1) \quad Z = X + Y \text{ 的概率密度函数 } f_Z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(z - y, y) dy$$

$$(2) \quad Z = Y / X \text{ 概率密度函数 } f_{Y/X}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} |x| f(x, xz) dx$$

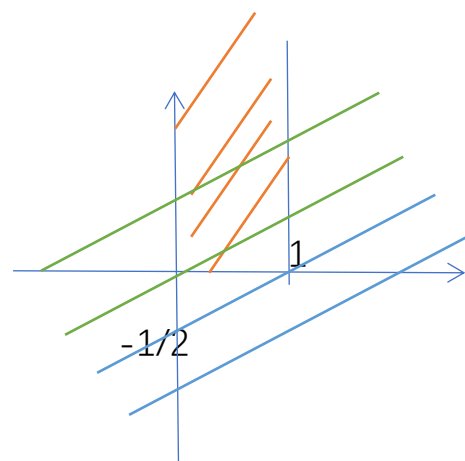
$$(3) \quad Z = XY \text{ 概率密度函数 } f_{XY}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{|x|} f(x, \frac{z}{x}) dx$$

方法 2: 分布函数法 (万能方法)

例 : 已知 (X, Y) 的密度函数为 :

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-y}, & 0 \leq x \leq 1, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求 : $Z = X - 2Y$ 的概率密度。



没法用现成公式，只能利用分布函数法，解题思路：

$$F_Z(z) = P\{Z \leq z\} = P\{X - 2Y \leq z\}$$

$$= \iint_{X-2Y \leq z} f(x, y) dx dy \quad (\text{讨论 } z \text{ 的取值})$$

Chapter4 随机变量的数字特征 (So easy)

数字特征

期望 $E(X)$

方差 $D(X)$ &标准差 $\sqrt{D(X)}$

协方差 $Cov(X, Y)$

相关系数 ρ_{XY}

(原点) 矩 μ_k

期望 $E(X)$ (I)

6 个定义 (了解)

Case1: X ——离散型

定义 1: 设离散型随机变量 X 的分布律为

$$P\{X = x_k\} = p_k, k = 1, 2, \dots$$

若级数 $\sum_{k=1}^{\infty} x_k p_k$ **绝对收敛**，则级数 $\sum_{k=1}^{\infty} x_k p_k$ 的和为随机变量 X 的**数学期望 (或均值)**，记为 $E(X)$ 。即

$$E(X) = \sum_{k=1}^{\infty} x_k p_k$$

Case2: X ——连续型

定义 2: 设连续型随机变量 X 的概率密度为 $f(x)$

若积分 $\int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$ **绝对收敛(绝对可积)**，则称 $\int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$ 的值为随机变量 X 的**期望 (或均值)**，记为 $E(X)$ 。即

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx。$$

别忘了我哦！

Case3: $Y = g(X)$ (X 离散, g 连续), $E(Y) = ?$

定义 3(定理): 设 $Y = g(X)$, X 为离散型随机变量且分布律为

$$P\{X = x_k\} = p_k, k = 1, 2, \dots$$

若级数 $\sum_{k=1}^{\infty} g(x_k)p_k$ **绝对收敛**, 则

$$E(Y) = E[g(X)] = \sum_{k=1}^{\infty} g(x_k)p_k。$$

Case4: $Y = g(X)$ (X 连续, g 连续), $E(Y) = ?$

定义 4(定理): 设 $Y = g(X)$, X 为连续型随机变量且概率密度为 $f(x)$

若积分 $\int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$ **绝对收敛(绝对可积)**, 则

$$E(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx。$$

Case5: $Z = g(X, Y)$ ((X, Y) 离散, g 连续), $E(Z) = ?$

定义 5(定理): 设 $Z = g(X, Y)$, (X, Y) 为离散型且分布律为

$$P\{X = x_i, Y = y_j\} = p_{ij}, i, j = 1, 2, \dots$$

若级数 $\sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} g(x_i, y_j)p_{ij}$ **绝对收敛**, 则

$$E(Z) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} g(x_i, y_j)p_{ij}。$$

Case6: $Z = g(X, Y)$ ((X, Y) 连续, g 连续), $E(Z) = ?$

定义 6(定理): 设 $Z = g(X, Y)$, (X, Y) 为连续型且概率密度为 $f(x, y)$

若积分 $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y)f(x, y)dxdy$ **绝对收敛(绝对可积)**, 则

$$E(Z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y)f(x, y)dxdy。$$



性质 (I) : 设X、Y为随机变量, C为常数, 有 :

$$1、E(C) = C$$

$$2、E(CX) = CE(X)$$

$$3、E(X + Y) = E(X) + E(Y) \quad \left. \begin{array}{l} E(aX + bY) \\ = aE(X) + bE(Y) \end{array} \right\}$$

$$4、\text{当X、Y相互独立时, } E(XY) = E(X)E(Y) \quad (\text{注意条件})$$

例题 1 : 已知X为离散型随机变量且分布律如下, $Y = X^2$, 求 $E(X), E(Y)$ 。

X	-1	1	2	3
p	1/8	1/4	1/8	1/2

例题 2 : 已知X为连续型随机变量且概率密度如下, 求 $E(X)$ 。

$$f(x) = \begin{cases} 1+x, & -1 \leq x \leq 0 \\ 1-x, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}。$$

例题 3: 设(X,Y)的分布律如下, $Z = X + Y$, 求 $E(X), E(Z)$ 。

Y \ X	-1	0	1	2
	0	2/8	3/8	0
0	1/8	1/8	0	1/8
1				

不求Y的密度函数, 直接公式计算

例题 4: 设随机变量(X,Y)的密度函数如下, 求 $E(Y), E(\frac{1}{XY})$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{2x^3y^2}, & \frac{1}{x} < y < x, x > 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

方差 $D(X)$ &标准差 $\sqrt{D(X)}$

定义 : 设 X 是一个随机变量, 若 $E\{[X - E(X)]^2\}$ 存在, 则称 $E\{[X - E(X)]^2\}$ 为 X 的方差, 记为 $D(X)$ 或 $\text{Var}(X)$, 同时称 $\sqrt{D(X)}$ 为 X 的标准差或均方差, 记成 $\sigma(X)$ 。

即 : $D(X) = E\{[X - E(X)]^2\} = E(X^2) - E^2(X)$

性质 (I) : 设 X 、 Y 为随机变量, C 为常数, 有 :

1、 $D(C) = 0$

2、 $D(CX) = C^2 D(X) \longrightarrow D(-X) = D(X)$

3、 $D(X + Y) = D(X) + D(Y) + 2E\{[X - E(X)][Y - E(Y)]\}$

特殊地, 当 X 、 Y 相互独立时, $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$

4、 $D(X) = 0$ 的充要条件是 X 以概率为 1 取常数 $E(X)$, 即

$$P\{X = E(X)\} = 1$$

期望和方差的重要结果 : (I)

对象	$b(1, p)$	$b(n, p)$	$\pi(\lambda)$	$U(a, b)$	指数分布	$N(\mu, \sigma^2)$	$\chi^2(n)$	\bar{X}	S^2
$E(\cdot)$	p	np	λ	$\frac{a+b}{2}$	θ	μ	n	μ	σ^2
$D(\cdot)$	$1-p$	$n(1-p)$	λ	$\frac{(a-b)^2}{12}$	θ^2	σ^2	$2n$	$\frac{\sigma^2}{n}$	/

协方差 $Cov(X, Y)$ (I)

定义 : 量 $E\{[X - E(X)][Y - E(Y)]\}$ 称为随机变量 X 与 Y 的协方差, 记为 $Cov(X, Y)$.

$Cov(X, Y)$ 的计算公式变形：

$$\textcircled{1} Cov(X, Y) = E\{[X - E(X)][Y - E(Y)]\}$$



我最简单、常用

$$\textcircled{2} Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$$

$$\textcircled{3} Cov(X, Y) = [D(X + Y) - D(X) - D(Y)]/2$$

$Cov(X, Y)$ 的性质（线性性）：

$$0. Cov(X, X) = D(X)$$

$$1. Cov(aX, bY) = abCov(X, Y)$$

$$2. Cov(X_1 + X_2, Y) = Cov(X_1, Y) + Cov(X_2, Y)$$

相关系数 ρ_{XY} (I)

定义： $\rho_{XY} = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}}$ 称为随机变量 X 与 Y 的相关系数。

当 $\rho_{XY} = 0$ 时，称 X 和 Y 不相关。

ρ_{XY} 的性质：

$$1. |\rho_{XY}| \leq 1 \quad (\text{结果不要超出这个范围})$$

2. $|\rho_{XY}| = 1$ 的充要条件是存在常数 a, b 使

$$P\{Y = aX + b\} = 1$$

不相关和独立的关系：

$$\rho_{XY} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}}$$

独立 $\longrightarrow \text{Cov}(X, Y) = 0 \longrightarrow \rho_{XY} = 0 \longrightarrow$ 不相关

不相关 $\xrightarrow{?}$ 独立 (推不出, 反例 P108 例 1)

例题：设 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} 12y^2, & 0 \leq y \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$,

求 ρ_{XY} 。(包含了前面讲的所有的数字特征, 课后自己练习)

P108 例 1 (离散型的)

(原点) 矩 μ_k (主要在第七章矩估计中使用)

定义：设 X 和 Y 是随机变量, 若 $E(X^k), k = 1, 2, \dots$ 存在, 称之为 X 的 k 阶原点矩 (k 阶矩), 记成 $\mu_k = E(X^k)$ 。

注：所有的数字特征本质就是计算期望。

Chapter5 大数定理及中心极限定理

(切比雪夫不等式挪到本章)

1 切比雪夫不等式：(I)

设随机变量 X 具有数学期望 $E(X) = \mu$ ，方差 $D(X) = \sigma^2$ ，则对于任意正数 ε ，不等式 $P\{|X - \mu| \geq \varepsilon\} \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$ 成立。

即

$$P\{|X - E(X)| \geq \varepsilon\} \leq \frac{D(X)}{\varepsilon^2} \quad (\text{本质})$$

或

$$P\{|X - E(X)| < \varepsilon\} \geq 1 - \frac{D(X)}{\varepsilon^2} \quad (\text{变形})$$

特点：事件中的不等号与结论不等号反相时，第一反应切比雪夫不等式。

切比雪夫不等式作用：1.估算概率；2.证明大数定律

例题：设随机变量 X 具有数学期望 $E(X) = \mu$ ，方差 $D(X) = \sigma^2$ ，则由切比雪夫不等式， $P\{|X - \mu| \geq 3\sigma\} \leq \underline{\hspace{2cm}}$ (数学一考研题)

(不等号相反)

2 大数定律：了解本质即可： $\bar{X} \xrightarrow{P} \mu$, $f_n(A) \xrightarrow{P} \mu$

推广： $A_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k \rightarrow \mu_k = E(X^k), n \rightarrow \infty$ (矩估计理论基础)

3 中心极限定理 (定理 1 和 3) (用标准正态分布估算概率) (I)(D)

独立同分布中心极限定理：

设 X_1, X_2, \dots 是相互独立, 服从同一分布, 且具有数学期望和方差：

$E(X_k) = \mu$, $D(X_k) = \sigma^2 > 0$ ($k = 1, 2, \dots$), 前 n 个随机变量之和

$$\sum_{k=1}^n X_k \sim N(n\mu, n\sigma^2) \quad (n \rightarrow \infty)$$

或 $\sum_{k=1}^n X_k$ 的标准化变量 $\frac{\sum_{k=1}^n X_k - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} \sim N(0, 1) \quad (n \rightarrow \infty)$

或 $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n) \quad (n \rightarrow \infty)$

或 \bar{X} 的标准化变量 $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1) \quad (n \rightarrow \infty)$

主要用于求关于和或者算数平均的概率

棣 (di) 莫弗—拉普拉斯定理：

设随机变量 $\eta_n \sim b(n, p)$ ($0 < p < 1, n = 1, 2, \dots$), 则

$$\frac{\eta_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \sim N(0, 1), \quad n \rightarrow \infty$$

独立同分布中心极限定理的特殊情况，主要功能是计数

例 1：一加法器同时收到 20 个噪声电压 X_i ($i = 1, 2, \dots, 20$), 设它们相互独立的随机变量, 且都在区间(0, 10)上服从均匀分布。求 $P\{\sum_{i=1}^{20} X_i > 105\}$ 的近似值 (结果用 $\Phi(\cdot)$ 表示) (求和问题)

相当于中心极限定理的标志性暗示

例 2：据调查某高校的大学生戴眼镜的概率为 0.2，利用中心极限定理估计 10000 个学生中戴眼镜的**学生数**少于 2100 概率。（结果用 $\Phi(\cdot)$ 表示）（计数问题）

中心极限定理使用注意：**1、结果近似值；**

2、数据不要改动；

3、看清是求和还是记数

Chapter6 样本及抽样分布 (统计部分的根, 特别重要)

重点 : 4 个统计量+3 大分布+2 个定理

4 个统计量 (样本数字特征)

设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的一个样本,

样本平均值 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

样本方差 $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^n X_i^2 - n \bar{X}^2)$

样本标准差 $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^n X_i^2 - n \bar{X}^2)}$

样本 k 阶 $A_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k, k = 1, 2, \dots$

注意 : 联系随机变量的数字特征, 故也可称之为**样本数字特征**。

3 大统计量分布 :

(一) χ^2 分布

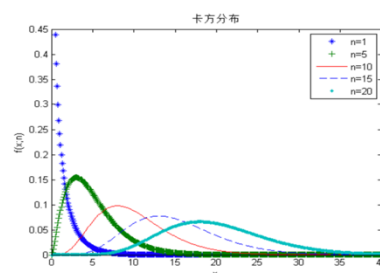
独立性

定义 : 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 $N(0, 1)$ 的样本, 则统计量

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2$$

服从自由度为 n 的 χ^2 分布, 记为 $\chi^2 \sim \chi^2(n)$.

(密度函数代表曲线)



性质 (可加性) : 设 $\chi_1^2 \sim \chi^2(n_1), \chi_2^2 \sim \chi^2(n_2)$, 且 χ_1^2, χ_2^2 相互独立,

则 : $\chi_1^2 + \chi_2^2 \sim \chi^2(n_1 + n_2)$ (显而易见)

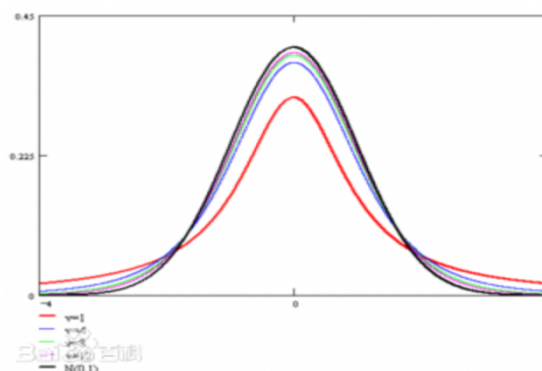
(二) t 分布(Student 分布)

定义：设 $X \sim N(0,1)$, $Y \sim \chi^2(n)$, 且 X 、 Y 相互独立, 则统计量

$$t = \frac{X}{\sqrt{Y/n}}$$

服从自由度为 n 的 t 分布, 记成 $t \sim t(n)$.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x) = \varphi(x)$$



(三) F 分布

设 $U \sim \chi^2(n_1)$, $V \sim \chi^2(n_2)$, 且 U 、 V 相互独立, 则统计量

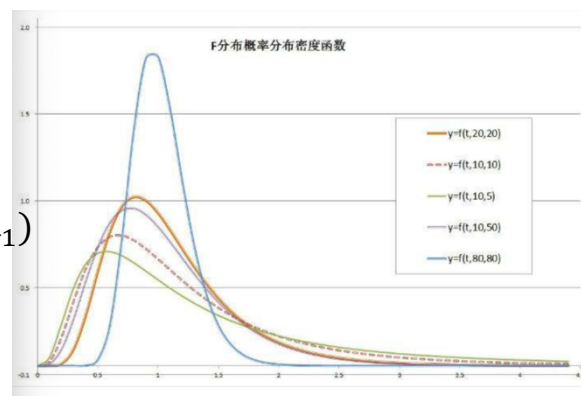
$$F = \frac{U/n_1}{V/n_2}$$

服从自由度为 (n_1, n_2) 的 F 分布, 记成 $F \sim F(n_1, n_2)$.

密度函数图像如右图



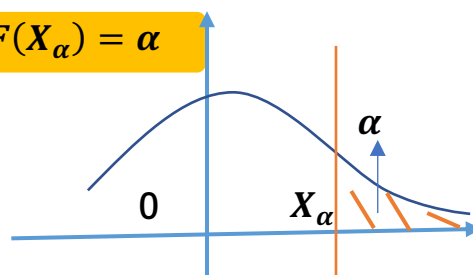
性质：若 $F \sim F(n_1, n_2)$, 则 $1/F \sim F(n_2, n_1)$



分位点：设 X 的密度函数为 $f(x)$, 给定 α ($0 < \alpha < 1$), 称满足

$$P\{X > X_\alpha\} = \int_{X_\alpha}^{\infty} f(x) dx = 1 - F(X_\alpha) = \alpha$$

称 X_α 为该种分布的上 α 分位点



2 个定理：

正态分布的样本均值和样本方差的分布 (I)

定理 1 (一个正态总体)： 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本， \bar{X} ， S^2 分别表示样本均值和样本方差，则有：

- (1) $\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$ ； (2) $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$ ；
(3) $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$ ； (4) \bar{X} 与 S^2 相互独立。

注意结论 对比联系

定理 1 (二个正态总体)： 设 X_1, X_2, \dots, X_{n_1} 与 Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2} 分别是来自正态总体 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 的样本，且这两个样本相互独立。

\bar{X} ， \bar{Y} ， S_1^2 ， S_2^2 分别表示两个样本均值和样本方差，则：

- (1) $\frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0, 1)$ ；
(2) 当 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ 时， $\frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{S_\omega \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t(n_1 + n_2 - 2)$,

$$\text{其中 } S_\omega = \sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}};$$

- (3) $\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$ 。

Chapter7 参数估计

参数估计

点估计（矩估计&最大似然估计）

评选标准（无偏性&有效性）

区间估计（双侧&单侧置信区间）

1 点估计（矩估计&最大似然估计）

矩估计原理： $A_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k \approx \mu_k = E(X^k)$ （n充分大时）

方法：“三步曲”

根据参数个数建立方程（组）→解方程——戴帽子（加尖角符号）

注意：结果用样本表示，看清是量还是值

最大似然估计：似然函数（以一个参数为例）(I) (D)

若总体 X 的概率密度函数为 $f(x; \theta)$, $x \in R$, 则似然函数

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta)$$

若总体 X 的分布律为 $P\{X = x_i\} = p(x_i; \theta)$ ($i = 1, 2, \dots, n$), 则似然函数

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n p(x_i; \theta)$$

方法（一般情况）：“三步曲”

构建似然函数或对数似然函数

求驻点（导数=0 或偏导数=0）

戴帽子（加尖角符号）

2 评选标准（无偏性&有效性）

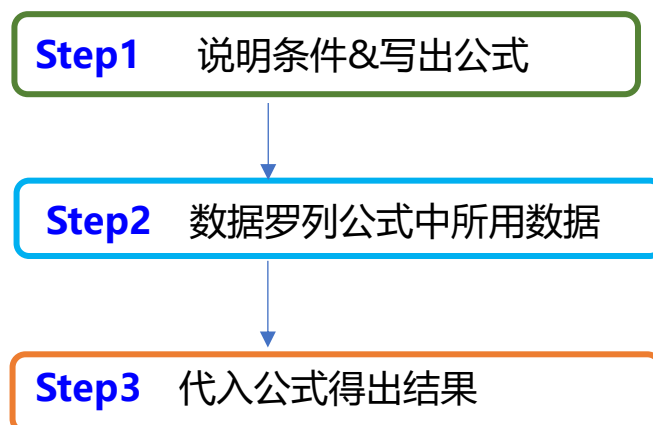
无偏性： $E(\hat{\theta}) = \theta$ (?)

有效性：无偏的前提下， $D(\hat{\theta})$ 越小越有效

3 区间估计（双侧、单侧）

重点：6 种情况的置信区间的结果 (I) (D)

计算步骤：“三步曲”



例：为了比较天能和超威两款电瓶车电瓶寿命情况（单位：h），分别抽取天能和超威两款电瓶 10 只和 8 只新电瓶进行测试，测得寿命的样本均方差分别为 $s_1^2=64$ ， $s_2^2=56$ 。设两款电瓶的寿命分别服从 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ，其中 $\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$ 均未知，求两款电瓶的方差比 σ_1^2/σ_2^2 的置信水平为 95% 的置信区间。

$(F_{0.025}(9,7) = 4.20, F_{0.975}(9,7) = 0.21)$ **（结果保留两位小数）**

解：

Step1 因为 μ_1, μ_2 未知，所以关于 σ_1^2/σ_2^2 的置信水平为 $1 - \alpha = 95\%$ 的置信区间为：

$$\left(\frac{S_1^2/S_2^2}{F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1)}, \frac{S_1^2/S_2^2}{F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1)} \right)$$

Step2 $S_1^2 = 64, S_2^2 = 56, n_1 = 10, n_2 = 8, F_{0.025}(9,7) = 4.2$
 $F_{0.975}(9,7) = 0.21$

Step3 代入得： $\left(\frac{S_1^2/S_2^2}{F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1)}, \frac{S_1^2/S_2^2}{F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1)} \right) = (0.27, 5.44)$

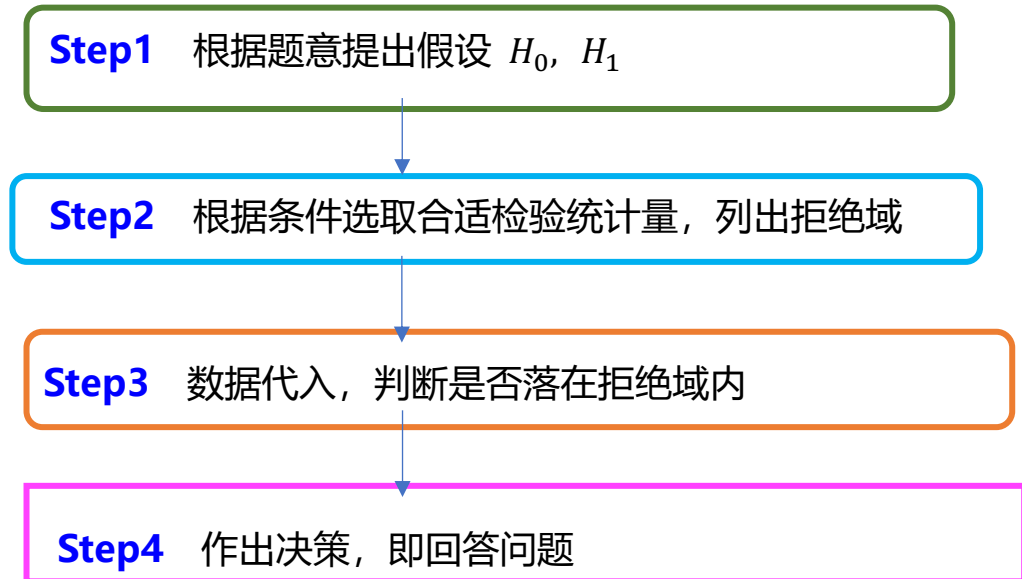
单侧一般求单侧上、下限

Chapter8 假设检验

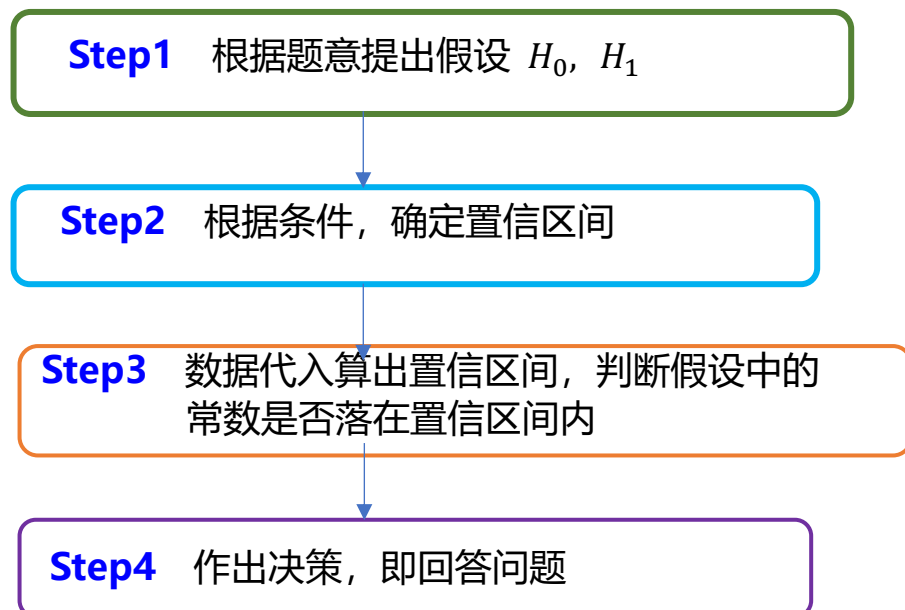
重点：6 种情况的检验统计量，拒绝域，接受域与置信区间的关系 (I) (D)

检验方法：拒绝域法、置信区间法（接受域法）

拒绝域法基本步骤：



置信区间法基本步骤：



例 2 设某厂所生产的某种细纱每缕支数服从正态分布 $N(\mu, 1.2^2)$ 。现从该厂某日生产的一批产品中，随机抽 16 缕进行支数测量，求得样本标准差 $s=2.1$ 。问当天生产的细纱支数的方差有无显著变化？（已知 $\alpha = 0.05$, $\chi_{0.025}^2(15) = 27.5$, $\chi_{0.975}^2(15) = 6.3$, 计算结果保留两位小数。）

解：

方法一（置信区间法）

Step1: 根据题意，设 $H_0: \sigma^2 = 1.2^2 = \sigma_0^2$, $H_1: \sigma^2 \neq 1.2^2 = \sigma_0^2$

Step2: $\because \mu$ 未知， \therefore 关于 σ^2 的置信水平为 $1-\alpha=0.95$ 的双侧置信区间为：

$$\left(\frac{(n-1) S^2}{\chi_{\alpha/2}^2(n-1)}, \frac{(n-1) S^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)} \right)$$

Step3: 又 $n=16, s=2.1, \chi_{0.025}^2(15) = 27.5, \chi_{0.975}^2(15) = 6.3$

$$\therefore \left(\frac{(n-1) S^2}{\chi_{\alpha/2}^2(n-1)}, \frac{(n-1) S^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)} \right) = (2.41, 10.5)$$

$$\sigma_0^2 = 1.2^2 = 1.44 \notin (2.41, 10.5)$$

Step4: H_1 为真，即有明显变化（不能少）

方法二（拒绝域法）：

Step1: 根据题意，设 $H_0: \sigma^2 = 1.2^2 = \sigma_0^2$, $H_1: \sigma^2 \neq 1.2^2 = \sigma_0^2$

Step2: $\because \mu$ 未知，选取检验统计量 $\chi^2 = \frac{(n-1) S^2}{\sigma_0^2}$ ，则拒绝域为：

$$\chi^2 = \frac{(n-1) S^2}{\sigma_0^2} \geq \chi_{\alpha/2}^2(n-1) \text{ 或 } \chi^2 = \frac{(n-1) S^2}{\sigma_0^2} \leq \chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)$$

Step3: 又 $n = 16, s = 2.1, \sigma_0^2 = 1.2^2$, 得 $\chi^2 = \frac{(n-1) S^2}{\sigma_0^2} = 45.94 \geq$

$\chi_{0.025}^2(15) = 27.5$, 落在拒绝域内。

Step4: H_1 为真, 即有明显变化 (不能少)

	对象	条件	枢轴量及分布	置信区间	被择假设 H_0	检验统计量	拒绝域
一个正态总体	μ	σ^2 已知	$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$	$(\bar{X} \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{\alpha/2})$	$\mu > \mu_0$ (右) $\mu < \mu_0$ (左) $\mu \neq \mu_0$	$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$z \geq Z_{\alpha}$ $z \leq -Z_{\alpha}$ $ z \geq Z_{\alpha/2}$
	μ	σ^2 未知	$t = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$	$(\bar{X} \pm \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n-1))$	$\mu > \mu_0$ (右) $\mu < \mu_0$ (左) $\mu \neq \mu_0$	$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$	$t \geq t_{\alpha}(n-1)$ $t \leq -t_{\alpha}(n-1)$ $ t \geq t_{\alpha/2}(n-1)$
	σ^2	μ 未知	$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$	$(\frac{(n-1)S^2}{\chi_{\alpha/2}^2(n-1)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)})$	$\sigma^2 > \sigma_0^2$ (右) $\sigma^2 < \sigma_0^2$ (左) $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$	$\chi^2 \geq \chi_{\alpha}^2(n-1)$ $\chi^2 \leq \chi_{1-\alpha}^2(n-1)$ $\chi^2 \leq \chi_{\alpha/2}^2(n-1)$ 或 $\chi^2 \geq \chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)$
两个正态总体	$\mu_1 - \mu_2$	σ_1^2, σ_2^2 已知	$Z = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - \mu_1 - \mu_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$	$((\bar{X} - \bar{Y}) \pm \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} Z_{\alpha/2})$	$\mu_1 - \mu_2 > \delta$ (右) $\mu_1 - \mu_2 < \delta$ (左) $\mu_1 - \mu_2 \neq \delta$	$Z = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - \delta}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	$z \geq Z_{\alpha}$ $z \leq -Z_{\alpha}$ $ z \geq Z_{\alpha/2}$
	$\mu_1 - \mu_2$	σ_1^2, σ_2^2 未知	$t = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - \mu_1 - \mu_2}{S_{\omega} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t(n_1 + n_2 - 2)$	$((\bar{X} - \bar{Y}) \pm S_{\omega} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} Z_{\alpha/2})$	$\mu_1 - \mu_2 > \delta$ (右) $\mu_1 - \mu_2 < \delta$ (左) $\mu_1 - \mu_2 \neq \delta$	$t = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - \delta}{S_{\omega} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$	$t \geq t_{\alpha}(n-1)$ $t \leq -t_{\alpha}(n-1)$ $ t \geq t_{\alpha/2}(n-1)$
	$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$	μ_1, μ_2 未知	$F = \frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \sim F(n_1-1, n_2-1)$	$(\frac{S_1^2/S_2^2}{F_{\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)}, \frac{S_1^2/S_2^2}{F_{1-\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)})$	$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ (右) $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ (左) $\sigma_1^2/\sigma_2^2 \neq 1$ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$F = S_1^2/S_2^2$	$F \geq F_{\alpha}(n_1-1, n_2-1)$ $F \leq F_{1-\alpha}(n_1-1, n_2-1)$ $F \leq F_{1-\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)$ 或 $F \geq F_{\alpha/2}(n_1-1, n_2-1)$

备注：每一种都要掌握 (I) (D) (使用前先与课本核对，是否有误)

期末复习要点

第一章：

随机事件的关系与运算；**概率的性质**；条件概率定义与计算

第二章：

分布律、概率密度以及分布函数定义、性质；**6种重要分布的定义、性质**；随机变量相关概率计算；

第三章：

边缘分布；离散型随机变量条件分布；二维随机变量相关概率计算；随机变量的独立性；随机变量函数的分布

第四章：

期望、方差、协方差、相关系数的定义、性质及计算；**重要分布的期望和方差**；不相关的判定；**切比雪夫不等式**

第五章：

中心极限定理应用（**2个定理都要掌握**）

第六章：

常用统计量定义；三种抽样分布的定义、性质、图像；上 α 分点定义；正态总体样本均值和样本方差的分布2个定理结论。

第七章：

矩估计、最大似然估计；评选标准（无偏性、有效性）；置信区间计算
（每一种情况都要掌握）

第八章：

检验统计量；拒绝域；检验假设（置信区间法、拒绝域法）**（每种情况都要掌握）**

补充说明：

题型：选择、填空、计算、证明

解题规范（简答题写“解”开始，证明题写“证明”）

考试一律不用计算器