

单元七 光 栅

一 选择题

01. 用波长为 589.3 nm 钠黄光垂直入射在每毫米有 500 条缝的光栅上, 求第一级主极大的衍射角。

【 B 】

(A) 21.7° ; (B) 17.1° ; (C) 33.6° ; (D) 8.4° 。

☛ 光栅常数 $d = \frac{1}{500} \times 10^6\text{ nm}$

第一级衍射主极大: $\sin \varphi = \frac{589.3}{10^6/500} = 0.295 \longrightarrow \varphi = 17.1^\circ$ —— 正确答案(B)

02. 波长 $\lambda = 550\text{ nm}$ 单色光垂直入射于光栅常数 $d = 2 \times 10^{-4}\text{ cm}$ 的平面衍射光栅上, 可能观察到的光谱线的最大级次为:

【 B 】

(A) 2; (B) 3; (C) 4; (D) 5。

☛ 光栅衍射方程: $d \sin \varphi = k\lambda$ —— 令 $\varphi = 90^\circ$

$k = \frac{d}{\lambda} \approx 3.6$ —— 可能观察到的光谱线的最大级次 $k = 3$, 正确答案(B)

03. 一束平行单色光垂直入射在光栅上, 当光栅常数 ($a+b$) 为下列哪种情况时, (a 代表每条缝的宽度), $k = 3, 6, 9$ 等级次的主极大均不出现:

【 B 】

(A) $a+b = 2a$; (B) $a+b = 3a$; (C) $a+b = 4a$; (D) $a+b = 6a$ 。

☛ 缺级的谱线级数: $k = \frac{a+b}{a} k'$

题目给出缺级谱线: $k = 3, 6, 9 \dots$; 而单缝衍射暗纹级数: $k' = 1, 2, 3 \dots$

因此 $\frac{a+b}{a} = 3$ —— $a+b = 3a$

04. 一束白光垂直照射在一光栅上, 在形成的同一级光栅光谱中, 偏离中央明纹最远的是: 【 D 】

(A) 紫光; (B) 绿光; (C) 黄光; (D) 红光。

☛ 光栅衍射方程: $d \sin \varphi = k\lambda$ —— 对于给定的衍射级数 k , 波长越长, 其谱线离中央亮纹越远。
正确答案(D)

05. 设光栅平面、透镜均与屏幕平行。则当入射的平行单色光从垂直于光栅平面入射变为斜入射时, 能观察到的光谱线的最高级数 k :

【 B 】

(A) 变小; (B) 变大; (C) 不变; (D) 改变无法确定。

☛ 在斜入射情况下, 光栅衍射方程: $d(\sin \varphi - \sin i) = k\lambda$ —— 入射光从光栅光轴下方入射
在 $\varphi = -90^\circ$ 的方向上:

$d[\sin(-90^\circ) - \sin i] = k\lambda$ —— 能观测到最高谱线级数变大, 正确答案(B)

06. 若用衍射光栅准确测定一单色光的波长, 在下列各种光栅常数的光栅中选用哪一种最好? 【 D 】

(A) $1.0 \times 10^{-1}\text{ mm}$; (B) $5.0 \times 10^{-1}\text{ mm}$;
(C) $1.0 \times 10^{-2}\text{ mm}$; (D) $1.0 \times 10^{-3}\text{ mm}$ 。

二 填空题

07. 平面衍射光栅宽 2 cm ，共有 8000 条缝。用钠黄光(589.3 nm)垂直照射，可观察到光谱线最大级次 4，对应衍射角 70.5° 。

08. 波长为 500 nm 单色光垂直入射到光栅常数为 $1.0 \times 10^{-4}\text{ cm}$ 的衍射光栅上，第一级衍射主极大所对应的衍射角 $\varphi = 30^\circ$ 。

09. 若光栅的光栅常数为 $(a+b)$ ，透光缝宽为 a ，则同时满足 $a \sin \varphi = k' \lambda$ 和 $(a+b) \sin \varphi = k \lambda$ 时，会出现缺级现象，如果 $b = a$ ，则光谱中缺 $k = \pm 2, \pm 4, \dots$ 级。如果 $b = 2a$ ，缺 $k = \pm 3, \pm 6, \dots$ 级。

10. 以氢放电管发出的光垂直照射到某光栅上，在衍射角 $\varphi = 41^\circ$ 的方向上看到 $\lambda_1 = 656.2\text{ nm}$ 和 $\lambda_2 = 410.1\text{ nm}$ 的谱线相重合，则光栅常数最小是 $5.0 \times 10^{-6}\text{ m}$ 。

11. 一束单色光垂直入射在光栅上，衍射光谱中共出现 5 条明纹，若已知此光栅缝宽度与不透明部分宽度相等，那么在中央明纹一侧的两条明纹分别是第 1 级和第 3 级谱线。

三 判断题(无)

四 计算题

12. 如图所示，用一束具有两种波长 $\lambda_1 = 600\text{ nm}$ ， $\lambda_2 = 400\text{ nm}$ 的平行光垂直入射在光栅上，发现距中央明纹 5 cm 处， λ_1 光的第 k 级主极大和 λ_2 光的第 $(k+1)$ 级主极大相重合，放置在光栅与屏之间的透镜的焦距 $f = 50\text{ cm}$ ，试问：

1) 上述 $k = ?$

2) 光栅常数 $d = ?$

☛ 根据题意对于两种波长的光有：

$$\begin{cases} d \sin \varphi = k \lambda_1 \\ d \sin \varphi = (k+1) \lambda_2 \end{cases}$$

$$\text{由两式得到： } k = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}$$

将 $\lambda_1 = 600\text{ nm}$ ， $\lambda_2 = 400\text{ nm}$ 代入解得： $k = 2$

$$\text{又 } x \approx f \sin \varphi \longrightarrow x \approx f \frac{k \lambda_1}{d}$$

$$d = f \frac{k \lambda_1}{x} \longrightarrow d = 50\text{ cm} \cdot \frac{2 \cdot 600\text{ nm}}{5\text{ cm}}$$

$$\underline{d = 1.2 \times 10^{-5}\text{ m}}$$

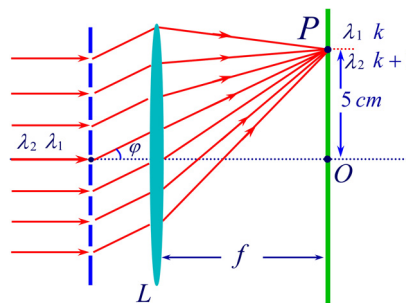
13. 一衍射光栅，每厘米有 200 条透光缝，每条透光缝宽为 $a = 2 \times 10^{-3}\text{ cm}$ ，在光栅后放一焦距 $f = 1\text{ m}$ 的凸透镜，现以 $\lambda = 600\text{ nm}$ 单色平行光垂直照射光栅，求：

1) 透光缝 a 的单缝衍射中央明条纹宽度为多少？

2) 在该宽度内，有几个光栅衍射主极大？

☛ 单缝衍射中央明条纹的角宽度：

$$\Delta \theta_0 = 2 \cdot \frac{\lambda}{a} \longrightarrow \Delta \theta_0 = 6 \times 10^{-4}\text{ rad}$$



计算题_12 图示

中央明条纹宽度: $\Delta x_0 = f \cdot \Delta \theta_0 = 2f \cdot \frac{\lambda}{a} \longrightarrow \underline{\Delta x_0 = 6 \times 10^{-2} \text{ m}}$

光栅常数: $d = \frac{1}{200} \times 10^{-2} \text{ m} \longrightarrow d = 5 \times 10^{-5} \text{ m}$

单缝衍射的第一级暗纹的位置: $a \sin \varphi = k' \lambda \longrightarrow a \sin \varphi_1 = \lambda$

在该方向上光栅衍射主极大的级数: $d \sin \varphi_1 = k \lambda$

两式相比: $k = \frac{d}{a}$, 将 $a = 2 \times 10^{-5} \text{ m}$ 和 $d = 5 \times 10^{-5} \text{ m}$ 代入得到: $k = 2.5$

即单缝衍射中央明条纹宽度内有 5 个光栅衍射主极大: $+2, +1, 0, -1, -2$

14. 波长为 $\lambda = 600 \text{ nm}$ 的单色光垂直入射到光栅上, 测得第 2 级主极大的衍射角为 30° , 且第三级缺级, 问:

1) 光栅常数 d 是多少?

2) 透光缝可能的最小宽度 a 是多少?

3) 在选定了上述 d 与 a 值后, 屏幕上可能出现的全部主极大的级数。

☛ 由光栅衍射方程: $a \sin \varphi = k \lambda$

$$d = \frac{k \lambda}{\sin \varphi} \longrightarrow d = \frac{2 \times 600 \text{ nm}}{\sin 30^\circ} = \underline{2.4 \times 10^{-6} \text{ m}}$$

光栅衍射缺级级数满足: $k = \frac{d}{a} k'$

如果第三级谱线缺级, 透光缝可能的最小宽度:

$$a = \frac{d}{k} = \frac{2.4}{3} \mu\text{m} \longrightarrow \underline{a = 0.8 \times 10^{-6} \text{ m}}$$

屏幕上光栅衍射谱线的可能最大级数:

$$d \sin 90^\circ = k \lambda \longrightarrow k = \frac{d}{\lambda}$$

$k = 4$ —— 该衍射条纹不可能观测到

屏幕上光栅衍射谱线的缺级级数: $k = \pm 3$

屏幕上可能出现的全部主极大的级数: $\pm 2, \pm 1, 0$ —— 共 5 个条纹

15. 以波长为 $\lambda = 500 \text{ nm}$ 的单色平行光斜入射在光栅常数 $a + b = 2.10 \mu\text{m}$, 缝宽 $a = 0.70 \mu\text{m}$ 的光栅上, 入射角 $i = 30^\circ$ (从光栅光轴下方入射), 问屏上能看到哪几级谱线?

☛ 在斜入射情况下, 光栅方程: $d(\sin \varphi - \sin i) = k \lambda$

在 $\varphi = -90^\circ$ 的方向上:

$$d[\sin(-90^\circ) - \sin 30^\circ] = k \lambda \text{ —— 最大谱线级数: } k = -6.3$$

在 $\varphi = 90^\circ$ 的方向上:

$$d[\sin 90^\circ - \sin 30^\circ] = k \lambda \text{ —— 最大谱线级数: } k = +2.1$$

缺级级数: $k = \frac{d}{a} k' \longrightarrow k = 3k' \text{ —— } k = \pm 3, \pm 6, \pm 9 \dots$

屏上能看到的谱线级数: $k = -5, -4, -2, -1, 0, +1, +2$ —— 共 7 条谱线

16. 一双缝的缝距 $d = 0.4 \text{ mm}$, 两缝宽度都是 $a = 0.08 \text{ mm}$, 用波长为 $\lambda = 480 \text{ nm}$ 的单色光垂直照射双缝, 在双缝后放一焦距 $f = 2.0 \text{ m}$ 的透镜, 求:

- 1) 在透镜焦平面处的屏上, 双缝干涉条纹的间距;
- 2) 在单缝衍射中央亮纹范围内的双缝干涉亮纹数目和相应的级数。

➡ 1) 由 $d \sin \varphi = k \lambda$ 得相邻两个亮纹间距: $\Delta x = f(\tan \varphi_{k+1} - \tan \varphi_k) = f \frac{\lambda}{d}$

$$\Delta x = 2000 \text{ mm} \frac{480 \text{ nm}}{0.4 \times 10^6 \text{ nm}} = 2.4 \text{ mm} \longrightarrow \underline{\Delta x = 2.4 \times 10^{-3} \text{ m}}$$

2) 由于单缝衍射极小值而形成缺级的亮纹级数: $k = \frac{d}{a} k' = 5k'$

所以单缝衍射中央亮纹范围内的双缝干涉条纹的数目为 9 条

相应的级数: $\underline{0 \quad \pm 1 \quad \pm 2 \quad \pm 3 \quad \pm 4}$

17. 1) 在单缝夫琅和费衍射实验中, 垂直入射的光有两种波长, $\lambda_1 = 400 \text{ nm}$, $\lambda_2 = 760 \text{ nm}$ 已知单缝宽度 $a = 1.0 \times 10^{-2} \text{ cm}$, 透镜焦距 $f = 50 \text{ cm}$ 。求两种光第一级衍射明纹中心之间的距离。

2) 若用光栅常数 $d = 1.0 \times 10^{-3} \text{ cm}$ 的光栅替换单缝, 其他条件和上一问相同, 求两种光第一级主极大之间的距离。

➡ 1) 单缝衍射明纹满足: $a \sin \varphi = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$

$$\text{对于 } \lambda_1 = 400 \text{ nm}, \sin \varphi_1 = 3 \frac{\lambda_1}{2a} \longrightarrow x_1 = f \sin \varphi_1 = 3 \frac{f \lambda_1}{2a}$$

$$\text{对于 } \lambda_2 = 760 \text{ nm}, \sin \varphi'_1 = 3 \frac{\lambda_2}{2a} \longrightarrow x'_1 = f \sin \varphi'_1 = 3 \frac{f \lambda_2}{2a}$$

$$x'_1 - x_1 = 3 \frac{f}{2a} (\lambda_2 - \lambda_1) = 2.7 \text{ mm} \longrightarrow \underline{x'_1 - x_1 = 2.7 \text{ mm}}$$

2) 两种光入射 $d = 1.0 \times 10^{-3} \text{ cm}$ 的光栅, 谱线的光栅方程 $d \sin \theta = k \lambda$

$$\text{对于 } \lambda_1 = 400 \text{ nm}, \sin \varphi_1 = \frac{\lambda_1}{d} \longrightarrow x_1 = f \sin \varphi_1 = \frac{f \lambda_1}{d}$$

$$\text{对于 } \lambda_2 = 760 \text{ nm}, \sin \varphi'_1 = \frac{\lambda_2}{d} \longrightarrow x'_1 = f \sin \varphi'_1 = \frac{f \lambda_2}{d}$$

$$x'_1 - x_1 = \frac{f}{d} (\lambda_2 - \lambda_1) = 18 \text{ mm} \longrightarrow \underline{x'_1 - x_1 = 18 \text{ mm}}$$