

INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO



FOTÓNICA

BIT RATE IN SMFs

Autores:

David Brito

Francisco Freiria

João Morais

Jerry Cunha

Números:

97260

97236

83916

79704

Professor: Carlos Paiva

Junho de 2020

Conteúdo

1	Introdução	2
2	Caso 1	3
3	Caso 2	5
4	Caso 3	8
5	Caso 4	10
6	Conclusão	12
7	Bibliografia	13

Capítulo 1: Introdução

Neste projeto, estudamos as limitações induzidas pela dispersão em SMFs (Single-Mode Optical Fiber SMF) operadas no regime linear. O objectivo principal é calcular o valor máximo para o Bit rate sob a suposição de que temos pulsos gaussianos que se propagam ao longo da fibra.

Assim, na entrada da fibra, para um $z = 0$, a forma do pulso é dada pela equação 1.2:

$$A(0, t) = A_0 \exp \left[\frac{1 + iC}{2} \left(\frac{t}{T_0} \right)^2 \right] \quad (1.1)$$

C é um parâmetro denominado de Chirp parameter, que alarga a largura de banda espectral.

Considerando que estamos a trabalhar com um pulso gaussiano, o valor da largura do pulso RMS é dado pela equação 1.2:

$$\sigma_o = \frac{T_0}{\sqrt{2}} \quad (1.2)$$

Quando consideramos uma dispersão de velocidade de grupo (GVD), parâmetro este dado por β_2 e um parâmetro de dispersão de ordem superior β_3 a forma do pulso pode ser apresentada pela equação 1.3:

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right) = \left(1 + C \frac{\beta_2 z}{2\sigma_0^2} \right)^2 + \left(\frac{\beta_2 z}{2\sigma_0^2} \right)^2 + (1 + C)^2 \left(\frac{\beta_3 z}{4\sqrt{2}\sigma_0^3} \right)^2 \quad (1.3)$$

Com a finalidade de obter uma expressão mais apelativa introduzimos os seguintes parâmetros adimensionais:

$$X = \frac{\sigma}{|\beta_2|L} \quad (1.4)$$

(largura de pulso de saída normalizada)

$$X_0 = \frac{\sigma_0^2}{|\beta_2|L} \quad (1.5)$$

(largura de pulso de entrada normalizada)

$$p = \frac{1}{4}(1 + C)^2 \geq \frac{1}{4} \quad (1.6)$$

(Considerando que é usada uma fontes ópticas com pequena largura espectral)

$$a = \frac{\beta_3^2}{|\beta_2|^3 L} \geq 0 \quad (1.7)$$

Obtendo assim a equação 1.8:

$$X(\xi) = \text{sgn}(\beta_2) C X_0 + \chi + \frac{p}{X_0} \left(1 + a \frac{p}{2X_0} \right) \xi^2 \quad (1.8)$$

Capítulo 2: Caso 1

No caso 1 é pedido para calcular o Bit rate de uma fibra com $\beta_2 = -20ps^2/km$ e $\beta_3 = 0ps^2/km$.

Neste caso, uma vez que o parâmetro de ordem superior é negligenciado consideramos que $X_0 = X_0^{opt}$ dado pela equação 2.1:

$$X_0^{opt} = \sqrt{p} \quad (2.1)$$

Uma vez que $\beta_3 = 0$ pode-se concluir que $a = 0$. Assim, largura de pulso de entrada normalizada é dado pela equação 2.2.

$$X_0^{opt}(C) = \frac{1}{2}\sqrt{1+C^2} \quad (2.2)$$

A largura de pulso de saída normalizada pode ser obtido através da equação 2.4.

$$X_1^{opt}(C) = \text{sgn}(\beta_2)C + \frac{1}{2}\sqrt{1+C^2} \quad (2.3)$$

Uma vez que a expressão geral da largura do pulso ao longo da fibra é dada por:

$$X(\xi) = \text{sgn}(\beta_2)C\xi + \frac{1}{2}\sqrt{1+C^2}(1+\xi^2) \quad (2.4)$$

Por fim o Bit rate é calculado através da equação 2.5.

$$B_0 = \frac{K}{\sqrt{|\beta_2|L}} \quad (2.5)$$

O valor de K utilizado na equação 2.5 é calculado através da equação 2.6.

$$K = \frac{\sqrt[4]{3}}{4} \quad (2.6)$$

Deste modo, para os diferentes valores de L, obtemos os seguintes valores para o Bit rate, apresentados na tabela 2.1.

Tabela 2.1: Bit rate

L(km)	a	$C_{critico}$	$\sigma_{máxima}(ps)$	Bit rate(GB/s)
1	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	73.57
5	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	32.90
10	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	23.26
50	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	10.40
100	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	7.36

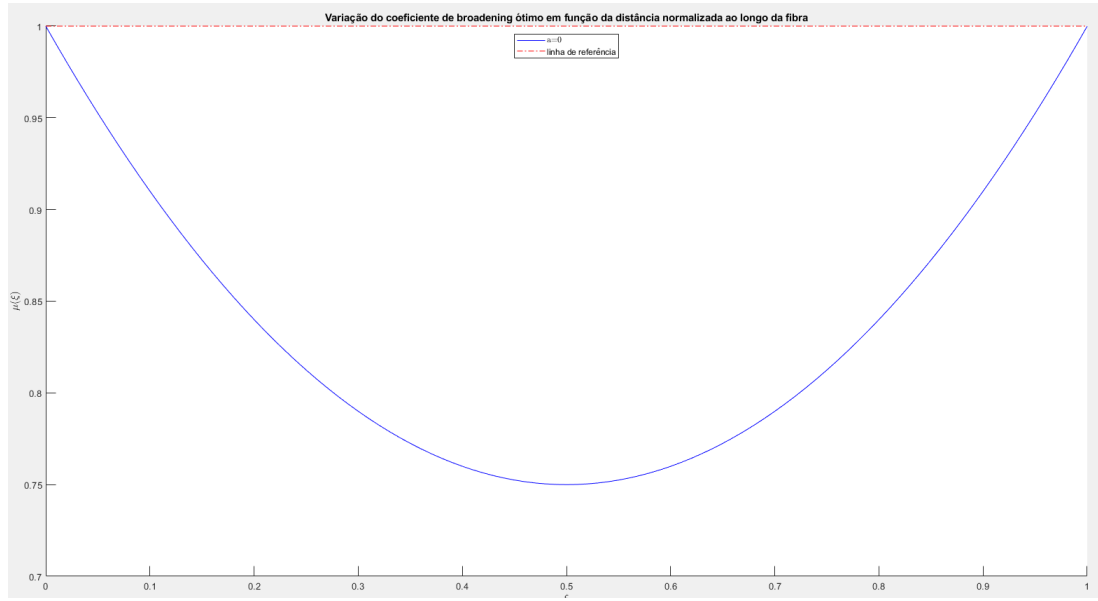


Figura 2.1: Variação do coeficiente de broadening ótimo em função da distância normalizada ao longo da fibra

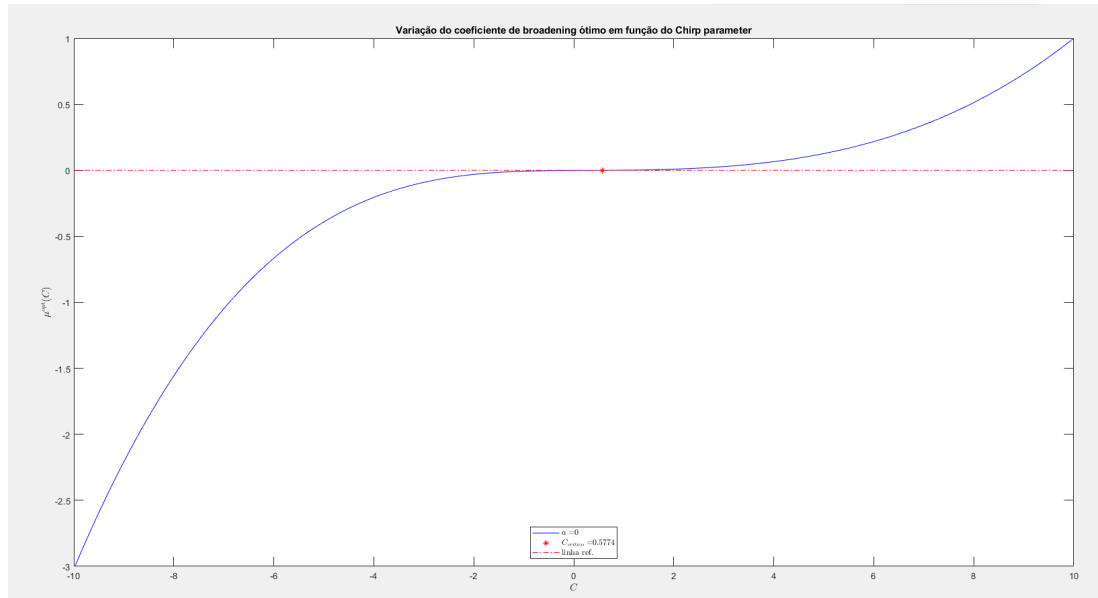


Figura 2.2: Variação do coeficiente de broadening ótimo em função do Chirp parameter

Capítulo 3: Caso 2

No caso 2 é pedido para calcular o Bit rate de uma fibra com $\beta_2 = -1ps^2/km$ e $\beta_3 = 2ps^2/km$.

Com a finalidade de obter um $\chi_1^{opt}(C)$, com o recurso à formula 1.8 é necessário calcular $\chi_0^{opt}(C)$ dado pela equação 3.1.

$$X_0 = 2\sqrt{\frac{p}{3}} \cos \left[\frac{1}{3} \cos^{-1} \left(\frac{9a}{2} \sqrt{\frac{p}{3}} \right) \right] \quad (3.1)$$

Para que este seja mínimo foi necessário calcular o parâmetro de chirp mais adequado segundo a equação 3.2.

$$32X_0C_{cr} - 8X_0(1 + C_{cr}^2) = a^2(1 + C_{cr}^2)^2 \quad (3.2)$$

Assim para o calculo do X^{opt} à saída da fibra, obtemos a seguinte equação 3.3.

$$X_1^{opt}(C) = X_0^{opt}(C) + \text{sgn}(\beta_2)C + \frac{p}{X_0^{opt}(C)} \left[1 + \frac{a}{X_0^{opt}(C)} \right] \quad (3.3)$$

Na figura 3.1 podemos observar a variação da largura de pulso de saída com a variação do pulso de entrada. Uma vez que pretendemos otimizar o sistema, interessa saber qual o valor da largura do pulso à entrada para que à saída este valor seja mínimo.

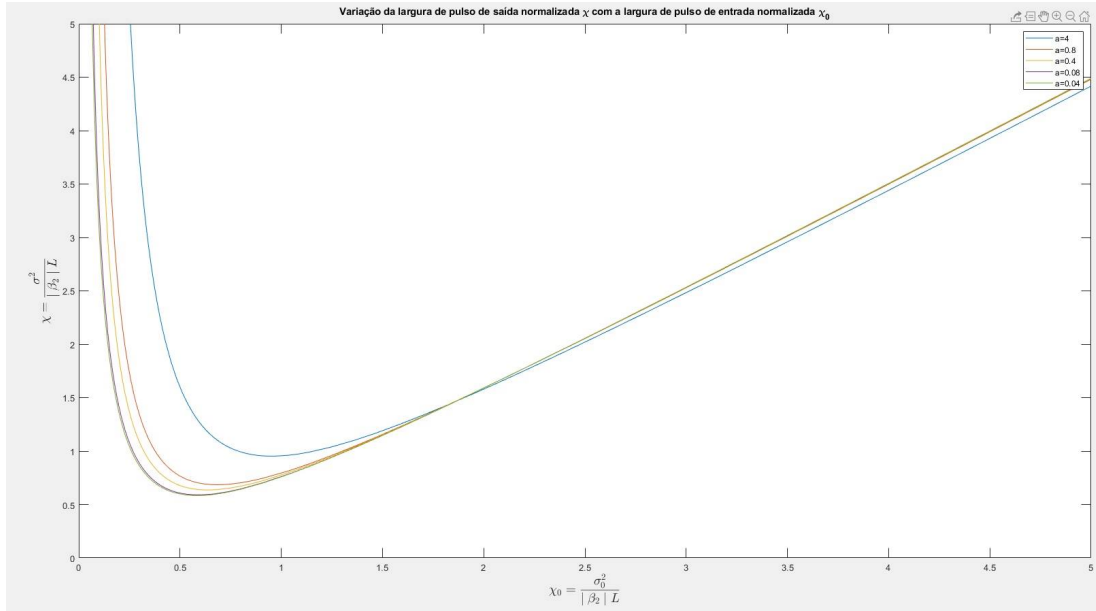


Figura 3.1: Variação da largura de pulso de saída normalizada χ com a largura de pulso de entrada normalizada χ_0

Uma vez obtidos os valores óptimos para X_0 e para X_1 é calculado o broadening coefficient pela equação 3.4. A sua representação gráfica em função da distância normalizada ao longo da fibra encontra-se na figura 3.2.

$$\mu(\xi, C) = \frac{X^{opt}(\xi, C)}{X_0^{opt}(C)} \quad (3.4)$$

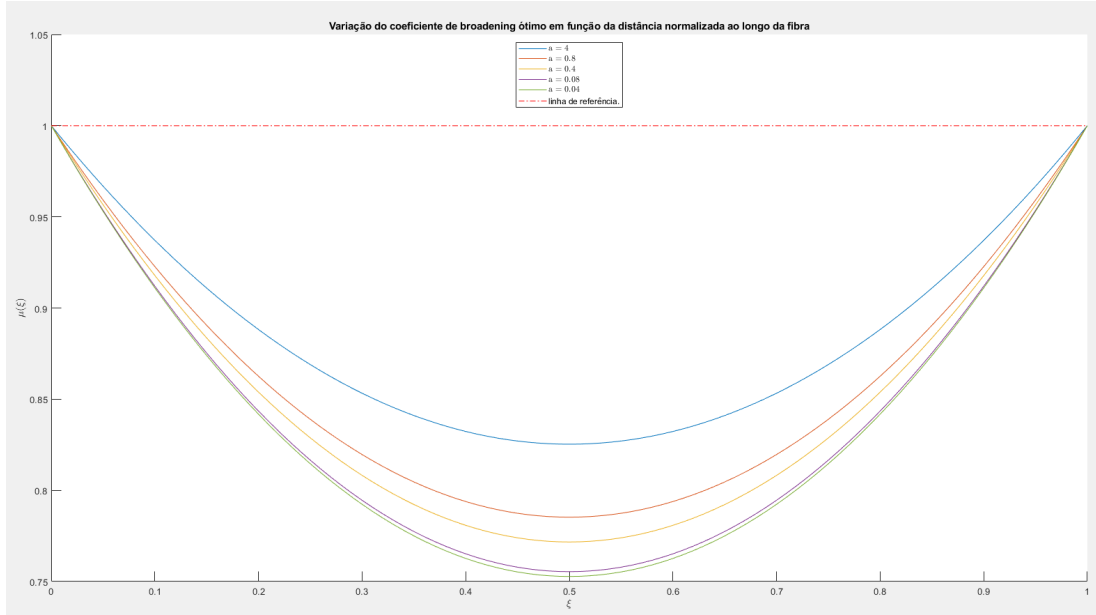


Figura 3.2: Variação do coeficiente de broadening ótimo em função da distância normalizada ao longo da fibra

Na figura 3.3 é representado a variação do Chirp parameter em função do coeficiente de broadening. O valor crítico do Chirp parameter é obtido quando a relação da variação do pulso de entrada e de saída é nulo.

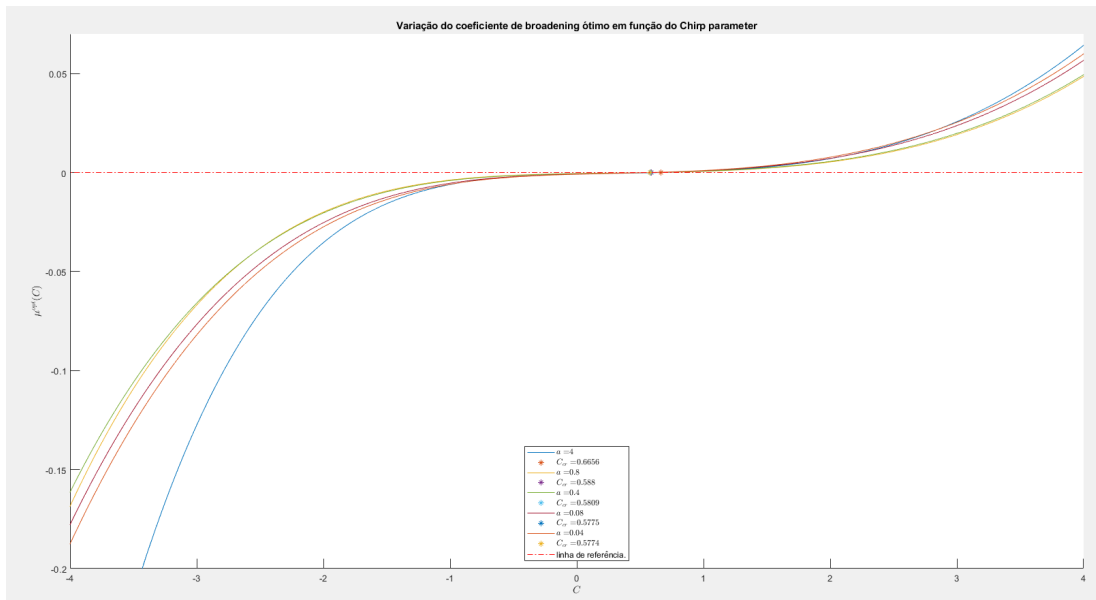


Figura 3.3: Variação do coeficiente de broadening ótimo em função do Chirp parameter

Para calcular o Bit rate recorreremos à expressão dada pela equação 3.5 onde o calculo referente ao σ_{max} é apresentado pela equação 3.6.

$$B_{max} = \frac{1}{4\sigma_{max}} \quad (3.5)$$

$$\sigma_{max} = \sqrt{X_1^{opt}|\beta_2|L} \quad (3.6)$$

Deste modo, para os diferentes valores de L, obtemos os seguintes valores de Bit rate, apresentados na tabela 3.1.

Tabela 3.1: Bit rate

L(km)	a	$C_{critico}$	$\sigma_{máxima}(ps)$	Bit rate(GB/s)
1	4	0.6656	97.6	256.15
5	0.8	0.5880	1.85	135.12
10	0.4	0.5809	2.52	99.123
50	0.08	0.5775	5.43	46.016
100	0.04	0.5774	7.64	32.7

Capítulo 4: Caso 3

No caso 3 é pedido para calcular o bit rate de uma fibra com $\beta_2 = -0.75ps^2/km$ e $\beta_3 = 2ps^2/km$.

Tendo em conta o procedimento do caso 2 obtivemos os seguintes resultados:

Tabela 4.1: Bit rate

L(km)	a	$C_{critico}$	$\sigma_{máxima}(ps)$	Bit rate(GB/s)
1	9.4815	0.8036	98.27	254.4
5	1.8963	0.6132	1.723	145.06
10	0.9481	0.5911	2.293	109.04
50	0.1896	0.5783	4.771	52.40
100	0.0948	0.5776	6.667	37.50

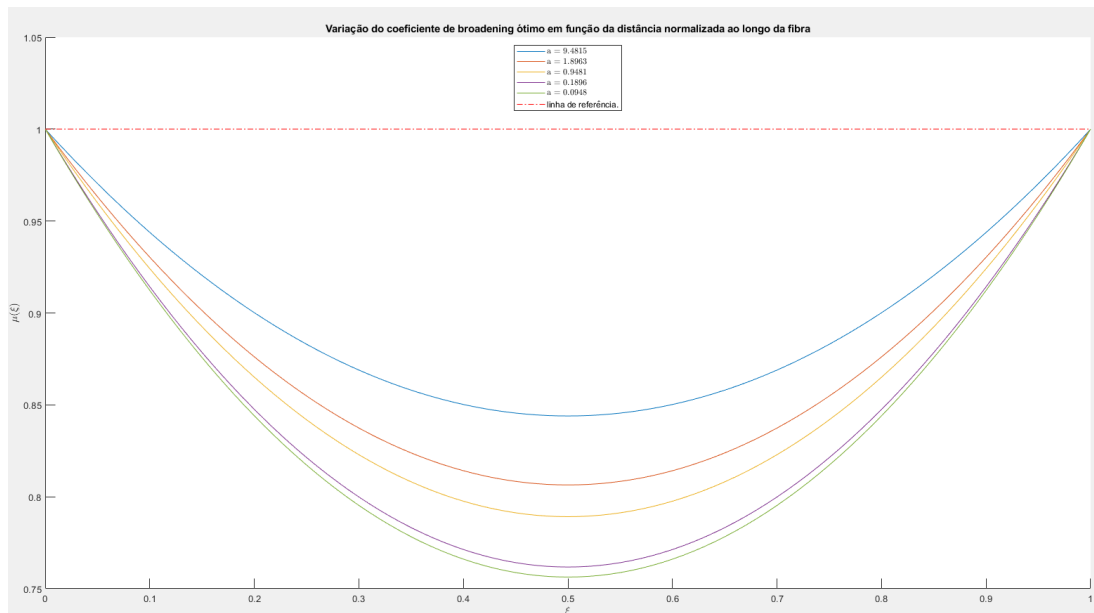


Figura 4.1: Variação do coeficiente de broadening ótimo em função da distância normalizada ao longo da fibra

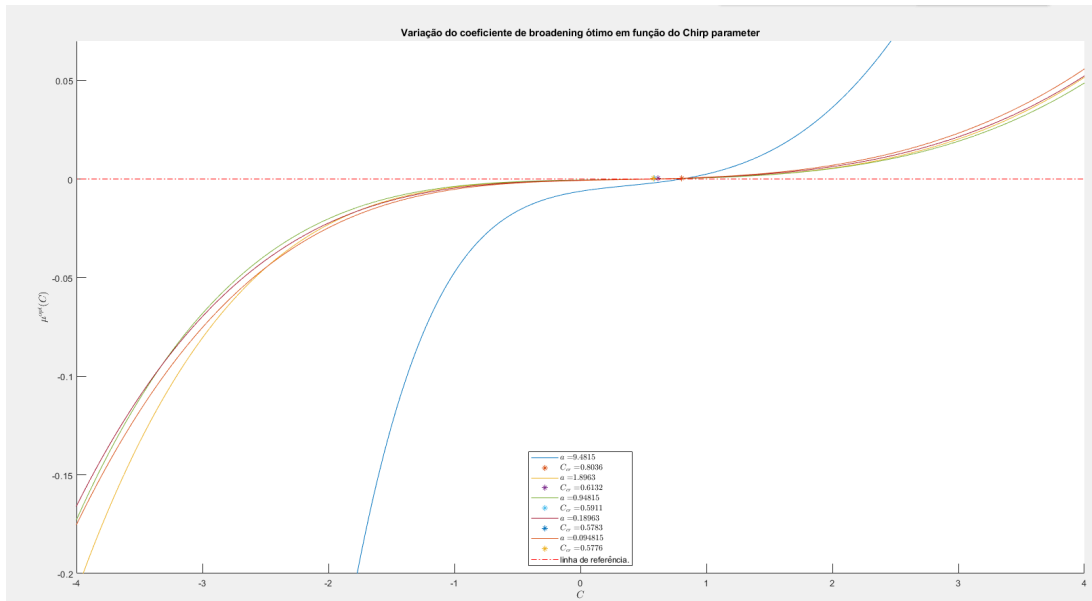


Figura 4.2: Variação do coeficiente de broadening ótimo em função do Chirp parameter

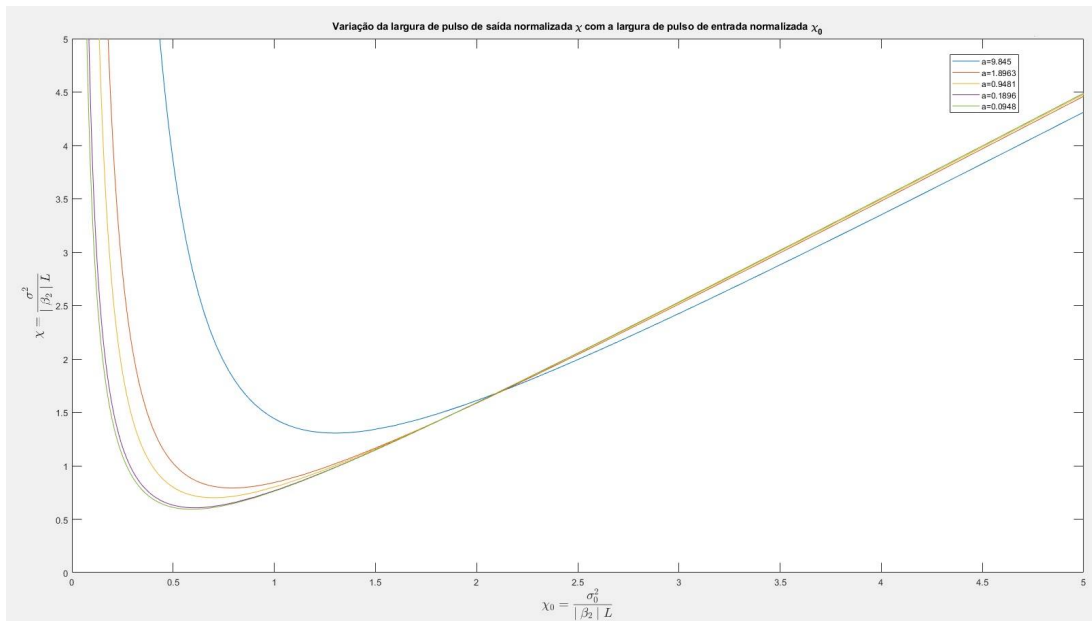


Figura 4.3: Variação da largura de pulso de saída normalizada χ com a largura de pulso de entrada normalizada χ_0

Capítulo 5: Caso 4

No caso 4 é pedido para calcular o Bit rate de uma fibra sem uma dispersão de velocidade de grupo ($\beta_2 = 0ps^2/km$) e com o parâmetro de ordem superior $\beta_3 = 2ps^3/km$.

Uma vez que neste caso o valor de $\beta_2 = 0$, ao aplicarmos esta valor na equação 1.7 obtemos um valor de $a = \infty$. Como consequência, para o nosso caso, o valor do C_{cr} vai ser igual a 0.

Através da equação 5.1 e procedendo a normalizações obtém-se a equação 5.5.

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 + (1 + C^2)^2 \frac{\beta_3^2 L^2}{32\sigma_0^4} \quad (5.1)$$

$$\frac{\sigma^2}{\beta_3^{\frac{2}{3}} L^{\frac{2}{3}}} = \frac{\sigma_0^2}{\beta_3^{\frac{2}{3}} L^{\frac{2}{3}}} + p^2 \frac{\beta_3^{\frac{2}{3}} L^{\frac{2}{3}}}{2\sigma_0^2} \quad (5.2)$$

$$y = \frac{\sigma^2}{\beta_3^{\frac{2}{3}} L^{\frac{2}{3}}} \quad (5.3)$$

$$\varrho = \frac{\sigma_0^2}{\beta_3^{\frac{2}{3}} L^{\frac{2}{3}}} \quad (5.4)$$

$$Y(\xi) = \varrho_0 + \frac{p^2}{2\varrho_0^2} \xi^2 \quad (5.5)$$

Procedendo à derivação da expressão da largura do pulso (equação 5.5) obteremos um valor de ϱ_0 .

$$\varrho_0 = p^{\frac{2}{3}} \quad (5.6)$$

O valor para a largura do pulso da saída é calculado pela equação 5.7.

$$Y(1) = \varrho_0 + \frac{p^2}{2\varrho_0^2} \quad (5.7)$$

Para calcular o Bit rate recorreremos à expressão dada pela equação 5.8 onde o calculo referente ao σ_{max} é apresentado pela equação 5.9.

$$B_{max} = \frac{1}{4\sigma_{max}} \quad (5.8)$$

$$\sigma_{max} = \sqrt{Y_1^{opt} |\beta_2|^{\frac{1}{3}} L^{\frac{1}{3}}} \quad (5.9)$$

Deste modo, para os diferentes valores de L, obtemos os seguintes valores de Bit rate, apresentados na tabela 5.1.

Tabela 5.1: Bit rate

L(km)	a	$C_{critico}$	$\sigma_{m\acute{a}xima}(ps)$	Bit rate(GB/s)
1	∞	0	97.2	257.18
5	∞	0	1.66	150.40
10	∞	0	2.09	119.37
50	∞	0	3.58	69.81
100	∞	0	4.51	55.41

Capítulo 6: Conclusão

Com este projecto podemos concluir que a fibra monomodal depende dos coeficientes de dispersão β_2 e β_3 . De modo a contrariar estes coeficientes que medem a dispersão numa fibra óptica usam-se impulsos de Chirp. Estes impulsos têm como finalidade anular o efeito causado pelo GVD (group-velocity dispersion) sobrepondo-se a esta dispersão e torna-se bastante útil para pequenas distâncias. É possível concluir que quanto melhor escolhido o parâmetro de Chirp crítico melhor irá ser o alargamento/estreitamento da fibra e, sucessivamente, causar uma menor limitação no Bit rate. Conclui-se assim que o parâmetro de Chirp serve de regulador entre o Bit rate máximo e as perdas por dispersão.

Capítulo 7: Bibliografia

- [1] Prof. Carlos R. Paiva, 2020. Propagation of Chirped Gaussian Pulses in SMFs

- [2] Govind P. Agrawal, Fiber-Optic Communication Systems, Fourth Edition. Hoboken, NJ: Wiley, 2010 (Appendix C, pp. 584 – 586).

- [3] Prof. Carlos R. Paiva, Project 2018. Pulse Propagation in Single-Mode Optical Fibers