93 [*Chercher*.]

D'après Bac S - Polynésie - 2017

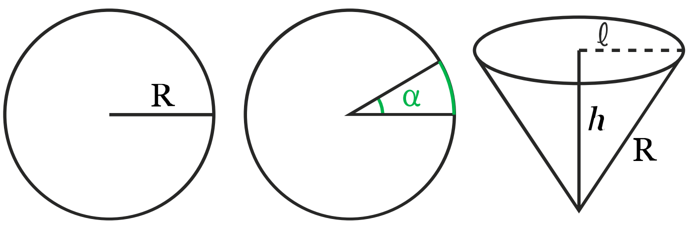
Dans un disque en carton de rayon R, on découpe un secteur angulaire correspondant à un angle de mesure α radians.

On superpose les bords afin de créer un cône de révolution. On souhaite choisir l'angle α pour obtenir un cône de volume maximal.

On appelle ℓ le rayon de la base circulaire de ce cône et h sa hauteur.

On rappelle que :

- le volume d'un cône de révolution de hauteur h, et dont la base est un disque d'aire A, est $\frac{1}{3}\mathrm{A}h$;
- la longueur d'un arc de cercle de rayon r et d'angle θ, exprimé en degré, est $\frac{2\pi}{360} \times \alpha r$.



1. On choisit $\mathrm{R} = 20$ cm.

a. Montrer que, pour tout $h > 0$, le volume du cône est $\mathrm{V}(h) = \frac{\pi}{3}\left(400h - h^3\right)$

b. Justifier qu'il existe une valeur de h qui rend le volume du cône maximum. Donner cette valeur.

c. Comment découper le disque en carton pour avoir un volume maximal ? Donner un arrondi de α au degré près.

2. L'angle α dépend-il du rayon R du disque en carton ? Justifier.