

浙江工业大学之江学院第 2017/2018 学年

第 2 学期试卷 I 答案

课程_____ 班级_____

姓名_____ 学号_____ 教师姓名_____

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总评 |
|----|---|---|---|---|----|
| 计分 | | | | | |

一、填空题 (每空 2 分, 共 20 分):

1) $\begin{bmatrix} 0 & x & 1 & 0 \\ y & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & z & 0 \end{bmatrix}$ 经初等变换 $r_1 \leftrightarrow r_2, r_1 + 2r_3$ 变成 $\begin{bmatrix} y & 7 & 2z & 0 \\ 0 & x & 1 & 0 \\ 0 & 2 & z & 0 \end{bmatrix}$;

2) 设 $A = \begin{bmatrix} x & 1 & x \\ 0 & y & 0 \end{bmatrix}$, 当 $y = 0$ 或 $x = 0$ 时 A 的秩为 1, 否则 A 的秩为 2,
 A 的秩一定不为 0;

3) 设 $A = \begin{bmatrix} x & 0 & 0 \\ -y & x & 1 \\ 0 & 1 & z \end{bmatrix}$, 则 $A^T = \begin{bmatrix} x & -y & 0 \\ 0 & x & 1 \\ 0 & 1 & z \end{bmatrix}$, A 是对称矩阵当且仅当 $y = 0$;

4) 设行列式 $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$, 则 $x =$ -1 或 4 ;

5) 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, 则 $A^T A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $AA^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$;

二、判断题 (每空 2 分, 共 10 分):

1) 第三类初等行 (列) 变换不会改变矩阵的行列式; (☒)

2) n 行列式最多有 n^2 个求和项; (☐)

3) 分块矩阵乘积的最终结果和如何分块 (包括不分块, 只要分块方案可行) 是无关的; (☒)

4) 线性代数在数学内部、自然科学、社会科学、生产生活方方面面都有广泛应用; (\checkmark)

5) 矩阵乘积的行列式是行列式的乘积, 即 $|AB| = |A||B|$; (\checkmark)

三、选择题 (每空 2 分, 共 10 分):

1) 下面哪些问题可以用初等变换做; (D)

(A) 求出标准型 (B) 求行列式 (C) 解线性方程组 (D) 以上都是

2) 初等变换可能改变矩阵的什么; (A)

(A) 行列式 (B) 标准型 (C) 秩 (D) 可逆性

3) 下面哪个关于矩阵的比喻比较贴切; (B)

(A) 一幅素描 (B) 一张 Excel 表单 (C) 俄罗斯方块 (D) 9 宫格

4) 3 阶行列式展开一共几个求和项; (B)

(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12

5) 下面哪种行列式可能不为 0; (C)

(A) 0 行列式 (B) 有 0 行 (列) (C) 对角行列式 (D) 某一行 (列) 是另一行 (列) 的常数倍

四、计算题 (每题 10 分, 共 60 分):

1) 计算行列式
$$\begin{vmatrix} -6 & -3 & 5 \\ 6 & -5 & 5 \\ 2 & -4 & 5 \end{vmatrix}.$$

解: 计算如下:

19

2) 计算
$$-1 \begin{bmatrix} -3 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -4 \\ 2 & -1 & 4 \end{bmatrix} - 1 \begin{bmatrix} -2 & -4 & -2 \\ -3 & 0 & -2 \\ 4 & -3 & 4 \end{bmatrix}.$$

解: 计算如下:

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -2 & -3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ -4 & 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & 6 \\ -6 & 4 & -8 \end{bmatrix}.$$

3) 计算 $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & 4 & 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & -3 \end{bmatrix}$.

解： 计算如下：

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & 4 & 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -5 & 6 \\ 18 & 15 & 9 \end{bmatrix}$$

4) 用分块矩阵的方法计算 $\begin{bmatrix} -3 & 4 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 0 & -2 \\ -4 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$. (用线条注明分块方案)

解： 计算如下：

$$\begin{bmatrix} -3 & 4 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 0 & -2 \\ -4 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 & 4 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5) 用初等变换将矩阵 $\begin{bmatrix} -4 & 0 & -4 & 20 \\ -1 & -3 & 14 & -4 \\ -2 & 2 & -10 & 10 \end{bmatrix}$ 变成标准型.

解： 初等变换过程如下：消元过程： $\xrightarrow{1/-4*r_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -5 \\ -1 & -3 & 14 & -4 \\ -2 & 2 & -10 & 10 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_2--1*r_1} \xrightarrow{r_3--2*r_1}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -5 \\ 0 & -3 & 15 & -9 \\ 0 & 2 & -8 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{1/-3*r_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -5 \\ 0 & 1 & -5 & 3 \\ 0 & 2 & -8 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_3-2*r_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -5 \\ 0 & 1 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & -6 \end{bmatrix} \xrightarrow{1/2*r_3}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -5 \\ 0 & 1 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

回代过程： $\xrightarrow{r_1-1*r_3} \xrightarrow{r_2--5*r_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$

6) 求解线性方程组
$$\begin{cases} -x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 2 \\ -2x_1 + 7x_2 + 17x_3 = 3 \\ -3x_1 + 15x_2 + 14x_3 = -1 \end{cases}.$$

解：初等变换过程如下：消元过程： $\xrightarrow{1/-1*r_1} \begin{bmatrix} 1 & -5 & -4 & -2 \\ -2 & 7 & 17 & 3 \\ -3 & 15 & 14 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_2--2*r_1} \xrightarrow{r_3--3*r_1}$

$$\begin{bmatrix} 1 & -5 & -4 & -2 \\ 0 & -3 & 9 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & -7 \end{bmatrix} \xrightarrow{1/-3*r_2} \begin{bmatrix} 1 & -5 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & -3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 2 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -5 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & -3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 2 & -7 \end{bmatrix} \xrightarrow{1/2*r_3} \begin{bmatrix} 1 & -5 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & -3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 & -7/2 \end{bmatrix}$$

回代过程： $\xrightarrow{r_1--4*r_3} \xrightarrow{r_2--3*r_3} \begin{bmatrix} 1 & -5 & 0 & -16 \\ 0 & 1 & 0 & -61/6 \\ 0 & 0 & 1 & -7/2 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_1--5*r_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -401/6 \\ 0 & 1 & 0 & -61/6 \\ 0 & 0 & 1 & -7/2 \end{bmatrix}$

答：方程组的解为 $x = answer$.