Q2 简单图不存在自环，两结点间最多一条边

K_n 的边数为 $\frac{1}{2}n(n-1)$ $\Rightarrow$ 任何 $m \leq \frac{1}{2}n(n-1)$

边数最多的，存在孤立结点的简单图是 K_n 的导出子图

$G'=(V', E')$ where $|V'| = n-1$ （去掉一个结点）

则 $|E'| = \frac{1}{2}n(n-1) - (n-1)$

$= \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n - n + 1$

$= \frac{1}{2}n^2 - \frac{3}{2}n + 1$

$= \frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ //

∴ 如果 $m > \frac{1}{2}(n-1)(n-2)$，则无孤立结点

Q3 要证 $\sum_{v_i \in V} (d^+(v_i))^2 = \sum_{v_i \in V} (d^-(v_i))^2$

$$\sum_{v_i \in V} (d^+(v_i))^2 - (d^-(v_i))^2$$

$$= \sum_{v_i \in V} [d^+(v_i) + d^-(v_i)] \quad [d^+(v_i) - d^-(v_i)]$$

$$= (n-1) \sum_{v_i \in V} (d^+(v_i) - d^-(v_i))$$

$$\sum_{v_i \in V} d^+(v_i) = \sum_{v_i \in V} d^-(v_i)$$

so $\sum_{v_i \in V} (d^+(v_i))^2 - (d^-(v_i))^2 = 0$

$$\therefore \sum_{v_i \in V} (d^+(v_i))^2 = \sum_{v_i \in V} (d^-(v_i))^2$$ //

Q8

邻接矩阵

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
v_1	0	1	0	1	0	0
v_2	0	0	0	0	1	0
v_3	1	0	0	1	0	0
v_4	0	0	0	0	0	0
v_5	0	0	1	0	0	0
v_6	1	0	1	1	0	0

关联矩阵

	(v_1,v_2)	(v_1,v_4)	(v_2,v_5)	(v_3,v_1)	(v_3,v_4)	(v_5,v_3)	(v_6,v_1)	(v_6,v_3)	(v_6,v_4)
v_1	1	1	0	-1	0	0	-1	0	0
v_2	-1	0	1	0	0	0	0	0	0
v_3	0	0	0	1	1	-1	0	-1	0
v_4	0	-1	0	0	-1	0	0	0	-1
v_5	0	0	-1	0	0	1	0	0	0
v_6	0	0	0	0	0	0	1	1	1

边列表

A:(1 1 2 3 3 5 6 6 6)

B:(2 4 5 1 4 3 1 3 4)

正向表

A: (1 3 4 6 6 7 10)

B: (2 4 5 1 4 3 1 3 4)

Q1

证：9个工厂，不可能每个都只和其它5座有联系

和性质 1.1.2 一样的证明

$\sum_{i=1}^{9} d(v_i) = 3 \times 9 = 27 \neq 2m$

证：不可能4座工厂与偶数个厂有联系

9-4=5 个厂与奇数个厂有联系

与5上同理：$\sum_{\text{奇数}}^{5} d(v_i) + \sum_{\text{偶数}}^{4} d(v_i) \neq 2m$

Q4. 完整的图太大/乱，只画到了 (4, 4, 0)