Lorenzo Ferron, Gabor Galazzo, Alderico Gallo
Primo anno del Corso di Laurea in Informatica

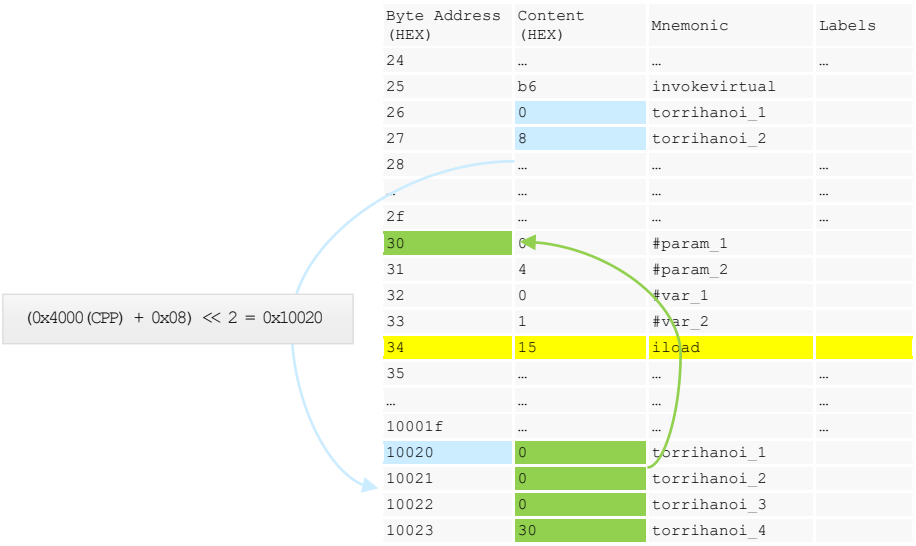
ESERCIZIO 3: **Analisi del comportamento di metodi ricorsivi**

Architettura degli Elaboratori 2
Esercizi di gruppo validi come esonero per la parte pratica dell'esame

Alessandria
Università degli Studi del Piemonte Orientale "Amedeo Avogadro"
A. A. 2017-2018

INTRODUZIONE

L'INVOKEVIRTUAL è un'istruzione su 3 byte: il cui codice (relativo al nostro microprogramma) è 0xB6, gli altri due byte insieme formano un offset che indica in quale word, a partire dalla **CPP**, è salvato l'indirizzo di base del metodo da richiamare nell'area dei metodi. Il byte a cui punta **CPP**+(offset x 4) e quello successivo compongono il numero di parametri + 1 (**OBJREF**) e i due successivi il numero di variabili. Dopo questo preambolo di quattro byte dalla base del metodo nell'area dei metodi sarà presente la prima microistruzione da eseguire. Questa istruzione prima di essere eseguita ha bisogno di parametri addizionali sulla cima dello stack, ovvero i parametri del metodo richiamato, preceduti da un valore chiamato **OBJREF**.



Byte Address (HEX)	Content (HEX)	Mnemonic	Labels
24	…	…	…
25	b6	invokevirtual	
26	0	torrihanoi_1	
27	8	torrihanoi_2	
28	…	…	…
.	…	…	…
2f	…	…	…
30	0	#param_1	
31	4	#param_2	
32	0	#var_1	
33	1	#var_2	
34	15	iload	
35	…	…	…
…	…	…	…
10001f	…	…	…
10020	0	torrihanoi_1	
10021	0	torrihanoi_2	
10022	0	torrihanoi_3	
10023	30	torrihanoi_4	

(Img. 1: Rappresentazione di parte dell'area dei metodi e Constant Pool corrispettiva alla compilazione del file *TorriHanoi.jas*)

Ad ogni chiamata della INVOKEVIRTUAL viene creato sullo stack un nuovo record di attivazione: ovvero uno spazio in memoria per i parametri, le variabili locali del metodo chiamato (dato dai primi quattro byte alla base del metodo nell'area dei metodi) e gli operandi. Inoltre saranno anche presenti i valori di **LV** e **PC** al momento della call, per riuscire a ripristinarli all'esecuzione della IRETURN.

Alla base del record di attivazione (**LV**) si troverà il link pointer che sostituirà esattamente **OBJREF** nello stack, in esso verrà salvato l'indirizzo di una cella all'interno del record in cui è salvato il valore di **PC** da assegnare alla fine dell'esecuzione del metodo. Successivamente troviamo i parametri, che si troveranno già sullo stack, e le variabili. In seguito troveremo il valore di **PC** (mem[link pointer]) ed **LV** per l'esecuzione della IRETURN. A questo punto lo **SP** punterà all'indirizzo successivo a questi ultimi.

Word Address (HEX)	Content(hex)	Pointers
…	…	…
801c	0000006e	#4
801d	0000800f	#4
801e	00008023	#5
801f	00000003	#5
8020	00000002	#5
8021	00000001	#5
8022	00000003	#5
8023	00000054	#5
8024	00008017	#5
8025	0000802a	<-- LV #6
8026	00000002	#6
8027	00000002	#6
8028	00000003	#6
8029	00000001	#6
802a	00000054	#6
802b	0000801e	#6
802c	00000002	<-- SP #6

Byte Address (HEX)	Content (HEX)	Mnemonic	Labels
…	…	…	…
51	b6	invokevirtual	
52	0	torrihanoi_1	
53	8	torrihanoi_2	
54	13	ldc_w	

(Img. 2: Rappresentazione di parte della RAM e area dei metodi corrispettiva al sesto livello di chiamata ricorsiva alla funzione torriHanoi(n,a,b) del file *TorriHanoi.jas*)

IL METODO ASSEGNATO

Il metodo è `torriHanoi(n,a,b)` (line 45, file *TorriHanoi.jas*). La prima istruzione si trova codificata all'indirizzo `0x34` dell'area dei metodi. L'indirizzo `0x30` fa sempre parte del metodo ma serve solo alla `INVOKEVIRTUAL` per poter inizializzare correttamente lo stack.

Esso viene sempre richiamato nella linea `34` del file che corrisponde all'indirizzo `0x25` dell'area dei metodi e potrebbe venir chiamato (non con una certezza assoluta) alle linee `67` e `82` del file che corrispondono agli indirizzi `0x51` e `0x6b`. Questi ultimi fanno parte della ricorsione all'interno del metodo.

Nelle zone dell'area dei metodi, evidenziate in azzurro, troviamo: il caricamento sullo stack dei parametri e la chiamata all'`INVOKEVIRTUAL` con i successivi due byte che compongono l'offset dalla **`CPP`** (`0x08`).

Byte Address (HEX)	Content (HEX)	Mnemonic	Labels
20	…	…	…
21	10	bipush	
22	1	byte	
23	10	bipush	
24	3	byte	
25	b6	invokevirtual	
26	0	torrihanoi_1	
27	8	torrihanoi_2	
28	…	…	…
…	…	…	…
30	0	#param 1	
31	4	#param_2	
32	0	#var_1	
33	1	#var_2	
34	15	iload	
35	1	n	
36	10	bipush	
37	1	byte	
38	9f	if_icmpeq	
39	0	sposta_1	
3a	38	sposta_2	
3b	10	bipush	
3c	6	byte	
3d	15	iload	
3e	2	a	
3f	64	isub	
40	15	iload	
41	3	b	
42	64	isub	
43	36	istore	
44	4	c	
45	13	ldc w	
46	0	objref 1	
47	0	objref_2	
48	15	iload	
49	1	n	
4a	10	bipush	
4b	1	byte	
4c	64	isub	
4d	15	iload	
4e	2	a	
4f	15	iload	
50	4	c	
51	b6	invokevirtual	
52	0	torrihanoi_1	
53	8	torrihanoi_2	
54	13	ldc_w	
55	0	objref_1	
56	0	objref_2	
57	15	iload	
58	2	a	
59	15	iload	
5a	3	b	
5b	b6	invokevirtual	
5c	0	sposta_1	
5d	9	sposta_2	
5e	60	iadd	
5f	13	ldc_w	
60	0	objref_1	
61	0	objref_2	
62	15	iload	
63	1	n	
64	10	bipush	
65	1	byte	
66	64	isub	
67	15	iload	
68	4	c	
69	15	iload	
6a	3	b	
6b	b6	invokevirtual	
6c	0	torrihanoi_1	
6d	8	torrihanoi_2	
6e	60	iadd	
6f	ac	ireturn	
70	13	ldc_w	sposta
71	0	objref_1	
72	0	objref_2	
73	15	iload	
74	2	a	
75	15	iload	
76	3	b	
77	b6	invokevirtual	
78	0	sposta_1	
79	9	sposta_2	
7a	ac	ireturn	
7b	…	…	…

(Img. 3: Rappresentazione di parte dell'area dei metodi corrispettiva alla compilazione del file *TorriHanoi.jas*)

ANALISI DEL COMPORTAMENTO DEL METODO RICORSIVO

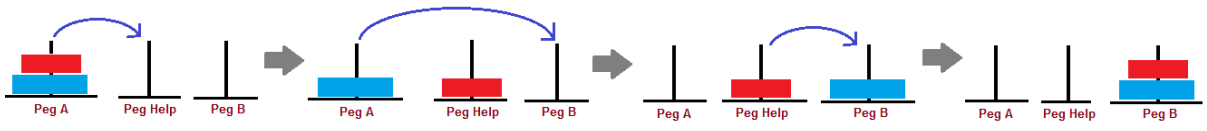
Per poter effettuare uno studio approfondito del comportamento del metodo ricorsivo abbiamo implementato un nuovo code editor con relativo Debugger. I breakpoint sono stati inseriti alla prima istruzione di salto in `torriHanoi(n,a,b)` `[0x38]`, nei punti di ritorno `[0x6f, 0x7a]`, ad ogni chiamata ricorsiva `[0x51, 0x6b]` ed ad ogni istruzione successiva ad esse `[0x54, 0x6e]`, ad ogni call di `sposta(i,j)` `[0x5b, 0x77]` ed istruzione successiva `[0x5e]` in fine alla prima istruzione della label `sposta` `[0x70]`. Con questa impostazione abbiamo la possibilità di osservare lo stack subito prima di una chiamata ricorsiva e subito dopo.

```java
private static int torriHanoi(int n, int a, int b) {
    int c;
    int numMosse = 0; // variabile in stack

    if (n == 1) {
        // dato che 1 è l'unità di disco più piccola
        // significa che non ci sono dischi spora
        // di lui e che ovunque lo metta non potrà
        // stare sopra un disco più piccolo di lui
        // quindi posso semplicemente spostarlo sul
        // piolo destinazione "b"
        return sposta(a, b);
    } else {
        // Determino quale sarà il piolo d'appoggio
        // assegnandolo alla variabile "c"
        c = 6 - a - b;

        // Chiamo la ricorsivamente torriHanoi per
        // i dischi sovrastanti cercando di spostarli
        // tutti sul piolo d'appoggio
        numMosse = torriHanoi(n - 1, a, c);

        // a questo punto non ci sono dischi più piccoli
        // di "n" sul piolo di partenza "a" quindi
        // procedo a spostare il disco "n" sul
        // piolo di destinazione "b"
        numMosse += sposta(a, b);

        // richiamo torriHanoi per spostare tutti
        // i dischi che ho posizionato sul piolo
        // d'appoggio "c" al piolo di destinazione "b"
        return (numMosse += torriHanoi(n - 1, c, b));
    }
}
```

```
48 .method torriHanoi(n,a,b)
49 .var
50 c
51 .end-var
52   ILOAD n // Se n=1: stampare mossa: a->b
53   BIPUSH 1
54 (0x38)  IF_ICMPEQ sposta
55   BIPUSH 6 // calcola l'indice del terzo piolo = 6 - a - b
56   ILOAD a
57   ISUB
58   ILOAD b
59   ISUB
60   ISTORE c // c contiene l'indice del terzo piolo (indici: 1, 2, 3)
61   LDC_W OBJREF
62   ILOAD n
63   BIPUSH 1
64   ISUB
65   ILOAD a
66   ILOAD c
67 (0x51)  INVOKEVIRTUAL torriHanoi // richiama torriHanoi(n-1,a,c)
68                                  // ritorna sulla cima dello stack il numero di mosse
69 (0x54)  LDC_W OBJREF
70   ILOAD a
71   ILOAD b
72 (0x5b)  INVOKEVIRTUAL sposta // stampa lo spostamento di 1 disco dal piolo a al b:
73                              // proprio come farebbe torriHanoi(1,a,b)
74                              // ma così si risparmia una INVOKEVIRTUAL
75 (0x5e)  IADD
76   LDC_W OBJREF
77   ILOAD n
78   BIPUSH 1
79   ISUB
80   ILOAD c
81   ILOAD b
82 (0x6b)  INVOKEVIRTUAL torriHanoi // richiama torriHanoi(n-1,c,b)
83 (0x6e)  IADD // aggiorna il numero di mosse
84 (0x6f)  IRETURN // restituisce il numero complessivo di mosse
85 sposta:
86 (0x70)  LDC_W OBJREF
87   ILOAD a
88   ILOAD b
89   INVOKEVIRTUAL sposta
90 (0x7a) IRETURN
91 .end-method
```

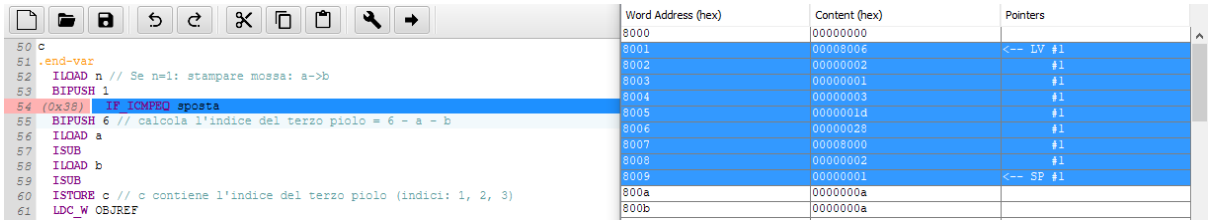
(Img. 4: A sinistra codifica in Java di torriHanoi(n,a,b) a destra la codifica in JAS all'interno del nuovo code editor con relativi breakpoints. Le linee colorate tratteggiate rappresentano il mapping tra i due linguaggi)

Per analizzare l'algoritmo abbiamo deciso di svolgere una torre di Hanoi con il più piccolo numero di dischi per avviare la ricorsione: 2.

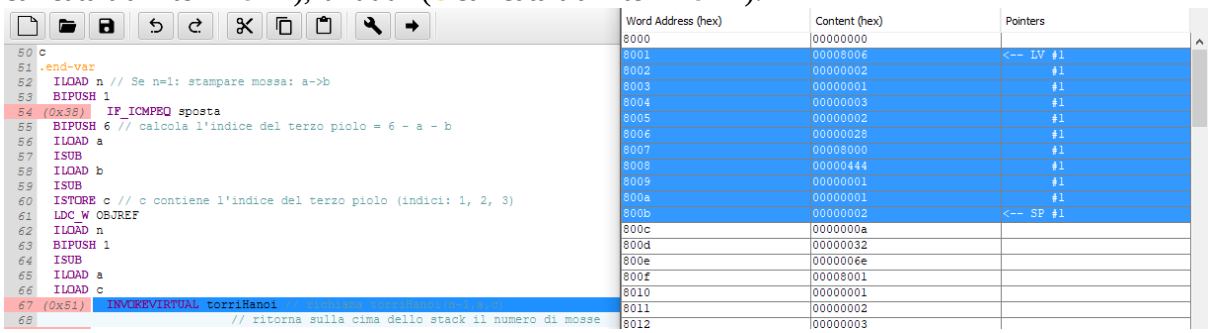


(Img. 5: Risoluzione della torre di Hanoi con due dischi)

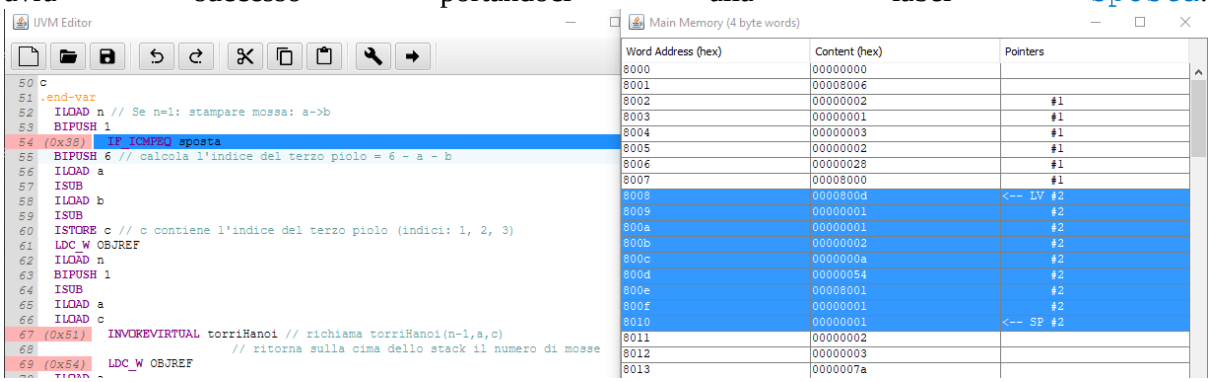
In questo punto è stata richiamata per la prima volta dal `main` `torriHanoi(n,a,b)` con `n` = `0x2` (numero di dischi da spostare), `a` = `0x1` (piolo di partenza), `b` = `0x3` (piolo di destinazione). Tali valori si possono vedere sullo stack agli indirizzi `0x8002`, `0x8003`, `0x8004`, successivamente all'indirizzo `0x8005` troviamo lo spazio per la variabile locale `c` sopra essa il **PC** di ritorno e dopo ancora l'**LV** del chiamante. In fine sulla cima dello stack troviamo prima il valore di `n` (caricato da `ILOAD`) e poi un `0x0001` dovuto alla `BIPUSH` e siamo pronti all'esecuzione della `IF_ICMPEQ` che fallirà in quanto i due elementi sulla cima dello stack non sono uguali proseguendo quindi con il set di istruzioni subito sotto.



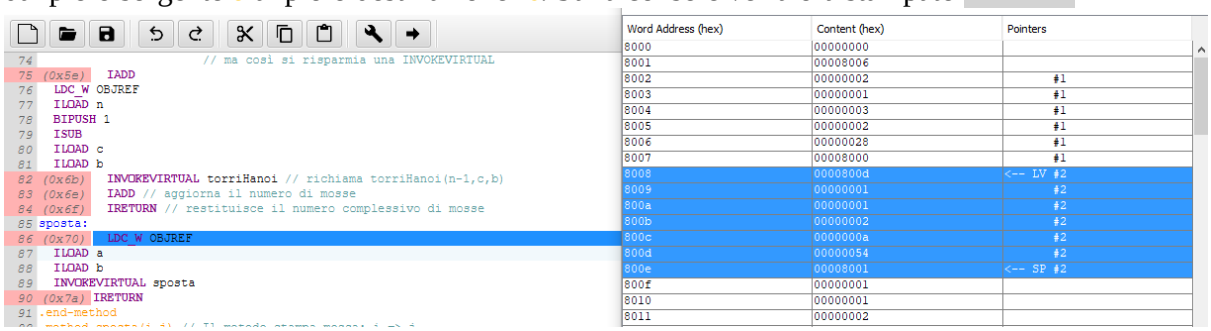
A questo punto il programma avrà determinato quale sarà il piolo d'appoggio e lo avrà salvato in `c`: infatti all'indirizzo `0x8005` troviamo `0x2` ovvero `0x6-a-b` = `0x6-0x1-0x3`. Adesso chiameremo `torriHanoi(n-1,a,c)` proprio per spostare tutti i dischi più grandi di `n` sul piolo d'appoggio al fine di poter spostare il disco `n` sul piolo destinazione `b`. In cima allo stack troviamo (partendo da `0x8008`): `0x0444` (OBJREF caricato tramite `LDC_W`), `0x0001` (`n`-1), `0x0001` (`a` caricata tramite `ILOAD`), `0x0002` (`c` caricata tramite `ILOAD`).

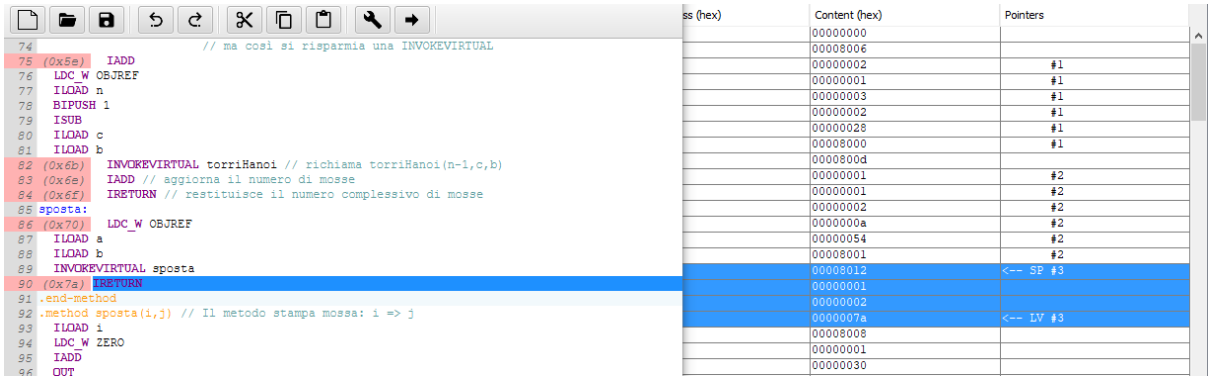


Ci troviamo ora in un primo livello di ricorsione: infatti i record di attivazione sullo stack adesso sono due. Siamo nella stessa situazione della prima immagine solo che ora la `IF_ICMPEQ` avrà successo portandoci alla label `sposta`.



Se ci troviamo in questo frammento di codice significa che ci troviamo nel caso “base” della torriHanoi ovvero un solo disco. In questo caso si procede solo con lo spostamento di un disco dal piolo sorgente `a` al piolo destinazione `b`. Sulla console verrà ora stampato `1 => 2`

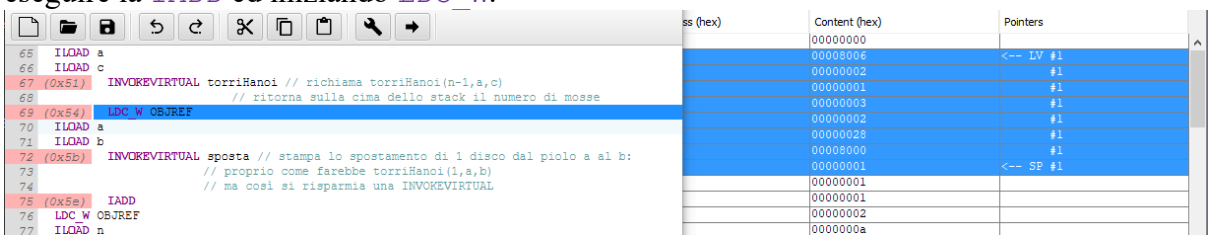


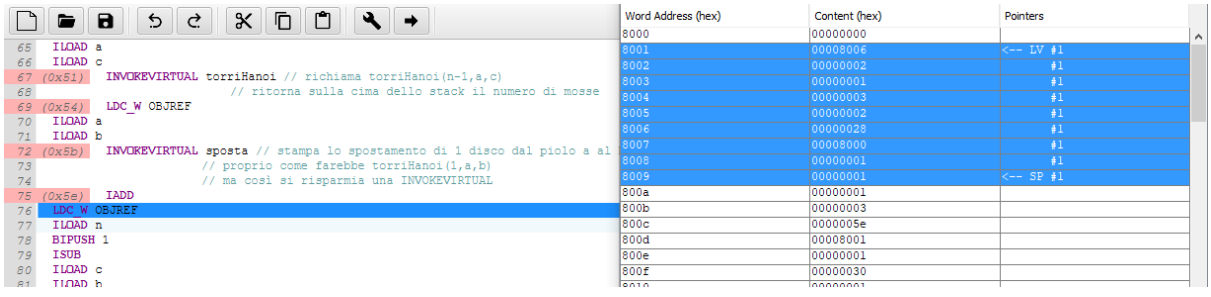


Invocando la `IRETURN` si ritorna al record precedente (#1) e si prosegue con l’istruzione successiva. Si vuol far notare che si riprende l’esecuzione da `0x54` ovvero il valore presente all’indirizzo `0x800d` del record di attivazione precedente (#2) ovvero il suo **PC** di ritorno.

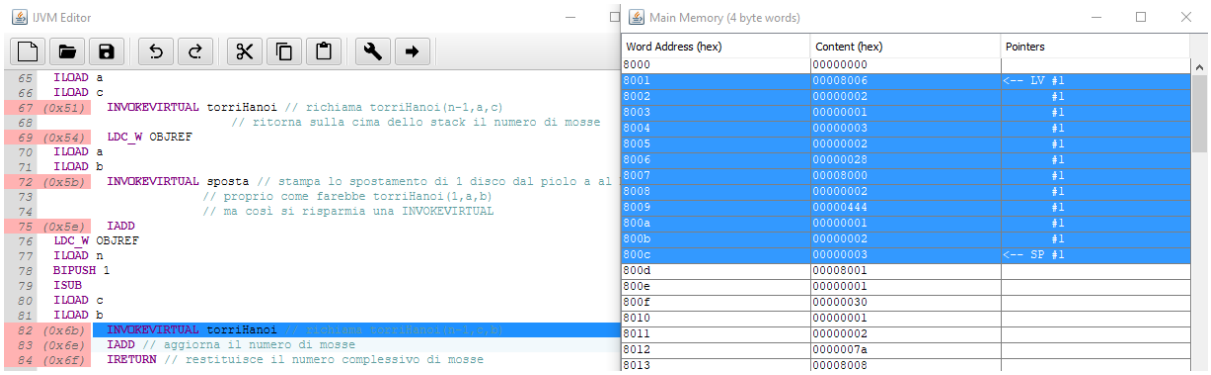
Presupponendo che `torriHanoi(n-1,a,c)` abbia spostato tutti i dischi più piccoli di `n` sul piolo d’appoggio `c`, procediamo con lo spostare il disco `n` sul piolo destinazione `b` stampando `1 => 3` sulla console. E successivamente sommiamo il numero di passaggi che ci sono voluti per eseguire `torriHanoi(n-1,a,c)` con `sposta(a,b)`.

Nell’immagine seguente troviamo sulla cima dello stack il valore `0x1` che è il numero di mosse impiegate per eseguire `torriHanoi(n-1,a,c)`. In quella dopo troviamo un altro `0x1` che è il numero di mosse impiegato per eseguire `sposta(a,b)` mentre l’elaboratore sta finendo di eseguire la `IADD` ed iniziando `LDC_W`.

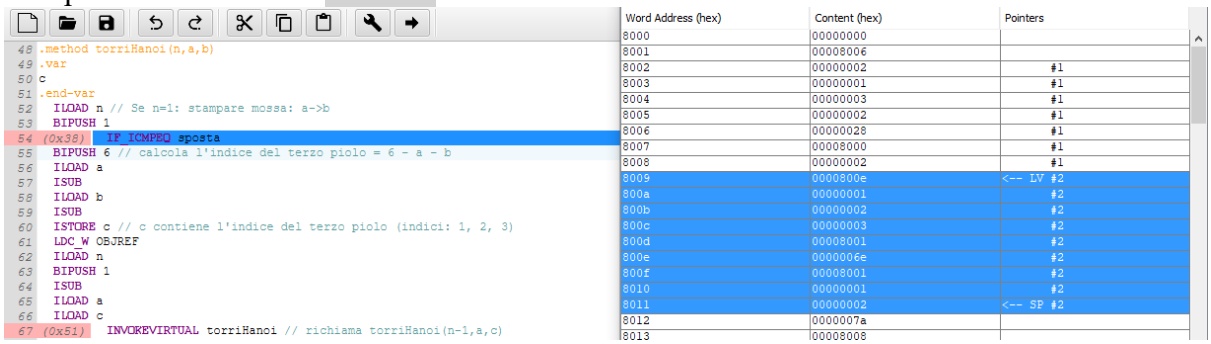


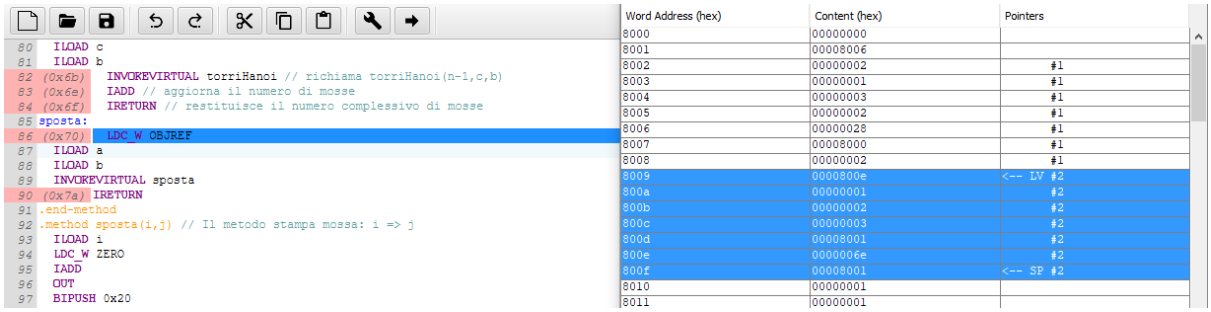


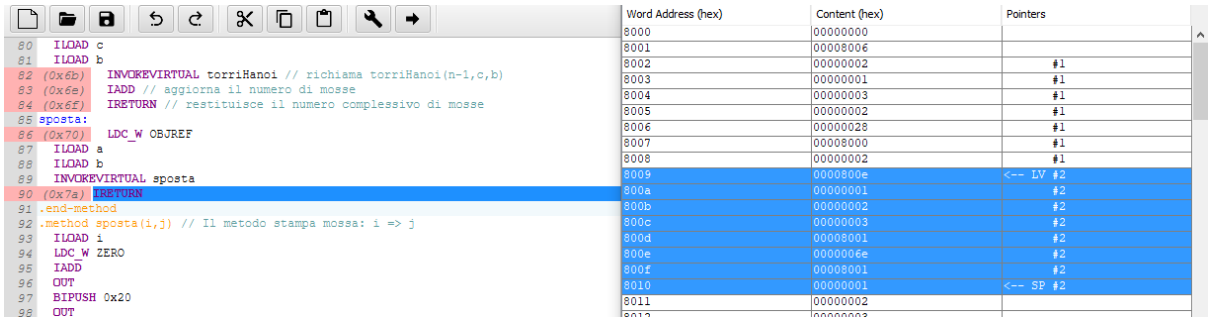
Dato che ora siamo riusciti a spostare il disco `n` al piolo destinazione `b` non ci resta che spostare tutti i dischi che avevamo messo sul piolo d'appoggio `c` sul piolo destinazione `b` richiamando `torriHanoi(n-1,c,b)`. In cima allo stack troviamo (partendo da `0x8008`): `0x0002` (il numero di passaggi impiegati fin ora per riuscire a spostare il disco `n` dal piolo `a` al piolo `b`), `0x0444` (OBJREF caricato tramite `LDC_W`), `0x0001` (`n`-1), `0x0002` (`c` caricata tramite `ILOAD`), `0x0003` (`b` caricata tramite `ILOAD`).



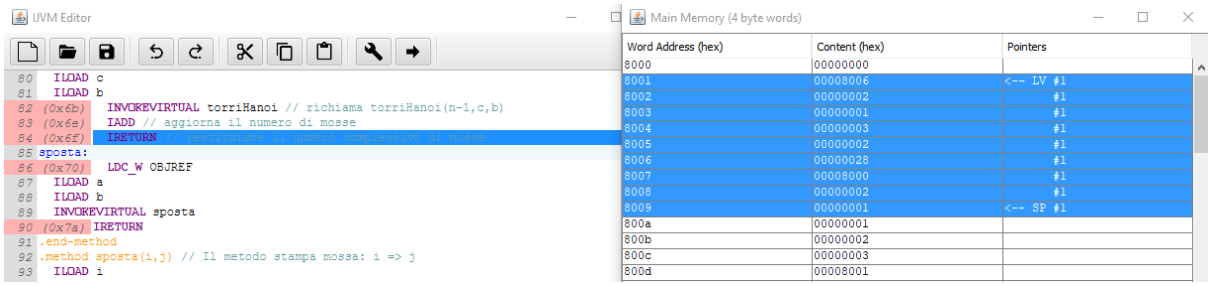
Con i tre fotogrammi sucessivi ci ritorviamo in una condizione precedentemente analizzata solo che il risultato finale sarà lo spostamento di un disco dal piolo 2 al piolo 3 stampando sulla console `1 => 3`.



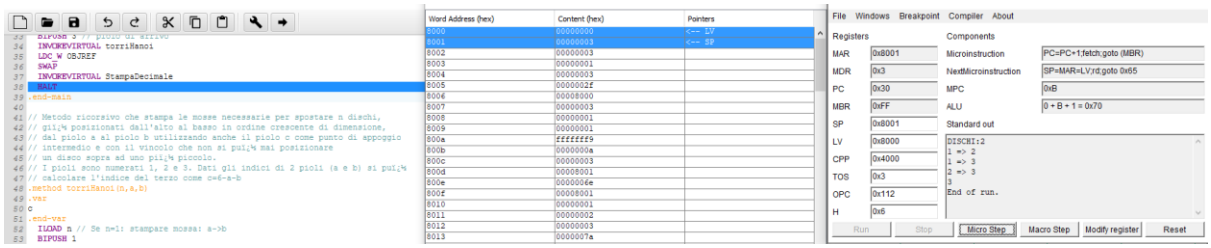




Una volta spostati tutti i dischi dal piolo d'appoggio a quello destinazione possiamo restituire il numero di passaggi impiegati. In cima allo stack troviamo (partendo da `0x8008`): `0x0002` ovvero il numero di passaggi impiegati fin ora per riuscire a spostare il disco `n` dal piolo sorgente `a` al piolo destinazione `b`, `0x0001` ovvero il numero di passaggi impiegati fin ora per riuscire a spostare i dischi messi sul piolo d'appoggio `c` al piolo destinazione `b`. In quest'ultimo fotogramma l'elaboratore sta finendo di eseguire la `IADD` ed iniziando `IRETURN`.



Questa è la situazione finale al termine dell'esecuzione del programma con 2 dischi.



Il numero di record di attivazione creati da `torriHanoi(n,a,b)` è `n`+1 ovvero `n` chiamate ricorsive a `torriHanoi(n,a,b)` + una chiamata a `sposta(a,b)`. Grazie a questa constatazione possiamo determinare qual è il numero massimo di dischi spostabili dall'algoritmo nel nostro elaboratore. Ogni record di `torriHanoi(n,a,b)` al momento della call ricorsiva occupa al massimo `8 word` mentre, al limite, la chiamata a `sposta(a,b)` occupa `6 word`, allora il massimo spazio che può occupare sullo stack una chiamata con `n` dischi è $(8n + 6)$ `word` e, dato che, una `word` sono (in questa architettura) `4 byte` alla fine lo spazio occupato è di $4(8n + 6)$ `byte`. Nel nostro emulatore la dimensione totale dello stack è di `0x10000 word` (256kB) e l'indirizzo di partenza è `0x8000` ovvero la metà lasciando a disposizione `0x8000 word` (128kb) per allocare record di attivazione, quindi

$$(8n + 6) < 32768 \rightarrow n < 4096$$

oppure

$$(0x8)n + 0x6 < 0x8000 \rightarrow n < 0x0FFF$$

Il numero intero più grande minore di 4096 è 4095 ovvero il massimo numero di dischi che il nostro programma *TorriHanoi.jas* sul nostro elaboratore **mic1** è in grado di supportare.

È possibile verificare quanto scritto sopra all'interno dell'emulatore a noi in dotazione nel seguente modo: si esegua il programma *TorriHanoi.jas* con un qualsiasi numero di dischi. Al termine dell'esecuzione si potrà constatare che l'ultima cella "sporca" (dovrebbe contenere

`0x0030`: il valore utilizzato da `sposta(a,b)` per stampare una cifra numerica in ASCII) dello stack si troverà all'indirizzo $(0x8)n + 0x6 + 0x8000$ dove n è il numero di dischi inseriti in input.