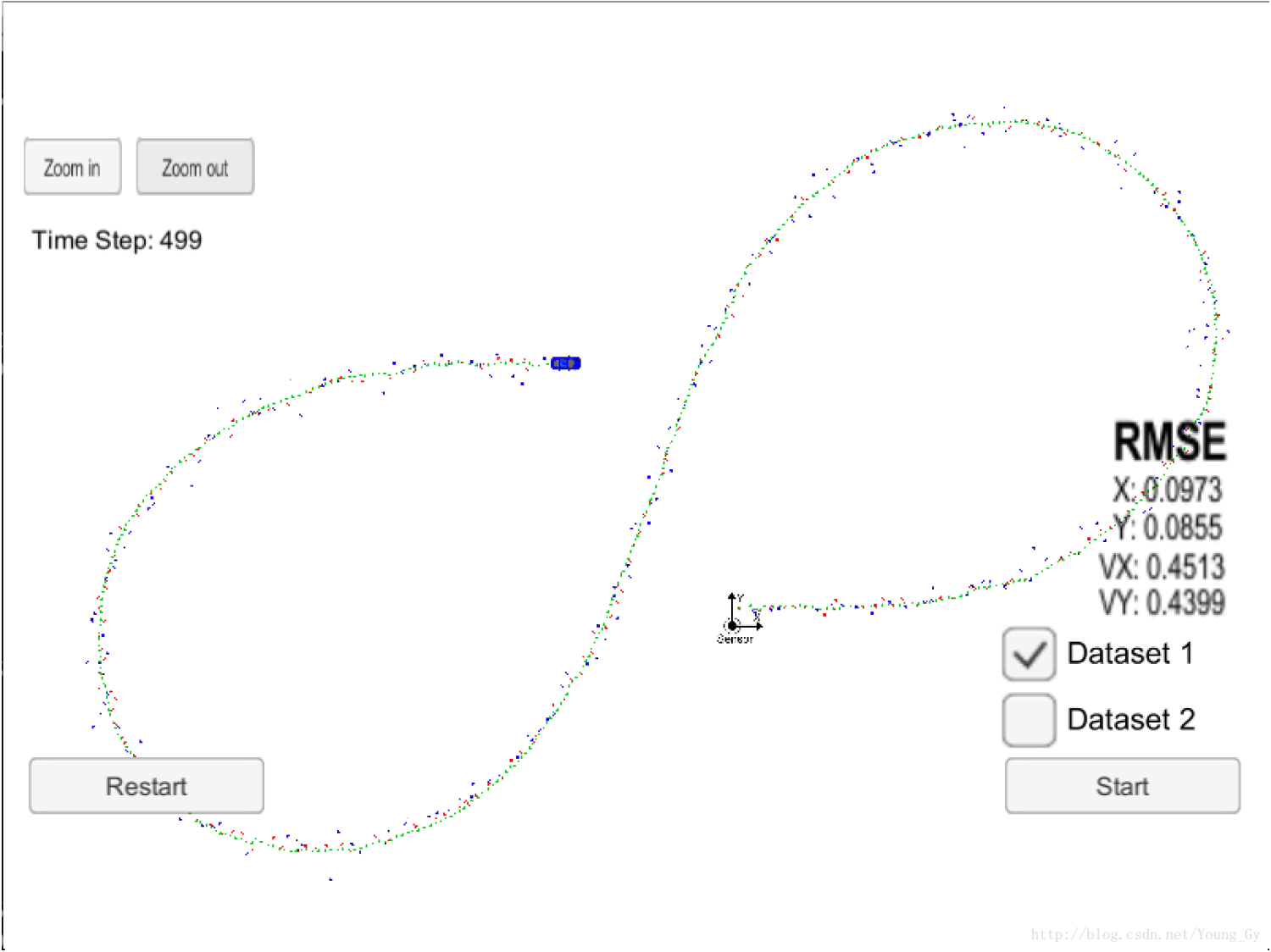


# 扩展卡尔曼滤波EKF与多传感器融合

Extended Kalman Filter（扩展卡尔曼滤波）是卡尔曼滤波的非线性版本。在状态转移方程确定的情况下，EKF已经成为了非线性系统状态估计的事实标准。本文将简要介绍EKF，并介绍其在无人驾驶多传感器融合上的应用。



## KF与EKF

本文假定读者已熟悉KF，若不熟悉请参考[卡尔曼滤波简介](#)。

KF与EKF的区别如下：

1. 预测未来：  $x' = Fx + u$  用  $x' = f(x, u)$  代替； 其余  $F$  用  $F_j$  代替。
2. 修正当下： 将状态映射到测量的  $Hx'$  用  $h(x')$  代替； 其余  $H$  用  $H_j$  代替。

其中，非线性函数  $f(x, u)$ ， $h(x')$  用非线性得到了更精准的状态预测值、映射后的测量值；线性变换  $F_j$ ， $H_j$  通过线性变换使得变换后的  $x$ ， $z$  仍满足高斯分布的假设。

$F_j$ ， $H_j$  计算方式如下：

$$F_j = \frac{\partial f(x, u)}{\partial x}$$
$$b = \frac{\partial h(x')}{\partial x}$$

# Kalman Filter

## Prediction

$$x' = Fx + u$$
$$P' = FPF^T + Q$$

## Measurement update

$$y = z - Hx'$$
$$S = HP'H^T + R$$
$$K = P'H^TS^{-1}$$
$$x = x' + Ky$$
$$P = (I - KH)P'$$

# Extended Kalman Filter

$$x' = f(x, u) \quad u = 0$$

use  $F_j$  instead of  $F$

$$y = z - h(x')$$

use  $H_j$  instead of  $H$

[http://blog.csdn.net/Young\\_Gy](http://blog.csdn.net/Young_Gy)

## 为什么要用EKF

KF的假设之一就是高斯分布的 $x$ 预测后仍服从高斯分布，高斯分布的 $x$ 变换到测量空间后仍服从高斯分布。可是，假如 $F$ 、 $H$ 是非线性变换，那么上述条件则不成立。

## 将非线性系统线性化

既然非线性系统不行，那么很自然的解决思路就是将非线性系统线性化。

对于一维系统，采用泰勒一阶展开即可得到：

$$f(x) \approx f(\mu) + \frac{\partial f(\mu)}{\partial x}(x - \mu)$$

对于多维系统，仍旧采用泰勒一阶展开即可得到：

$$T(x) \approx f(a) + (x - a)^T Df(a)$$

其中， $Df(a)$ 是Jacobian矩阵。

## 多传感器融合

### lidar与radar

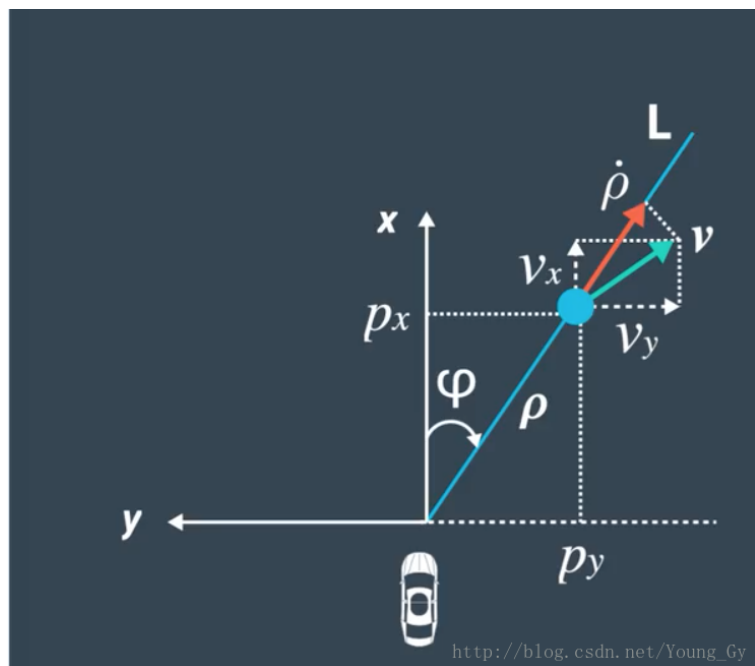
本文将以汽车跟踪为例，目标是知道汽车时刻的状态 $x = (p_x, p_y, v_x, v_y)$ 。已知的传感器有lidar、radar。

- lidar：笛卡尔坐标系。可检测到位置，没有速度信息。其测量值 $z = (p_x, p_y)$ 。
- radar：极坐标系。可检测到距离，角度，速度信息，但是精度较低。其测量值 $z = (\rho, \phi, \dot{\rho})$ ，图示如下。

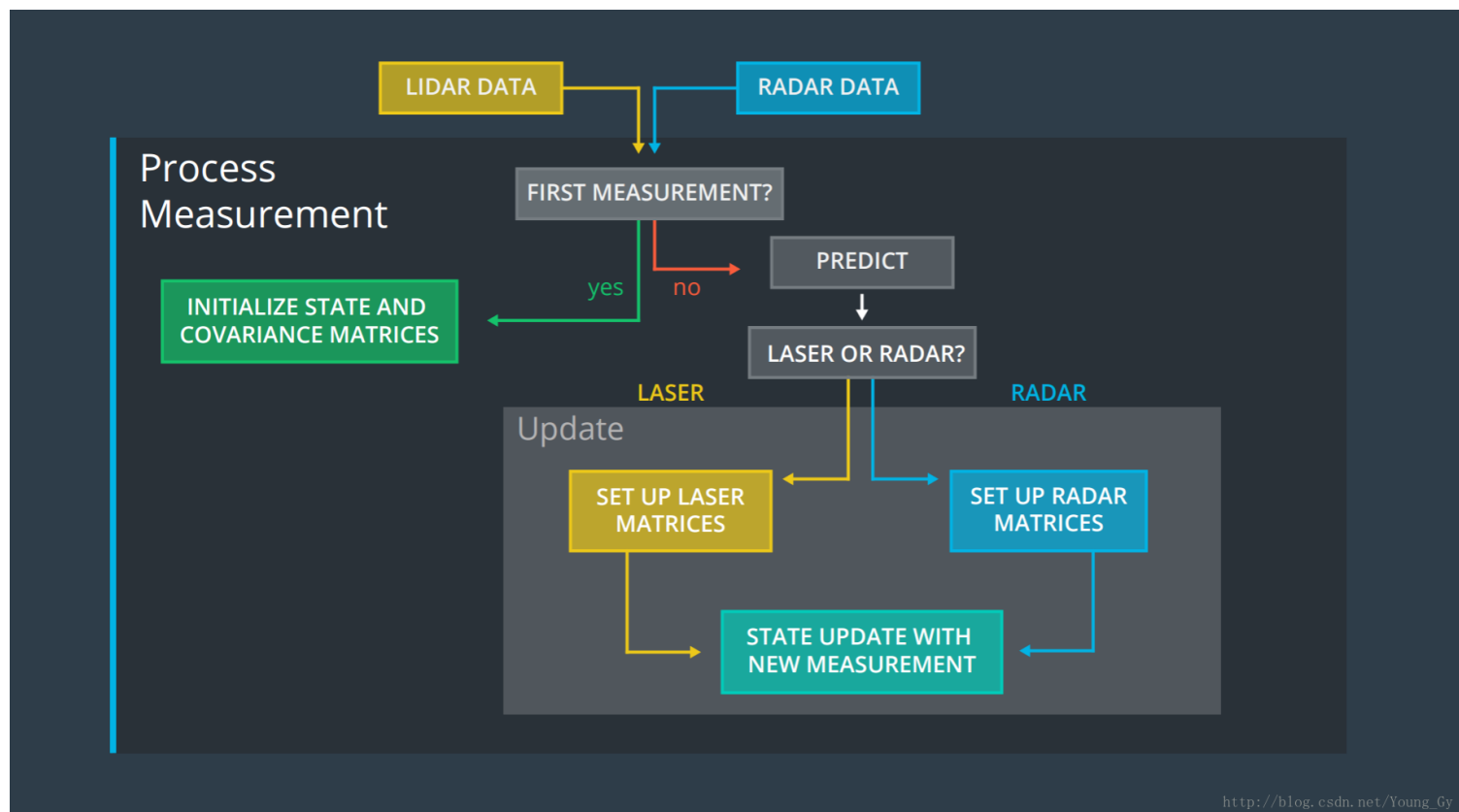
**RANGE:**  $\rho$  (rho)  
radial distance from origin

**BEARING:**  $\varphi$  (phi)  
angle between  $\rho$  and  $x$

**RADIAL VELOCITY:**  $\dot{\rho}$  (rho dot)  
change of  $\rho$  (range rate)



## 传感器融合步骤



步骤图如上所示，包括：

1. 收到第一个测量值，对状态 $x$ 进行初始化。
2. 预测未来
3. 修正当下

## 初始化

初始化，指在收到第一个测量值后，对状态 $x$ 进行初始化。初始化如下，同时加上对时间的更新。

对于radar来说，

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix}$$

对于radar来说,

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho \cos \phi \\ \rho \sin \phi \\ \dot{\rho} \cos \phi \\ \dot{\rho} \sin \phi \end{bmatrix}$$

## 预测未来

预测主要涉及的公式是：

$$\begin{aligned} x' &= Fx \\ P' &= FPF^T + Q \end{aligned}$$

需要求解的有三个变量： $F$ 、 $P$ 、 $Q$ 。

$F$ 表明了系统的状态如何改变，这里仅考虑线性系统，F易得：

$$Fx = \begin{bmatrix} 1 & 0 & dt & 0 \\ 0 & 1 & 0 & dt \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ v_x \\ v_y \end{bmatrix}$$

$P$ 表明了系统状态的不确定性程度，用 $x$ 的协方差表示，这里自己指定为：

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix}$$

$Q$ 表明了 $x' = Fx$ 未能刻画的其他外界干扰。本例子使用线性模型，因此加速度变成了干扰项。 $x' = Fx$ 中未衡量的额外项目 $v$ 为：

$$v = \begin{bmatrix} \frac{a_x dt^2}{2} \\ \frac{a_y dt^2}{2} \\ a_x dt \\ a_y dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dt^2}{2} & 0 \\ 0 & \frac{dt^2}{2} \\ dt & 0 \\ 0 & dt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix} = Ga$$

$v$ 服从高斯分布 $N(0, Q)$ 。

$$\begin{aligned} Q &= E[vv^T] = E[Gaa^T G^T] = GE[aa^T]G^T \\ &= G \begin{bmatrix} \sigma_{ax}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{ay}^2 \end{bmatrix} G^T \\ &= \begin{bmatrix} \frac{dt^4}{4} \sigma_{ax}^2 & 0 & \frac{dt^3}{2} \sigma_{ax}^2 & 0 \\ 0 & \frac{dt^4}{4} \sigma_{ay}^2 & 0 & \frac{dt^3}{2} \sigma_{ay}^2 \\ \frac{dt^3}{2} \sigma_{ax}^2 & 0 & dt^2 \sigma_{ax}^2 & 0 \\ 0 & \frac{dt^3}{2} \sigma_{ay}^2 & 0 & dt^2 \sigma_{ay}^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

## 修正当下

lidar

lidar使用了KF。修正当下这里牵涉到的公式主要是：

$$\begin{aligned}y &= z - Hx \\ S &= HPH^T + R \\ K &= PH^T S^{-1} \\ x' &= x + Ky \\ P' &= (I - KH)P\end{aligned}$$

需要求解的有两个变量： $H$ 、 $R$ 。

$H$ 表示了状态空间到测量空间的映射。

$$Hx = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ v_x \\ v_y \end{bmatrix}$$

$R$ 表示了测量值的不确定度，一般由传感器的厂家提供，这里lidar参考如下：

$$R_{laser} = \begin{bmatrix} 0.0225 & 0 \\ 0 & 0.0225 \end{bmatrix}$$

radar

radar使用了EKF。修正当下这里牵涉到的公式主要是：

$$\begin{aligned}y &= z - f(x) \\ S &= H_jPH_j^T + R \\ K &= PH_j^T S^{-1} \\ x' &= x + Ky \\ P' &= (I - KH_j)P\end{aligned}$$

区别与上面lidar的主要有：

- 1. 状态空间到测量空间的非线性映射 $f(x)$
- 2. 非线性映射线性化后的Jacob矩阵
- 3. radar的 $R_{radar}$

状态空间到测量空间的非线性映射 $f(x)$ 如下

$$f(x) = \begin{bmatrix} \rho \\ \phi \\ \dot{\rho} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \\ \arctan \frac{p_y}{p_x} \\ \frac{p_x v_x + p_y v_y}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}} \end{bmatrix}$$

非线性映射线性化后的Jacob矩阵 $H_j$

$$H_j = \frac{\partial f(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \rho}{\partial p_x} & \frac{\partial \rho}{\partial p_y} & \frac{\partial \rho}{\partial v_x} & \frac{\partial \rho}{\partial v_y} \\ \frac{\partial \phi}{\partial p_x} & \frac{\partial \phi}{\partial p_y} & \frac{\partial \phi}{\partial v_x} & \frac{\partial \phi}{\partial v_y} \\ \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial p_x} & \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial p_y} & \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial v_x} & \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial v_y} \end{bmatrix}$$

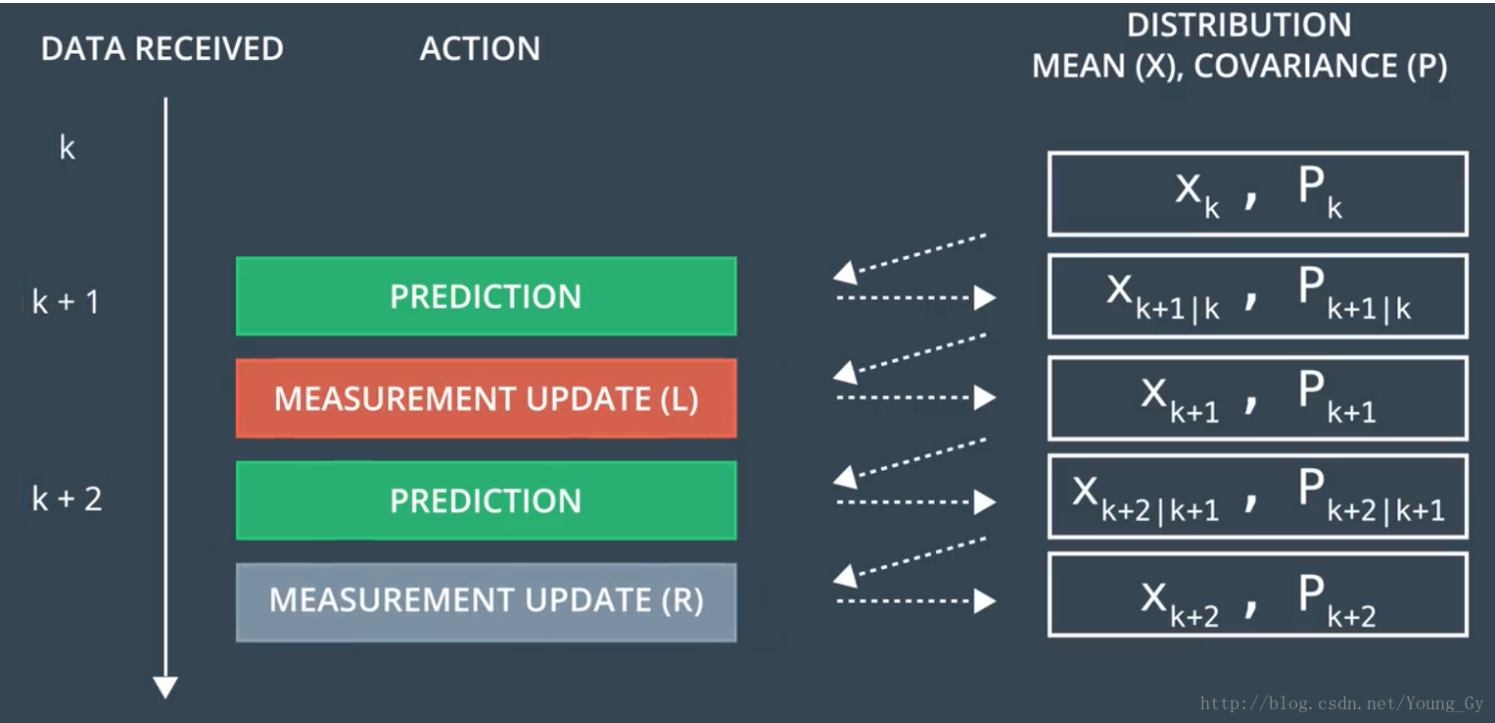
$R$ 表示了测量值的不确定度，一般由传感器的厂家提供，这里radar参考如下：

$$R_{laser} = \begin{bmatrix} 0.09 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0009 & 0 \\ 0 & 0 & 0.09 \end{bmatrix}$$

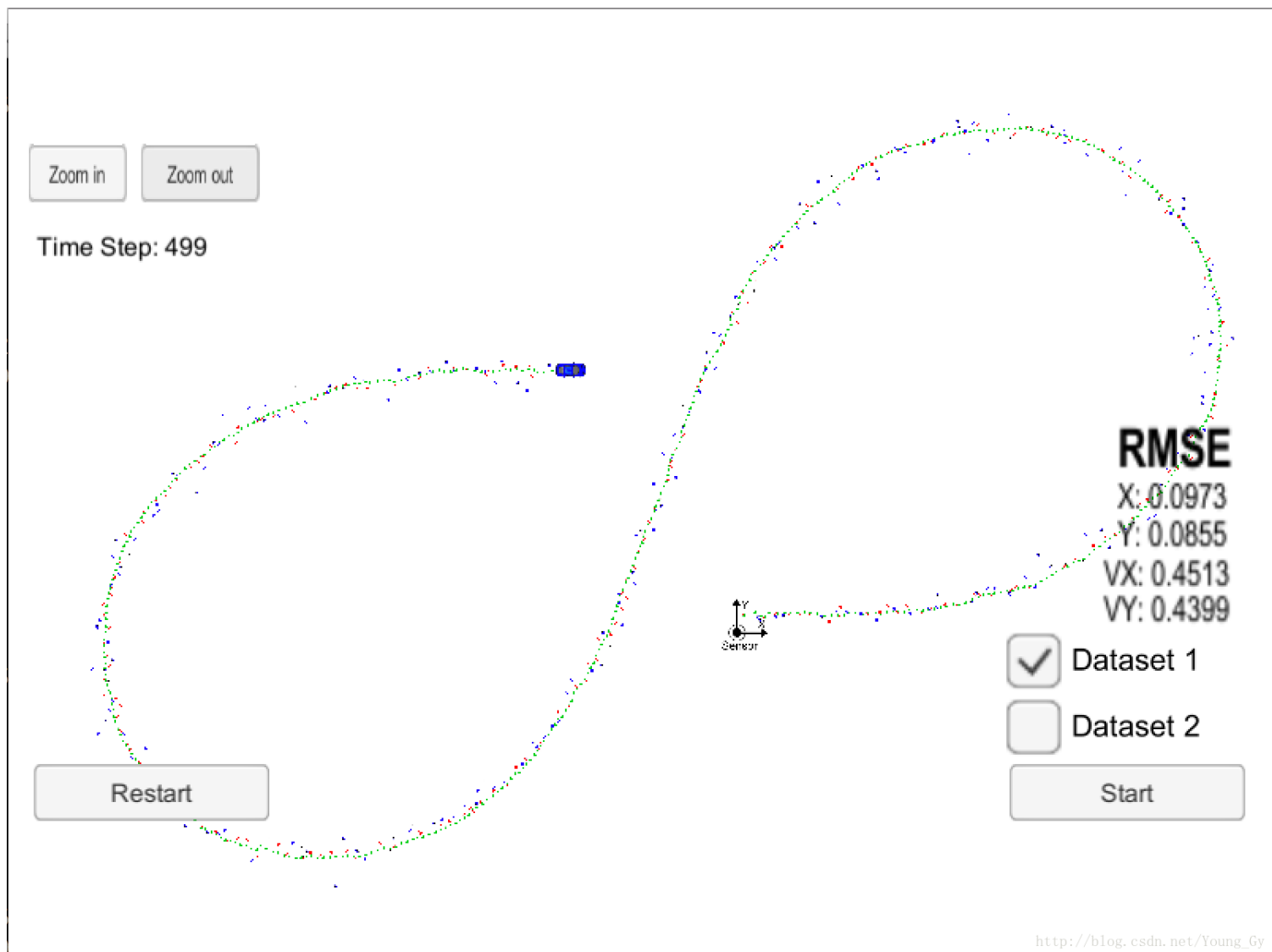
## 传感器融合实例

多传感器融合的示例如下，需要注意的有：

- 1. lidar和radar的预测部分是完全相同的
- 2. lidar和radar的参数更新部分是不同的，不同的原因是不同传感器收到的测量值是不同的
- 3. 当收到lidar或radar的测量值，依次执行预测、更新步骤
- 4. 当同时收到lidar和radar的测量值，依次执行预测、更新1、更新2步骤



多传感器融合的效果如下图所示，红点和蓝点分别表示radar和lidar的测量位置，绿点代表了EKF经过多传感器融合后获取到的测量位置，取得了较低的RMSE。



## 相关推荐

关于我们 招贤纳士 广告服务 开发助手 400-660-0108 kefu@csdn.net 在线客服 工作时间 8:30-22:00

公安备案号11010502030143 京ICP备19004658号 京网文〔2020〕1039-165号 经营性网站备案信息 北京互联网违法和不良信息举报中心 网络110报警服务 中国互联网举报中心 家长监护 Chrome商店下载 ©1999-2021北京创新乐知网络技术有限公司 版权与免责声明 版权申诉 出版物许可证 营业执照