

## Ejercicios de evaluación de la asignatura “Métodos probabilistas en I.A.”

Las instrucciones para la entrega de los ejercicios. se encuentran en Innova. Por favor, léalas de nuevo detenidamente antes de enviar las soluciones de este tema.

### Tema 1. Fundamentos de redes bayesianas

▷ *Fecha de entrega: Primer domingo de enero.*

#### Ejercicio 1.1.

Sea una distribución de probabilidad  $P$  dada por la siguiente tabla.

$a$	$b$	$c$	$P(a, b, c)$
$+a$	$+b$	$+c$	0,03
$+a$	$+b$	$\neg c$	0,12
$+a$	$\neg b$	$+c$	0,07
$+a$	$\neg b$	$\neg c$	0,28
$\neg a$	$+b$	$+c$	0,03
$\neg a$	$+b$	$\neg c$	0,27
$\neg a$	$\neg b$	$+c$	0,02
$\neg a$	$\neg b$	$\neg c$	0,18

Señale cuáles de estas relaciones son verdaderas y cuáles son falsas. Para la primera y la quinta, indique detalladamente los cálculos que ha realizado.

1.  $I_P(A, B)$
2.  $I_P(A, C)$
3.  $I_P(B, C)$
4.  $I_P(A, B|C)$
5.  $I_P(B, C|A)$

### Ejercicio 1.2.

Sea un grafo no dirigido  $G$  que contiene cinco nodos y los siguientes enlaces:  $A-B$ ,  $A-C$ ,  $B-C$ ,  $B-D$  y  $C-E$ .

1. Indique cuáles de las siguientes relaciones son verdaderas y cuáles son falsas, y qué caminos activos existen entre las variables de cada relación.

a)  $I_G(A, B)$

b)  $I_G(B, D)$

c)  $I_G(A, D)$

d)  $I_G(D, E)$

2. Indique cuáles de las siguientes relaciones son verdaderas y cuáles son falsas. Indique también para cada una de ellas qué caminos activos existen entre las dos primeras variables y si algún camino entre ellas ha sido bloqueado por la tercera variable.

a)  $I_G(A, B|C)$

b)  $I_G(A, D|B)$

c)  $I_G(D, E|C)$

d)  $I_G(D, E|A)$

*Sugerencia:* El vídeo “Separación en grafos”, disponible en <http://www.ia.uned.es/~fjdiez/docencia/videos-prob-dec>, le ayudará a resolver este problema.

### Ejercicio 1.3.

Sea un grafo dirigido  $G$  que contiene seis nodos y los siguientes enlaces:  $A \rightarrow C$ ,  $B \rightarrow C$ ,  $B \rightarrow D$ ,  $C \rightarrow E$ ,  $C \rightarrow F$  y  $D \rightarrow F$ .

1. Indique para cada una de las siguientes relaciones si es verdadera o falsa; indique también para cada una de ellas qué caminos entre las dos variables están activos y cuáles están inactivos.

a)  $I_G(A, B)$

b)  $I_G(A, E)$

c)  $I_G(A, D)$

d)  $I_G(A, F)$

e)  $I_G(D, E)$

f)  $I_G(E, F)$

2. Indique cuáles de las siguientes relaciones son verdaderas y cuáles son falsas. Indique también para cada una de ellas si algún camino entre las dos primeras variables que estaba inactivo ha sido activado por la tercera, y viceversa, es decir, si algún camino que estaba activo ha sido bloqueado.

- a)  $I_G(A, B|C)$
- b)  $I_G(A, B|E)$
- c)  $I_G(A, B|F)$
- d)  $I_G(A, D|C)$
- e)  $I_G(A, D|F)$
- f)  $I_G(A, F|C)$
- g)  $I_G(A, F|E)$
- h)  $I_G(D, E|B)$
- i)  $I_G(E, F|C)$

#### Ejercicio 1.4.

Sea  $P$  una distribución de probabilidad que satisface la siguiente propiedad de dependencia:  $\neg I_P(A, B)$ . Dibuje **todos** los grafos no dirigidos y grafos dirigidos acíclicos de dos variables que sean mapas de independencia ( $I$ -maps) de  $P$ .

#### Ejercicio 1.5.

Sea  $P$  una distribución de probabilidad que satisface la siguiente propiedad de independencia:  $I_P(A, B)$ . Dibuje **todos** los grafos no dirigidos y grafos dirigidos acíclicos de dos variables que sean mapas de independencia ( $I$ -maps) de  $P$ .

*Sugerencia:* Preste atención, porque hay más grafos de los que uno pueda pensar en principio.

#### Ejercicio 1.6.

Sea  $P$  una distribución de probabilidad que satisface las siguientes propiedades de dependencia e independencia:  $\neg I_P(A, B)$ ,  $\neg I_P(A, C)$ ,  $\neg I_P(B, C)$ ,  $\neg I_P(A, B|C)$ ,  $I_P(A, C|B)$ ,  $\neg I_P(B, C|A)$ . Dibuje **todos** los grafos no dirigidos y y grafos dirigidos acíclicos de tres variables que sean mapas de independencia ( $I$ -maps) de  $P$ .

*Sugerencia:* Preste atención, porque hay más grafos posibles de los que uno pueda pensar en principio.

#### Ejercicio 1.7.

En cierto país, la prevalencia de la fiebre tifoidea es el 0'001 y la de la tuberculosis 0'01. La fiebre tifoidea produce fiebre siempre, y bradicardia (ritmo cardíaco lento) en el 40 % de los casos. La tuberculosis produce fiebre en el 60 % de los casos y taquicardia (ritmo cardíaco más rápido de lo normal) en el 58 %. La prevalencia de la fiebre en pacientes que no sufren ninguna de estas dos enfermedades es el 1'5 %, la de bradicardia el 0'05 % y la de taquicardia el 1'3 %.

1. Según el método bayesiano ingenuo, indique qué variables intervienen en este problema y qué valores puede tomar cada una de ellas.
2. Dibuje el diagrama correspondiente al método bayesiano ingenuo.
3. Indique las probabilidades condicionadas (en forma de tablas) que definen el modelo.

4. Señale las hipótesis que está utilizando para resolver este problema y discuta si son razonables o no, es decir, si parecen ser una buena aproximación.
5. ¿Cuál es el diagnóstico para cada una de las posibles combinaciones de hallazgos: fiebre, no fiebre, taquicardia, bradicardia, ritmo normal, fiebre y taquicardia, fiebre y ritmo normal, etc.? Si lo desea, puede utilizar el programa OpenMarkov para completar la tabla, pero en ese caso debe realizar “a mano” y mostrar los cálculos detallados para dos de esas combinaciones.
6. La experiencia demuestra que, cuando hay tuberculosis, la fiebre y la taquicardia van asociadas en la mayor parte de los casos (es decir, generalmente la tuberculosis produce taquicardia si y sólo si produce fiebre). ¿Cuestiona esta observación la validez de los resultados obtenidos en el apartado anterior?