

题目 1

令文法 G_1 为：

$$E \rightarrow E + T | T$$

$$T \rightarrow T * F | F$$

$$F \rightarrow (E) | i$$

证明 $E + T * F$ 是它的一个句型，指出这个句型的所有短语，直接短语和句柄。

解答：由下述推导可知， $E + T * F$ 为文法 G_1 的一个句型。

$$E \Rightarrow E + T \Rightarrow E + T * F$$

根据语法树可求得该句型对应的所有短语、直接短语和句柄。

- 短语： $E + T * F$ 、 $T * F$
- 直接短语： $T * F$
- 句柄： $T * F$

题目 2

考虑下面的表格结构文法 G_2 ：

$$S \rightarrow a | \wedge | (T)$$

$$T \rightarrow T, S | S$$

- (1) 给出 $(a, (a, a))$ 和 $((a, a), \wedge, (a)), a$ 的最左和最右推导。
- (2) 指出 $((a, a), \wedge, (a)), a$ 的规范归约及每一步的句柄。根据这个规范归约，给出“移进-归约”的过程，并给出它的语法树自下而上的构造过程。

解答：

(1) $(a, (a, a))$ 最左推导如下：

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow (T) \Rightarrow (T, S) \Rightarrow (S, S) \Rightarrow (a, S) \Rightarrow (a, (T)) \Rightarrow (a, (T, S)) \Rightarrow (a, (S, S)) \\ &\Rightarrow (a, (a, S)) \Rightarrow (a, (a, a)) \end{aligned}$$

$(a, (a, a))$ 最右推导如下：

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow (T) \Rightarrow (T, S) \Rightarrow (T, (T)) \Rightarrow (T, (T, S)) \Rightarrow (T, (T, a)) \Rightarrow (T, (S, a)) \Rightarrow (T, (a, a)) \\ &\Rightarrow (S, (a, a)) \Rightarrow (a, (a, a)) \end{aligned}$$

$((a, a), \wedge, (a)), a$ 最左推导如下：

$$\begin{aligned}
& S \Rightarrow (T) \Rightarrow (T, S) \Rightarrow (S, S) \Rightarrow ((T), S) \Rightarrow ((T, S), S) \Rightarrow ((T, S, S), S) \Rightarrow ((S, S, S), S) \\
& \Rightarrow (((T), S, S), S) \Rightarrow (((T, S), S, S), S) \Rightarrow (((S, S), S, S), S) \Rightarrow (((a, S), S, S), S) \\
& \Rightarrow (((a, a), S, S), S) \Rightarrow (((a, a), \wedge, S), S) \Rightarrow (((a, a), \wedge, (T)), S) \Rightarrow (((a, a), \wedge, (S)), S) \\
& \Rightarrow (((a, a), \wedge, (a)), S) \Rightarrow (((a, a), \wedge, (a)), a)
\end{aligned}$$

$((a, a), \wedge, (a)), a$ 最右推导如下：

$$\begin{aligned}
& S \Rightarrow (T) \Rightarrow (T, S) \Rightarrow (T, a) \Rightarrow (S, a) \Rightarrow ((T), a) \Rightarrow ((T, S), a) \Rightarrow ((T, (T)), a) \\
& \Rightarrow ((T, (S)), a) \Rightarrow ((T, (a)), a) \Rightarrow ((T, S, (a)), a) \Rightarrow ((T, \wedge, (a)), a) \\
& \Rightarrow ((S, \wedge, (a)), a) \Rightarrow (((T), \wedge, (a)), a) \Rightarrow (((T, S), \wedge, (a)), a) \Rightarrow (((T, a), \wedge, (a)), a) \\
& \Rightarrow (((S, a), \wedge, (a)), a) \Rightarrow (((a, a), \wedge, (a)), a)
\end{aligned}$$

(2) 规范归约过程如下，下划线处即为对应的句柄。

句型	归约规则
$((\underline{a}, a), \wedge, (a)), a$	$S \rightarrow a$
$((\underline{S}, a), \wedge, (a)), a$	$T \rightarrow S$
$((\underline{(T)}, a), \wedge, (a)), a$	$S \rightarrow a$
$((\underline{(T, S)}, \wedge, (a)), a)$	$T \rightarrow T, S$
$((\underline{((T))}, \wedge, (a)), a)$	$S \rightarrow (T)$
$((\underline{S}, \wedge, (a)), a)$	$T \rightarrow S$
$((\underline{(T, \wedge)}, (a)), a)$	$S \rightarrow \wedge$
$((\underline{(T, S)}, (a)), a)$	$T \rightarrow T, S$
$((T, \underline{(a)}), a)$	$S \rightarrow a$
$((T, \underline{(S)}), a)$	$T \rightarrow S$
$((T, \underline{(T)}), a)$	$S \rightarrow (T)$
$((\underline{(T, S)}), a)$	$T \rightarrow T, S$
$((\underline{(T)}), a)$	$S \rightarrow (T)$
(\underline{S}, a)	$T \rightarrow S$
(T, \underline{a})	$S \rightarrow a$
$(\underline{T, S})$	$T \rightarrow T, S$
$(\underline{(T)})$	$S \rightarrow (T)$
\underline{S}	

根据上述的规范归约，我们可以得到下述“移进-归约”的过程。

步骤	符号栈	输入串	动作
0	#	$((a, a), \wedge, (a)), a) \#$	预备
1	#($((a, a), \wedge, (a)), a) \#$	进
2	#(($(a, a), \wedge, (a)), a) \#$	进
3	#((($a, a), \wedge, (a)), a) \#$	进
4	#(((a	$, a), \wedge, (a)), a) \#$	进
5	#(((S	$, a), \wedge, (a)), a) \#$	归, 用 $S \rightarrow a$
6	#(((T	$, a), \wedge, (a)), a) \#$	归, 用 $T \rightarrow S$
7	#(((T,	$a), \wedge, (a)), a) \#$	进
8	#(((T, a	$), \wedge, (a)), a) \#$	进
9	#(((T, S	$), \wedge, (a)), a) \#$	归, 用 $S \rightarrow a$
10	#(((T	$), \wedge, (a)), a) \#$	归, 用 $T \rightarrow T, S$
11	#(((T)	$, \wedge, (a)), a) \#$	进
12	#((S	$, \wedge, (a)), a) \#$	归, 用 $S \rightarrow (T)$
13	#((T	$, \wedge, (a)), a) \#$	归, 用 $T \rightarrow S$
14	#((T,	$\wedge, (a)), a) \#$	进
15	#((T, \wedge	$, (a)), a) \#$	进
16	#((T, S	$, (a)), a) \#$	归, 用 $S \rightarrow \wedge$
17	#((T	$, (a)), a) \#$	归, 用 $T \rightarrow T, S$
18	#((T,	$(a)), a) \#$	进
19	#((T, ($a)), a) \#$	进
20	#((T, (a	$)), a) \#$	进
21	#((T, (S	$)), a) \#$	归, 用 $S \rightarrow a$
22	#((T, (T	$)), a) \#$	归, 用 $T \rightarrow S$
23	#((T, (T)	$), a) \#$	进
24	#((T, S	$), a) \#$	归, 用 $S \rightarrow (T)$
25	#((T	$), a) \#$	归, 用 $T \rightarrow T, S$
26	#((T)	$, a) \#$	进
27	#(S	$, a) \#$	归, 用 $S \rightarrow (T)$
28	#(T	$, a) \#$	归, 用 $T \rightarrow S$
29	#(T,	$a) \#$	进
30	#(T, a	$) \#$	进
31	#(T, S	$) \#$	归, 用 $S \rightarrow a$
32	#(T	$) \#$	归, 用 $T \rightarrow T, S$
33	#(T)	$\#$	进
34	#S	$\#$	归, 用 $S \rightarrow (T)$
35	#S	$\#$	接受

由此我们也可以得到如下语法树自下而上的构造过程，编号即为自下而上的归并顺序。

S
|
a

[1]

T
|
S
|
a

[2]

S
|
a

[3]

T
/ | \
T , S
| |
S a
|
a

[4]

S
/ | \
(T)
/ | \
T , S
| |
S a
|
a

[5]

T
|
S
/ | \
(T)
/ | \
T , S
| |
S a
|
a

[6]

S
|
 \wedge

[7]

T
/ | \
T , S
/ | \
S \wedge
/ | \
(T)
/ | \
T , S
| |
S a
|
a

[8]

S
|
a

[9]

T
|
S
|
a

[10]

S
/ | \
(T)
|
S
|
a

[11]

T
/ | \
T , S
/ | \
T , S (T)
/ | \
S \wedge S a
/ | \
(T)
/ | \
T , S
| |
S a
|
a

[12]

S
/ | \
(T)
/ | \
T , S
/ | \
T , S (T)
/ | \
S \wedge S a
/ | \
(T)
/ | \
T , S
| |
S a
|
a

[13]

T
|
S
/ | \
(T)
/ | \
T , S
/ | \
T , S (T)
/ | \
S \wedge S a
/ | \
(T)
/ | \
T , S
| |
S a
|
a

[14]

S
|
a

[15]

T
/ | \
T , S
/ | \
S a
/ | \
(T)
/ | \
T , S
/ | \
T , S (T)
/ | \
S \wedge S a
/ | \
(T)
/ | \
T , S
| |
S a
|
a

[16]

S
/ | \
(T)
/ | \
T , S
/ | \
S a
/ | \
(T)
/ | \
T , S
/ | \
T , S (T)
/ | \
S \wedge S a
/ | \
(T)
/ | \
T , S
| |
S a
|
a

[17]

题目 3

考虑文法

$$S \rightarrow AS|b$$

$$A \rightarrow SA|a$$

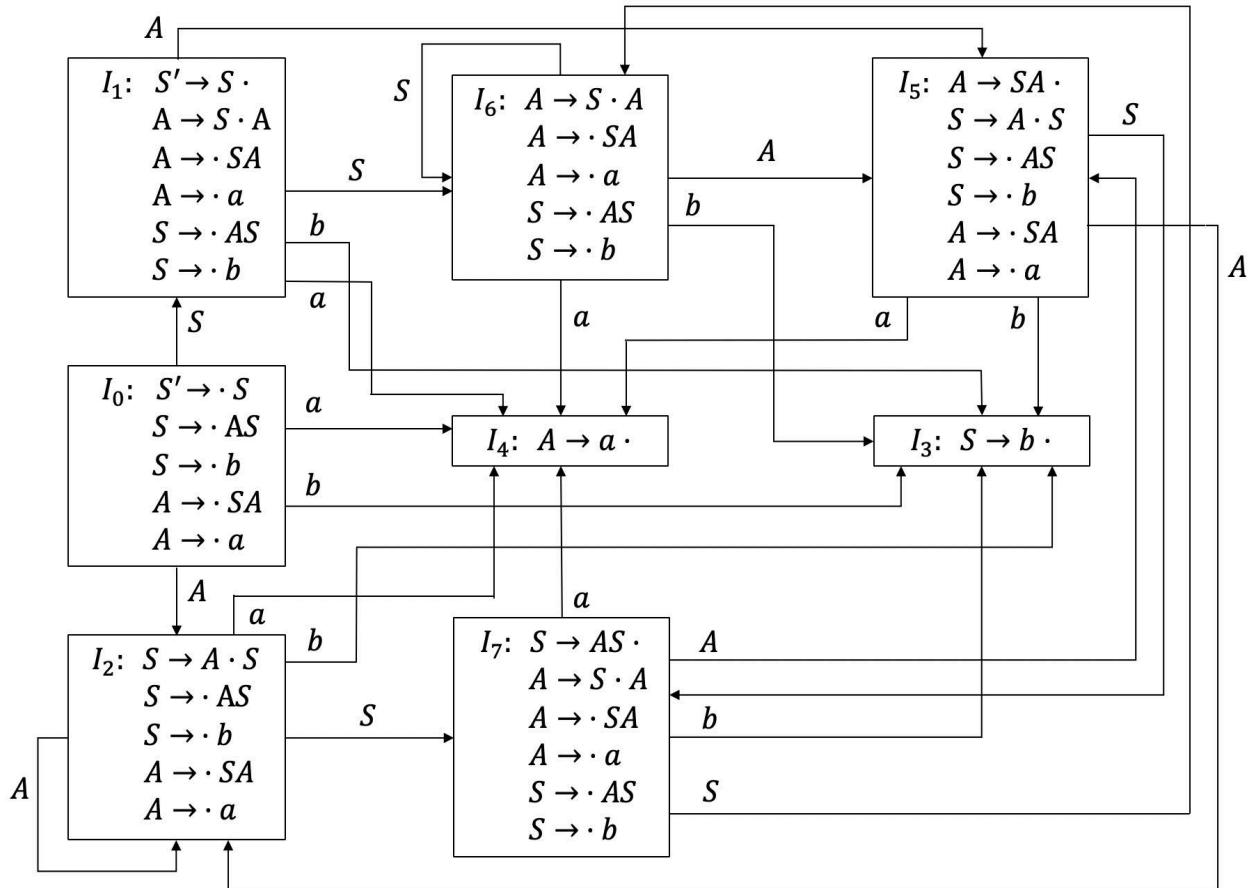
- (1) 列出这个文法的所有 LR(0) 项目。
- (2) 构造这个文法的 LR(0) 项目集规范族及识别活前缀的 DFA。
- (3) 这个文法是 SLR 的吗？若是，构造出它的 SLR 分析表。
- (4) 这个文法是 LALR 或 LR(1) 的吗？

解答：

- (1) 该文法的所有 LR(0) 项目如下所示：

编号	项目	编号	项目	编号	项目
1	$S' \rightarrow \cdot S$	2	$S' \rightarrow S \cdot$	3	$S \rightarrow \cdot AS$
4	$S \rightarrow A \cdot S$	5	$S \rightarrow AS \cdot$	6	$S \rightarrow \cdot b$
7	$S \rightarrow b \cdot$	8	$A \rightarrow \cdot SA$	9	$A \rightarrow S \cdot A$
10	$A \rightarrow SA \cdot$	11	$A \rightarrow \cdot a$	12	$A \rightarrow a \cdot$

- (2) 根据上述的 LR(0) 项目，我们可以直接构造出如下包含 LR(0) 项目集规范族的 DFA。



(3) 观察上述 LR(0) 项目集规范族，我们可以发现状态 I_1, I_5, I_7 存在移进归约冲突，因此我们首先计算各非终结符的 FOLLOW 集如下。

- $\text{FOLLOW}(S') = \{\#, a, b\}$
- $\text{FOLLOW}(S) = \{\#, a, b\}$
- $\text{FOLLOW}(A) = \{a, b\}$

接下来我们再判断上述三个状态的移进归约冲突是否可以消解。

- I_1 : $\text{FOLLOW}(S')$ 不包含 a 、 b ，冲突可消解。
- I_5 : $\text{FOLLOW}(A)$ 中包含 a 、 b ，冲突不可消解。
- I_7 : $\text{FOLLOW}(S)$ 中包含 a 、 b ，冲突不可消解。

因此我们可以判断该文法不是 SLR 文法。

(4) 首先我们列出 LR(1) 项目集规范族如下：

$I_0: S' \rightarrow \cdot S, \#$ $S \rightarrow \cdot AS, \#/a/b$ $S \rightarrow \cdot b, \#/a/b$ $A \rightarrow \cdot SA, a/b$ $A \rightarrow \cdot a, a/b$	$I_1: S' \rightarrow S \cdot, \#$ $A \rightarrow S \cdot A, a/b$ $A \rightarrow \cdot SA, a/b$ $A \rightarrow \cdot a, a/b$ $S \rightarrow \cdot AS, a/b$ $S \rightarrow \cdot b, a/b$	$I_2: S \rightarrow A \cdot S, \#/a/b$ $S \rightarrow \cdot AS, \#/a/b$ $S \rightarrow \cdot b, \#/a/b$ $A \rightarrow \cdot SA, a/b$ $A \rightarrow \cdot a, a/b$	$I_3: A \rightarrow a \cdot, a/b$ $I_4: S \rightarrow b \cdot, \#/a/b$
$I_5: A \rightarrow SA \cdot, a/b$ $S \rightarrow A \cdot S, a/b$ $S \rightarrow \cdot AS, a/b$ $S \rightarrow \cdot b, a/b$ $A \rightarrow \cdot SA, a/b$ $A \rightarrow \cdot a, a/b$	$I_6: A \rightarrow S \cdot A, a/b$ $A \rightarrow \cdot SA, a/b$ $A \rightarrow \cdot a, a/b$ $S \rightarrow \cdot AS, a/b$ $S \rightarrow \cdot b, a/b$	$I_7: S \rightarrow b \cdot, a/b$	$I_8: S \rightarrow AS \cdot, \#/a/b$ $A \rightarrow S \cdot A, a/b$ $A \rightarrow \cdot SA, a/b$ $A \rightarrow \cdot a, a/b$ $S \rightarrow \cdot AS, a/b$ $S \rightarrow \cdot b, a/b$
$I_9: S \rightarrow AS \cdot, a/b$ $A \rightarrow S \cdot A, a/b$ $A \rightarrow \cdot SA, a/b$ $A \rightarrow \cdot a, a/b$ $S \rightarrow \cdot AS, a/b$ $S \rightarrow \cdot b, a/b$	$I_{10}: S \rightarrow A \cdot S, a/b$ $S \rightarrow \cdot AS, a/b$ $S \rightarrow \cdot b, a/b$ $A \rightarrow \cdot SA, a/b$ $A \rightarrow \cdot a, a/b$		

我们可以发现在 I_9 状态中，同时包含项目 $S \rightarrow AS \cdot, a/b$ 与 $A \rightarrow \cdot a, a/b$ ，因此遇到搜索符号 a 时，将难以判断该移进还是归约，存在“移进-归约”冲突，即该文法不是 LR(1) 文法，更不是 LALR 文法。

题目 4

证明下面文法是 SLR(1) 但不是 LR(0) 的。

$$S \rightarrow A$$

$$A \rightarrow Ab|bBa$$

$$B \rightarrow aAc|a|aAb$$

解答：首先我们根据上述文法，列出各非终结符的 FOLLOW 集。

- FOLLOW(S')={#}
- FOLLOW(S)={#}
- FOLLOW(A)={b,c,#}
- FOLLOW(B)={a}

然后我们再列出上述文法的 LR(0) 项目集规范族。

$I_0: S' \rightarrow \cdot S$ $S \rightarrow \cdot A$ $A \rightarrow \cdot Ab$ $A \rightarrow \cdot bBa$	$I_1: S' \rightarrow S \cdot$ $I_2: S \rightarrow A \cdot$ $A \rightarrow A \cdot b$	$I_3: A \rightarrow b \cdot Ba$ $B \rightarrow \cdot aAc$ $B \rightarrow \cdot a$ $B \rightarrow \cdot aAb$	$I_4: A \rightarrow Ab \cdot$ $I_5: A \rightarrow bB \cdot a$
$I_6: B \rightarrow a \cdot Ac$ $B \rightarrow a \cdot$ $B \rightarrow a \cdot Ab$ $A \rightarrow \cdot Ab$ $A \rightarrow \cdot bBa$	$I_7: A \rightarrow bBa \cdot$ $I_8: B \rightarrow aA \cdot c$ $B \rightarrow aA \cdot b$ $A \rightarrow A \cdot b$	$I_9: B \rightarrow aAc \cdot$ $I_{10}: B \rightarrow aAb \cdot$ $A \rightarrow Ab \cdot$	

我们可以发现状态 I_2, I_6 存在移进归约冲突, I_{10} 存在归约归约冲突, 因此我们需要查看这三个状态中出现的冲突是否可以通过 FOLLOW 集消解。

- I_2 : FOLLOW(S) 不包含 b, 冲突可消解。
- I_6 : FOLLOW(B) 不包含 b, 冲突可消解。
- I_{10} : FOLLOW(A) 与 FOLLOW(B) 无交集, 冲突可消解。

因此不难发现, 上述的文法是 SLR(1), 但不是 LR(0) 的。

题目 5

证明下面的文法是 LL(1) 的但不是 SLR(1) 的。

$$S \rightarrow AaAb|BbBa$$

$$A \rightarrow \varepsilon$$

$$B \rightarrow \varepsilon$$

解答：首先我们给出该文法中所有非终结符的 FIRST 集与 FOLLOW 集，如下所示。

$$\text{FIRST}(S)=\{a,b\}, \text{ FOLLOW}(S)=\{\#\}$$

$$\text{FIRST}(A)=\{\varepsilon\}, \text{ FOLLOW}(A)=\{a,b\}$$

$$\text{FIRST}(B)=\{\varepsilon\}, \text{ FOLLOW}(B)=\{a,b\}$$

可以发现该文法不含左递归，且对于非终结符 S 来说， $\text{FIRST}(AaAb)=\{a\}$, $\text{FIRST}(BbBa)=\{b\}$ ，相交为空，因此该文法是 LL(1) 的。

接下来我们再来判断该文法是否是 SLR(1) 的，我们进行文法扩展，增加 $\text{FOLLOW}(S')=\{\#\}$ ，再列出该文法的 LR(0) 项目集规范族。

$I_0: S' \rightarrow \cdot S$ $S \rightarrow \cdot AaAb$ $S \rightarrow \cdot BbBa$ $A \rightarrow \cdot$ $B \rightarrow \cdot$	$I_1: S' \rightarrow S \cdot$	$I_4: S \rightarrow Aa \cdot Ab$ $A \rightarrow \cdot$	$I_6: S \rightarrow AaA \cdot b$	$I_8: S \rightarrow AaAb \cdot$
	$I_2: S \rightarrow A \cdot aAb$	$I_5: S \rightarrow Bb \cdot Ba$ $B \rightarrow \cdot$	$I_7: S \rightarrow BbB \cdot a$	$I_9: S \rightarrow BbBa \cdot$
	$I_3: S \rightarrow B \cdot bBa$			

IO 不存在“移进-归约”冲突，因为没有终结符要移进

不难发现，在 I_0 状态中，存在“移进-归约”冲突与“归约-归约”冲突，且 $\text{FOLLOW}(A)$ 与 $\text{FOLLOW}(B)$ 存在交集，因此该文法不是 SLR(1)。

题目 6

证明下面的文法是 LALR(1) 的但不是 SLR(1) 的。

$$S \rightarrow Aa|bAc|dc|bda$$

$$A \rightarrow d$$

解答：我们直接给出 LR(1) 项目集规范族，如下所示。

$I_0: S' \rightarrow \cdot S, \#$ $S \rightarrow \cdot Aa, \#$ $S \rightarrow \cdot bAc, \#$ $S \rightarrow \cdot dc, \#$ $S \rightarrow \cdot bda, \#$ $A \rightarrow \cdot d, a$	$I_1: S' \rightarrow S \cdot, \#$	$I_3: S \rightarrow b \cdot Ac, \#$ $S \rightarrow b \cdot da, \#$ $A \rightarrow \cdot d, c$	$I_5: S \rightarrow Aa \cdot, \#$	$I_8: S \rightarrow dc \cdot, \#$
	$I_2: S \rightarrow A \cdot a, \#$	$I_4: S \rightarrow d \cdot c, \#$ $A \rightarrow d \cdot, a$	$I_6: S \rightarrow bA \cdot c, \#$	$I_9: S \rightarrow bAc \cdot, \#$
		$I_7: S \rightarrow bd \cdot a, \#$ $A \rightarrow d \cdot, c$	$I_{10}: S \rightarrow bda \cdot, \#$	

不难发现上述各项目集中并未出现无法消解的冲突，因此该文法是 LR(1) 的。进一步，我们可以发现上述项目集中不存在同心集，因此不需要合并，即该文法是 LALR(1) 的。

继续观察，我们可以发现状态 $I_4 : \{[S \rightarrow d \cdot c, \#], [A \rightarrow d \cdot, a]\}$ ，对应于 LR(0) 项目中的状态 $\{[S \rightarrow d \cdot c], [A \rightarrow d \cdot]\}$ ，即出现了“移进-归约”冲突。

进一步，我们可以求出 $FOLLOW(A) = \{a, c\}$ ，包含 c ，因此冲突不可消解，该文法不是 SLR(1) 的。

题目 7

证明下面的文法是 LR(1) 的但不是 LALR(1) 的。

$$S \rightarrow Aa|bAc|Bc|bBa$$

$$A \rightarrow d$$

$$B \rightarrow d$$

解答：我们直接给出 LR(1) 项目集规范族，如下所示。

$I_0: S' \rightarrow \cdot S, \#$ $S \rightarrow \cdot Aa, \#$ $S \rightarrow \cdot bAc, \#$ $S \rightarrow \cdot Bc, \#$ $S \rightarrow \cdot bBa, \#$ $A \rightarrow \cdot d, a$ $B \rightarrow \cdot d, c$	$I_1: S' \rightarrow S \cdot, \#$ $I_2: S \rightarrow A \cdot a, \#$ $I_5: A \rightarrow d \cdot, a$ $B \rightarrow d \cdot, c$	$I_3: S \rightarrow b \cdot Ac, \#$ $S \rightarrow b \cdot Ba, \#$ $A \rightarrow \cdot d, c$ $B \rightarrow \cdot d, a$ $I_4: S \rightarrow B \cdot c, \#$	$I_6: S \rightarrow Aa \cdot, \#$ $I_7: S \rightarrow bA \cdot c, \#$ $I_8: S \rightarrow bB \cdot a, \#$
$I_9: A \rightarrow d \cdot, c$ $B \rightarrow d \cdot, a$	$I_{10}: S \rightarrow Bc \cdot, \#$	$I_{11}: S \rightarrow bAc \cdot, \#$	$I_{12}: S \rightarrow bBa \cdot, \#$

不难发现上述各项目集中并未出现无法消解的冲突，因此该文法是 LR(1) 的。然后我们再验证是否是 LALR(1)，因此将同心集 I_5 与 I_9 进行合并，得到 $I_{59} : \{[A \rightarrow d \cdot, a/c], [B \rightarrow d \cdot, a/c]\}$ 。很明显 I_{59} 是一个含有“归约-归约”冲突的集合，因此上述文法不是 LALR(1) 的。