

计组第七次作业（201700130011 菁英班 刘建东）

6.12

题目：设浮点数格式为：阶码 5 位（含 1 位阶符），尾数 11 位（含 1 位数符）。写出 $\frac{51}{128}$ 、 $-\frac{27}{1024}$ 、7.375、 -86.5 所对应的机器数。要求如下：

- (1) 阶码和尾数均为原码。
- (2) 阶码和尾数均为补码。
- (3) 阶码为移码，尾数为补码。

根据题干可知，本题采用下图所示的浮点数格式进行运算。

1	4	1	10
阶符	阶码	数符	尾数

我们先将十进制转换为二进制：

$$x_1 = \frac{51}{128} = (0.0110011)_2 = 2^{-1} * (0.110011)_2$$
$$x_2 = -\frac{27}{1024} = 2^{-5} * (-0.11011)_2$$
$$x_3 = 7.375 = (111.011)_2 = 2^3 * (0.111011)_2$$
$$x_4 = -86.5 = (-1010110.1)_2 = 2^7 * (-0.10101101)_2$$

(1) 阶码和尾数均为原码

$$[x_1]_{\text{浮}} = 1, 0001; 0.1100110000$$
$$[x_2]_{\text{浮}} = 1, 0101; 1.1101100000$$
$$[x_3]_{\text{浮}} = 0, 0011; 0.1110110000$$
$$[x_4]_{\text{浮}} = 0, 0111; 1.1010110100$$

(2) 阶码和尾数均为补码

$$[x_1]_{\text{浮}} = 1, 1111; 0.1100110000$$
$$[x_2]_{\text{浮}} = 1, 1011; 1.0010100000$$
$$[x_3]_{\text{浮}} = 0, 0011; 0.1110110000$$

$$[x_4]_{\text{浮}} = 0, 0111; 1.0101001100$$

(3) 阶码为移码，尾数为补码

$$[x_1]_{\text{浮}} = 0, 1111; 0.1100110000$$

$$[x_2]_{\text{浮}} = 0, 1011; 1.0010100000$$

$$[x_3]_{\text{浮}} = 1, 0011; 0.1110110000$$

$$[x_4]_{\text{浮}} = 1, 0111; 1.0101001100$$

6.13

题目：浮点数格式同 6.12，当阶码基值分别取 2 和 16 时：

(1) 说明 2 和 16 在浮点数中如何表示。

(2) 基值不同对浮点数有什么影响？

(3) 当阶码和尾数均用补码表示，且尾数采用规格化形式，给出两种情况下所能表示的最大正数和非零最小正数真值。

(1) 阶码基值的取值在浮点数中都是隐含表示，因此 2 和 16 不会出现在浮点格式中，只要在具体计算浮点数大小时，会有具体体现。

(2) 不同基值，浮点数的表示范围和精度都会不同。通常来说，在相同的浮点格式下，阶码基值越大，可表示的浮点数范围越大，但精度越低。

(3) 当基值为 2 时，最大正数的浮点数格式为 0, 1111; 0.1111111111，真值为 $2^{15} * (1 - 2^{-10})$ ；非零最小规格化正数的浮点数格式为 1, 0000; 0.1000000000，真值为 $2^{-16} * 2^{-1} = 2^{-17}$ 。

当基值为 16 时，最大正数的浮点数格式为 0, 1111; 0.1111111111，真值为 $16^{15} * (1 - 2^{-10})$ ；非零最小规格化正数的浮点数格式为 1, 0000; 0.0001000000，真值为 $16^{-16} * 16^{-1} = 16^{-17}$ 。

6.22

题目：设机器数字长为 16 位（含 1 位符号位），若一次移位需 1us，一次加法需 1us，试问原码一位乘、补码一位乘、原码加减交替除和补码加减交替法最多各需多少时间？

原码一位乘最多需要进行 15 次加法与 15 次移位，因此最多需要时间为 $1us * 15 + 1us * 15 = 30us$ 。

补码一位乘最多需要进行 16 次加法与 15 次移位，因此最多需要时间为 $1us * 16 + 1us * 15 = 31us$ 。

原码加减交替除商符由 $x_0 \wedge y_0$ 决定，因此上商次数为 $n+1$ 次，加法次数为 $n+1$ 次，移位次数为 n 次，因此最多需要时间为 $1us * 16 + 1us * 15 = 31us$ 。

补码加减交替除商符是自然形成的，因此上商次数为 $n+1$ 次，加法次数为 n 次，移位次数为 n 次，因此最多需要时间为 $1us * 15 + 1us * 15 = 30us$ 。

题目：如何判断定点和浮点补码加减运算结果是否溢出，如何判断原码和补码定点除法运算结果是否溢出？

一、判断定点补码加减运算结果是否溢出。

- 采用一位符号位。参加操作的两个数（加法时是加数和被加数，减法时是被减数和求补以后的减数）符号相同，其结果的符号与原操作数的符号不同，即为溢出。
- 根据数据位的进位。采用一位符号位运算，当符号位的进位与最高数值位的进位异或结果为“1”时，即为溢出。
- 采用双符号位。运算结果的两个符号位不同即为溢出，此时最高位符号位代表真正的符号。

二、判断浮点补码加减运算结果是否溢出。

- 浮点补码加减运算要根据运算结果的阶码来判断是否溢出。当阶码大于最大正阶码时，为溢出，此时需中断处理；当阶码小于最小负阶码时，按机器零处理。

三、判断原码定点除法运算结果是否溢出。

- 对于原码小数除法，因商值的运算是绝对值的运算，因此可用第一次上商判断除法是否溢出；若第一次上商为“1”，即为溢出。

四、判断补码定点除法运算结果是否溢出。

- 对于补码除法，因为商符和商值是在运算过程中自然形成的，第一位商即为商符，因此不能简单地通过第一次上商进行判断。所以我们将第一位商与两操作数的符号位的异或结果进行比较，若第一位商为 1，两操作数符号位的异或结果亦为 1，则表示未溢出；若两操作数符号位的异或结果为 0，则表示溢出。同理，若第一位上商为 0，两操作数的符号位异或结果也为 0，则表示未溢出；若两操作数的符号位异或结果为 1，则表示溢出。