

PSO (*Particles Swarm Optimization*) Otimização por Enxame de Partículas

Inteligência Computacional Aplicada
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática

César Lincoln Cavalcante Mattos

Novembro 2010

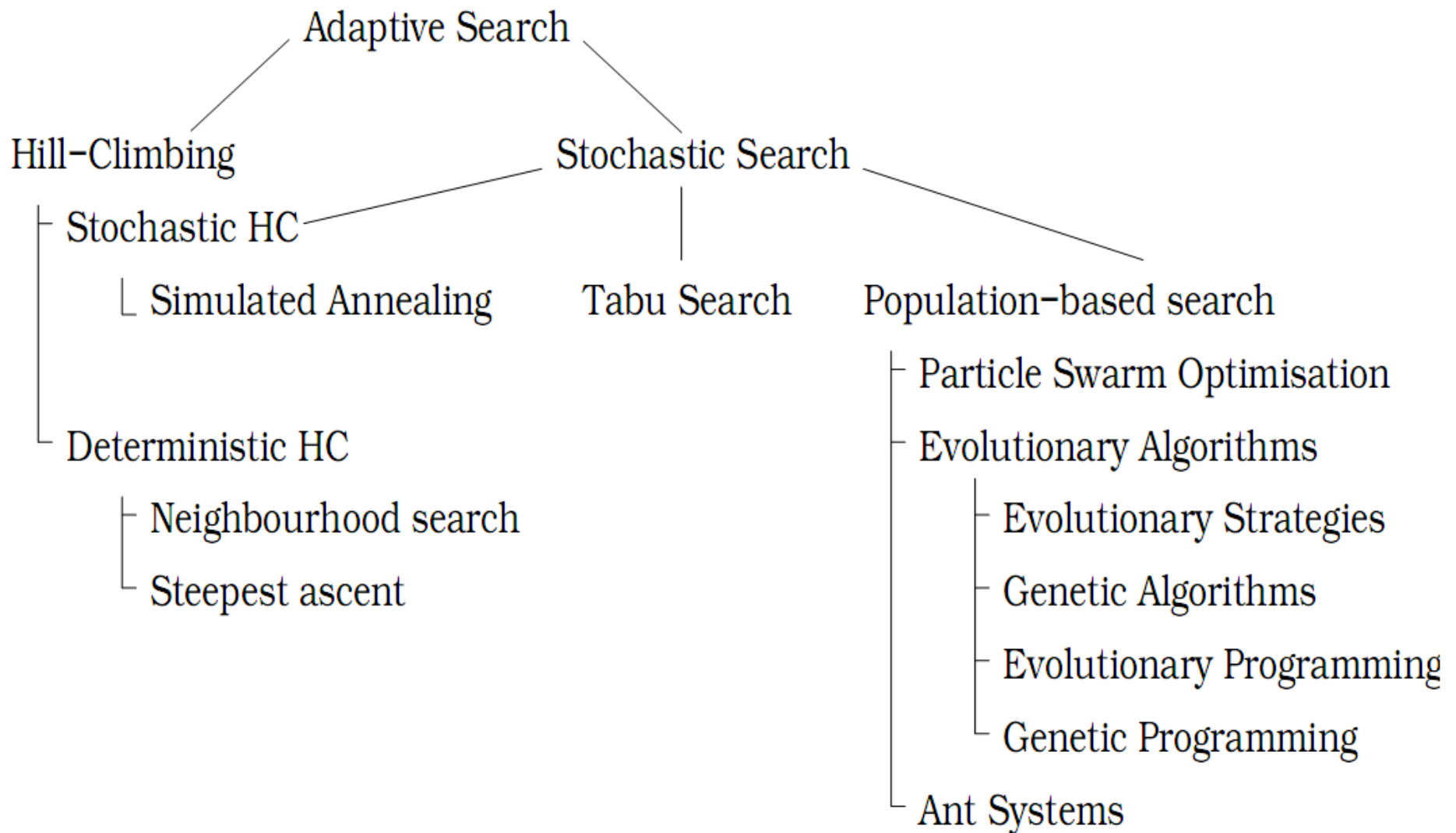
Otimização Metaheurística

- Métodos de busca estocástica por boas soluções para problemas de otimização.
- Soluções sub-ótimas em tempo hábil para problemas complexos a partir de pouca informação *a priori*.
- Técnicas metaheurísticas são “metodologias gerais em um nível mais alto de abstração capazes de guiar a modelagem de solução de problemas de otimização” (GLOVER, F., 1986).

Otimização Metaheurística

- Métodos comumente inspirados na observação da natureza:
 - **Algoritmos Genéticos:** HOLLAND, J. *Adaptation in natural and artificial systems*. Ann Arbor MI: University of Michigan Press, 1975;
 - **Otimização por Colônia de Formigas:** DORIGO, M. *Optimization, learning and natural algorithms*. Tese (Doutorado) - Politecnico di Milano, Milão, Itália, 1992;
 - **Recozimento Simulado:** KIRKPATRICK, S. *et al.* *Optimization by Simulated Annealing*. Science, USA, v. 220, p. 671–680, 1983;
 - **Otimização por Enxame de Partículas:** KENNEDY, J.; EBERHART, R. C. *Particle swarm optimization*. Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, Piscataway, NJ, USA 1995.

Otimização Metaheurística



Classificação de algoritmos de otimização (busca).

PSO (*Particles Swarm Optimization*)

Otimização por Enxame de Partículas

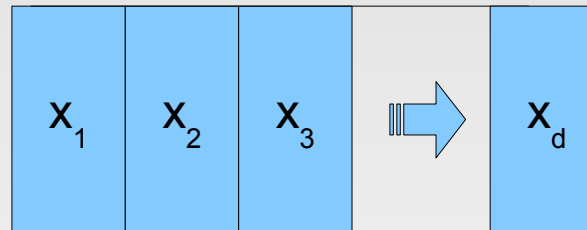
- Metaheurística inspirada no comportamento social e na auto-organização de grupos de pássaros migratórios e cardumes de peixes.
- Soluções representadas por partículas com posição e velocidades específicas formando um enxame em um espaço de possíveis soluções.



PSO (*Particles Swarm Optimization*)

Otimização por Enxame de Partículas

- As variáveis que compõem a solução são agrupadas em um vetor formado por números reais.



Modelo de solução para um problema d-dimensional.

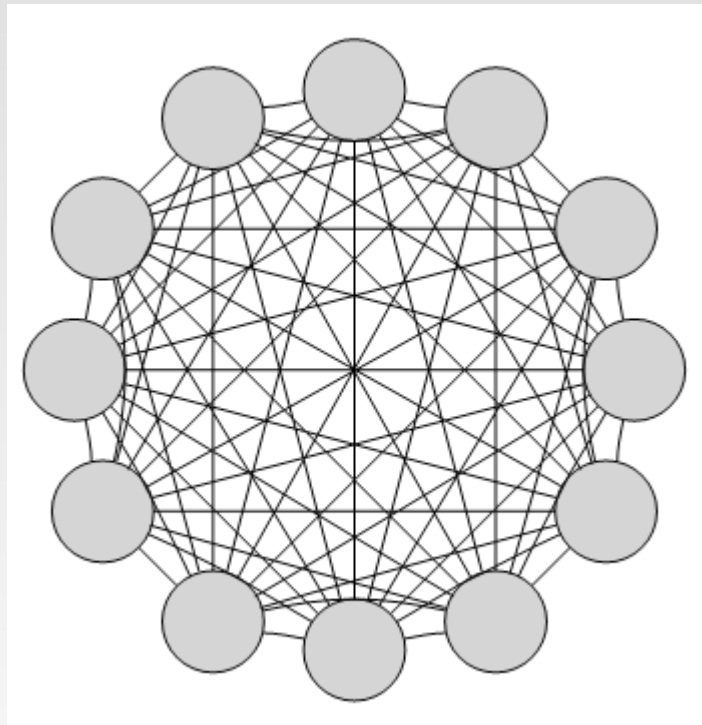
- Troca de informação global e conhecimento local.
- Equilíbrio entre exploração e exploração¹.

1 - Processo de exploração do espaço de busca considerando as informações das regiões anteriormente visitadas.

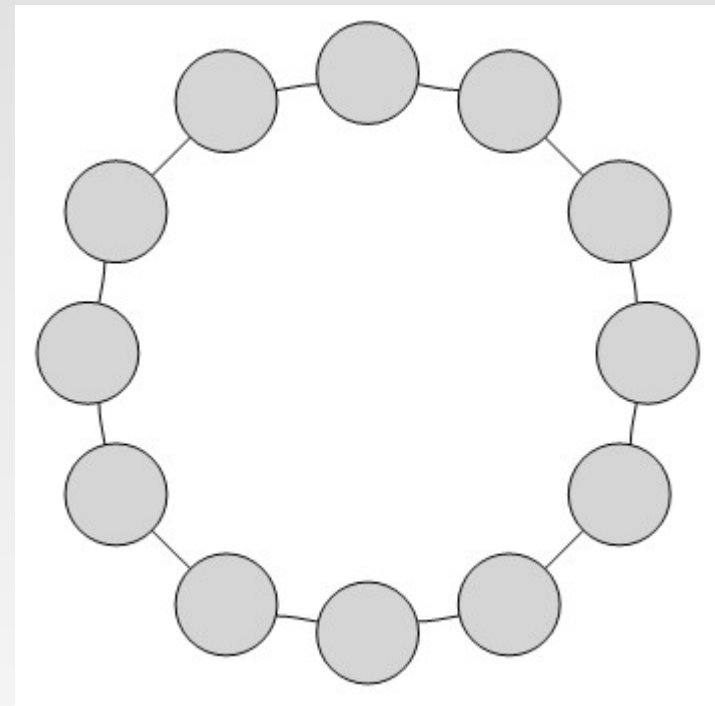
PSO (*Particles Swarm Optimization*)

Otimização por Enxame de Partículas

- Topologias global e local (BRATTON; KENNEDY, 2007):



Topologia global de enxame para a técnica PSO.



Topologia local de enxame para a técnica PSO.

Otimização Metaheurística - PSO

- Algoritmo PSO com topologia global:

Símbolo	Representação
d	Quantidade de variáveis das soluções
\mathbf{x}_i	Vetor d -dimensional de posição da i -ésima partícula
\mathbf{v}_i	Vetor d -dimensional de velocidade da i -ésima partícula
\mathbf{p}_i	Melhor solução encontrada pela i -ésima partícula
\mathbf{p}_g	Melhor solução global encontrada pelo enxame

Variáveis e parâmetros do algoritmo PSO.

Otimização Metaheurística - PSO

Passo 1 - Iniciar aleatoriamente todos \mathbf{x}_i e \mathbf{v}_i e como nulo \mathbf{p}_i e \mathbf{p}_g .

Passo 2 - Calcular o valor da função-objetivo $f(\mathbf{x})$ para cada partícula. O vetor \mathbf{p}_i de cada partícula recebe \mathbf{x}_i , enquanto \mathbf{p}_g recebe a posição correspondente à melhor função-objetivo do enxame.

Passo 3 - Atualizar \mathbf{x}_i e \mathbf{v}_i aplicando as regras de atualização das partículas.

Passo 4 - Avaliar $f(\mathbf{x})$ para todas as partículas.

Passo 5 - Atualizar \mathbf{p}_i caso a posição atual da i -ésima partícula corresponda a uma melhor função-objetivo.

Passo 6 - Atualizar \mathbf{p}_g caso uma melhor solução global seja encontrada.

Passo 7 - Repetir o processo a partir do **Passo 3** até que uma condição de parada seja encontrada.

Otimização Metaheurística - PSO

- Regra de atualização das velocidades e posições das partículas após a k -ésima iteração:

$$v_{i,j}(k+1) = w v_{i,j}(k) + c_1 r_1 (p_{i,j} - x_{i,j}(k)) + c_2 r_2 (p_{g,j} - x_{i,j}(k)),$$
$$x_{i,j}(k+1) = x_{i,j}(k) + v_{i,j}(k+1), \quad j = 1, 2, \dots, d.$$

Símbolo	Representação
w	Parâmetro de inércia (variar de 0,9 a 0,4)
c_1 e c_2	Coeficientes aceleradores (comumente $c_1 = c_2 = 2,05$)
r_1 e r_2	Números pseudo-aleatórios uniformemente distribuídos em $[0,1]$

Parâmetros da regra de atualização das partículas do algoritmo PSO.

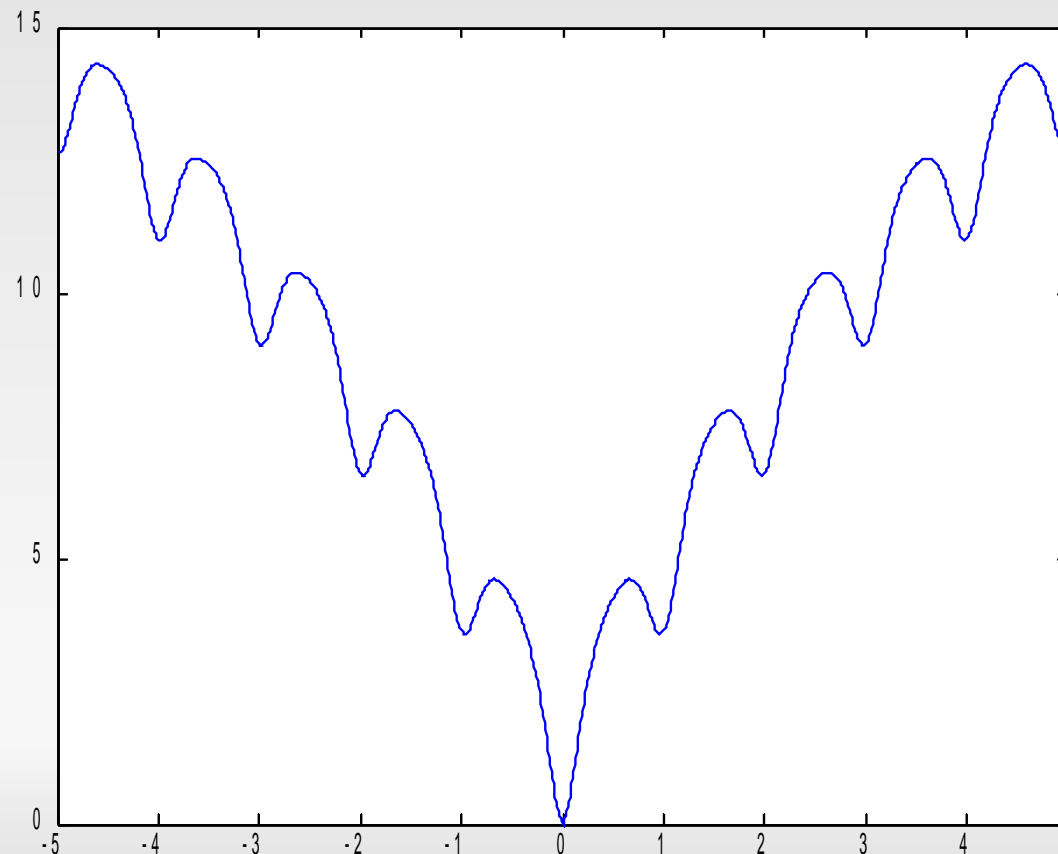
- A versão com topologia local utiliza as mesmas expressões, substituindo p_g por p_l , melhor solução de uma vizinhança.

Exemplo 1

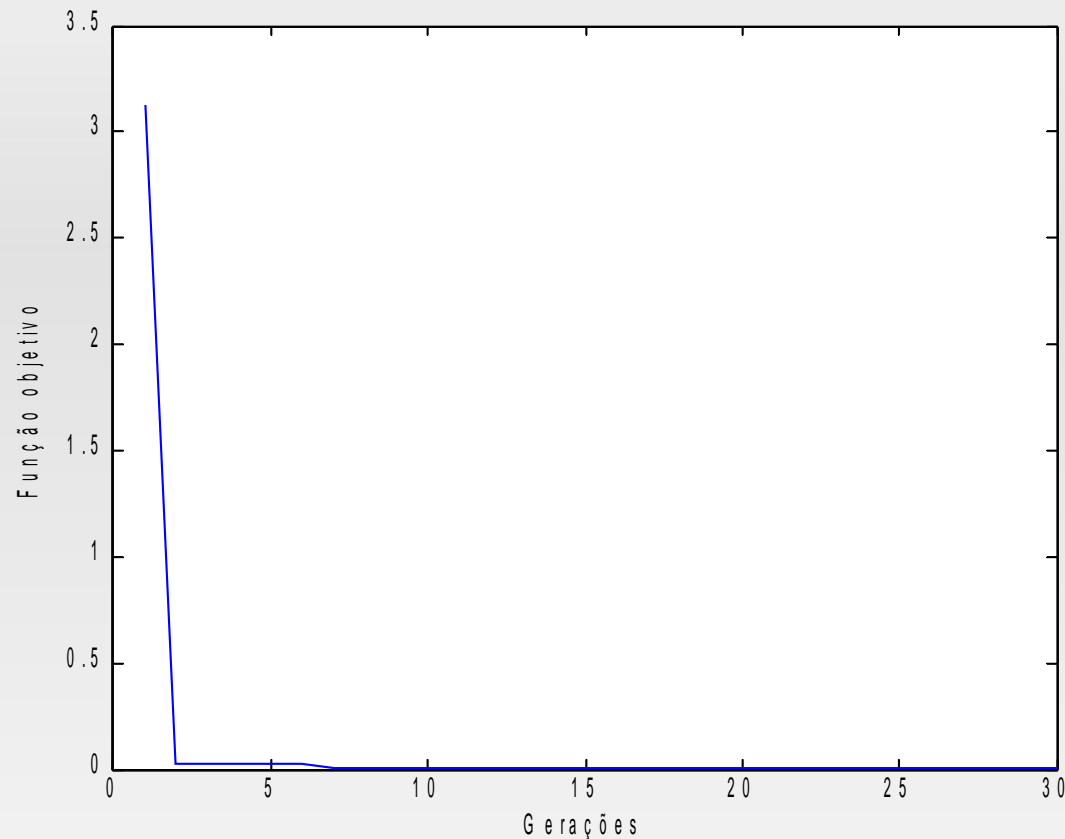
- Encontrar o mínimo da Função de Ackley:

$$f(x) = -20e^{-0.2|x|} - e^{\cos(2\pi x)} + 20 + e;$$

- Solução ótima é $f(0) = 0$.



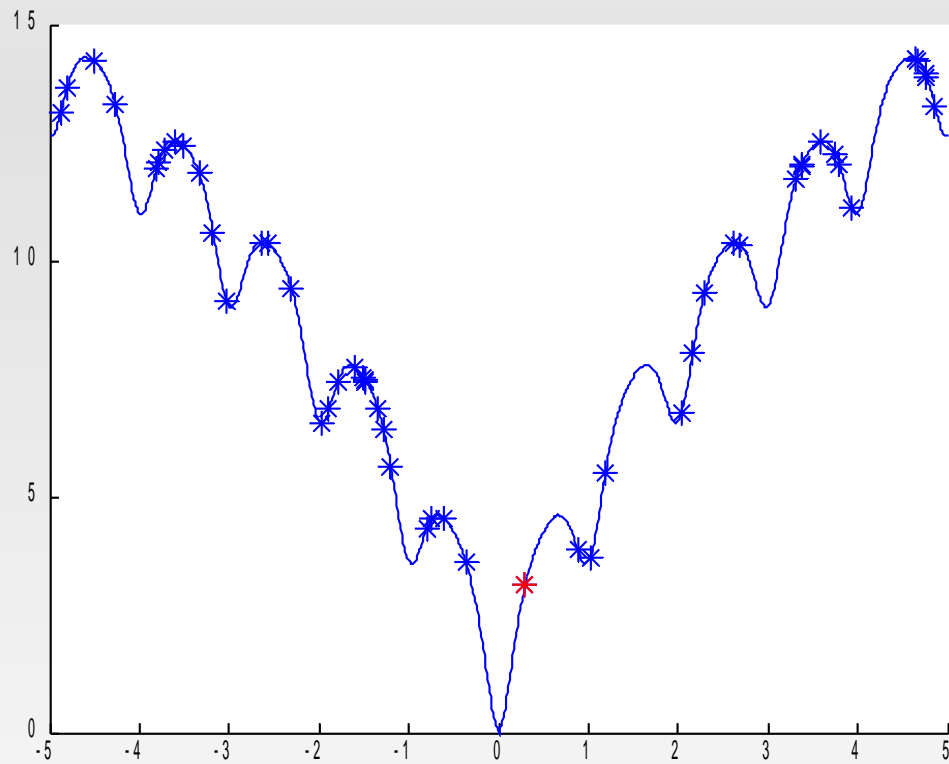
Exemplo 1



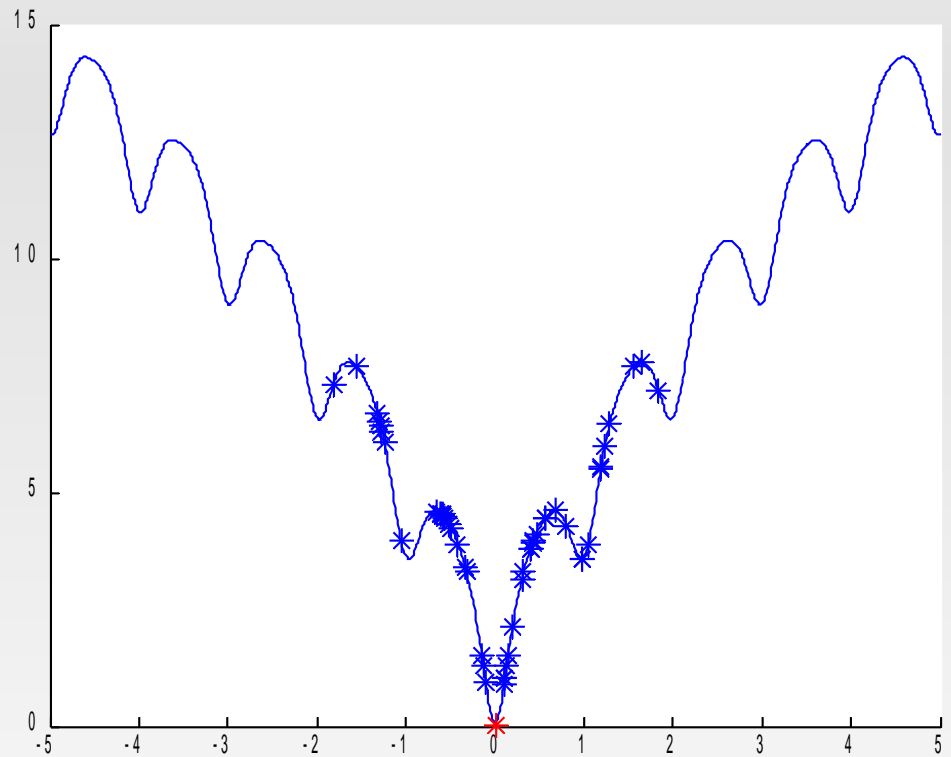
Evolução da função objetivo com um enxame de 50 partículas.

- Solução encontrada: $f(-0.00013380) = 0.00053616$

Exemplo 1

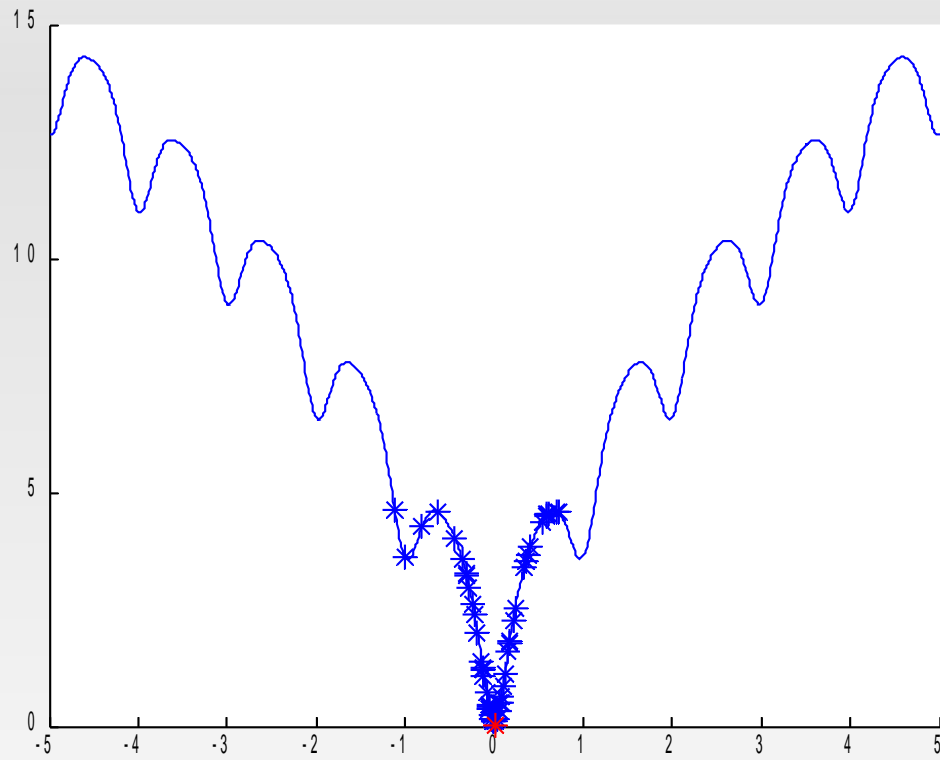


Enxame na iteração 1

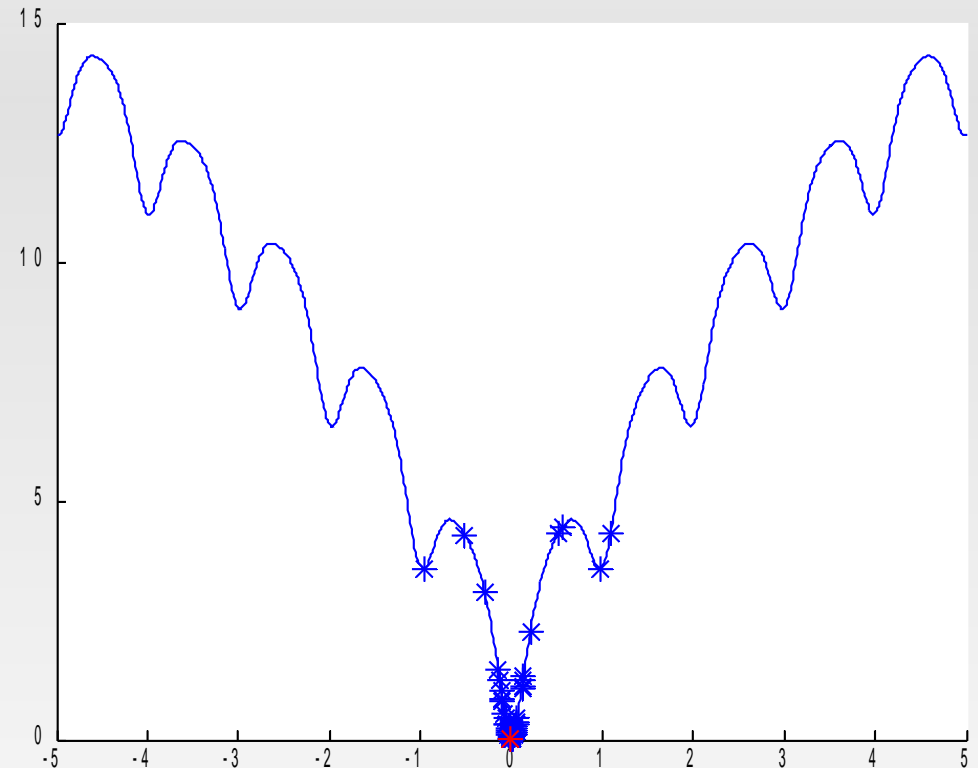


Enxame na iteração 10

Exemplo 1



Enxame na iteração 20



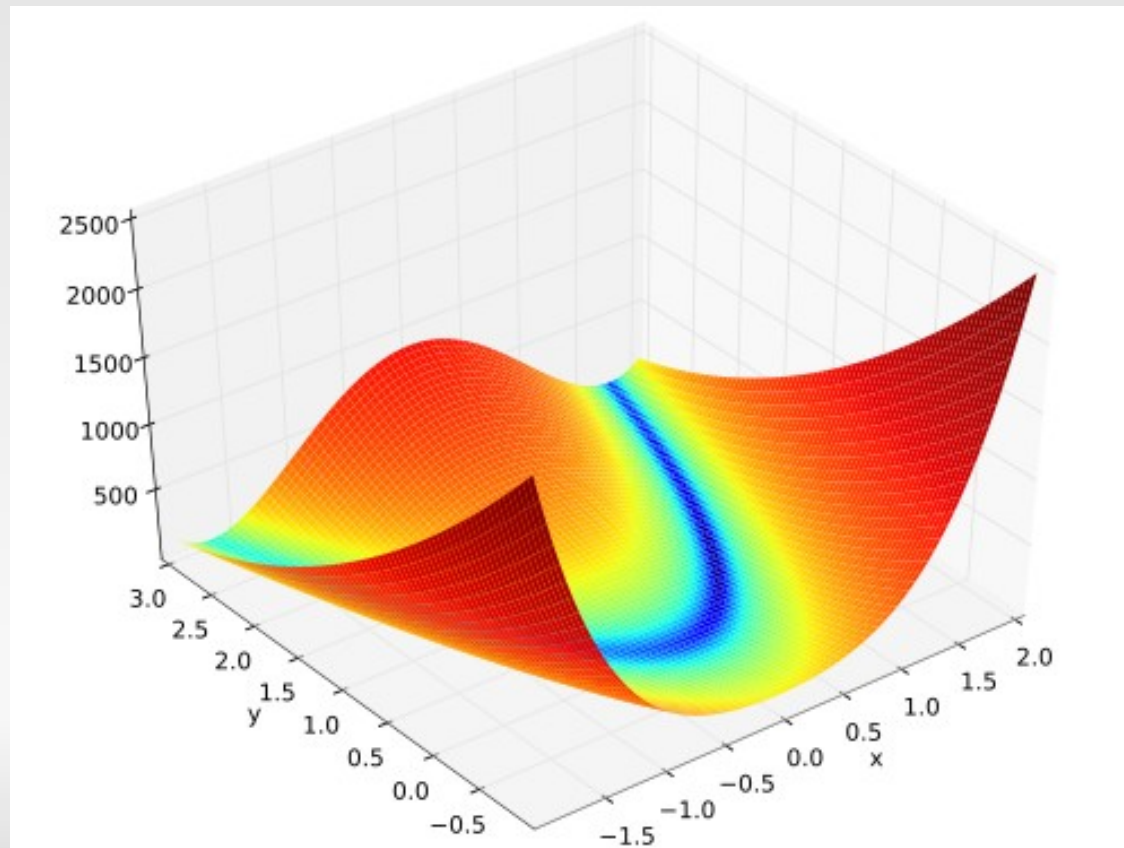
Enxame na iteração 10

Exemplo 2

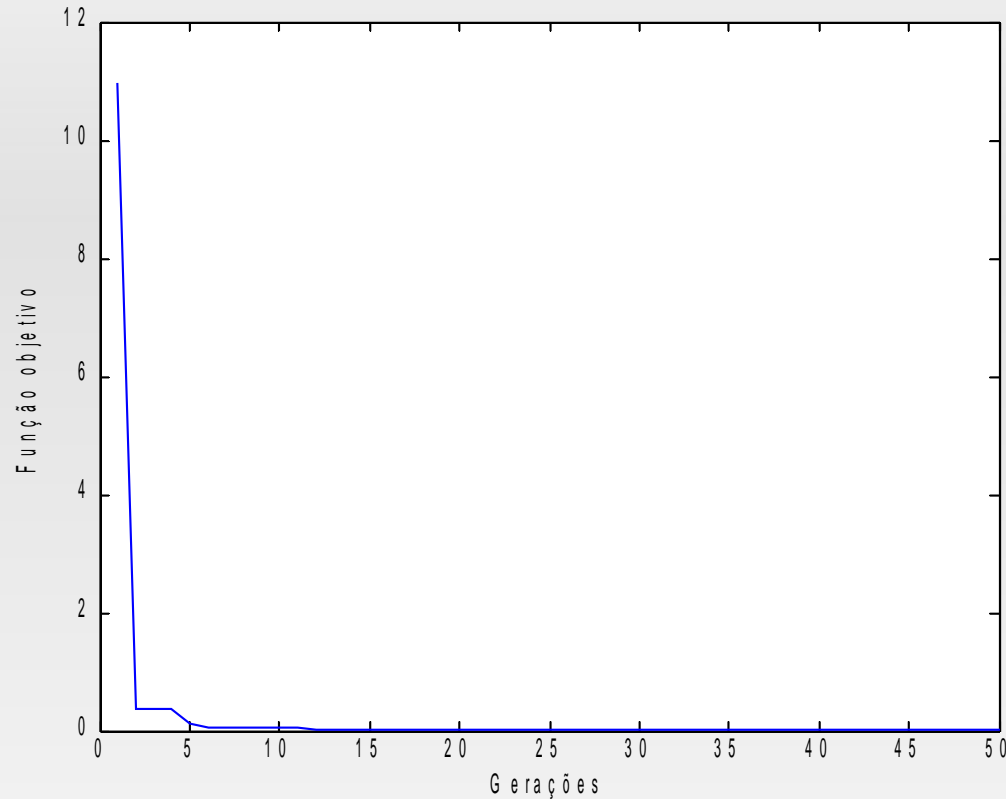
- Encontrar o mínimo da Função de Rosenbrock:

$$f(x, y) = (1 - x)^2 + 100(y - x^2)^2$$

- Solução ótima é $f(1, 1) = 0$.



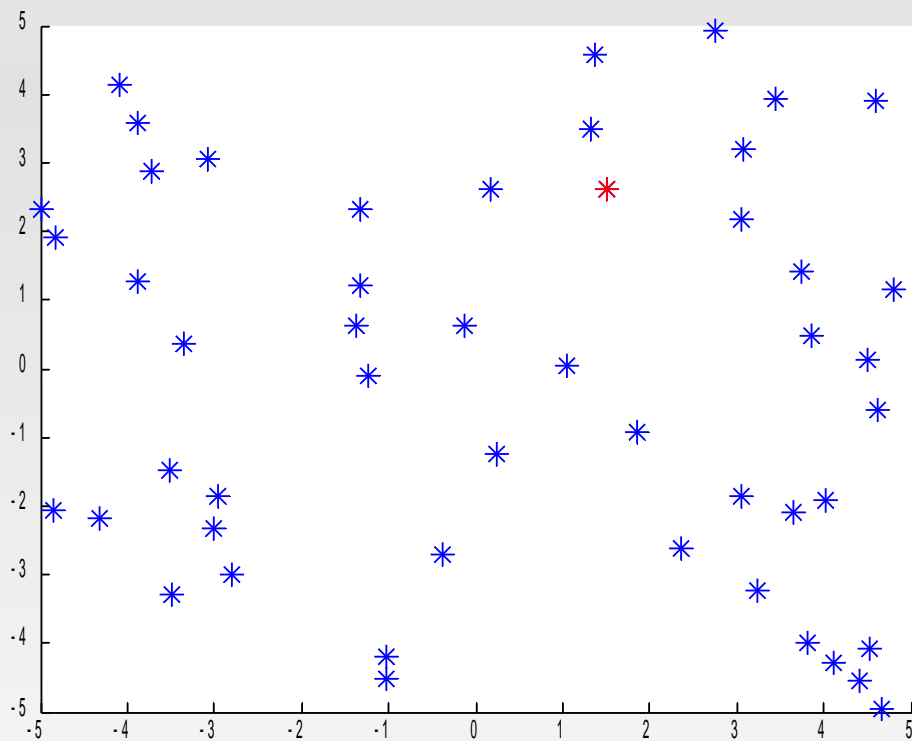
Exemplo 2



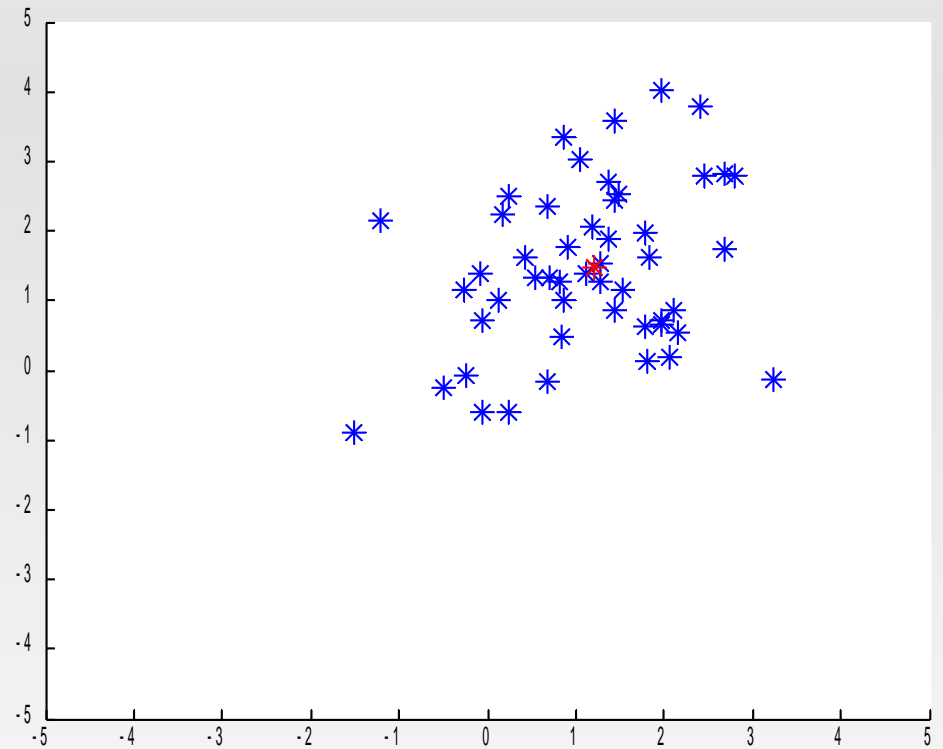
Evolução da função objetivo com um enxame de 50 partículas.

- Solução encontrada: $f(1.0000, 1.0001) = 0.000003$

Exemplo 2

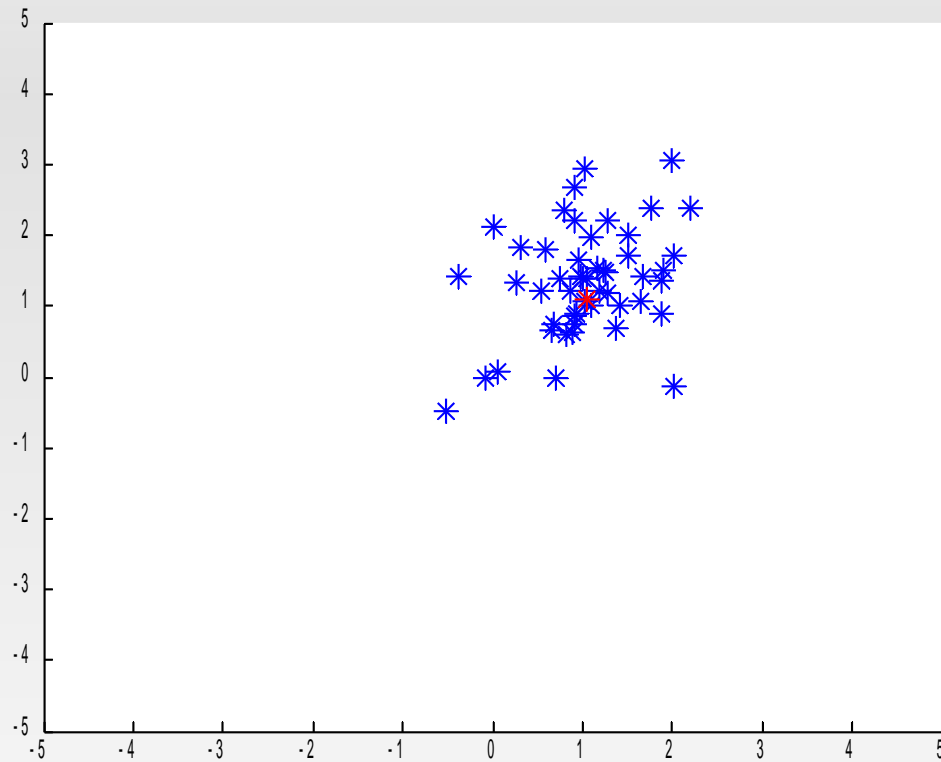


Enxame na iteração 1

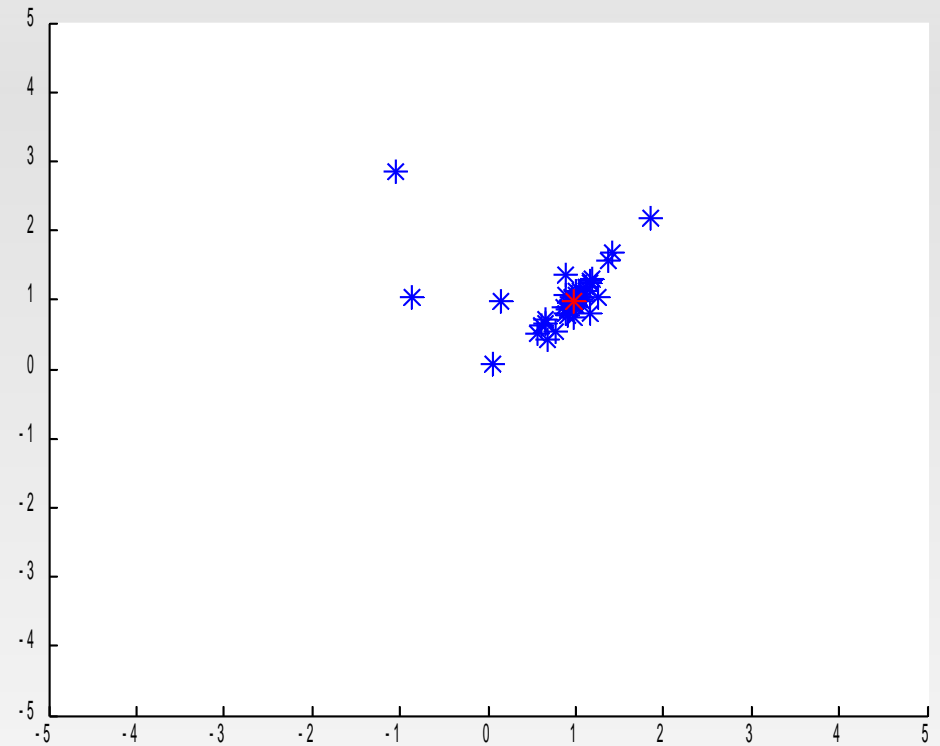


Enxame na iteração 10

Exemplo 2

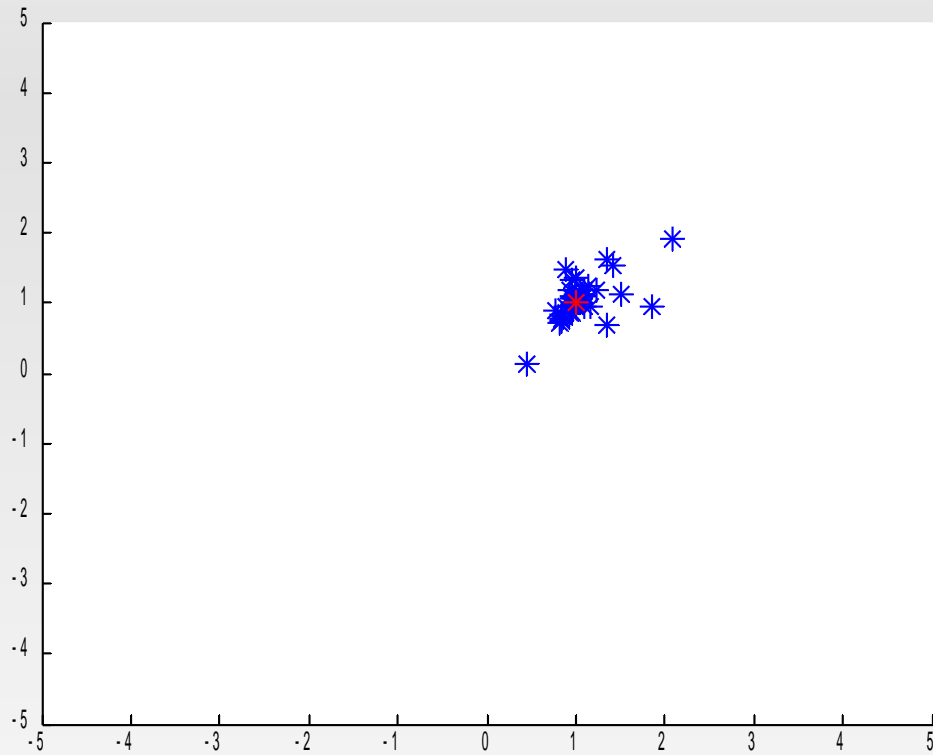


Enxame na iteração 20

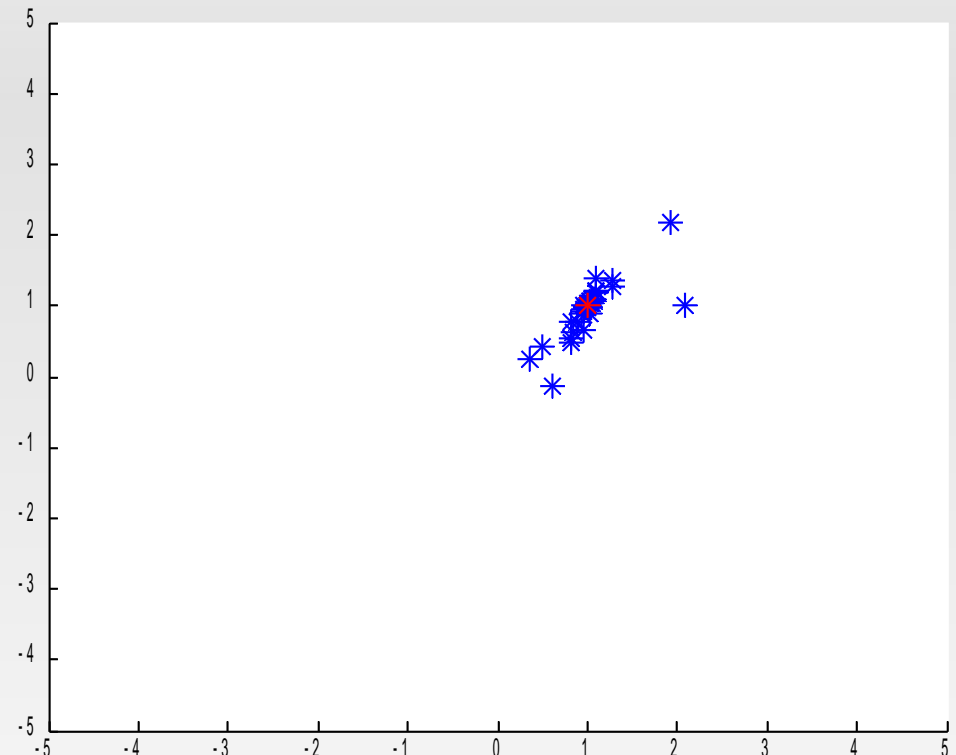


Enxame na iteração 30

Exemplo 2



Enxame na iteração 40



Enxame na iteração 50

Comparações entre PSO e AG

- GA possui três operadores principais (seleção, crossover e mutação) enquanto PSO apresenta somente um operador.
- Não há mecanismos de seleção em PSO, resultando em uma população de partículas constante (não há "sobrevivência do mais apto").
- Em PSO não há troca explícita de informação, como em AG, somente influência na trajetória.
- Em PSO as soluções possuem maior probabilidade de percorrer longos caminhos no espaço de soluções (ergodicidade) devido à manutenção das partículas do enxame.

Obrigado

cesarlincoln@terra.com.br
cesar@lesc.ufc.br