Introdução a Teoria da Informação TI0056 2014.1

Capacidade e Teorema da Capacidade de Canal

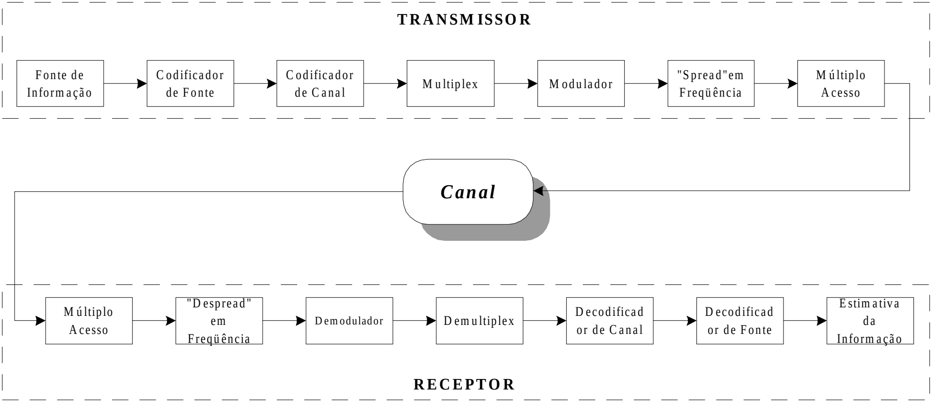
Prof. Walter C. Freitas Jr

walter@gtel.ufc.br

Grupo de Pesquisa em Telecomunicações Sem Fio (GTEL)
http://www.gtel.ufc.br/~walter
http://sites.google.com/site/walterjr/
http://sites.google.com/site/profwalterfreitas/

Curso de Graduação em Engenharia de Teleinformática (CGETI)

Sistema de comunicação - modelo geral



Introdução

A entropia representa a informação esperada por cada símbolo de fonte.

- Se tivermos duas fontes com iguais entropias, aquela que produzir mais símbolos por unidade de tempo vai colocar mais exigências no sistema de comunicações.
- O ritmo de informação mede a quantidade de informação produzida num certo intervalo de tempo.
- Existem limitações físicas fundamentais à transferência de informação (ruído, largura de banda, potência, ...), que se refletem na capacidade do canal.
- A capacidade do canal (em bits/s) mede a quantidade de informação que um canal pode transferir por unidade de tempo.
- Shannon relacionou estes dois conceitos através do teorema da codificação de canal, também chamado Teorema Fundamental da Teoria da Informação.

Considerações gerais

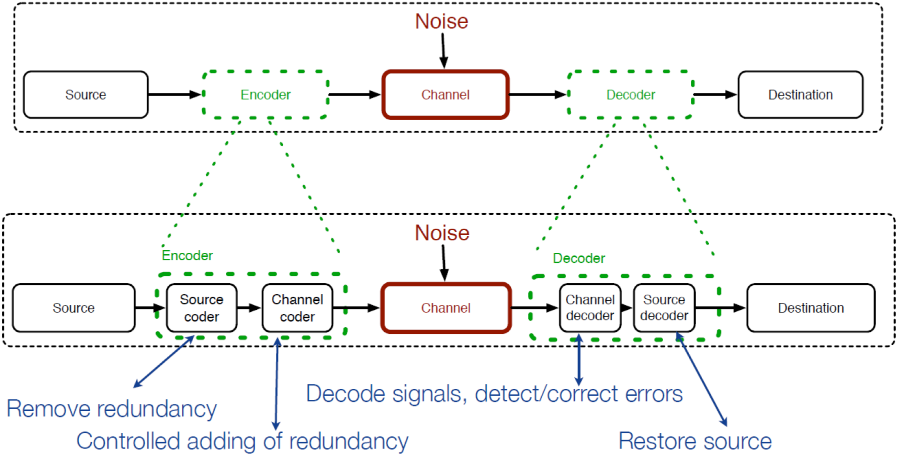
- Codificador de fonte *retira* redundância - compactação da informação
- Canal insere perturbações/interferência
- Necessidade de **inserção de redundância** (conhecida) para evitar/minimizar os efeitos do canal
- Transferência de informação torna-se complicada
- Necessidade de inclusão de algum **controle de qualidade** na mensagem

Pergunta

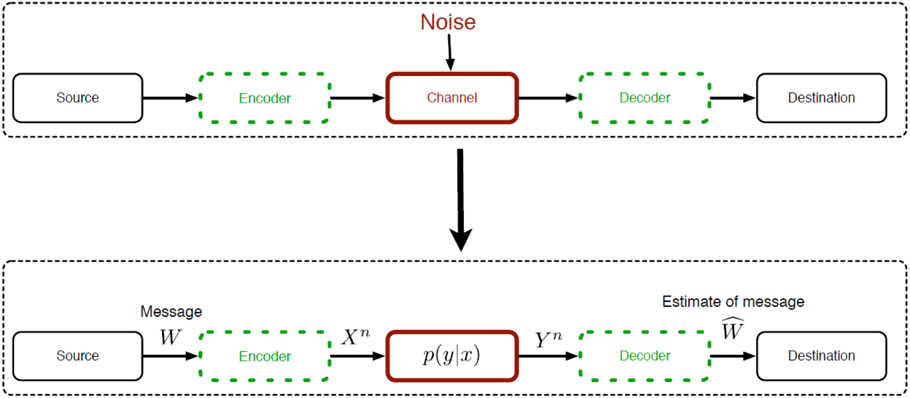
Qual o limite de informação que pode ser transmitida, sem erros, através de um canal que insere perturbação na mensagem?

Teorema da Capacidade de Canal

Sistema de comunicação - modelo geral simplificado



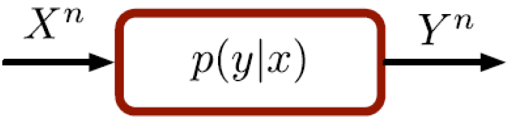
Sistema de comunicação - modelo geral simplificado



Canal discreto sem memória

Definição:

Um canal discreto é o meio (físico ou abstrato) de conexão entre a entrada $X \in \mathcal{X}$ e a saída $Y \in \mathcal{Y}$, descrito pela probabilidade condicional $p(y|x)$ para a saída y quando a entrada é x



Teorema da Capacidade de Canal

Definição

A capacidade de informação de um canal é a quantidade máxima de informação capaz de ser transmitida, *bits por uso do canal*, sem erro de transmissão.

Define-se então:

$$C = \max_{p_X(x)} \mathcal{I}(X, Y) \tag{1}$$

$$\mathcal{I}(X, Y) = \mathcal{H}(X) - \mathcal{H}(X|Y) = \mathcal{H}(Y) - \mathcal{H}(Y|X) \tag{2}$$

Capacidade de canal

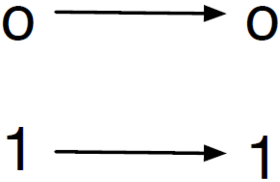
- Capacidade de canal é uma função apenas das probabilidades condicionais $P(y_k|x_j)$ que definem o canal
- A maximização em relação às probabilidades dos símbolos (codificados) da fonte é sujeita a
  1. $P(x_i) \geq 0$, para todo i
  2. $\sum_{i=0}^{K-1} P(x_i) = 1$

Capacidade de canal - propriedades

1. $C \geq 0$, uma vez que $\mathcal{I}(X,Y) \geq 0$
2. $C \leq \log[|X|]$, uma vez que
   $C = \max \; \mathcal{I}(X,Y) \leq \max \; \mathcal{H}(X) = \log[|X|]$
3. $C \leq \log[|Y|]$
4. $\mathcal{I}(X,Y)$ é uma função contínua de $p_X(x)$
5. $\mathcal{I}(X,Y)$ é uma função côncava de $p_X(x)$

Capacidade de canal - exemplo

Canal sem ruído



$$C = \max_{p_X(x)} \mathcal{I}(X, Y)$$

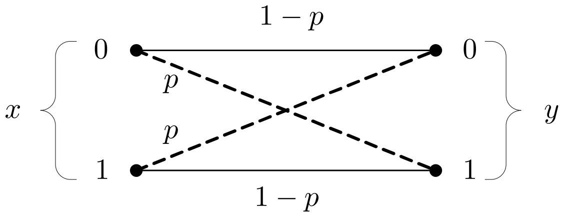
$$C = \max_{p_X(x)} \mathcal{H}(X) - \mathcal{H}(X|Y)$$

$$C = \max_{p_X(x)} \mathcal{H}(X) - 0$$

$$C = 1\text{bit/uso do canal}(pcu)$$

Capacidade de canal - exemplo

Canal Binário Simétrico (BSC)



- Diagrama é unicamente definido pela probabilidade de transição
- A entropia é maximizada quando $\Pr(x_0) = \Pr(x_1) = 1/2$

Capacidade de canal - exemplo

Canal Binário Simétrico (BSC)

- $\Pr(y_0|x_1) = \Pr(y_1|x_0) = p$
- $\Pr(y_0|x_0) = \Pr(y_1|x_1) = 1 - p$
- Sabendo que

$$\mathcal{I}(X,Y) = \mathcal{H}(Y) - \mathcal{H}(Y|X)$$

- A entropia $\mathcal{H}(Y)$ é máxima quando as saídas são equiprováveis $\Rightarrow$ entradas equiprováveis. Nesse caso $\mathcal{H}(Y) = 1$ bit/símbolo.

$$\mathcal{H}(Y|X) = \sum_{i=1}^{M} p(x_i)\mathcal{H}(Y|x_i)$$

$$\mathcal{H}(Y|X) = P(X=0)\mathcal{H}(Y|X=0) + P(X=1)\mathcal{H}(Y|X=1)$$

$$\mathcal{H}(Y|X) = P(X=0)\underbrace{\mathcal{H}(1-p,p)}_{\Omega(p)} + P(X=1)\underbrace{\mathcal{H}(1-p,p)}_{\Omega(p)} = \Omega(p)$$

$$C_{BSC} = 1 - \Omega(p)$$

$$C_{BSC} = 1 + p \cdot \log[p] + (1-p) \cdot \log[1-p]$$

Capacidade de canal - exemplo

Canal Binário Simétrico (BSC)

- $\Pr(y_0|x_1) = \Pr(y_1|x_0) = p$
- $\Pr(y_0|x_0) = \Pr(y_1|x_1) = 1 - p$
- Sabendo que

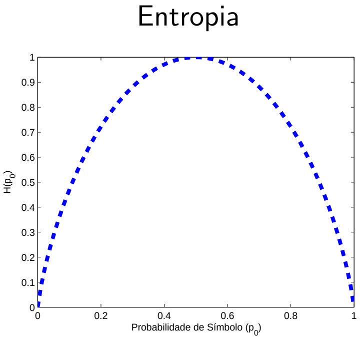
$$\mathcal{I}(X,Y) = \sum_{k=0}^{K-1}\sum_{j=0}^{J-1} P(x_j, y_k) \cdot \log\left[\frac{P(y_k|x_j)}{P(y_k)}\right]$$

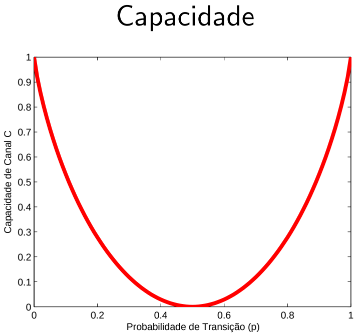
- Logo

$$\begin{aligned} C &= 1 + p \cdot \log[p] + (1-p) \cdot \log[1-p] \\ &= 1 - \mathcal{H}(p, 1-p) \end{aligned}$$

Capacidade de canal - exemplo

Canal Binário Simétrico (BSC)





Capacidade de canal - exemplo

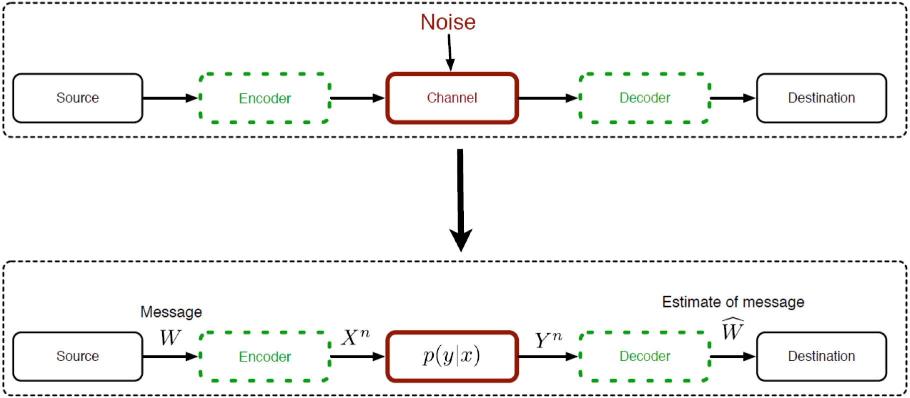
Canal Binário Simétrico (BSC)

- Curva simétrica (esperado!)
- Quando não há ruído ($p = 0$) a capacidade de canal é máxima, com um bit por uso do canal. Neste mesmo valor, a entropia atinge seu valor mínimo
- Com a probabilidade de erro $p = 1/2$, a capacidade atinge o menor valor enquanto a entropia atinge o máximo. Nestes casos, o canal é dito ser **sem utilidade** (*useless*)
- Com a probabilidade de erro $p = 1$, o canal inverte o símbolo transmitido de maneira determinística, logo, a inversão pode ser realizada no receptor atingindo também nesse caso capacidade máxima

Capacidade de canal - BSC

Exemplo Ilustrativo - Transmissão de Imagens

- Imagens – lena e xadrez
- Luminância – valores dos pixels [0-255]
- Canal BSC – probabilidade de erro p
- *Source code*: comprimento fixo $\lceil \log_2 256 \rceil$

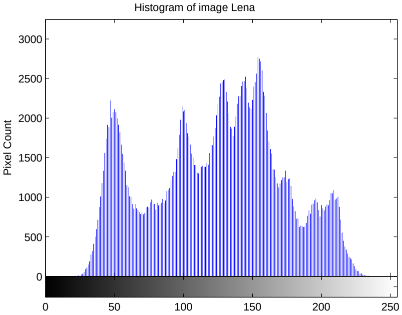


Capacidade de canal - BSC

Exemplo Ilustrativo - Lena

Imagem Transmitida

Histograma



Capacidade de canal - BSC

Exemplo Ilustrativo - Lena

Imagem Transmitida

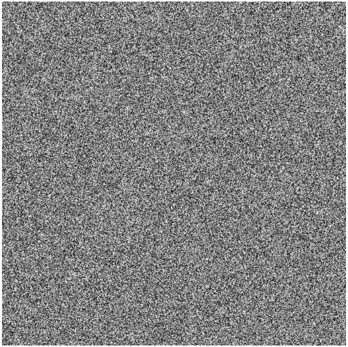
Imagem Recebida $p = 0.2$

Capacidade de canal - BSC

Exemplo Ilustrativo - Lena

Imagem Transmitida

Imagem Recebida $p = 0.5$

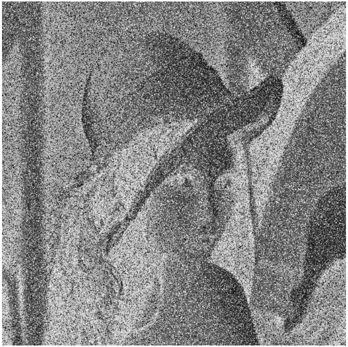


Capacidade de canal - BSC

Exemplo Ilustrativo - Lena

Imagem Transmitida

Imagem Recebida $p = 0.8$



Capacidade de canal - BSC

Exemplo Ilustrativo - Lena

Imagem Transmitida

Imagem Recebida $p = 1$

Capacidade de canal - BSC

Exemplo Ilustrativo - Lena

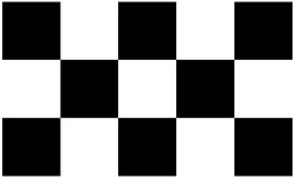
Imagem Transmitida

Imagem Recebida $p = 1$ e Invertida

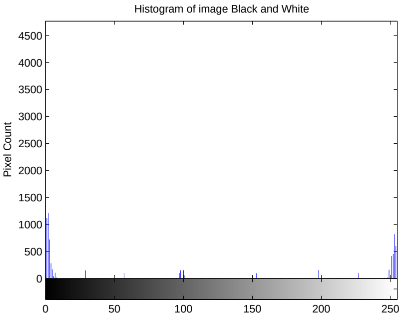
Capacidade de canal - BSC

Exemplo Ilustrativo - bw

Imagem Transmitida



Histograma



Capacidade de canal - BSC

Exemplo Ilustrativo - bw

Imagem Transmitida

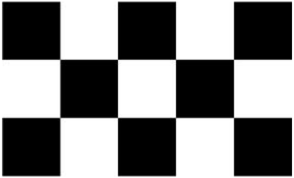
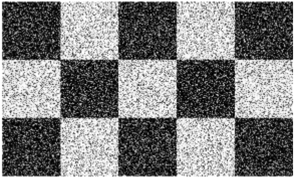


Imagem Recebida $p = 0.2$



Capacidade de canal - BSC

Exemplo Ilustrativo - bw

Imagem Transmitida

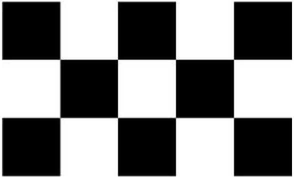
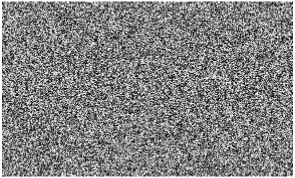


Imagem Recebida $p = 0.5$



Capacidade de canal - BSC

Exemplo Ilustrativo - bw

Imagem Transmitida

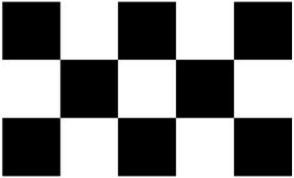
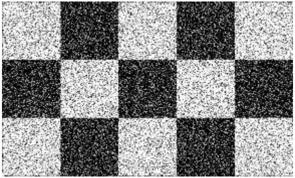


Imagem Recebida $p = 0.8$



Capacidade de canal - BSC

Exemplo Ilustrativo - bw

Imagem Transmitida

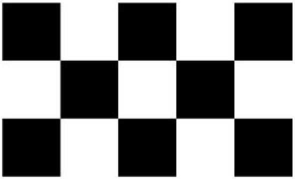
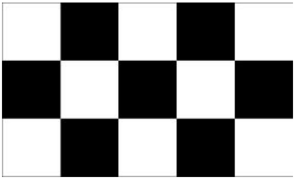


Imagem Recebida $p = 1$



Capacidade de canal - BSC

Exemplo Ilustrativo - bw

Imagem Transmitida

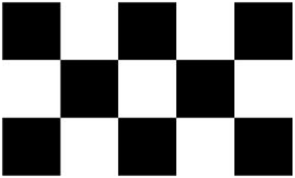
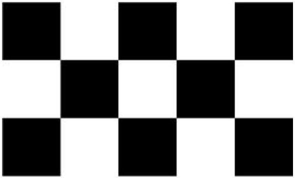


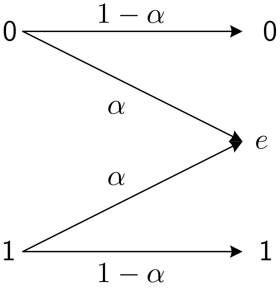
Imagem Recebida $p = 1$ e Invertida



Capacidade de canal - outros exemplos

Canal binário com apagamento

$$C = \max \mathcal{I}(X, Y) = 1 - \alpha \text{ bits}$$



Capacidade de canal - outros exemplos

Canal com ruído com saídas não superpostas (não é canal com ruído!)

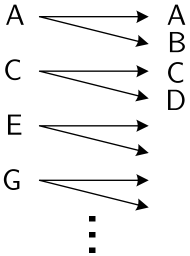
$$C = \max \mathcal{I}(X,Y) = 1 \text{ bit, para } p(x) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$$

$$\begin{array}{ccc} & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & & \\ & \frac{1}{2} & 2 \\ & \frac{1}{3} & 3 \\ 1 & & \\ & \frac{2}{3} & 4 \end{array}$$

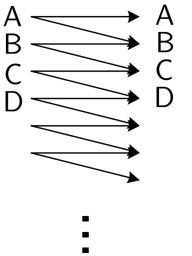
Capacidade de canal - outros exemplos

“Máquina de escrever” com ruído

$$C = \max \mathcal{I}(X,Y) = \log[13]\text{bits}$$



Saídas não ruidosas



Canal com ruído

Codificação de canal - motivação

- Como melhorar a resistência do canal aos efeitos do ruído?
- Definição do limite de *confiabilidade*
- Idéia:
  - Transformar a seqüência de dados em uma seqüência de entrada do canal
  - Minimizar os efeitos do ruído (interferência)
  - Mapeamento inverso após o canal para recuperar seqüência de dados

Como fazer isso?

Inserção de **redundância**!

Codificação de canal - definições

- Simplificado para *códigos de bloco*
- Mensagem é subdividida em blocos seqüenciais cada um com k bits, e cada bloco é mapeado em um block de n bits em que $n > k$
- Número de bits de redundância: $n - k$
- A **taxa de código** é denominada a razão

$$r = \frac{k}{n} \tag{3}$$

Codificação de canal - definições

- Acuracidade da recuperação requer probabilidade de erro tão pequena quanto possível

Questão importante

Existe algum método sofisticado de codificação de canal tal que a probabilidade de erro seja menor que um número arbitrário positivo ϵ, em caso afirmativo, o esquema de codificação é eficiente tal que a taxa de codificação não necessite ser muito pequena?

Resposta

SIM!

Codificação de canal - definições

- A resposta é dada pelo teorema da capacidade de canal
- Generalização – necessidade de se incluir o *tempo* como uma variável a ser considerada
- Suposições: fonte com alfabeto $\mathcal{A}$ e entropia $\mathcal{H}(A)$, emitindo sinais a cada T_s segundos
- Taxa média de informação

$$R = \frac{\mathcal{H}(A)}{T_s} \tag{4}$$

Codificação de canal - definições

- O decodificador tem de fornecer também símbolos do alfabeto $\mathcal{A}$ a uma taxa de T_s segundos
- Seja a capacidade do canal dada por C bits por transmissão
- Supondo que o canal é capaz de ser utilizando uma vez a cada T_c segundos
- Então, a *capacidade do canal por unidade de tempo*, representa a máxima taxa de transferência de informação pelo canal

$$\frac{C}{T_c} \tag{5}$$

Teorema da Codificação de Canal

Segundo teorema de Shannon

Primeira parte

Seja uma fonte discreta com alfabeto $\mathcal{A}$ e entropia $\mathcal{H}(A)$ que produz símbolos a cada T_s segundos. Seja um canal discreto sem memória com capacidade de canal C e utilizado a cada T_c segundos. Então, se

$$\frac{\mathcal{H}(A)}{T_s} \leq \frac{C}{T_c} \tag{6}$$

existe um esquema de codificação para o qual a saída da fonte pode ser transmitida pelo canal e ser reconstruída com a uma probabilidade de erro arbitrariamente pequena. O parâmetro C/T_c é chamado de taxa crítica.

Segunda parte

Inversamente, se

$$\frac{\mathcal{H}(A)}{T_s} > \frac{C}{T_c} \tag{7}$$

não é possível transmitir informação pelo canal e reconstruí-la com uma probabilidade de erro arbitrariamente pequena.

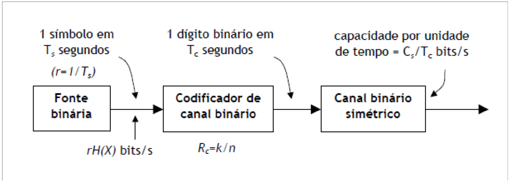
Teorema da Codificação de Canal - discussão

- O teorema da codificação de canal é o resultado isolado mais importante da teoria da informação
- O teorema especifica que a capacidade de canal C é um *limite fundamental* na taxa na qual a transmissão é confiável sem erros, através de um canal discreto sem memória
- O teorema não mostra como construir um "bom código"
- Resultado: se a Equação (6) é satisfeita então **um** bom código existe

Teorema da Codificação de Canal - aplicação

Canal binário simétrico (BSC)

- Considere-se uma fonte binária a gerar símbolos equiprováveis de duração T_s segundos, ou seja, a produzi-los à taxa de $r = 1/T_s$ símbolos por segundo. Sendo os símbolos binários equiprováveis, a entropia da fonte vale $\mathcal{H}(X) = 1$ bit/símbolo e a taxa de informação da fonte é $R = r\mathcal{H}(X) = 1/T_s$ bits/s.



- O codificador (de canal!) produz um símbolo binário em cada T_c segundos, o qual é transmitido através de um canal binário simétrico (BSC) que, portanto, é usado uma vez em cada T_c segundos. Assim, a capacidade do canal por unidade de tempo é $C = C_s/T_c$ bits/s.

Teorema da Codificação de Canal - aplicação

Canal binário simétrico (BSC)

- Fonte: símbolos equiprováveis a cada T_s segundos,
  $\mathcal{H}(X) = 1$ bit por símbolo
- Taxa de informação da fonte: $1/T_s$
- Codificador de canal com taxa de codificação R_c produzindo símbolos a cada T_c segundos
- Taxa de transmissão de símbolos codificados é $1/T_c$
- A capacidade de canal por unidade de tempo é C/T_c bits por segundo
- Logo, se

$$\frac{\mathcal{H}(X)}{T_s} \leq \frac{C_s}{T_c} \Rightarrow \frac{1}{T_s} \leq \frac{C_s}{T_c} \Rightarrow \frac{T_c}{T_s} \leq C_s \tag{8}$$

  a probabilidade de erro pode ser tão pequena quanto se deseje, usando uma codificação adequada

Teorema da Codificação de Canal - aplicação

Canal binário simétrico (BSC)

- A taxa de codificação é igual à razão

$$R_c = T_c/T_s \tag{9}$$

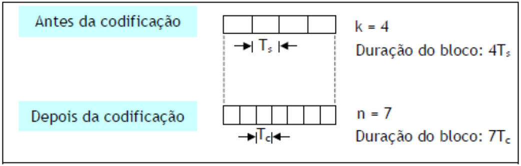
- Então, pode-se escrever

$$R_c \leq C_s \tag{10}$$

- Interpretação: para $R_c \leq C_s$ existe um código (com taxa de codificação menor ou igual a capacidade de canal) capaz de atingir uma taxa de erro arbitrariamente pequena
- Como a capacidade do canal BSC é $C_s = 1 - \Omega(p) \Rightarrow R_c \leq 1 - \Omega(p)$

Teorema da Codificação de Canal - aplicação

Porque é $\frac{T_c}{T_s} = R_C$



- A razão $\frac{k}{n} = R_c$ chama-se taxa de código
- Como a duração dos blocos é a mesma: $kT_s = nT_c$
- Nesse caso acima: $4T_s = 7T_c \Rightarrow Tc/Ts = 4/7 = R_c$

Em resumo, temos duas maneiras de exprimir o teorema da codificação de canal:

- Com a capacidade expressa em bits/símbolo, C_s: $R_c \leq C_s$
- Com a capacidade expressa em bits/s, C: $R = r\mathcal{H}(X) \leq C$

$$\boxed{C = \frac{C_s}{T_s}}$$

Teorema da capacidade de informação

Pergunta

Qual a capacidade de informação a ser transmitida por meio de um canal limitado em faixa, limitado em potência e gaussiano?

- Seja $X(t)$
  - Processo estocástico estacionário
  - Média nula
  - Faixa limitada em B Hz
- As K amostras discretas amostradas na taxa de Nyquist ($2B$ símbolos por segundo) são $X_k, k = 1, 2, \dots, K$
- Amostras transmitidas a cada T segundos
- Canal limitado em faixa B Hertz
- Número de amostras

$$K = 2BT \tag{11}$$

Teorema da capacidade de informação

- Canal – inserção de ruído aditivo gaussiano branco de média zero e densidade espectral de potência $N_0/2$
- Ruído – limitado em B Hertz
- Logo

$$Y_k = X_k + N_k, \qquad k = 1, 2, \ldots, K \tag{12}$$

- Amostras de ruído são gaussianas, estatisticamente independentes, com média zero e variância

$$\sigma^2 = N_0 B \tag{13}$$

Teorema da capacidade de informação

- Como o canal é limitado em potência, cada entrada do canal deve ter uma *função custo*

$$\mathbb{E}\left\{X_k^2\right\} = P, \qquad k = 1, 2, \ldots, K \tag{14}$$

em que P é a potência média de transmissão

- **Capacidade de informação** é definida como o máximo da informação mútua entre a entrada X_k e a saída Y_k sobre todas as distribuições de probabilidade de X_k que satisfazem a restrição da Equação (14)
- Matematicamente

$$C = \max_{p_X(x)} \left\{\mathcal{I}(X_k, Y_k) : \mathbb{E}\left\{X_k^2\right\} = P\right\} \tag{15}$$

Teorema da capacidade de informação

- Sabendo
$$\mathcal{I}(X_k, Y_k) = \mathcal{H}(Y_k) - \mathcal{H}(Y_k|X_k) \tag{16}$$
- E como X_k e N_k são independentes e a soma é igual a Y_k, tem-se
$$\mathcal{I}(X_k, Y_k) = \mathcal{H}(Y_k) - \mathcal{H}(N_k) \tag{17}$$
- Como $\mathcal{H}(N_k)$ é independente da distribuição de X_k, maximizar a Equação (17) é maximizar a entropia de Y_k
- Para uma variância fixa, Y_k terá máxima entropia se $p_Y(y)$ for uma distribuição gaussiana (será provado mais adiante!)
- Logo, X_k também dever ser gaussiano e atender à restrição de potência

Teorema da capacidade de informação

- Então, escreve-se

$$C = \mathcal{I}(X_k, Y_k) : X_k \text{ gaussiano, } \mathbb{E}\left\{X_k^2\right\} = P \tag{18}$$

- Cálculos
  1. Variância de Y_k é $P + \sigma^2$, logo

$$\mathcal{H}(Y_k) = \frac{1}{2}\log\left[2\pi e(P + \sigma^2)\right] \tag{19}$$

  2. Variância do ruído N_k é σ^2, assim

$$\mathcal{H}(N_k) = \frac{1}{2}\log\left[2\pi e\sigma^2\right] \tag{20}$$

Teorema da capacidade de informação

- Substituindo as Equações (19) e (20) na Equação (17) tem-se

$$C = \frac{1}{2}\log\left(1 + \frac{P}{\sigma^2}\right) \text{ bits por transmissão} \tag{21}$$

- Lembrando que o canal é usado K vezes para transmitir as K amostras em T segundos, tem-se que a informação é dada por *capacidade por unidade de tempo* (K/T). Também $K = 2BT$, logo

$$C = B\log\left(1 + \frac{P}{N_0 B}\right) \text{ bits por segundo} \tag{22}$$

Terceiro teorema de Shannon

A capacidade de informação de um canal contínuo de largura de faixa B Hertz corrompido com ruído aditivo gaussiano branco de densidade espectral de potência $N_0/2$ e limitado em faixa em B Hertz é dado por

$$C = B \log\left(1 + \frac{P}{N_0 B}\right) \text{ bits por segundo} \tag{23}$$

Teorema da capacidade de informação

Discussão

- Resultado mais famoso de Shannon
- Interrelaciona os parâmetros chaves de um sistema de transmissão: largura de faixa do canal, potência média transmitida e densidade espectral de potência
- O teorema implica que, para uma dada P e largura de faixa do canal B pode-se transmitir informação a uma taxa de C bits por segundo com uma *probabilidade de erro arbitrariamente pequena*, utilizando suficientemente complexos sistemas de codificação
- **Não** é possível transmitir a uma taxa maior que C bits por segundo usando nenhum sistema de codificação e ter uma probabilidade de erro arbitrariamente pequena
- *Limite fundamental* da transmissão sem erros
- Para se aproximar deste limite o sinal deve ter estatísticas próximas do ruído gaussiano branco

Teorema da capacidade de informação

Exemplo

Considere o canal de uma linha telefônica com largura de banda de 3.4 KHz.

1. Calcule a capacidade do canal para uma SNR de 30 dB.
2. Calcule a SNR necessária para suportar uma taxa de 4800 bps.

Solução:

1. SNR=30 dB $\rightarrow$ SNR = 1000 (em escala linear)

$$C = B\log_2(1 + SNR) \tag{24}$$

$$C = 3.4\log_2(1 + 1000) \tag{25}$$

$$C = 33.9\text{kbps} \tag{26}$$

2. C = 4800 bps

$$SNR = 2^{C/B} - 1 \tag{27}$$

$$SNR = 2^{4.8/3.4} - 1 \tag{28}$$

$$SNR = 1.66 = 2.2\text{dB} \tag{29}$$

Implicações do teorema da capacidade de informação

- Sendo o canal limitado em faixa e potência, qual o impacto do teorema da capacidade de informação?
- *Framework* prático - sistema ideal
- Taxa de bits R_b igual à capacidade de informação C
- Potência média de transmissão

$$P = E_b C \tag{30}$$

em que E_b é a **energia por bit**
- Logo, para o sistema ideal

$$\frac{C}{B} = \log\left(1 + \frac{E_b}{N_0}\frac{C}{B}\right) \tag{31}$$

Implicações do teorema da capacidade de informação

Um sistema ideal com largura de banda infinita tem uma capacidade de canal finita:

$$\begin{aligned}
C &= B\log_2\left(1+\frac{S}{N_0B}\right) &(32)\\
\lim_{B\to\infty} C &= \lim_{B\to\infty} B\log_2\left(1+\frac{S}{N_0B}\right) &(33)\\
&= \lim_{B\to\infty}\frac{S}{N_0}\left[\frac{N_0B}{S}\log_2\left(1+\frac{S}{N_0B}\right)\right] &(34)
\end{aligned}$$

Como $\lim_{x\to\infty} x\log_2\left(1+\frac{1}{x}\right)=\log_2 e = 1,44.$ Portanto

$$C_\infty = \lim_{B\to\infty} C \approx \frac{S}{N_0}1,44 \tag{35}$$

$$\boxed{C_\infty = 1,44\frac{S}{N_0}} \tag{36}$$

Implicações do teorema da capacidade de informação

Existe um valor limite de E_b/N_0 (limite de Shannon) abaixo do qual não pode haver comunicação sem erros, qualquer que seja o ritmo de transmissão. Sendo T a duração de cada bit, E_b a sua energia e $R = 1/T$ bits/s, então

$$\frac{S}{N} = \frac{E_b/T}{N_0 B} = \frac{E_b}{N_0}\frac{R}{B} \Rightarrow C = B\log_2\left(1+\frac{S}{N}\right) = B\log_2\left(1+\frac{E_b}{N_0}\frac{R}{B}\right) \tag{37}$$

Mas $R \leq C \Rightarrow \frac{R}{B} \leq \frac{C}{B} = \left(1+\frac{E_b}{N_0}\frac{R}{B}\right)$

Se $B \to \infty \Rightarrow \frac{R}{B} \leq \log_2\left(1+\frac{E_b}{N_0}\frac{R}{B}\right) = \frac{\ln\left(1+\frac{E_b}{N_0}\frac{R}{B}\right)}{\ln 2} \approx \frac{\frac{E_b}{N_0}\frac{R}{B}}{\ln 2}$

Portanto,

$$\boxed{\frac{E_b}{N_0} \geq \ln 2 = 0.693 \ \ (-1.59\text{dB})} \quad \text{Limite de Shannon} \tag{38}$$

Implicações do teorema da capacidade de informação

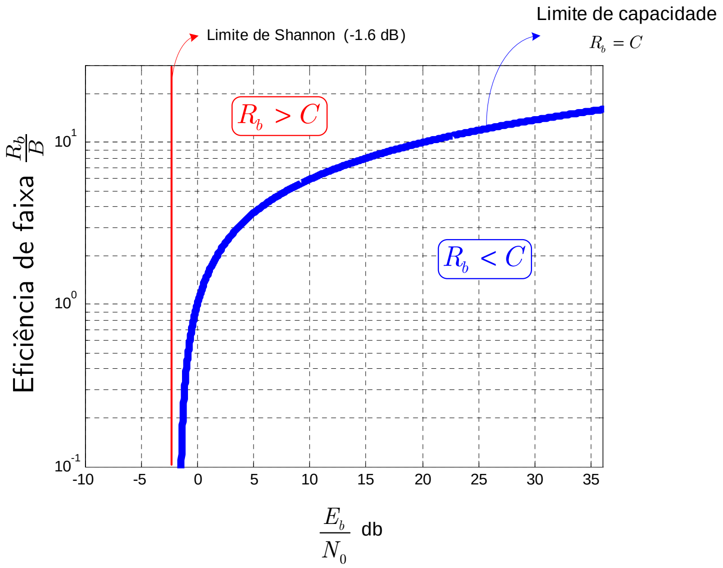
- De maneira equivalente pode-se definir a relação **energia do sinal por bit pela densidade espectral de potência** em termos da eficiência de faixa como

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{2^{C/B} - 1}{C/B} \tag{39}$$

- Eficiência de faixa $\frac{C}{B}$

Implicações do teorema da capacidade de informação

Curva de eficiência de faixa - limite de Shannon



Fim do Tópico

End of File!