

# Esercitazione 1: Depth-First Search

Giacomo Paesani

March 12, 2025

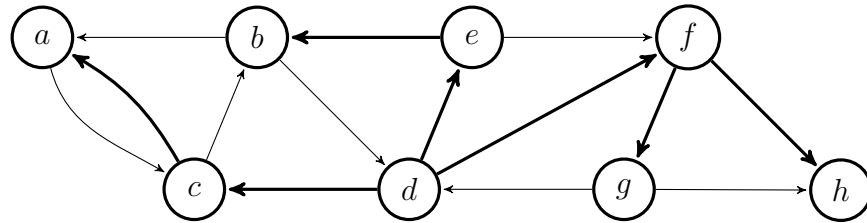
**Esercizio 1.** Un grafo diretto  $G = (V, E)$  si dice diretto aciclico (DAG) se  $G$  non contiene alcun ciclo diretto. Modificare l'algoritmo della ricerca in profondità in maniera da poter controllare se un grafo diretto è aciclico o no; è possibile fare questa modifica in modo che il controllo avvenga in  $\Theta(|V| + |E|)$ ?

**Esercizio 2.** Un grafo  $G = (G, E)$  non diretto dice bipartito se l'insieme dei vertici  $V$  può essere partizionato in due insiemi disgiunti  $U$  e  $W$  tali che: (1)  $U \cap W = \emptyset$ , (2)  $U \cup W = V$  e (3) ogni arco di  $G$  è incidente ad un vertice di  $U$  e ad un vertice di  $W$ . È noto che un grafo  $G$  è bipartito se e solo se  $G$  non ha cicli di lunghezza dispari. Modificare l'algoritmo della ricerca in profondità in maniera da poter controllare se un grafo non diretto è bipartito o no, e in caso fornire una bipartizione; è possibile fare questa modifica in modo che il controllo avvenga in  $\Theta(|V| + |E|)$ ? Domanda bonus: nel caso in cui  $G$  non è bipartito, come deve essere ulteriormente modificato l'algoritmo per ritornare un ciclo dispari di  $G$ ?

**Esercizio 3** (I. Salvo). Si consideri il grafo diretto  $G$  illustrato nella figura qui sotto e l'albero  $T$  formato dagli archi evidenziati. L'albero  $T$  può essere prodotto da una ricerca in profondità?

- In caso positivo, esibire una rappresentazione di  $G$  tramite liste di adiacenza in grado di produrre  $T$  e specificare il nodo da cui parte la ricerca e il tipo degli archi ottenuto a seguito della visita.
- In caso negativo, rimpiazzare un arco di  $T$  con un altro arco di  $G$  in maniera da ottenere un albero  $T'$  con la proprietà che  $T'$  possa essere un albero di ricerca per una ricerca in profondità. In tal caso, esibire una

rappresentazione di  $G$  tramite liste di adiacenza in grado di produrre  $T'$  e specificare il nodo da cui parte la visita e il tipo degli archi ottenuto a seguito della visita.



In fine, che succede se si considera lo stesso grafo  $G$  dove però gli archi non sono diretti?

**Esercizio 4** (22.3-11,[1]). E' possibile avere un vertice  $u$  di un grafo diretto  $G$  tale che la foresta ottenuta da una visita in profondità contiene solo  $u$ , anche se  $u$  ha grado entrante e grado uscente almeno uno?

## References

- [1] Thomas H Cormen, Charles E Leiserson, Ronald L Rivest, and Clifford Stein. Introduction to algorithms. 2022.