Esercitazione 4: Breath First Search

Giacomo Paesani

April 2, 2025

Esercizio 1 (I. Salvo). Sia G = (V, E) un grafo diretto, un vertice $u \in V$ è detto *principale* se per ogni vertice $v \in V$ esiste un cammino diretto da u a v. Fornire un algoritmo in pseudo-codice che, dato un grafo diretto G, determina tutti i vertici principali di G. E' possibile che tale algoritmo abbia complessità $\mathcal{O}(|V| + |E|)$?

Esercizio 2 (22.2-8, [1]). Sia G = (V, E) un grafo non diretto, allora si definisce il diametro di G, $diam(G) = \max_{u,v \in V} d(u,v)$, il massimo della distanza tra due qualsiasi vertici di G. Fornire un algoritmo in pseudo-codice che restituisca il diametro di un grafo G, nel caso in cui G sia un albero. E' possibile ottenere una soluzione con tempo di esecuzione $\mathcal{O}(|V|)$?

Esercizio 3 (I. Salvo). Rimuovere un arco da un grafo (diretto o non diretto) modifica le distanze tra alcune coppie di vertici e ne lascia invariate alcune. Fornire un algortimo in pseudo-codice che dato un grafo G = (V, E) diretto, un vertice $s \in V$, un arco $(u, v) \in E$ e un vettore dei padri Parent, relativo ad una BFS effettuata su G con radice s determina se la rimozione di (u, v) da G modifica le distanze da s. E' possibile ottenere una soluzione con tempo di esecuzione $\mathcal{O}(|V|)$?

Esercizio 4. Nel gioco degli scacchi il *cavallo* si muove nella seguente maniera: due caselle in orizzontale e una in verticale, o viceversa. Fornire un algoritmo in pseudo-codice che, data una scacchiera MxN, la posizione di partenza e quella di arrivo, calcola il numero minimo di turni necessari ad un cavallo di passare da una posizione all'altra in maniera che il tempo di esecuzione sia pari a $\mathcal{O}(M+N)$.

Che modifiche sono necessarie se invece del cavallo si usa uno degli altri pezzi? Oppure se sono presenti degli altri pezzi statici ma non mangiabili?

References

[1] Thomas H Cormen, Charles E Leiserson, Ronald L Rivest, and Clifford Stein. Introduction to algorithms. 2022.