

Esercitazione 2: More Depth-First Search

Giacomo Paesani

March 18, 2025

Esercizio 1 (22.3-11,[1]). E' possibile avere un vertice u di un grafo diretto G tale che la foresta ottenuta da una visita in profondità contiene solo u , anche se u ha grado entrante e grado uscente almeno uno?

Esercizio 2. In un grafo non diretto e connesso $G = (V, E)$ un vertice v si dice di *articolazione* (*cutvertex* in inglese) se $G - v$, il grafo ottenuto da G rimuovendo v e tutti gli archi ad esso incidenti, non è connesso. Modificare l'algoritmo della ricerca in profondità in maniera da poter ottenere tutti e soli i vertici di articolazione di un grafo connesso; è possibile fare questa modifica in modo che il controllo avvenga in $\Theta(|V| + |E|)$?

Come si può ulteriormente modificare l'algoritmo per ottenere tutti i vertici di articolazione di un grafo non necessariamente connesso (dove in questo caso il criterio di un vertice di articolazione è quello di disconnettere la componente connessa che lo contiene)?

Esercizio 3. In un grafo non diretto G un cammino *Hamiltoniano* è un cammino P di G che passa per ogni vertice di G esattamente una volta. Provare o confutare la seguente affermazione: G contiene un cammino Hamiltoniano se e solo se può essere prodotto un albero di ricerca di G che è un cammino. Domanda bonus: che succede se invece del cammino Hamiltoniano, si ha un ciclo Hamiltoniano in G ?

Esercizio 4 (22.3-1,[1]). Durante una visita in profondità, ad ogni vertice u di un grafo viene associato un colore che varia nel tempo t dell'algoritmo. Se $t < t[u]$ e cioè il vertice u deve ancora essere visitato per la prima volta allora u è colorato di BIANCO. Se $t[u] \leq t \leq T[u]$ e cioè il vertice u è ancora in visita allora u è colorato di GRIGIO. Infine, se $t > T[u]$ e cioè il vertice u è stato già completamente visitato allora u è colorato di NERO. Fare una tabella

3x3 con righe e colonne contrassegnate da BIANCO, GRIGIO e NERO. In ogni cella (i, j) , indicare se, in un alcun punto di una ricerca in profondità di un grafo diretto, è possibile avere un arco da un vertice di colore i ad un vertice di colore j . Per ogni possibile arco, indicare se esso può essere:

- arco dell'albero,
- arco all'indietro,
- arco in avanti o
- arco di attraversamento.

Fare una seconda tabella per una ricerca in profondità di un grafo non diretto.

	BIANCO	GRIGIO	NERO
BIANCO			
GRIGIO			
NERO			

Esercizio 5 (I. Salvo). Sia G il grafo raffigurato in figura. Determinare il minimo numero di archi che devono essere eliminati da G affinché G ammetta ordinamenti topologici. Una volta rimosso questo insieme minimo di archi, determinare tutti gli ordinamenti topologici di G .

References

- [1] Thomas H Cormen, Charles E Leiserson, Ronald L Rivest, and Clifford Stein. Introduction to algorithms. 2022.

