

# Formulario Fisica della Materia

Grufoony

9 gennaio 2022

## 1 Insieme microcanonico

- $S = k_B \ln \Omega$  entropia di Boltzmann

## 2 Insieme canonico

- $\beta = \frac{1}{k_B T}$
- $Z_1 = \sum_s e^{-\beta \epsilon_s}$  funzione di partizione (particella singola)
- $Z = (Z_1)^N$  funzione di partizione (N particelle distinguibili)
- $Z = \frac{(Z_1)^N}{N!}$  funzione di partizione (N particelle indistinguibili)
- $F = -k_B T \ln Z$  energia libera di Helmholtz
- $\langle E \rangle = \frac{\partial \ln Z}{\partial \beta}$  energia media

## 3 Insieme gran canonico

- $\gamma = -\beta \mu$
- $\mu = \frac{\partial F}{\partial N}|_{T,V} = -T \frac{\partial S}{\partial N}|_{U,V}$  potenziale chimico
- $\Xi = \sum_N e^{\beta \mu N} Z(N)$  funzione di partizione gran canonica
- $\Phi = k_B T \ln \Xi$  gran potenziale

## 4 Cose cinetiche

- $f(v) = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} e^{-\frac{m}{2k_B T} v^2}$  distribuzione velocità di Maxwell-Boltzmann

## 5 Cose quantistiche

- $n_Q = \left(\frac{mk_B T}{2\pi \hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}$  concentrazione quantistica
- $\epsilon_j = \hbar \omega \left(j + \frac{1}{2}\right)$  energia oscillatore armonico quantistico
- $\langle n_s \rangle_f = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_s - \mu)} + 1}$  distribuzione di Fermi-Dirac
- $\langle n_s \rangle_f = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_s - \mu)} - 1}$  distribuzione di Bose-Einstein
- $\epsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{6\pi^2 n}{g_s}\right)^{\frac{2}{3}}$  energia di Fermi

- $\mu(T) \approx \epsilon_F \left(1 - \frac{\pi^2}{12} \frac{T^2}{T_0^2}\right)$
- $Vu(\omega)d\omega = \frac{V\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3}{e^{\beta\hbar\omega} - 1} d\omega$  equazione di Plank per il corpo nero
- $Vu_{RJ}(\omega)d\omega = k_B T g(\omega)d\omega$  approssimazione di Rayleigh-Jeans per le basse frequenze

## 6 Cose termodinamiche

- $S = -\frac{\partial F}{\partial T}|_{N,V}$  entropia
- $C_V = \frac{\partial U}{\partial T}|_V$  capacità termica
- $P = -\frac{\partial U}{\partial V}|_{N,S} = -\frac{\partial F}{\partial V}|_{N,T} = T \frac{\partial S}{\partial V}|_{N,U}$  pressione
- $S = \frac{\partial \Phi}{\partial T}|_{\mu,V}$
- $P = \frac{\partial \Phi}{\partial V}|_{U,T}$
- $\langle N \rangle = \frac{\partial \Phi}{\partial \mu}|_{V,T}$

## 7 Cose matematiche

- $N! \simeq \sqrt{2\pi N} N^N e^{-N}$  approssimazione di Stirling ( $N \gg 1$ )
- $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$  integrale gaussiano
- $\frac{d}{d\alpha} \int f(x, \alpha) dx = \int \frac{\delta f}{\delta \alpha} dx$  trucco di Feynman
- $\sum_{n=0}^{\infty} n e^{-an} = \frac{e^a}{(e^a - 1)^2}$
- $\Gamma(n+1) = \int_0^{\infty} t^n e^{-t} dt = n!$  funzione gamma
- $I \approx \int_0^{\mu} k(\epsilon) d\epsilon + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 k'(\mu) + o(T^4)$  espansione di Sommerfeld
- $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$  funzione zeta di Riemann