Formulario Fisica della Materia

Grufoony
https://github.com/Grufoony/Fisica_UNIBO

12 gennaio 2022

1 Insieme microcanonico

- $S = k_B \ln \Omega$ entropia di Boltzmann

2 Insieme canonico

- $\beta = \frac{1}{k_B T}$
- $Z_1 = \sum_s e^{-\beta \epsilon_s}$ funzione di partizione (particella singola)
- $Z = (Z_1)^N$ funzione di partizione (N particelle distinguibili)
- $Z = \frac{(Z_1)^N}{N!}$ funzione di partizione (N particelle indistinguibili nel limite diluito)
- $F = -k_B T \ln Z$ energia libera di Helmoltz
- $\langle E \rangle = \frac{\partial \ln Z}{\partial \beta}$ energia media

3 Insieme gran canonico

- $\gamma = -\beta\mu$
- $\mu = \frac{\partial F}{\partial N}|_{T,V} = -T \frac{\partial S}{\partial N}|_{U,V}$ potenziale chimico
- $\Xi = \sum_N e^{\beta\mu N} Z(N)$ funzione di partizione gran canonica
- $\Phi = k_B T \ln \Xi$ gran potenziale

4 Gas ideale

- $F = -Nk_B T \ln(n_Q) + Nk_B T \ln(N) - Nk_B T \ln(V) - Nk_B T$
- $P = \frac{Nk_B T}{V}$
- $S = Nk_B \left[\ln\left(\frac{n_Q}{n}\right) + \frac{5}{2}\right]$ equazione di Sackur-Tetrode
- $U = \frac{3}{2} Nk_B T$
- $C_V = \frac{3}{2} Nk_B$
- $\mu = k_B T \ln\left(\frac{n}{n_Q}\right)$
- $n_Q = \left(\frac{mk_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}$ concentrazione quantistica

- $\Phi = \frac{n_0}{4}\sqrt{\frac{8k_BT}{\pi m}}$ legge di Graham (effusione)
- $l = \frac{1}{n\pi d^2}$ libero cammino medio
- $\tau = \frac{l}{v_{rms}}$ tempo medio di collisione
- $\theta_t = \frac{\hbar^2\pi^2}{2mk_BL^2}$ temperatura caratteristica traslazioni

5 Teoria di Boltzmann

- $f(\vec{v}) = n_0\left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m}{2k_BT}v^2}$ distribuzione velocità di Maxwell-Boltzmann
- $\langle v\rangle = \sqrt{\frac{8k_BT}{\pi m}}$ velocità media
- $v_{rms} = \sqrt{\frac{3k_BT}{m}}$ velocità quadratica media
- $v_p = \sqrt{\frac{2k_BT}{m}}$ velocità più probabile

6 Cose quantistiche

- $g(E) = \frac{g_s}{4\pi}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} V\sqrt{E}$ occupazione media per lv energetico (3D)
- $\epsilon_j = \hbar\omega\left(j+\frac{1}{2}\right)$ energia oscillatore armonico quantistico
- $\langle n_s\rangle = e^{\beta(\mu-\epsilon_s)}$ distribuzione di Maxwell-Boltzmann
- $\Xi_f = \prod_s\left[1+e^{\beta(\mu-\epsilon_s)}\right]$
- $\langle n_s\rangle_f = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_s-\mu)}+1}$ distribuzione di Fermi-Dirac
- $\Xi_b = \prod_s\left[\frac{1}{1-e^{\beta(\mu-\epsilon_s)}}\right]$
- $\langle n_s\rangle_b = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_s-\mu)}-1}$ distribuzione di Bose-Einstein
- $Vu(\omega)d\omega = \frac{V\hbar}{\pi^2c^3}\frac{\omega^3}{e^{\beta\hbar\omega}-1}d\omega$ equazione di Planck per il corpo nero
- $Vu_{RJ}(\omega)d\omega = k_BTg(\omega)d\omega$ approssimazione di Rayleigh-Jeans per le basse frequenze

7 Gas di Fermi

- $\epsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{6\pi^2 n}{g_s}\right)^{\frac{2}{3}}$ energia di Fermi
- $\mu(T) \approx \epsilon_F\left(1-\frac{\pi^2}{12}\frac{T^2}{T_F^2}\right)$
- $U \approx \frac{3}{5}N\epsilon_F + \frac{\pi^2}{4}\frac{T^2}{T_F^2}N\epsilon_F$
- $C_V = \frac{\pi^2}{2}Nk_B\frac{T}{T_F}$
- $P = \frac{2}{3}\frac{U}{V}$
- $B = \frac{2}{5}n\epsilon_F$ compressibilità
- $\Phi = PV$

8 Gas di Bose

- $U = \frac{g_s}{4\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)\zeta\left(\frac{5}{2}\right) = 0.77Nk_BT\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}}$ $(T < T_0)$
- $C_V = 1.93Nk_B\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}}$ $(T < T_0)$
- $U = \frac{3}{2}Nk_BT\left[1 - \frac{\zeta\left(\frac{3}{2}\right)}{2^{\frac{5}{2}}}\left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{3}{2}} + \dots\right]$ $(T > T_0)$
- $C_V = \frac{3}{2}Nk_B\left[1 + 0.231\left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{3}{2}} + \dots\right]$ $(T > T_0)$

9 Corpo nero

- $u = \frac{\pi^2}{15}\frac{(k_BT)^4}{(\hbar c)^3}$
- $P = \frac{u}{3}$
- $\mu = 0$
- $G = 0$
- $s = \frac{4}{3}\frac{u}{T}$
- $H = \frac{4}{3}U$
- $F = -\frac{U}{3}$
- $n = \left(\frac{2k_B^3\zeta(3)}{\pi^2c^3\hbar^3}\right)T^3$

10 Cose termodinamiche

- $U = TS - PV + \mu N$ energia interna
- $dU = TdS - PdV + \mu dN$
- $d\mu = -\frac{S}{N}dT + \frac{V}{N}dP$ relazione di Gibbs-Duhem
- $F = U - TS$ energia libera di Helmoltz
- $dF = -SdT - PdV + \mu dN$
- $H = U + PV$ entalpia
- $dH = TdS + VdP + \mu dN$
- $G = F + PV = H - TS = U - TS + PV$ energia libera di Gibbs
- $dG = -SdT + VdP + \mu dN$
- $dU = TdS - PdV$ equazione di Maxwell
- $\Phi = \mu N - F$
- $S = -\frac{\partial F}{\partial T}|_{N,V}$ entropia
- $C_V = \frac{\partial U}{\partial T}|_V$ capacità termica
- $P = -\frac{\partial U}{\partial V}|_{N,S} = -\frac{\partial F}{\partial V}|_{N,T} = T\frac{\partial S}{\partial V}|_{N,U}$ pressione

- $S = \frac{\partial \Phi}{\partial T}|_{\mu,V}$
- $P = \frac{\partial \Phi}{\partial V}|_{\mu,T}$
- $\langle N \rangle = \frac{\partial \Phi}{\partial \mu}|_{V,T}$

11 Cose matematiche

- $N! \simeq \sqrt{2\pi N} N^N e^{-N}$ approssimazione di Stirling ($N >> 1$)
- $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$ integrale gaussiano
- $\frac{d}{d\alpha} \int f(x, \alpha) dx = \int \frac{\delta f}{\delta \alpha} dx$ trucco di Feynman
- $\sum_{n=0}^{\infty} n e^{-an} = \frac{e^a}{(e^a - 1)^2}$
- $\Gamma(n+1) = \int_0^{\infty} t^n e^{-t} dt = n!$ funzione gamma
- $I \approx \int_0^{\mu} k(\epsilon) d\epsilon + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 k'(\mu) + o(T^4)$ espansione di Sommerfeld
- $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$ funzione zeta di Riemann
- $\int_0^{\infty} \frac{x^n}{e^x - 1} dx = \Gamma(n+1)\zeta(n+1)$
- $\langle y(\epsilon) \rangle = \int_0^{\infty} g(\epsilon) y(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon$