

Formulario meccanica analitica

Grufoony

10 maggio 2021

1 Problemi 1

Sia dato un potenziale $V(x)$:

- Punto di equilibrio: $V'(x) = 0$
- Stabilità: $V''(x_A) > 0 \Rightarrow$ Oscillatore armonico di periodo (piccole oscillazioni) $T = \frac{2\pi}{\omega}$
- Instabilità: $V''(x_B) < 0 \Rightarrow$ Oscillatore iperbolico con separatrici $p = \pm\sqrt{km}(x - x_B)$
- Costante $k = |V''(x)| \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m}(x - x_B)$
- Reazione vincolare $\vec{R}_V = m\ddot{x} - \vec{F}$

2 Problemi 2

- Lagrangiana $\mathcal{L} = \mathcal{T} - V$
- Velocità $v = \dot{x}\hat{x} + x\vec{\omega} \wedge \hat{x}$
- Energia cinetica: $\mathcal{T} = \frac{mv^2}{2}$
- Integrali del moto:

$$\begin{cases} p_\theta = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} = mr^2\dot{\theta} \\ H = \mathcal{T} + V \end{cases} \quad (1)$$

- Potenziale efficace: $V_{eff}(r) = \frac{p_\theta^2}{2mr^2} + V(r) \Rightarrow H = \frac{p^2}{2m} + V_{eff}(r)$ con $p = m\dot{r} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{r}}$
- Orbite circolari $\frac{dV_{eff}}{dr}(r_c) = 0$
- Periodo orbite circolari $T = \frac{2\pi}{\dot{\theta}}$
- Angolo tra apocentro e pericentro $\Delta\theta = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{d^2V_{eff}}{dr^2}(r_c)}}$

N.B.: spesso conviene un cambio di variabili $u = r^{-1}$

N.B.2: stiamo calcolando il limite per orbite con energia che tende a 0 ed è quindi lecito riscrivere E

3 Problemi 3

4 Problemi 4