

Soluzioni esercizi Kennett

Grufoony

https://github.com/Grufoony/Fisica_UNIBO

11 gennaio 2022

1 Esercizio 9.5

(a) Mostrare che la funzione di partizione gran canonica per la radiazione di corpo nero assume la forma

$$\Xi = \prod_s \frac{1}{1 - e^{-\beta \epsilon_s}} \quad (1)$$

La radiazione di corpo nero è costituita da fotoni, ossia bosoni. Dalla teoria (vista in classe) è nota la funzione di partizione gran canonica bosonica:

$$\Xi_b = \prod_s \frac{1}{1 - e^{\beta(\mu - \epsilon_s)}}$$

Osservando ora come si possano aggiungere/rimuovere fotoni ad un corpo nero senza alcun costo energetico ($\mu = 0$) la 1 diviene ovvia.

(b) Usando l'equazione 1 oppure in altro modo si dimostri che l'entropia per unità di volume della radiazione di corpo nero a temperatura T assume la forma

$$s = \frac{4\pi^2 k_B^4 T^3}{45 \hbar^3 c^3} \quad (2)$$

Richiamiamo ora l'energia per unità di volume della radiazione di corpo nero (eq. 9.20 Kennett)

$$u = \frac{\pi^2}{15} \frac{(k_B T)^4}{(\hbar c)^3}$$

e anche la sua pressione (eq. 9.29 Kennett)

$$P = \frac{u}{3}$$

Richiamando ora la relazione termodinamica

$$U = TS - PV - \mu N \quad (3)$$

ponendo $\mu = 0$ (vedi punto a) e dividendo per il volume V , si ottiene

$$s = \frac{u + P}{T}$$

che unita alle precedenti conclude la dimostrazione

$$s = s = \frac{u + \frac{u}{3}}{T} = \frac{4}{3} \frac{u}{T} = \frac{4\pi^2 k_B^4 T^3}{45 \hbar^3 c^3}$$