Formulario Fisica della Materia

Grufoony
https://github.com/Grufoony/Fisica_UNIBO

3 luglio 2022

1 Insieme microcanonico

- $S = k_B \ln \Omega$ entropia di Boltzmann

2 Insieme canonico

- $\beta = \frac{1}{k_B T}$
- $Z_1 = \sum_s e^{-\beta \epsilon_s}$ funzione di partizione (particella singola)
- $Z = (Z_1)^N$ funzione di partizione (N particelle distinguibili)
- $Z = \frac{(Z_1)^N}{N!}$ funzione di partizione (N particelle indistinguibili nel limite diluito)
- $F = -k_B T \ln Z$ energia libera di Helmoltz
- $\langle E \rangle = \frac{\partial \ln Z}{\partial \beta}$ energia media

3 Insieme gran canonico

- $\gamma = -\beta\mu$
- $\mu = \frac{\partial F}{\partial N}|_{T,V} = -T\frac{\partial S}{\partial N}|_{U,V}$ potenziale chimico
- $\Xi = \sum_N e^{\beta\mu N} Z(N)$ funzione di partizione gran canonica
- $\Phi = k_B T \ln \Xi$ gran potenziale

4 Gas ideale

- $F = -Nk_BT\ln(n_Q) + Nk_BT\ln(N) - Nk_BT\ln(V) - Nk_BT$
- $P = \frac{Nk_BT}{V}$
- $S = Nk_B\left[\ln\left(\frac{n_Q}{n}\right) + \frac{5}{2}\right]$ equazione di Sackur-Tetrode
- $U = \frac{3}{2}Nk_BT$
- $C_V = \frac{3}{2}Nk_B$
- $\mu = k_BT\ln\left(\frac{n}{n_Q}\right)$
- $n_Q = \left(\frac{mk_BT}{2\pi\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}$ concentrazione quantistica

- $\Phi = \frac{n_0}{4}\sqrt{\frac{8k_BT}{\pi m}}$ legge di Graham (effusione)
- $l = \frac{1}{n\pi d^2}$ libero cammino medio
- $\tau = \frac{l}{v_{rms}}$ tempo medio di collisione
- $\theta_t = \frac{\hbar^2\pi^2}{2mk_BL^2}$ temperatura caratteristica traslazioni

5 Teoria di Boltzmann

- $f(\vec{v}) = n_0\left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m}{2k_BT}v^2}$ distribuzione velocità di Maxwell-Boltzmann
- $\langle v\rangle = \sqrt{\frac{8k_BT}{\pi m}}$ velocità media
- $v_{rms} = \sqrt{\frac{3k_BT}{m}}$ velocità quadratica media
- $v_p = \sqrt{\frac{2k_BT}{m}}$ velocità più probabile

6 Cose quantistiche

- $g(E) = \frac{g_s}{4\pi}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} V\sqrt{E}$ occupazione media per lv energetico (3D)
- $\epsilon_j = \hbar\omega\left(j + \frac{1}{2}\right)$ energia oscillatore armonico quantistico
- $\langle n_s\rangle = e^{\beta(\mu-\epsilon_s)}$ distribuzione di Maxwell-Boltzmann
- $\Xi_f = \prod_s\left[1 + e^{\beta(\mu-\epsilon_s)}\right]$
- $\langle n_s\rangle_f = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_s-\mu)}+1}$ distribuzione di Fermi-Dirac
- $\Xi_b = \prod_s\left[\frac{1}{1-e^{\beta(\mu-\epsilon_s)}}\right]$
- $\langle n_s\rangle_b = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_s-\mu)}-1}$ distribuzione di Bose-Einstein
- $Vu(\omega)d\omega = \frac{V\hbar}{\pi^2c^3}\frac{\omega^3}{e^{\beta\hbar\omega}-1}d\omega$ equazione di Planck per il corpo nero
- $Vu_{RJ}(\omega)d\omega = k_BTg(\omega)d\omega$ approssimazione di Rayleigh-Jeans per le basse frequenze
- $\theta_t = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mk_BL^2}$ temperatura caratteristica di traslazione (1D)
- $Z_r \approx \frac{\theta_r}{T}$ funzione di partizione per d.o.f. rotazionali

7 Gas di Fermi

- $\epsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{6\pi^2n}{g_s}\right)^{\frac{2}{3}}$ energia di Fermi
- $\mu(T) \approx \epsilon_F\left(1 - \frac{\pi^2}{12}\frac{T^2}{T_F^2}\right)$
- $U \approx \frac{3}{5}N\epsilon_F + \frac{\pi^2}{4}\frac{T^2}{T_F^2}N\epsilon_F$
- $C_V = \frac{\pi^2}{2}Nk_B\frac{T}{T_F}$

- $P = \frac{2}{3}\frac{U}{V}$
- $B = \frac{2}{5}n\epsilon_F$ compressibilità
- $\Phi = PV$

8 Gas di Bose

- $U = \frac{g_s}{4\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)\zeta\left(\frac{5}{2}\right) = 0.77Nk_BT\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}}$ $(T < T_0)$
- $C_V = 1.93Nk_B\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}}$ $(T < T_0)$
- $U = \frac{3}{2}Nk_BT\left[1 - \frac{\zeta(\frac{3}{2})}{2^{\frac{5}{2}}}\left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{3}{2}} + \dots\right]$ $(T > T_0)$
- $C_V = \frac{3}{2}Nk_B\left[1 + 0.231\left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{3}{2}} + \dots\right]$ $(T > T_0)$

9 Corpo nero

- $u = \frac{\pi^2}{15}\frac{(k_BT)^4}{(\hbar c)^3}$
- $P = \frac{u}{3}$
- $\mu = 0$
- $G = 0$
- $s = \frac{4}{3}\frac{u}{T}$
- $H = \frac{4}{3}U$
- $F = -\frac{U}{3}$
- $n = \left(\frac{2k_B^3\zeta(3)}{\pi^2c^3\hbar^3}\right)T^3$

10 Cose termodinamiche

- $U = TS - PV + \mu N$ energia interna
- $dU = TdS - PdV + \mu dN$
- $d\mu = -\frac{S}{N}dT + \frac{V}{N}dP$ relazione di Gibbs-Duhem
- $F = U - TS$ energia libera di Helmoltz
- $dF = -SdT - PdV + \mu dN$
- $H = U + PV$ entalpia
- $dH = TdS + VdP + \mu dN$
- $G = F + PV = H - TS = U - TS + PV$ energia libera di Gibbs
- $dG = -SdT + VdP + \mu dN$
- $dU = TdS - PdV$ equazione di Maxwell
- $\Phi = \mu N - F$

- $S = -\frac{\partial F}{\partial T}|_{N,V}$ entropia
- $C_V = \frac{\partial U}{\partial T}|_V$ capacità termica
- $P = -\frac{\partial U}{\partial V}|_{N,S} = -\frac{\partial F}{\partial V}|_{N,T} = T\frac{\partial S}{\partial V}|_{N,U}$ pressione
- $S = \frac{\partial \Phi}{\partial T}|_{\mu,V}$
- $P = \frac{\partial \Phi}{\partial V}|_{\mu,T}$
- $\langle N\rangle = \frac{\partial \Phi}{\partial \mu}|_{V,T}$

11 Cose matematiche

- $N! \simeq \sqrt{2\pi N}N^N e^{-N}$ approssimazione di Stirling ($N >> 1$)
- $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$ integrale gaussiano
- $\frac{d}{d\alpha}\int f(x,\alpha)dx = \int \frac{\delta f}{\delta\alpha}dx$ trucco di Feynman
- $\sum_{n=0}^{\infty} ne^{-an} = \frac{e^a}{(e^a-1)^2}$
- $\Gamma(n+1) = \int_0^{\infty} t^n e^{-t}dt = n!$ funzione gamma
- $I \approx \int_0^{\mu} k(\epsilon)d\epsilon + \frac{\pi^2}{6}(k_B T)^2 k'(\mu) + o(T^4)$ espansione di Sommerfeld
- $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^s}$ funzione zeta di Riemann
- $\int_0^{\infty}\frac{x^n}{e^x-1}dx = \Gamma(n+1)\zeta(n+1)$
- $\langle y(\epsilon)\rangle = \int_0^{\infty} g(\epsilon)y(\epsilon)f(\epsilon)d\epsilon$
- $\sum_{n=0}^{k} a^{bn} = \frac{a^{b(k+1)}-1}{a^b-1}$

12 Modello di Bohr

- $v = (\alpha c) \frac{Z}{n}$
- $r_n = \left(\frac{\hbar}{m\alpha c}\right) \frac{n^2}{Z}$
- $E_n = -\frac{1}{2} mc^2 \frac{(Z\alpha)^2}{n^2}$

13 Teoria di Schroedinger

- $H = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{l(l+1)}{2mr^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r}$
- $\rho_{n,l} = r^2 \left|R_{n,l}(r)\right|^2$ densità di probabilità radiale

14 Momento angolare e Spin-Orbita

- $\mu_j = -\mu_B g_j \frac{J}{n}$
- $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$ magnetone di Bohr
- $\Delta z = \frac{1}{2} \frac{\mu_B g_j \Delta m_j}{E_k} \frac{\partial B}{\partial z} l \left(\frac{l}{2} + d\right)$ spostamento da Stern-Gerlach
- $E_{SO} = \frac{1}{2m^2c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} S \cdot L$

15 Struttura fine

- $H_D = \frac{p^2}{2m} + V(r) - \frac{p^4}{8m^3c^2} + \frac{1}{2m^2c^2}\frac{1}{r}\frac{dV}{dr} S \cdot L + \frac{\pi\hbar^2}{2m^2c^2}\left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\delta(r)$ hamiltoniana di Dirac per l'idrogeno
- $E_{n,j} = E_n \left[1 + \frac{(Z\alpha)^2}{n^2}\left(\frac{n}{j+\frac{1}{2}} - \frac{3}{4}\right)\right]$ correzione totale