

2019 年 CCF 非专业级软件能力认证提高级 第二轮

2019 CCF CSP-S2

day1

时间：2019 年 11 月 16 日 08:30 ~ 12:00

题目名称	格雷码	括号树	树上的数
题目类型	传统型	传统型	传统型
目录	code	brackets	tree
可执行文件名	code	brackets	tree
输入文件名	code.in	brackets.in	tree.in
输出文件名	code.out	brackets.out	tree.out
每个测试点时限	1.0 秒	1.0 秒	2.0 秒
内存限制	256 MiB	256 MiB	256 MiB
子任务数目	20	20	20
测试点是否等分	是	是	是

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	code.cpp	brackets.cpp	tree.cpp
对于 C 语言	code.c	brackets.c	tree.c
对于 Pascal 语言	code.pas	brackets.pas	tree.pas

编译选项

对于 C++ 语言	-lm
对于 C 语言	-lm
对于 Pascal 语言	

注意事项与提醒（请选手务必仔细阅读）

1. 文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
2. C/C++ 中函数 main() 的返回值类型必须是 int，程序正常结束时的返回值必须是 0。
3. 提交的程序代码文件的放置位置请参照各省的具体要求。
4. 因违反以上三点而出现的错误或问题，申诉时一律不予受理。
5. 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。

6. 程序可使用的栈内存空间限制与题目的内存限制一致。
7. 全国统一评测时采用的机器配置为：Intel(R) Core(TM) i7-8700K CPU @ 3.70GHz，内存 32GB。上述时限以此配置为准。
8. 只提供 Linux 格式附加样例文件。
9. 评测在当前最新公布的 NOI Linux 下进行，各语言的编译器版本以其为准。
10. 程序编译时编译命令中不包含任何优化开关。
11. Σ 是求和运算符， $\sum_{i=1}^n a_i$ 的值等于 $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ 。

格雷码 (code)

【题目描述】

通常，人们习惯将所有 n 位二进制串按照字典序排列，例如所有 2 位二进制串按字典序从小到大排列为：00，01，10，11。

格雷码 (Gray Code) 是一种特殊的 n 位二进制串排列法，它要求相邻的两个二进制串间恰好有一位不同，特别地，第一个串与最后一个串也算作相邻。

所有 2 位二进制串按格雷码排列的一个例子为：00，01，11，10。

n 位格雷码不止一种，下面给出其中一种格雷码的生成算法：

1. 1 位格雷码由两个一位二进制串组成，顺序为：0，1。
2. $n + 1$ 位格雷码的前 2^n 个二进制串，可以由依此算法生成的 n 位格雷码（总共 2^n 个 n 位二进制串）按顺序排列，再在每个串前加一个前缀 0 构成。
3. $n + 1$ 位格雷码的后 2^n 个二进制串，可以由依此算法生成的 n 位格雷码（总共 2^n 个 n 位二进制串）按逆序排列，再在每个串前加一个前缀 1 构成。

综上， $n + 1$ 位格雷码，由 n 位格雷码的 2^n 个二进制串按顺序排列再加前缀 0，和逆序排列再加前缀 1 构成，共 2^{n+1} 个二进制串。另外，对于 n 位格雷码中的 2^n 个二进制串，我们按上述算法得到的排列顺序将它们从 $0 \sim 2^n - 1$ 编号。

按该算法，2 位格雷码可以这样推出：

1. 已知 1 位格雷码为 0，1。
2. 前两个格雷码为 00，01。后两个格雷码为 11，10。合并得到 00，01，11，10，编号依次为 $0 \sim 3$ 。

同理，3 位格雷码可以这样推出：

1. 已知 2 位格雷码为：00，01，11，10。
2. 前四个格雷码为：000，001，011，010。后四个格雷码为：110，111，101，100。合并得到：000，001，011，010，110，111，101，100，编号依次为 $0 \sim 7$ 。

现在给出 n, k ，请你求出按上述算法生成的 n 位格雷码中的 k 号二进制串。

【输入格式】

从文件 `code.in` 中读入数据。

仅一行两个整数 n, k ，意义见题目描述。

【输出格式】

输出到文件 `code.out` 中。

仅一行一个 n 位二进制串表示答案。

【样例 1 输入】

2 3

【样例 1 输出】

10

【样例 1 解释】

2 位格雷码为：00，01，11，10，编号从 0 ~ 3，因此 3 号串是 10。

【样例 2 输入】

3 5

【样例 2 输出】

111

【样例 2 解释】

3 位格雷码为：000，001，011，010，110，111，101，100，编号从 0 ~ 7，因此 5 号串是 111。

【样例 3】

见选手目录下的 *code/code3.in* 与 *code/code3.ans*。

【数据范围】

对于 50% 的数据： $n \leq 10$

对于 80% 的数据： $k \leq 5 \times 10^6$

对于 95% 的数据： $k \leq 2^{63} - 1$

对于 100% 的数据： $1 \leq n \leq 64$, $0 \leq k < 2^n$

括号树 (brackets)

【题目背景】

本题中合法括号串的定义如下：

1. $()$ 是合法括号串。
2. 如果 A 是合法括号串，则 (A) 是合法括号串。
3. 如果 A, B 是合法括号串，则 AB 是合法括号串。

本题中子串与不同子串的定义如下：

1. 字符串 S 的子串是 S 中连续的任意个字符组成的字符串。 S 的子串可用起始位置 l 与终止位置 r 来表示，记为 $S(l, r)$ ($1 \leq l \leq r \leq |S|$, $|S|$ 表示 S 的长度)。
2. S 的两个子串视作不同当且仅当它们在 S 中的位置不同，即 l 不同或 r 不同。

【题目描述】

一个大小为 n 的树包含 n 个结点和 $n-1$ 条边，每条边连接两个结点，且任意两个结点间有且仅有一条简单路径互相可达。

小 Q 是一个充满好奇心的小朋友，有一天他在上学的路上碰见了一个大小为 n 的树，树上结点从 $1 \sim n$ 编号，1 号结点为树的根。除 1 号结点外，每个结点有一个父亲结点， u ($2 \leq u \leq n$) 号结点的父亲为 f_u ($1 \leq f_u < u$) 号结点。

小 Q 发现这个树的每个结点上恰有一个括号，可能是 '(' 或 ')'。小 Q 定义 s_i 为：将根结点到 i 号结点的简单路径上的括号，按结点经过顺序依次排列组成的字符串。

显然 s_i 是个括号串，但不一定是合法括号串，因此现在小 Q 想对所有的 i ($1 \leq i \leq n$) 求出， s_i 中有多少个不同子串是合法括号串。

这个问题难倒了小 Q，他只好向你求助。设 s_i 共有 k_i 个不同子串是合法括号串，你只需要告诉小 Q 所有 $k_i \times i$ 的异或和，即：

$$(1 \times k_1) \text{ xor } (2 \times k_2) \text{ xor } (3 \times k_3) \text{ xor } \cdots \text{ xor } (n \times k_n)$$

其中 xor 是位异或运算。

【输入格式】

从文件 `brackets.in` 中读入数据。

第一行一个整数 n ，表示树的大小。

第二行一个长为 n 的由 '(' 与 ')' 组成的括号串，第 i 个括号表示 i 号结点上的括号。

第三行包含 $n-1$ 个整数，第 i 个整数表示 $i+1$ 号结点的父亲编号 f_{i+1} 。

【输出格式】

输出到文件 *brackets.out* 中。

仅一行一个整数表示答案。

【样例 1 输入】

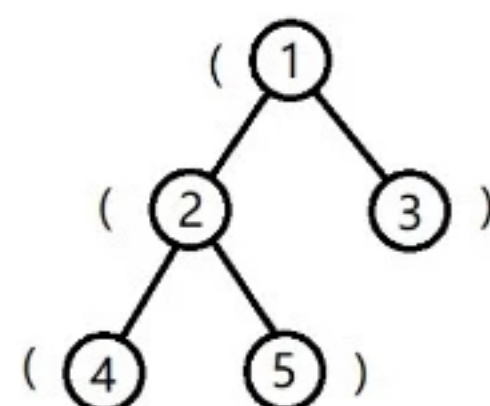
```
5
((()()
1 1 2 2
```

【样例 1 输出】

```
6
```

【样例 1 解释】

树的形态如下图：



将根到 1 号结点的简单路径上的括号，按经过顺序排列所组成的字符串为 (，子串是合法括号串的个数为 0。

将根到 2 号结点的简单路径上的括号，按经过顺序排列所组成的字符串为 ((，子串是合法括号串的个数为 0。

将根到 3 号结点的简单路径上的括号，按经过顺序排列所组成的字符串为 ()，子串是合法括号串的个数为 1。

将根到 4 号结点的简单路径上的括号，按经过顺序排列所组成的字符串为 (((，子串是合法括号串的个数为 0。

将根到 5 号结点的简单路径上的括号，按经过顺序排列所组成的字符串为 (()，子串是合法括号串的个数为 1。

【样例 2】

见选手目录下的 *brackets/brackets2.in* 与 *brackets/brackets2.ans*。

【样例 3】

见选手目录下的 *brackets/brackets3.in* 与 *brackets/brackets3.ans*。

【数据范围】

测试点编号	$n \leq$	特殊性质
1 ~ 2	8	$f_i = i - 1$
3 ~ 4	200	
5 ~ 7	2000	无
8 ~ 10		
11 ~ 14	10^5	$f_i = i - 1$
15 ~ 16		无
17 ~ 20	5×10^5	

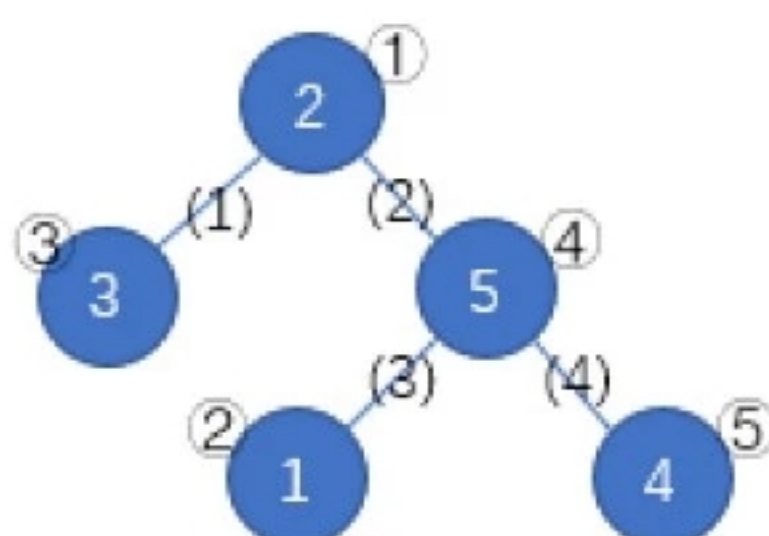
树上的数 (tree)

【题目描述】

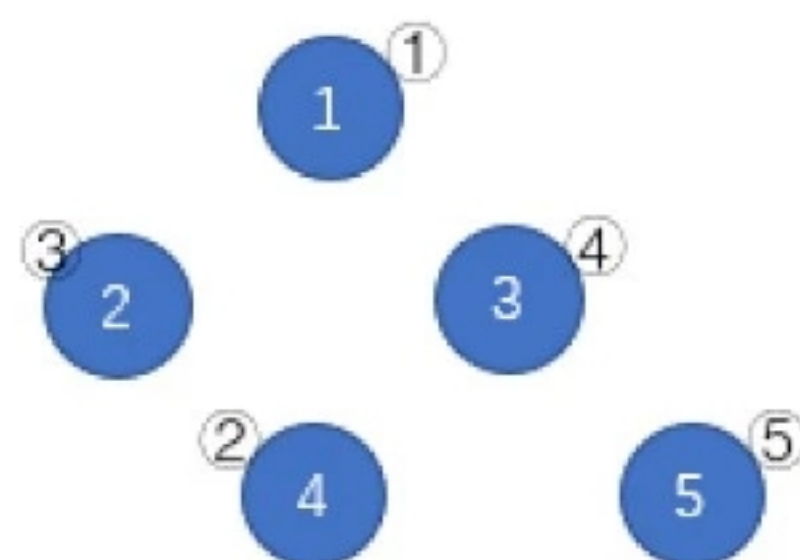
给定一个大小为 n 的树，它共有 n 个结点与 $n-1$ 条边，结点从 $1 \sim n$ 编号。初始时每个结点上都有一个 $1 \sim n$ 的数字，且每个 $1 \sim n$ 的数字都只在恰好一个结点上出现。

接下来你需要进行恰好 $n-1$ 次删边操作，每次操作你需要选一条未被删掉的边，此时这条边所连接的两个结点上的数字将会交换，然后这条边将被删去。

$n-1$ 次操作过后，所有的边都将被删去。此时，按数字从小到大的顺序，将数字 $1 \sim n$ 所在的结点编号依次排列，就得到一个结点编号的排列 P_i 。现在请你求出，在最优操作方案下能得到的字典序最小的 P_i 。



如上图，蓝圈中的数字 $1 \sim 5$ 一开始分别在结点 ②、①、③、⑤、④。按照 (1)(4)(3)(2) 的顺序删去所有边，树变为下图。按数字顺序得到的结点编号排列为 ①③④②⑤，该排列是所有可能的结果中字典序最小的。



【输入格式】

从文件 `tree.in` 中读入数据。

本题输入包含多组测试数据。

第一行一个正整数 T ，表示数据组数。

对于每组测试数据：

第一行一个整数 n ，表示树的大小。

第二行 n 个整数，第 i ($1 \leq i \leq n$) 个整数表示数字 i 初始时所在的结点编号。

接下来 $n-1$ 行每行两个整数 x, y ，表示一条连接 x 号结点与 y 号结点的边。

【输出格式】

输出到文件 *tree.out* 中。

对于每组测试数据，输出一行共 n 个用空格隔开的整数，表示最优操作方案下所能得到的字典序最小的 P_i 。

【样例 1 输入】

```
4
5
2 1 3 5 4
1 3
1 4
2 4
4 5
5
3 4 2 1 5
1 2
2 3
3 4
4 5
5
1 2 5 3 4
1 2
1 3
1 4
1 5
10
1 2 3 4 5 7 8 9 10 6
1 2
1 3
1 4
1 5
5 6
6 7
7 8
8 9
9 10
```

【样例 1 输出】

```
1 3 4 2 5
1 3 5 2 4
2 3 1 4 5
2 3 4 5 6 1 7 8 9 10
```

【样例 2】

见选手目录下的 *tree/tree2.in* 与 *tree/tree2.ans*。

【数据范围】

测试点编号	$n \leq$	特殊性质
1 ~ 2	10	无
3 ~ 4	160	树的形态是一条链
5 ~ 7	2000	
8 ~ 9	160	存在度数为 $n - 1$ 的结点
10 ~ 12	2000	
13 ~ 16	160	无
17 ~ 20	2000	

对于所有测试点： $1 \leq T \leq 10$ ，保证给出的是一个树。