装订线，线内请勿答题

杭州电子科技大学学生考试卷（）卷

考试课程	线性代数 乙		考试日期	年 月 日		成绩	
课程号	**A070238**	考场、座号		任课教师姓名			
考生姓名		学号(8 位)		年级		专业	

题号	一	二			三			四	五	六	七	八	总分
		1	2	3	1	2	3						
得分													

得分	

一、填空题 （每小题 3 分，共 18 分）

1. ［3 分］

设$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$，则 X=__________________；

2. ［3 分］

设齐次线性方程组 AX=0 的解空间为 S，若 A 的阶数为 4×5，而 r(A)=3，则 S 的维数为 _____________；

3. ［3 分］

设 A,B 是两个 3 阶方阵,且$|A| = \frac{2}{3}$，$|B| = 2$，则$\left|\frac{1}{3}(A^{-1} \cdot B)\right| =$________；

4. ［3 分］

设向量组$\alpha_1 = [1,1,1]^T, \alpha_2 = [1,2,1]^T, \alpha_3 = [2,3,t]^T$ 则当 t=________

时,$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$线性相关；

5. ［3 分］

二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 - 8x_1x_3 - 4x_2x_3$ 的矩阵为

_____________，其秩为________；

6. ［3 分］

设三阶方阵 A 的特征值为：$\lambda_1 = 1$，$\lambda_2 = 2$，$\lambda_3 = -3$.而$B = A^3 - 7A + 5E$ ，则 B 特征值等于 ___________________.

二、试解下列各题（本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分）

得分	

1. ［6 分］计算行列式 $D=\begin{vmatrix} 2 & 3 & 10 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 5 & 18 \\ 5 & 10 & 15 & 4 \end{vmatrix}$；

得分	

2. ［6 分］设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$，

求 $2A+B$，$3AB-2A$ ；

得分	

3. ［6 分］设 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$；试 求 A^{-1}.

装订线，线内请勿答题

三、试解下列各题（本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分）

得分	

1．[6 分] 已知 R^3 有两组基 $\alpha_1=[1,0,0]^T$，$\alpha_2=[1,1,0]^T$，$\alpha_3=[1,1,1]^T$ 与 $\beta_1=[1,1,1]^T$，$\beta_2=[1,0,-1]^T$，$\beta_3=[1,0,1]^T$，

求由基 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 到基 β_1,β_2,β_3 的过渡矩阵；

得分	

2．[6 分] 已知 α_1＝[1，0，2，1]^T，α_2＝[1，2，0，1]^T，

α_3＝[2，1，3，0]^T，α_4＝[2，5，—1，4]^T，判断向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 及

向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 的线性相关性;

得分	

3.［6 分］求齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1-x_2+2x_3+x_4=0 \\ 2x_1-x_2+x_3+2x_4=0 \\ x_1 \quad\quad -x_3+x_4=0 \\ 3x_1-x_2 \quad\quad +3x_4=0 \end{cases}$ 的基础解.

得分	

四、[本题 8 分]

已知矩阵 A 和 B 满足关系式 $AB = A + 2B$，其中 $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$，

求矩阵 B.

得分	

五、[本题 12 分]

设$A=\begin{bmatrix}3 & -1 & -2\\2 & 0 & -2\\2 & -1 & -1\end{bmatrix}$,

（1） 求A的的特征值和特征向量;（2）试问A能否可相似对角化;

（3）求A^m.

装订线，线内请勿答题

得分	

六、[本题 10 分]

a , b 取何值时下面的方程组无解、有解？在有解时，求其解.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 3 \\ 4x_1 + 7x_2 + x_3 = 10 \\ x_2 - x_3 = b \\ 2x_1 + 3x_2 + ax_3 = 4 \end{cases}$$

得分	

七、［本题 8 分］

化二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3$ 为标准形，并求所用非退化的线性变换，并问二次型是否正定二次型.

装

订

线，

线

内

请

勿

答

题

得分	

八、证明题(本题共 2 小题，每题 4 分，共 8 分)

1．[4 分] 若 n 阶方阵 A 满足关系式 $A^2-2A+6E=0$, 其中 E 为单位阵, 试证 $A+E$ 为可逆, 并求 $(A+E)^{-1}$；

2. [4 分] 设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r$ 线性无关，向量 β 可由其表示为 $\beta=k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_r\alpha_r$ 且$k_1\neq0$，求证 $\beta,\alpha_2,\cdots,\alpha_r$ 线性无关 .