哈尔滨工业大学《概率论与数理统计 X》试　题

第 1 章随机事件与概率　　第 2 章 条件概率与独立性

1．设 A,B 为随机事件，$P(A)=a,\ P(B)=b$ ，$P(A\cup B)=c$ ，则 $P(A\bar{B})$ 的值为【　　】

(A)　$a-b$ ；　　（B）$c-b$；　　（C）$a(1-b)$；　　（D）$b-a$.

2．设 A,B 为随机事件，$P(A)=P(B)=0.4$ ，$P(A|\bar{B})=P(A)$ ，则 $P(A\cup B)$ 的值为【　　】

（A）0.8;　　（B）0.36;　　（C）0.64;　　（D）0.56.

3．设事件 A 和 B 满足 $P(B|A)=1$ ，【　　】

（A）B 是必然事件；　　（B）$P(A|\bar{B})=0$；　　（C）$A\supset B$；　　（D）$A\subset B$.

4．设随机事件 A,B,C 相互独立，且 $P(A)=\dfrac{1}{2},\ P(B)=\dfrac{1}{3},\ P(C)=\dfrac{1}{4}$ ，则 A,B,C 中至少有一个发生的概率________.

5．设随机事件 A 与 B 相互独立，且 $P(B)=0.2$，$P(A\cup B)=0.5$，则 $P(B-A)=$ ________________.

6（6 分）一学生接连参加同一课程的两次考试，第一次及格的概率为 p ，若第一次及格则第二次及格的概率也为 p ；若第一次不及格则第二次及格的概率为 $\dfrac{p}{2}$ ．则

（1）若至少有一次及格则他能取得某种资格，求试他取得该资格的概率；

（2）若已知他第二次已经及格，求他第一次及格的概率.

7.（6 分）两台机床加工同样的零件，它们出现废品的概率分别为 0.03 和 0.02 。加工出的零件放在一起。设第一台机床加工的零件比第二台的多一倍，

（1）求任取一个零件是合格品的概率；

（2）若任取一件是废品品，求它是由第一台机床生产的概率.

8.（6 分）有两个盒子，第一个盒子中装有 6 个白球，4 个黑球，第二个盒子中装有 3 个白球，7 个黑球，现从这两个盒子中各取一球放在一起，再从中任取一球，求

（1）此球为白球的概率；

（2）若此球为白球，求从第一个盒子中取出的球是白球的概率.

第 3，4 章 随机变量（一维、多维）及其分布

9. 设随机变量 X 与 Y 独立同分布，X 的概率密度为 $f(x)$，分布函数为 $F(x)$，则下列式子中能作为概率密度函数的是【　　】

（A）$f(x)F(x)$；　　　　（B）$2f(x)F(x)$；

（C）$F(x)f(y)+f(x)F(y)$；　　　　（D）$F(x)F(y)$；

10. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)$，且 $f(2-x)=f(2+x)$, $F(x)$ 是 X 的分布函数，则对任意实数 a 有【　　】

（A）$F(2-a)=1-\int_0^a f(2+x)dx$；　　　　（B）$F(2-a)=\frac{1}{2}-\int_0^a f(2+x)dx$；

（C）$F(2-a)=F(2+a)$；　　　　（D）$F(2-a)=2F(2+a)-1$；

11. 设随机变量 $X\sim U(0,2)$，则 $Y=\begin{cases} X, & 0<X\le 1 \\ 2, & \text{其他} \end{cases}$ 的分布函数　　【　　】

（A）是连续函数；　（B）恰好有一个间断点；

（C）恰好有两个间断点；（D）恰好有三个间断点；

12． 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} 3x^2, & 0<x<1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$，则 $Y=e^X$ 的概率密度为

$f_Y(y)=$________________________.

13. 设随机变量 X 的密度为 $f_X(x)=\begin{cases} 4x^2e^{-2x} & x>0 \\ 0 & x\le 0 \end{cases}$，求 $Y=2X+3$ 的概率密度　_________.

14.（9 分）设二维随机变量(*X,Y*)的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} 4\mathrm{e}^{-2x}, & 0<y<x \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$，

求（1）问 X　与 Y 是否独立？为什么？；

（2）求在 $X=2$　时，随机变量 Y　的条件概率密度；

（3）设 $Z=X+Y$　，求 Z　的概率密度 $f_Z(z)$.

15.（9 分）设(*X,Y*)是二维随机变量，*X* 的边缘概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases} 4xe^{-2x}, & x>0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$，在给定 $X=x(x>0)$ 的条件下，随机变量 *Y* 在（0，*x*)上服从均匀分布。

求（1）(X,Y) 的概率密度；

（2）*Y* 的边缘概率密度；

第 5 章随机变量的数字特征与极限定理

16. 设$\theta \sim U[0,2\pi],\ X=\cos\theta,\ Y=\cos(\theta+\pi)$，则$\mathrm{Cov}(X,Y)=$___. 【　　】

（A）1；　　（B）$-\frac{1}{2}$；　　（C）$\frac{1}{2}$；　　（D）-1.

17. 设$EX=6$，$DX=4$，则X的分布为【　　】

（A）参数$\lambda=6$的泊松分布；　　（B）参数为$n=18,\ P=\frac{1}{3}$的二项分布；

（C）区间$(0,12)$上均匀分布；　　（D）参数为$\lambda=\frac{1}{2}$的指数分布.

18. 设$X\sim N(2,4),\ Y\sim N(2,5),\ E(XY)=6$，则【　　】

（A）X,Y不相关；　　（B）X,Y相互独立；

（C）$D(X-Y)=5$；　　（D）$D(X-Y)=13$.

19. 设$X\sim E(0.5)$，$Y\sim B(6,0.5)$，且X与Y相互独立，则协方差$\mathrm{Cov}(X+Y,X-Y)$是

（A）0；　　（B）-1；　　（C）2.5；　　（D）0.5.

20. 设X,Y为两个随机变量，$DX=1,\ DY=4,\ \mathrm{Cov}(X,Y)=1$，记$X_1=X-2Y$，

$X_2=2X-Y$，则X_1,X_2的相关系数$\rho=$ ____________.

21.（6 分）设随机变量X,Y 相互独立，且都服从标准正态分布，

求（1）$E[\max(X,Y)]$；

（2）$\mathrm{Cov}(|X+Y|,|X-Y|)$.

22.（6 分）设随机变量X,Y 相互独立，且都服从（0，1）上的均匀分布，

求（1）$E(XY),\ D(XY)$；

（2） 以X,Y为边长作一长方形，以A,C 分别表示长方形的面积和周长，求A 和C 的相关系数.

（3）在$Y=1$时，随机变量X的条件概率密度；

（4）设$Z=X+Y$，求Z 的概率密度$f_Z(z)$.

23（6 分）设二维随机变量(X,Y) 的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{3}(x+y), & 0<x<1,\ 0<y<2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

求$X-Y$ 与$X+Y$ 的相关系数ρ.

24. 设二维随机变量(X,Y)服从正态分布$N(1,2;1,2;0)$，令$Z=XY$，则根据切比雪夫不等式$P(|Z-2|<3)\ge$______.【　】

（A）$\frac{7}{9}$；　　（B）$\frac{8}{9}$；　　（C）$\frac{2}{9}$；　　（D）$\frac{1}{9}$.

25. 设二维随机变量(X,Y)服从正态分布$N(1,2;1,4;0.5)$，令$Z=X+Y$，则根据切比雪夫不等式$P(|Z-3|<3)\ge$______.【　　】

（A）$\frac{7}{9}$；　　（B）$\frac{8}{9}$；　　（C）$\frac{1}{9}$；　　（D）$\frac{2}{9}$.

第 6 章数理统计的基本概念

26. 总体 $X\sim N(0,\sigma^2)$，抽取简单随机样本 $X_1,\cdots,X_9$，则下列统计量的分布中不正确的是.【　　】.

（A）$\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{8}X_i}{2\sqrt{2}|X_9|}\sim t(1)$；

（B）$\dfrac{1}{9}\sum\limits_{i=1}^{9}X_i\sim N(0,\dfrac{\sigma^2}{9})$；

（C）$\sum\limits_{i=1}^{9}X_i^2\sim\chi^2(9)$；

（D）$\dfrac{7\sum\limits_{i=1}^{2}X_i^2}{2\sum\limits_{i=3}^{9}X_i^2}\sim F(2,7)$；

27. 总体 $X\sim N$（1，，抽取简单随机样本 $X_1,\cdots,X_{10}$，$\bar{X}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$，$S^2=\dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$ 分别为样本均值和样本方差，则下列正确的是.【　　】

（A）$\bar{X}\sim N(1,1)$；

（B）$9S^2\sim\chi^2(9)$；

（C）$\dfrac{\sqrt{10}(\bar{X}-1)}{S}\sim t(9)$；

（D）$\dfrac{9S^2}{\sum\limits_{i=1}^{10}(X_i-1)^2}\sim F(9,10)$；

28. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_{16}$ 为来自该总体的简单随机样本，$\overline{X}$ 为样本均值则 $P(|\bar{X}-\mu|<1)$

（A）与 μ 无关，而与 σ^2 有关；

（B）与 μ 有关，而与 σ^2 无关；

（C）与 μ，σ^2 都有关；

（D）与 μ，σ^2 都无关.

29. 总体 $X\sim N$（1，，抽取简单随机样本 $X_1,\cdots,X_9$，$\bar{X}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$，$S^2=\dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$ 分别为样本均值和样本方差，则 $E(\bar{X}^2)+D(S^2)=$ ___.【　　】

（A）5；　（B）$\dfrac{5}{3}$；　（C）$\dfrac{20}{9}$；　（D）4.

第 7 章参数估计

30.（9 分）设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}2\mathrm{e}^{-2(x-\theta)}, & x>\theta \\ 0, & 其他\end{cases}$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为总体 X 的简单随机样本，

（1）求 θ 的矩估计 $\hat{\theta}_1$ 和最大似然估计 $\hat{\theta}_2$；

（2）判别 $\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2$ 的无偏性，若是有偏估计修正为无偏估计；

（3）比较（3）中两个无偏估计哪一个更有效；

（4）判别 $\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2$ 的相合性.

31.（10 分）设总体 X 的分布列为 $P(X=k)=(\frac{\theta}{2})^{|k|}(1-\theta)^{1-|k|},\ k=-1,0,1$ ，$0<\theta<\frac{1}{2}$ 未知， $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为总体 X 的简单随机样本，

（1）求 θ 的矩估计 $\hat{\theta}_1$ 和最大似然估计 $\hat{\theta}_2$；

（2）判别 $\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2$ 的无偏性，若是有偏估计修正为无偏估计；

（3）判别 $\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2$ 的相合性。

32.（9 分）设总体 X 的概率密度函数是 $f_X(x)=\lambda^2 xe^{-\lambda x}$ （$\lambda>0$ 未知，$x>0$ ），$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为总体 X 的简单随机样本，

（1）求 λ 的矩估计 $\hat{\lambda}$ 和 $\frac{1}{\lambda}$ 最大似然估计 $T(X_1,X_2,\cdots,X_n)$；

（2）判别 $T(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 的无偏性；

33.（9 分）设总体 X 的概率密度函数是 $f_X(x)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{\sigma}e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$ （$\sigma>0$ 未知，$x>0$ ），$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为总体 X 的简单随机样本，

（1）求 σ^2 的矩估计 $\hat{\sigma}_1^2$ 和最大似然估计 $\hat{\sigma}_2^2$；

（2）判别 $\hat{\sigma}_2^2$ 的无偏性；

34．测量零件尺寸产生的误差 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，σ 未知，今测量10个零件，得误差的样本均值和样本方差分别为 $\overline{x}=1.6,\ s^2=0.98$，则 σ^2 的置信度为0.95的置信区间是________________________________.

35．测量零件尺寸产生的误差 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，σ 未知，今测量9个零件，得误差的样本均值和样本方差分别为 $\overline{x}=1.22,\ s^2=1.44$，则 μ 的置信度为0.9的置信区间是______________.（保留小数点后四位）

36．总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2),\ \sigma^2=9$，抽取简单随机样本 $X_1,\cdots,X_n$，若 $(\bar{X}-0.98,\ \bar{X}+0.98)$ 为 μ 的置信度0.95下的置信区间，则 $n=$________.

第 8 章 假设检验

37. 设 $x_1, x_2, \cdots, x_{10}$ 为总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本，测得样本均值和样本方差分别为 $\overline{x} = 1.57,\ s_1{}^2 = 8.235$，对假设 $H_0: \sigma^2 \le 8, H_1: \sigma^2 > 8$ ，在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下，得到的检验结论是____________________.

38. 设 $x_1, x_2, \cdots, x_{10}$ 为总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本，测得样本均值和样本方差分别为 $\overline{x} = 1.0,\ s^2 = 0.49$，对假设 $H_0: \mu = 0.9, H_1: \mu > 0.9$ ，在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下，得到的检验结论是____________________.

39. 设 $x_1, x_2, \cdots, x_9$ 为总体 $X \sim N(\mu, 1)$ 的简单随机样本，对假设 $H_0: \mu = 1, H_1: \mu = 2$ ，H_0 的拒绝域为 $K_0 = \{\overline{x} > 1.55\}$，求得犯第一类错误（弃真）的概率 $\alpha =$ _____.

40. 给定总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，σ^2 已知，令 $H_0: \mu \le \mu_0$，$H_1: \mu = \mu_1 (\mu_1 > \mu_0)$ ，$\alpha_1 < \alpha_2$，则【　　】

（A）显著性水平 α_1 时拒绝 H_0 ，则 α_2 时也拒绝 H_1；

（B）显著性水平 α_1 时接受 H_0 ，则 α_2 时拒绝 H_1；

（C）显著性水平 α_1 时拒绝 H_0 ，则 α_2 时接受 H_1；

（D）显著性水平 α_1 时接受 H_0 ，则 α_2 时也接受 H_1；