

# MSE CFD

## Zusammenfassung

dstrebel, s1bischo, sboller

---

## 1 Introduction

In dieser Zusammenfassung werden die Fragen vom Fragekatalog beantwortet.

## 2 Conservation laws of fluid motion and boundary conditions

### 2.1 Conservation Equations

Explain the physical meaning of the different terms in the conservation equations (link between mathematical “operations” and physical behaviour)

Präsentation Folie 7

Impulsgleichung

Energiebilanz

Continuity	$\frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0$
x-Momentum	$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \text{div}(\rho u \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \text{div}(\mu \text{grad } u) + S_{Mx}$
y-Momentum	$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \text{div}(\rho v \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \text{div}(\mu \text{grad } v) + S_{My}$
z-Momentum	$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \text{div}(\rho w \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \text{div}(\mu \text{grad } w) + S_{Mz}$
Energy	$\frac{\partial(\rho i)}{\partial t} + \text{div}(\rho i \vec{u}) = -p \text{div } \vec{u} + \text{div}(k \text{grad } T) + \Phi + S_i$
Equations of State	$p = p(\rho, T) \text{ und } i = i(\rho, T)$

Tabelle 1: Governing Equation of the flow of a compressible Newtonian fluid

### 2.2 Explain the physical meaning of the different terms in a general transport equation

$$\frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho \phi \vec{u}) = \text{div}(\Gamma \text{grad } \phi) + S_\phi \quad (1)$$

Rate of increase of $\phi$ of fluid element +	Net rate of flow of $\phi$ out of fluid element =	Rate of increase of $\phi$ due to diffusion +	Rate of increase of $\phi$ due to sources
Zeitliche Änderung von $\phi$ +	Konvektiver Transport: Fluss von $\phi$ mit der Strömung =	Diffusiver Transport: Transport von $\phi$ aufgrund von Konzentrationsunterschieden (grad). Diffusionskonstante $\Gamma$ bestimmt Menge +	Quellterm innerhalb des Fluidelements

Tabelle 2: Meaning of general transport equation

---

Derive continuity and momentum equations from basic physical idea (mass conservation, Newton second law) and general transport equation with appropriate variable substitutions Präsentation Folie 5

Kontinuitätsgleichung bedeutet Quellenfrei, Erhaltend

## 3 Turbulence and its modelling

### 3.1 Properties of turbulence

Explain the properties of turbulence and their influence on the flow field. Which changes can be observed compared to laminar flow?

**Turbulence is irregular, disorderly, non-stationary, three-dimensional, highly non-linear, irreversible phenomenon**

- Nichtlinear
- Zufälligkeit (nicht Reproduzierbar)
- 3D, auch wenn Mittelwert in 1D und 2D variiert
- hohe Wirbelstärke
- Energie wird dissipiert (wird immer kleiner)
- Intermittency: Turbulenz kann nur in Teilen der Strömung vorhanden sein.  $\Rightarrow$  Eine Strömung kann nicht nur aus turbulenten Anteilen bestehen.
- Hohe Diffusivität von Impuls und Energie (Gute Verteilung)
- Turbulenz ist lokaler Umgebung abhängig (z.B. Absatz)

### 3.2 RANS and LES Modelling

Explain the main approximations using RANS and LES modelling, including assumptions (what is computed and how, what is modelled and how)

#### 3.2.1 RANS

##### Reynolds-averaged Navier–Stokes (RANS)

RANS besteht aus einem Mittelwert der Strömungskennwerte und einem stochastisch fluktuierenden Anteil. Vor der numerischen Berechnung der Lösung liegen die Navier-Stokes Gleichungen als zeitgemittelt vor. Nichtlineare Extraterme liegen in den RANS aufgrund der Interaktionen der verschiedenen turbulenten Fluktuationen vor. Diese werden normalerweise mit klassischen Turbulenzmodellen wie dem  $k - \epsilon$ - oder dem Reynoldsstress-Modell modelliert.

*Vorteile:* erträgliche Rechenleistung bei brauchbaren Resultaten, deshalb die meistverwendete Methode.

**Large Eddy Simulation** Nur grosse Turbulenzelemente werden exakt aufgelöst. Kleinere Turbulenzelemente werden über Filterfunktionen herausgefiltert. Diese nicht direkt berechneten Elemente werden über sogenannte Subgrid-Scale Models approximiert.

*Vorteile:* Bessere Resultate insbesondere bei komplexen Geometrien.

*Nachteile:* Grösserer Speicher- und Rechenzeitbedarf

---

### 3.3 Wallfunctions

Im Engineeringbereich interessieren die Details der Near-Wall Region im Normalfall nicht. Von Interesse ist hingegen der Strömungswiderstand in der Nähe der Wände. Wallfunktionen korrigieren die

Bitte ergänzen!

What are wall functions, idea behind them, advantages and disadvantages  
 wandfunktion bei hohen reynoldzahl vereinfacht komplexität dimensionlose Kennzahl der Abstand der ersten Zelle am Rand, siehe Bild Silvio

## 4 The finite volume method for the diffusion problem

### 4.1 FV Discretisation for a one-dimensional heat conduction Problem

#### 4.1.1 Problemstellung

Derive a finite-volume discretization for a one-dimensional heat conduction problem.

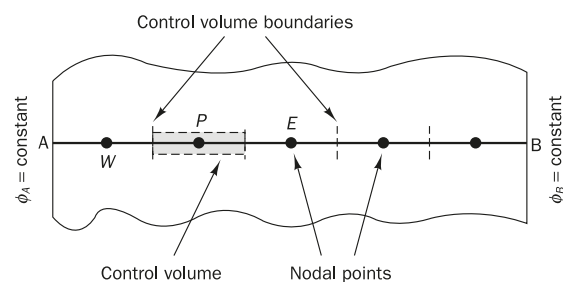


Abbildung 1: One-Dimensional Heat Conduction Problem

Zur Diskretisierung wird das Gebiet in Kontrollvolumen geteilt. Bei diesem Problem werden die Kontrollpunkte gleich zwischen den Randpunkten A und B verteilt.

Dieses Problem ist Steady-State und besteht nur aus dem Diffusionsterm der generellen Transportgleichung:

$$\frac{d}{dx} \left( \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) + S = 0 \quad (2)$$

#### 4.1.2 Diskretisierung

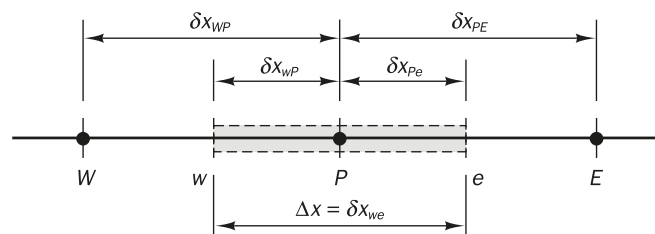


Abbildung 2: One-Dimensional Heat Conduction Diskretisierung

Generell wird jeweils ein Punkt P wie in Abbildung 2 gezeigt betrachtet. Rechts davon befindet sich ein weiterer Kontrollpunkt genannt E für East. Analog dazu befindet sich links der Punkt W. Klein e und klein w sind die Kopfflächen des Kontrollvolumen dar. Die verschiedenen Abstände sind jeweils mit einem  $\delta$  bezeichnet.

Der wichtigste Schritt der FVM ist die Integration der das Problem beschreibenden Formel. Dies geschieht für den Punkt P folgendermassen:

$$\int_{\Delta V} \frac{d}{dx} \left( \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) dV + \int_{\Delta V} S dV = \left( \Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left( \Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w + \bar{S} \Delta V = 0 \quad (3)$$

A ist in dieser Formel die Querschnittsfläche des Kontrollvolumens und  $\bar{S}$  der Quellenwert des betrachteten Kontrollvolumen. Ein Vorteil dieser Methode ist die klare physikalische Bedeutung: Der diffusive Fluss von  $\phi$  der das Kontrollvolumen auf der Ostseite verlässt minus der diffusive Fluss von  $\phi$  der in das Kontrollvolumen auf der Westseite gelangt ist gleich der Quelle von  $\phi$  im Kontrollvolumen. Die Werte von  $\Gamma$  an den Stirnflächen e und w werden linear zwischen den beiden Punkten E und W approximiert:

$$\Gamma_w = \frac{\Gamma_W + \Gamma_P}{2} \quad (4)$$

$$\Gamma_e = \frac{\Gamma_P + \Gamma_E}{2} \quad (5)$$

Die Ableitungen  $\phi$  werden ebenfalls linear über die Distanz  $\delta x_{PE}$  und  $\delta x_{WP}$  zwischen P und e bzw. w interpoliert.

$$\left( \Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e = \Gamma_e A_e \left( \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_{PE}} \right) \quad (6)$$

$$\left( \Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w = \Gamma_w A_w \left( \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_{WP}} \right) \quad (7)$$

Der Quellterm wird meistens als Funktion der abhängigen Variable dargestellt:

$$\bar{S} \Delta V = S_u + S_p \phi_P \quad (8)$$

Gesamthaft ergibt sich folgende Formel für das betrachtete Kontrollvolumen:

$$\Gamma_e A_e \left( \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_{PE}} \right) - \Gamma_w A_w \left( \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_{WP}} \right) + (S_u + S_p \phi_P) = 0 \quad (9)$$

oder nach Umstellung:

$$\left( \frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e + \frac{\Gamma_e}{\delta x_{WP}} A_w - S_p \right) \phi_P = \left( \frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w \right) \phi_W + \left( \frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e \right) \phi_E + S_u \quad (10)$$

In Koeffizientenschreibweise:

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E + S_u \quad (11)$$

- Demonstrate, using Taylor series expansion, that the central differencing scheme has second order accuracy.

Folie 11, siehe auch Multiphysik

## 5 The finite volume method for convection-diffusion problems

- Explain why the CDS (central differencing scheme) does not work for large velocities. Pe - Klee Zahl verhältnis zwischen Konvektion und Diffusion Internet
- Define the Peclet number Pe - Klee Zahl verhältnis zwischen Konvektion und Diffusion
- Explain why the upwind discretization (UD) works better. Explain the disadvantages of upwind discretization. Richtung im Wind, disadvantages: - es leidet von falscher numerischer - ist nur 1. Ordnung und deshalb eher ungenau advantages - grosse Zeitschritte - schlechteres Netz -
- Explain the terms: conservativeness, boundedness, transportiveness nachlesen...
- Explain how the hybrid differencing scheme works. idea: kombination von upwind und central, 1. Ordnung.... upwind: hohe PeKlee Zahlen (hohe konvektion und wenig diffusion) central differencing: kleine PeKlee Zahlen (weil mehr diffusion)
- Explain the QUICK scheme. Advantages and disadvantages. optimierung von upwind, schaut noch weiter in Zukunft und gewichtet die Zukunft sehr negativ ist es überschwingt, dies ist total unphysikalisch positiv näher an der exakten lösung
- Describe the idea behind TVD schemes. TVD steht für Total Variation Diminishing, Idee ist die Hügel zu reduzieren Folie 19

## 6 Solution algorithms for pressure velocity coupling in steady flows

- Difference between incompressible (pressure-based) and compressible (density based) approach/codes =, which equations are available for which variable incompressible, dichteänderung gleich 0 und p ist konstant compressible, dichteänderung ... folie 7
- Differences between momentum equations and general scalar transport equations =, new aspects to be tackled ??? zu folie 11
- Explain the SIMPLE procedure for pressure-velocity coupling siehe folie 14
- Explain the role of relaxation factor. Flussdiagramm siehe Folie 14
- Why are they used? folie 20

## 7 Solution of discretized equations

- Explain why iterative methods are necessary to solve sparse linear systems. schneller gelöst, numerisch weniger aufwendig Iterative löser ... sparse linear system sind einfach parallelisierbar
- Describe the Jacobi and Gauss-Seidel iterative methods Jacobi iterative method: möglichst nahe an Einheitsmatrix kommen eigenwert muss kleiner 1 sein, wird dafür langsamer  
Gauss-Seidel method: nicht parallelisierbar, konvergiert schneller
- Describe the idea behind the multi-grid method Anfangsbedingungen Stufenweises lösen auf verschiedenen Netzgrößen folie 19 (Ansys arbeitet so) feine lösen grobes Netz lösen dann wieder feiner...

## 8 The finite volume method for unsteady flows

- Describe the three common schemes for time discretization:
    - Explicit (forward Euler) ...
    - Crank-Nicholson ...
-

- Implicit (backward Euler) ...
- What are the advantages and disadvantages of the different schemes?
- How does the SIMPLE scheme have to be modified for a transient simulation?

## 9 Implementation of boundary conditions

- Name 5 important boundary conditions Dirichlet boundary conditions Neumann boundary conditions Robin boundary condition  
inlet outlet wall
- Why cannot symmetry planes (and symmetry boundary conditions always be used in CFD)?
- Why should outlets be placed far away from the interesting flow region? weil am anfang am rand falsche randbedingungen sind, siehe bild silvio, slide 38

## 10 Errors and uncertainty in CFD modelling

- Describe three potential numerical errors in CFD
  - Diskretisierungsfehler (netz ist nicht perfekt ist wenn abgeschnitten wird)
  - Rundungsfehler (float...)
  - Iterative Konvergenzfehler, Residuen???
 siehe buch 289
- Describe two typical physical uncertainties in CFD (uncertainties = Unsicherheiten) limitierte genauigkeit submodell ist nicht validiert siehe Buch 291
- What do the terms verification and validation mean.
  - verification, mathematisch teil, richtiges lösen der Gleichungen
  - validation, ingenieur, muss die richtigen Gleichungen finden, überprüfen und Beschreibung, so dass es der Wirklichkeit entspricht.

Hier eine Mustergleichung... :-) von PartDiff :-)

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$