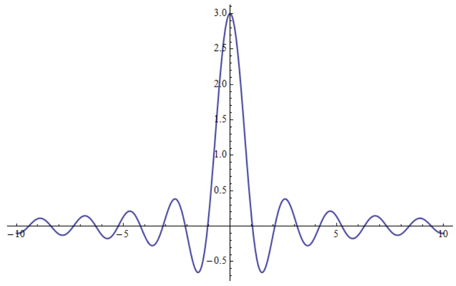
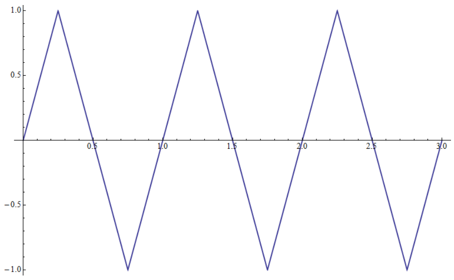
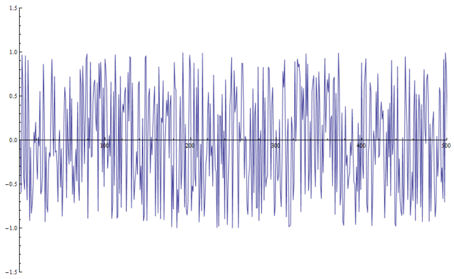
1 Signalbeschreibung Skript S.1

1.1 Energie- und Leistungssignale Skript S.3

Klasse 1: Energiesignal	**Klasse 2: Leistungssignale**	
zeitbegrenzt oder abklingend, einmalige Vorgänge, Impulse $W_n < \infty$ $P_n = 0$	nicht zeitbregrenzt $W_n = \infty$ $P_n \neq 0$	
	Klasse 2a: periodisch	**Klasse 2b: aperiodisch**
		

	Zeitbereich	**Frequenzbereich**
Normierte Signalenergie	$E_n = W_n = \lim\limits_{T\to\infty} \int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \lvert f(t)\rvert^2\, dt$	$E_n = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \lvert F(j\omega)\rvert^2\, dt$
Normierte Signalleistung:	$P_n = \lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \lvert f(t)\rvert^2\, dt$	$P_n = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left(\lim\limits_{T\to\infty} \frac{\lvert F(j\omega)\rvert^2}{T}\right) dt$

1.2 Mittelwerte Skript S.5

Arithmetischer Mittelwert, Gleichwert, Linearer MW	$X_0 = \overline{X} = X_m = \frac{1}{T} \int\limits_{t_0}^{t_0+T} x(t)dt$	(Kl. 2a) Ist die Fläche unter der Zeitfunktion über eine Periode.
	$X_0 = \lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)dt$	(Kl. 2b)
Quadratischer MW, Leistung	$X^2 = \frac{1}{T} \int\limits_{t_0}^{t_0+T} x^2(t)dt$	$X^n = \frac{1}{T} \int\limits_{t_0}^{t_0+T} x^n(t)dt$ (MW n. Ordnung)
Effektivwert	$X = X_{\text{eff}} = \sqrt{X^2} = \sqrt{\frac{1}{T} \int\limits_{t_0}^{t_0+T} x^2(t)dt}$	
Gleichrichtwert	$X_{\lvert m\rvert} = \lvert\bar{X}\rvert = \frac{1}{T} \int\limits_{t_0}^{t_0+T} \lvert x(t)\rvert dt$	Arithm. Mittelwert der Zweiweggleichrichterschaltung
Varianz, Standardabweichung	$\text{Var}(x) = \sigma^2 = \frac{1}{T} \int\limits_{-T/2}^{T/2} (x(t) - X_0)^2 dt = X^2 - X_0^2$	Mittl. Abweichung im Quadrat
	$X^2 = var(x) + X_0^2 = \lvert X\rvert^2 = var(\lvert x\rvert) + \lvert X_0\rvert^2$	

1.3 Funktionen

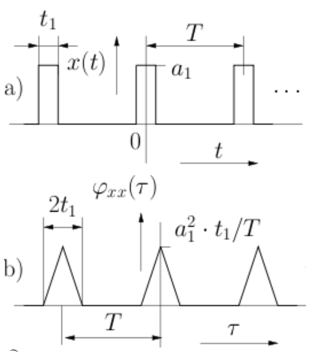
Autokorrelationsfunktion (AKF)

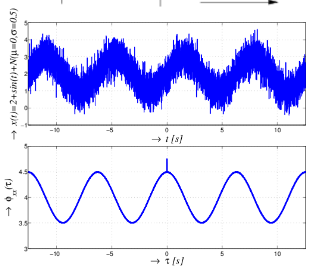
"Wie weit wird die Zukunft von der Vergangenheit geprägt?"

Für **Energiesignale** (Klasse 1):

$$\varphi_{xx}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t-\tau)dt = \lim_{T\to\infty} \int_{-T/2}^{T/2} x(t+\tau)x(t)dt = \varphi_{xx}(-\tau)$$

Skript S.8





Für **periodische Leistungssignale** (Klasse 2a):

$$\varphi_{xx}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t-\tau)dt = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t+\tau)x(t)dt = \varphi_{xx}(-\tau)$$

Für **nichtperiodische, stochastische Leistungssignale** (Klasse 2b):

$$\varphi_{xx}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t-\tau)dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t+\tau)x(t)dt = \varphi_{xx}(-\tau)$$

Eigenschaften

- $\varphi_{xx}(0) = X^2$ (Hat immer Diracstoss bei $\tau = 0$)
- $\varphi_{xx}(\tau) = \varphi_{xx}(\tau \pm mT)$, d.h. die AKF ist periodisch mit der gleichen Periode T wie das Signal $x(t)$.
- $\varphi_{xx}(\tau) = \varphi_{xx}(-\tau)$: d.h. die AKF ist eine **gerade Funktion**
- $\varphi_{xx}(0) \geq |\varphi_{xx}(\tau)|$
- $\varphi_{xx}(\tau) \geq (X_0)^2 - \sigma^2$

Beispiel: $x(t) = a_k \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow \varphi_{xx}(\tau) = \frac{a_k^2}{2}\cos(\omega\tau)$

$x(t) = b_k \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow \varphi_{xx}(\tau) = \frac{b_k^2}{2}\cos(\omega\tau)$

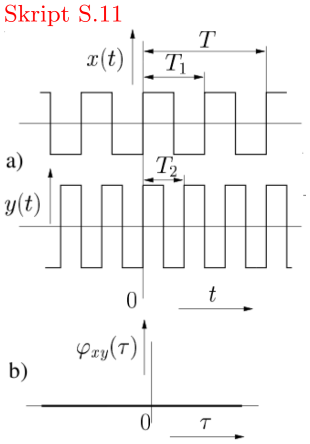
Kreuzkorrelationsfunktion (KKF)

"Wie ähnlich sind sich zwei Signale?" (Matlab: `xcorr`)

Für **Energiesignale** (Klasse 1):

$$\varphi_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)y(t-\tau)dt = \int_{-T/2}^{T/2} x(t+\tau)y(t)dt$$

Skript S.11



Für **periodische Leistungssignale** (Klasse 2a):

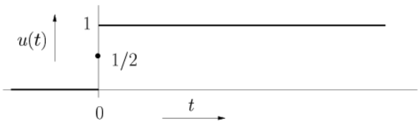
$$\varphi_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)y(t-\tau)dt = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t+\tau)y(t)dt$$

Für **nichtperiodische, stochastische Leistungssignale** (Klasse 2b):

$$\varphi_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)y(t-\tau)dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t+\tau)y(t)dt$$

Bei Signalen mit verschiedenen Frequenzen ist φ_{xy} immer 0, ausser die Gleichstromanteile!

Sprungfunktion Skript S.16

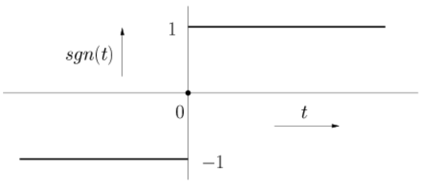


Einschaltfunktion, Einheitssprung, Heaviside-Function (Matlab: `heaviside`)

$$u(t) = 1(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0, \\ \frac{1}{2} & \text{für } t = 0, \\ 1 & \text{für } t > 0. \end{cases}$$

$$\mathcal{L}: \quad u(t) \circ\!\!-\!\!\bullet \; \frac{1}{s}$$

Signumfunktion Skript S.17

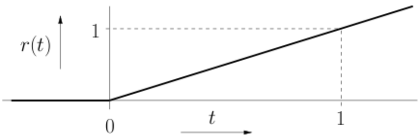


Vorzeichenfunktion (Matlab: `sign`)

$$\operatorname{sgn}(t) = \begin{cases} -1 & \text{für } t < 0, \\ 0 & \text{für } t = 0, \\ 1 & \text{für } t > 0. \end{cases}$$

$$\mathcal{F}: \quad \operatorname{sgn}(t) \circ\!\!-\!\!\bullet \; \frac{-2j}{\omega}$$

Rampenfunktion Skript S.17

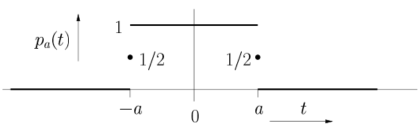


(Matlab: `ramp`)

$$r(t) = tu(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t \leq 0 \\ t & \text{für } t > 0 \end{cases}$$

$$\mathcal{L}: \quad r(t) \circ\!\!-\!\!\bullet \; \frac{1}{s^2}$$

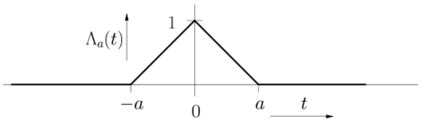
Rechteckimpuls Skript S.18



$$p_a(t) = u(t+a) - u(t-a) = \begin{cases} 1 & \text{für } |t| < a \\ \frac{1}{2} & \text{für } |t| = a \\ 0 & \text{für } |t| > a \end{cases}$$

$$\mathcal{F}: \quad p_a(t) \circ\!\!-\!\!\bullet \; 2a \operatorname{sinc}(a\omega) = \frac{2}{\omega}\sin(a\omega)$$

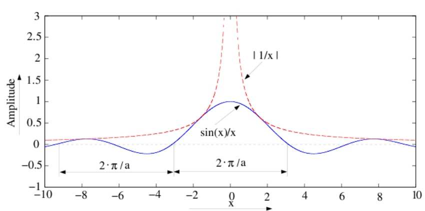
Dreieckimpuls Skript S.19



$$\Lambda_a(t) = \begin{cases} 1 - \frac{|t|}{a} & \text{für } |t| < a \\ 0 & \text{für } |t| \geq a \end{cases}$$

$$\mathcal{F}: \quad \Lambda_a(t) \circ\!\!-\!\!\bullet \; a\left(\frac{\sin(\frac{a\omega}{2})}{\frac{a\omega}{2}}\right)^2 = a \operatorname{sinc}^2\left(\frac{a\omega}{2}\right)$$

Sincfunktion Skript S.19



(Matlab: `sinc`)

$$\operatorname{sinc}_\alpha(t) = \frac{\sin(\alpha t)}{t} \qquad \operatorname{sinc}(\alpha t) = \frac{\sin(\alpha t)}{\alpha t}$$

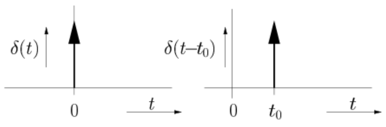
$$\mathcal{F}: \quad \operatorname{sinc}_\alpha(t) = \frac{\sin(\alpha t)}{t} \circ\!\!-\!\!\bullet \; \pi p_\alpha(\omega)$$

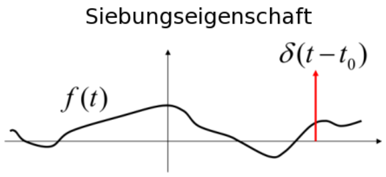
$$\mathcal{F}: \quad \operatorname{sinc}(\alpha t) = \frac{\sin(\alpha t)}{\alpha t} \circ\!\!-\!\!\bullet \; \frac{\pi}{\alpha} p_\alpha(\omega)$$

Impulsfunktion Skript S.20

Diracimpuls, Diracstoss, Deltaimpuls (Matlab: `dirac`)

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{für } t = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \qquad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1$$

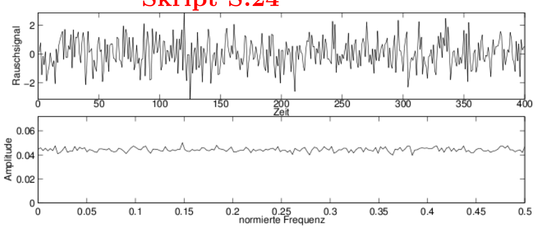




1.	$\delta(at) = \frac{1}{\lvert a \rvert}\delta(t)$	Skalierung
2.	$\delta(\frac{t-t_0}{a}) = \lvert a \rvert \cdot \delta(t-t_0)$	Skalierung und Verschiebung
3.	$\delta(-t+t_0) = \delta(t-t_0)$	symmetrisch
4.	$\delta(-t) = \delta(t)$	$\delta(t) =$ gerade Funktion
5.	$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)f(t)dt = f(t_0)$	**Siebungseigenschaft**
6.	$\delta(t-t_0)f(t) = f(t_0)\delta(t-t_0)$	Abtastung
7.	$\int_{-\infty}^{\infty} A \cdot \delta(t)dt = A$	**Spezialfall der Siebungseigenschaft**
8.	$\delta(t-t_0) * f(t) = f(t-t_0)$	Faltung
9.	$\delta(t-t_1) * \delta(t-t_2) = \delta(t-t_1-t_2)$	Faltung
10.	$\int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)d\tau = u(t); \qquad \delta(t) = \frac{\partial u(t)}{\partial t}$	Ableitung des Einheitssprungs
11.	$\delta(t) = \lim_{\omega \to \infty} \frac{\sin(\omega t)}{\pi t}$	Definition
12.	$\mathcal{L}, \mathcal{F}: \quad \delta(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\ 1$ $1 \circ\!\!-\!\!\bullet\ 2\pi\delta(\omega)$	Frequenzbereich

---

Rauschen Skript S.24

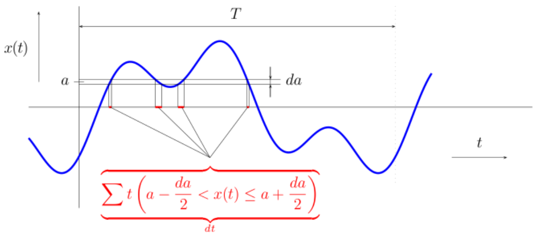


(Matlab: `randn`)

Ist die Intensität der Rauschspannung über viele Frequenzdekaden gleich verteilt, so spricht man von weissem Rauschen.
Signal to Noise Ratio: SNR $= \frac{\text{Signalleistung}}{\text{Rauschleistung}}$ (rauschfrei $\rightarrow \infty$)

Signal-Rausch-Verhältnis (SNR):	$a_r = 10 \cdot \log_1 0(\frac{P_s}{P_r}) = 20 \cdot \log_1 0(\frac{U_s}{U_r})$	P_s, U_s: Nutzsignal
Rauschzahl (noise figure):	$F = \frac{P_{sEingang}}{P_{rEingang}} \cdot \frac{P_{rAusgang}}{P_{sAusgang}}$	P_r, U_r: Rauschsignal
	$F = 1$, bei einem idealen Vierpol	T: absolute Temperatur $(0\circ = 273.15K)$
Rauschmass:	$a_F = 10 \cdot \log_1(F) = a_{rEingang} - a_{rAusgang}$	ΔF: Bandbreite
Effektive Rauschspannung:	$U_r = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot \Delta f \cdot R}$	$k = 1.380662 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$: Boltzmann-Konstante
Effktive Rauschleistung:	$P_r = k \cdot T \cdot \Delta f$	

1.4 Amplitudenanalyse Skript S.29



"Zeit während sich Signal in bestimmtem Amplitudenintervall aufhält"

$$p(a)=\lim_{da\to 0}\frac{\overbrace{\sum t\left(a-\frac{da}{2}<x(t)\leq a+\frac{da}{2}\right)}_{dt}}{T\cdot da}=\frac{1}{T}\cdot\frac{dt}{da}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}p(a)da=1;\qquad p(a)\geq 0\forall a$$

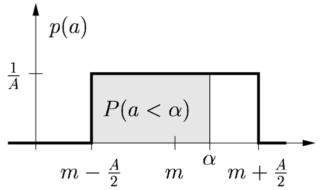
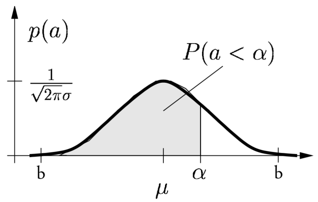
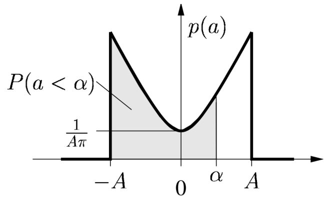
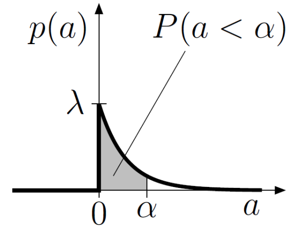
Linearer Mittelwert $\boxed{X_0=\int_{-\infty}^{\infty}a\cdot p(a)da}$

Mittelwert n. Ordnung $\boxed{X^n=\int_{-\infty}^{\infty}a^n\cdot p(a)da}$

Varianz $\boxed{Var(x)=\int_{-\infty}^{\infty}(a-X_0)^2\cdot p(a)da}$

$$\begin{array}{ll} x_1(t)\text{ mit} & p_1(a)\\ x_2(t)\text{ mit} & p_2(a)\end{array}\to x_3(t)=x_1(t)+x_2(t)\text{mit}p_3(a)=(p_1*p_2)(a)$$

Zusammenstellung verschiedener Verteilungen **Skript S.39**

Verteilung	gleichverteilt	gaussförmig	sinusförmig	exponentiell
				
Amplitudendichte $p(a) =$	$\begin{cases} \frac{1}{A} & \lvert a-m\rvert \leq \frac{A}{2}, \\ 0 & \lvert a-m\rvert > \frac{A}{2}. \end{cases}$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\dfrac{-(a-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$\begin{cases} \frac{1}{\pi\sqrt{A^2-a^2}} & \lvert a\rvert \leq A, \\ 0 & \lvert a\rvert > A. \end{cases}$	$\begin{cases} \lambda e^{-\lambda a} & a \geq 0 \\ 0 & a < 0 \end{cases}$
Wahrscheinlichkeit, dass die Amplitude a kleiner gleich α ist $P(a \leq \alpha) = \int\limits_{-\infty}^{\alpha} p(a)da =$	$\begin{cases} 0 & \alpha < m-\frac{A}{2}, \\ \frac{\alpha-(m-\frac{A}{2})}{A} & \lvert \alpha-m\rvert \leq \frac{A}{2} \\ 1 & \alpha \geq m+\frac{A}{2}. \end{cases}$	$Q\left(\frac{\mu-\alpha}{\sigma}\right)$	$\begin{cases} 0 & \alpha \leq -A, \\ \frac{1}{\pi}\left(\frac{\pi}{2}+\sin^{-1}\left(\frac{a}{A}\right)\right) & \lvert\alpha\rvert < A, \\ 1 & \alpha \geq A. \end{cases}$	$\begin{cases} 0 & \alpha < 0 \\ 1-e^{-\lambda\alpha} & \alpha \geq 0 \end{cases}$
Mittelwert $X_0 =$	m	μ	0	$\frac{1}{\lambda}$
Varianz $\mathrm{Var}(x) =$	$\frac{A^2}{12}$	σ^2	$\frac{A^2}{2}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
Leistung $X^2 =$	$m^2 + \frac{A^2}{12}$	$\mu^2+\sigma^2$	$\frac{A^2}{2}$	$\frac{2}{\lambda^2}$

Anmerkung zur gaussförmigen Verteilung: Im Intervall $\mu \pm 3\sigma$ sind 99,73% aller Messwerte zu finden. In der Zeichung ist diese Stelle mit **b** gekennzeichnet.

Zentraler Grenzwertsatz

$X_1, X_2, \ldots, X_n$ sind lauter identisch verteilte (nicht notwendig normalverteilt!) unabhängige Zufallsvariablen mit demselben Erwartungswert μ und derselben Varianz σ^2 und mit $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$
Dann hat die Summe

$$S_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} Z_i$$

den Erwartungswert $n\mu$ und die Varianz $n\sigma^2$.
Die damit verbundene standardisierte ($E(X) = 0, var(X) = 1$) Variable S_n ist somit wie folgt definiert:

$$S_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} \frac{X_i - \mu}{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{n} \cdot \sigma} \left[\left(\sum_{i=1}^{n} X_i \right) - n\mu \right] = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

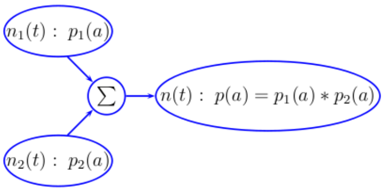
Für $\boldsymbol{n} \to \infty$ strebt die Verteilung von S_n gegen die Standardnormalverteilung.

Faltung **Skript S.35**

Convolution, "Addition zweier unabhängiger ergodischer Prozesse n_i" (Matlab: `conv`)

$$p(a) = \int_{-\infty}^{\infty} p_1(\xi) \cdot p_2(a - \xi) d\xi = p_1(a) * p_2(a) = p_2(a) * p_1(a) = \int_{-\infty}^{\infty} p_2(\xi) \cdot p_1(a - \xi) d\xi$$

Die Breite des Faltungsproduktes entspricht der Summe der Breite der einzelnen Faktoren.



Faltung im Zeitbereich $\to$ Multiplikation im Frequenzbereich

$$f(t) * g(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\ F(s)G(s)$$

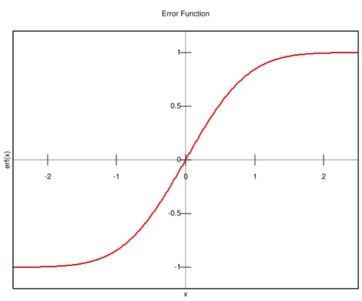
Faltung im Frequenzbereich $\to$ Multiplikation im Zeitbereich

$$F(s) * G(s) \bullet\!\!-\!\!\circ\ \frac{1}{2\pi} f(t)g(t)$$

Faltung zweier Normalverteilungen

$$N(\mu_1; \sigma_1) * N(\mu_2; \sigma_2) = N(\mu_1 + \mu_2; \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

Q-Funktion **Skript S.42**



"Wahrscheinlichkeit eines Fehlers" (Matlab: `erf, erfc`)
Wenn die Resultate einer Messserie mit einer Normalverteilung mit Varianz σ und Erwartungswert 0 auftreten, dann ist erf $\left(\frac{a}{\sigma\sqrt{2}}\right)$ die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelner Messwert zwischen $-a$ und a liegt.
Tabelle Skript S.53

$$Q(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\xi}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

$$Q(\xi) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2}\left(1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}}\right)\right)$$

2 Frequenzanalyse Skript S.55

2.1 Divere Formeln

Bessel's Theorem Skript S.72	$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \lvert f(t)\rvert^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \lvert F(j\omega)\rvert^2 d\omega$
Parseval's Theorem Skript S.72	$\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot g^*(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) \cdot G^*(j\omega) d\omega$
Gibbschesphänomen	Überschwinger beträgt ca. 18% der Amplitude oder ca. 9% der Sprunghöhe. $S_\infty = \frac{f(x_0^+)+f(x_0^-)}{2}$ (approximiert)
Autokorrelation Skript S.67	$\varphi_{xx}(\tau) = \sum\limits_{k=-\infty}^{\infty} c_k c_{-k} e^{-j\frac{2\pi k}{T_0}\tau} = \sum\limits_{k=-\infty}^{\infty} \lvert c_k\rvert^2 e^{-j\frac{2\pi k}{T_0}\tau} = \lvert c_0\rvert^2 + 2 \cdot \sum\limits_{k=1}^{\infty} \lvert c_k\rvert^2 \cdot \cos(\frac{2\pi k}{T_0}\tau)$
Leistung Skript S.67	$X^2 = \sum\limits_{k=-\infty}^{\infty} \lvert c_k\rvert^2 = \lvert c_0\rvert^2 + 2 \cdot \sum\limits_{k=1}^{\infty} \lvert c_k\rvert^2 = (\frac{a_0}{2})^2 + \sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{a_k^2+b_k^2}{2} = (\frac{a_0}{2})^2 + \sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{A_k^2}{2}$
Bandbreitentheorem Skript S.70	$\Delta\omega \cdot \Delta t \geq \gamma$ mit $\gamma \geq \frac{1}{2}$

2.2 Leisungsdichtespektrum Skript S.80

$\phi(j\omega) = \lim\limits_{T\to\infty} \frac{\lvert F(j\omega)\rvert^2}{T}$ — $\phi(j\omega)$: Leistungsdichtespektrum

$P_n = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty} \infty \phi(j\omega) d\omega$ — P_n: normierte Leistung

$E(j\omega) = \lvert F(j\omega)\rvert^2$ — $E(j\omega)$: Energiedichtespektrum

2.3 Wiener-Chintchine Theorem Skript S.81

$$\varphi_{xx}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \circ\!\!-\!\!\bullet\ \phi(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{xx}(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$\varphi_{xx}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \circ\!\!-\!\!\bullet\ E(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{xx}(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$\varphi_{xy}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{xy}(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \circ\!\!-\!\!\bullet\ \phi_{xy}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{xy}(t) e^{-j\omega t} dt$$

2.4 Eigenschaften von $\phi(j\omega)$

1. $\phi(j\omega)$ ist reell
2. $\phi(j\omega) \geq 0$
3. $\phi(j\omega) = \phi(-j\omega)$
4. $P = X^2 = \varphi_{xx}(0) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \phi(j\omega) d\omega$
5. $\phi(0) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \varphi_{xx}(\tau) d\tau$

3 Systeme Skript S.109

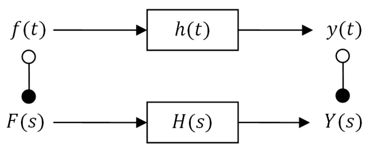
3.1 Begriffe

Bezeichnung	*Beschreibung*	*Bedingung, Erkennung*
Wirkungsfreiheit Skript S.109	Eingang des System hochohmig	Die Eingänge haben keine Rückwirkung auf die Ausgänge der vorhergehenden Systeme.
Statische bzw. dynamische Systeme Skript S.110,111	Ohne(statisch, resistiv) bzw. mit Gedächtnis	Statisch: der Ausgang hängt direkt vom Eingang zur Zeit t_0 ab. $y(t_0) = f(x(t_0))\ \forall t_0$ Dynamisch: $\int dt$; $\frac{d}{dt}$; $f(t \pm t_0)$
Kausale bzw. akausale Systeme Skript S.112	Keine zukünftigen Werte bzw. nicht in "Echtzeit"	Kausal: hängt <u>nicht</u> von zukünftigen Werten ab. $f(t-t_0)$; $\int^{t} f(\tau)d\tau \quad (t_0 > 0)$ Statische Systeme sind immer kausal. Akausal: hängt von zukünftigen Werten ab. $f(-t)$; $f(t+t_0)$; $\int^{t+t_0} f(\tau)d\tau$
Zeitinvariante bzw. zeitvariante Systeme Skript S.118	Von der Zeit (un-) abhängig	Zeitvariant: $\cos(t)x(t); t^{\alpha}x(t) \qquad (\alpha \neq 0)$ Zeitinvariant: $x(t) \rightarrow y(t)$, dann gilt $x(t-t_0) \rightarrow y(t-t_0)\ \forall t_0$
Lineare bzw. nichtlineare Systeme Skript S.113		Nichtlinear: $x(t) = 0 \rightarrow y(t) \neq 0 \Rightarrow$ Ausgangssignal, kann Frequenzkomponenten enthalten, welche beim Eingangssignal <u>nicht</u> enthalten sind. Linear: $S(x1 + x2) = S(x1) + S(x2)$ $S(c \cdot x) = c \cdot S(x) \Rightarrow$ enthält <u>keine</u> neuen Frequenzkomponenten im Ausgangssignal.
Reelle Systeme Skript S.121	ein reelles Eingangssignal bewirkt immer ein reelles Ausgangssignal	
Invertierbare Systeme Skript S.121	bei jedem Ausgangssignal kann eindeutig auf das Eingangssignal geschlossen werden	invertierbar: $y = x^3 \rightarrow x = \sqrt[3]{y}$ nicht invertierbar: $y = x^2 \rightarrow x = \pm\sqrt{y}$

3.2 Übertragungsfunktion von LTI-Systemen Skript S.108

$$h(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\ H(s)$$

$$y(t) = h(t) * f(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\ Y(s) = H(s)F(s)$$

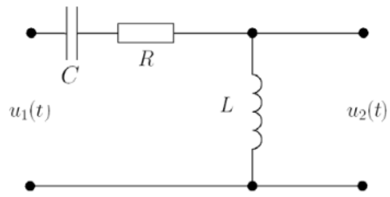


$h(t)$: Impulsantwort

$H(s)$: Übertragungsfunktion

Kaskadierung von wirkungsfreien Systemen: $H_{total}(s) = H_1(s)H_2(s)$ bzw. bei n gleichen Systemen: $H_{total} = (H(s))^n$

Beispiel: Gesucht UTF $H(s) = \frac{Y(s)}{F(s)}$



$$H(s) = \frac{sL}{\frac{1}{sC} + sL + R} = \frac{s^2}{\frac{1}{LC} + s\frac{R}{L} + s^2}$$

$$\Longrightarrow \text{Pole bei } s = -\frac{R}{2L} \pm j\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \quad ; \quad \text{Doppelte Nullstelle bei } s = 0$$

Differentialgleichung: $\ddot{y}(t) + \frac{R}{L}\dot{y}(t) + \frac{1}{LC}y = \ddot{x}(t)$

3.2.1 Bestimmung der UTF

Bauteil	Ersatz
R	R
L	sL
C	$\frac{1}{sC}$

3.3 Berechnung des Amplituden- und Phasengangs aus der Übertragungsfunktion

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{F(j\omega)} = |H(j\omega)|e^{j\Theta(\omega)} = \frac{|Y(j\omega)|}{|F(j\omega)|}e^{j(\arg(Y(j\omega))-\arg(F(j\omega)))} = \frac{|Y(j\omega)|}{|F(j\omega)|}e^{j\left[\arctan\left(\frac{\text{Im}\{Y(j\omega)\}}{\text{Re}\{Y(j\omega)\}}\right)-\arctan\left(\frac{\text{Im}\{F(j\omega)\}}{\text{Re}\{F(j\omega)\}}\right)\right]}$$

Phasengang: $\Theta(\omega) = \arctan\left(\frac{\text{Im}(H(j\omega))}{\text{Re}(H(j\omega))}\right)$

Amplitudengang: $|H(j\omega)| = \frac{|Y(j\omega)|}{|F(j\omega)|}$

3.4 Zusammenhang zwischen Impuls- & Einheitssprungantwort, Endwerte Skript S.109

Einheitssprungantwort $g(t)$, Impulsantwort $h(t)$

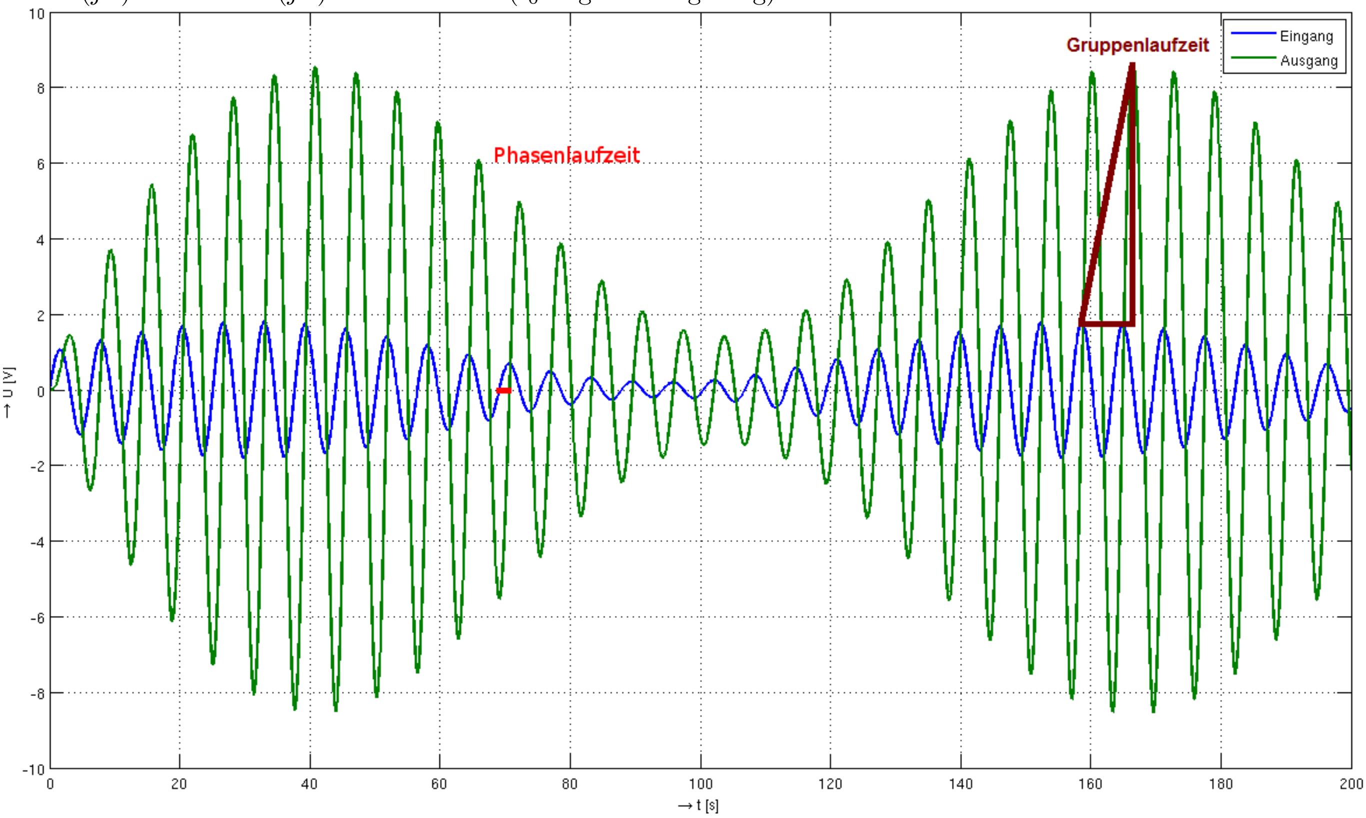
$$h(t) = \frac{\partial g(t)}{\partial t} \quad \text{bzw.} \quad g(t) = \int_{-\infty}^{t} h(\tau)d\tau \quad ; \quad \lim_{t\to\infty} h(t) = \lim_{s\to 0} sH(s) \quad ; \quad \lim_{t\to\infty} g(t) = \lim_{s\to 0} H(s)$$

3.5 Phasen- & Gruppenlaufzeit Skript S.130

Die Phasenlaufzeit (phase delay) ist nur für reine Sinussignale bestimmbar: $\tau_P(\omega) = \frac{-\theta(\omega)}{\omega}$
Die Gruppenlaufzeit (groupe delay) hingegen ist für sämtliche Signale möglich: $\tau_G(\omega) = \frac{-\partial\theta(\omega)}{\partial\omega}$
Die Signalverzögerung, Phasenlaufzeit $\tau_P(\omega)$ und Gruppenlaufzeit $\tau_G(\omega)$ sind gleich wenn,

$$\theta(\omega) = -\omega t_0$$

und $H(j\omega)$ die Form $H(j\omega) = a \cdot e^{j\omega t_0}$ hat (t_0: Signalverzögerung).



Eingangssignal $x(t)$ und Ausgangssignal $y(t)$ des Systems $H(s) = \frac{1}{s^2+0.2s+1}$. Bemerkung: $y(t)$ ist grösser als $x(t)$.

3.6 Stabilität von LTI-Systemen Skript S.125

3.6.1 BIBO-Stabilität Skript S.125

Ein System ist BIBO-stabil (Bounded Input Bounded Output), wenn auf jedes beschränkte Eingangssignal das Ausgangssignal ebenfalls beschränkt ist. $|u_{in}(t)| < A \rightarrow |u_{out}(t)| < B$ mit $0 < A, B \in \mathbf{N} < \infty$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty$$

3.6.2 Asymptotische Stabilität Skript S.126

Stabil:	$\lim_{t\to\infty} h(t) = 0$ Pole **nur** in der linken s-Halbebene.
Instabil:	Mind. ein Pol in der rechten s-Halbebene oder mind. ein **mehrfacher** Pol auf der j-Achse der s-Ebene.
Grenzstabil:	mindestens ein **einfacher Pol**, aber **kein mehrfach Pol** auf der j-Achse und **kein Pol** auf der **rechten** s-Halbebene

3.6.3 Stabilität mit Hurwitz-Polynom Skript S.127

Es wird jeweils das Polynom im **Nenner der Übertragungsfunktion** betrachtet: $P(s) = a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0$
Ist ein solches Polynom ein Hurwitz-Polynom, so ist das System **asymptotisch stabil**. Handelt es sich um ein **modifiziertes Hurwitz-Polynom** so ergibt es ein **grenzstabiles** System.

$P(s)$ ist nur dann ein Hurwitz-Polynom, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

1. alle Koeffizienten a_i von $P(s)$ sind grösser als Null (und sind vorhanden).
(bei einem Polynom 2.Ordnung ist es instabil, wenn min. 1 Koeffizient negativ ist)
2. alle Hurwitz-Determinanten D_1 bis D_n sind grösser als Null

$$D_1 = a_{n-1} > 0$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_n \\ a_{n-3} & a_{n-2} \end{vmatrix} > 0$$

$$\vdots$$

$$D_{n-1} = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_n & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} & a_n & 0 & 0 \\ a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} & a_{n-2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & a_1 \end{vmatrix} > 0$$

$$D_n = a_0 D_{n-1} > 0$$

Modifiziertes Hurwitz-Polynom
Nebst allen $a_i \geq 0$ müssen alle Hurwitz-Determinanten $D_1, D_2, \ldots, D_{n-2} > 0$ und $D_{n-1} = D_n = 0$ sein.

N	$P(s)$ ist ein Hurwitz-Polynom (stabil)	$P(s)$ ist ein modifiziertes Hurwitz-Polynom (grenzstabil)
1	gilt für alle $P(s)$	$a_0 = 0$
2	gilt für alle $P(s)$	$a_1 = 0$
3	$a_1a_2 > a_0a_3$	$a_1a_2 = a_0a_3$
4	$a_3(a_1a_2 - a_0a_3) > a_1^2a_4$	$a_3(a_1a_2 - a_0a_3) = a_1^2a_4$
5	$a_3a_4 > a_2a_5$ und $(a_1a_2 - a_0a_3)(a_3a_4 - a_2a_5) > (a_1a_4 - a_0a_5)^2$	$a_3a_4 > a_2a_5$ $(a_1a_2 - a_0a_3)(a_3a_4 - a_2a_5) = (a_1a_4 - a_0a_5)^2$

- Wenn **ein Koeffizient negativ** ist ($a_x < 0$), dann ist das System **instabil**.
- Wenn **alle Koeffizienten negativ** sind, kann -1 ausgeklammert werden und in den Zähler verschoben werden $\Rightarrow$ **System stabil** oder **grenzstabil** (siehe Punkt 3)
- Wenn **ein Koeffizient nicht vorhanden** ist ($a_x = 0$), dann ist das System evtl. grenzstabil, d.h. es ist eine **Überprüfung mit modifiziertem Hurwitz-Polynom** nötig.

3.7 Klirrfaktor Skript S.137

Als Mass für nichtlineare Verzerrungen gilt der *Klirrfaktor*. Betrachtet wird jeweils der Effektivwert am Ausgang

$$k = \sqrt{\frac{U_2^2 + U_3^2 + \ldots + U_n^2}{U_1^2 + U_2^2 + \ldots + U_n^2}} \qquad 0 \leq k \leq 1$$

Teilklirrfaktor (frequenzselektiv)	$k_m = \frac{U_m}{\sqrt{U_1^2+U_2^2+\ldots+U_n^2}}$
Klirrdämpfungsmass	$a_k = 20\log\left(\frac{1}{k}\right)$
Teilklirrdämpfungmass	$a_k = 20\log\left(\frac{1}{k_m}\right)$

3.8 Total Harmonic Distortion (THD) Skript S.137

$$\text{THD} = \sqrt{\frac{U_2^2 + U_3^2 + \ldots + U_n^2}{U_1^2}} \qquad \infty > \text{THD} \geq k \geq 0; \quad \text{Für kleine Verzerrungen: THD} \approx k$$

3.9 Verzerrungsfreie Übertragung von Signalen Skript S.138

Bedingungen für eine verzerrungsfreie Übertragung:

1. Amplitude: konstant (unabhängig von der Frequenz) $\leftrightarrow |H(j\omega)| = \text{konstant} = a \neq 0$
2. Phase: proportional zur Frequenz $\leftrightarrow \Theta(\omega) = -\omega t_0$

3.10 Übertragung von stochastischen Signalen Skript S.141

lineare Mittelwert Y_0:	$Y(j0) = X(j0) \cdot H(j0) \to Y_0 = X_0 \cdot H(j0)$
Autokorrelation:	$\varphi_{yy}(\tau) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} h(\alpha)h(\beta)\varphi_{xx}(\tau+\alpha-\beta)d\alpha d\beta = h(-\tau) * h(\tau) * \varphi_{xx}(\tau)$ $\varphi_{yy}(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \|H(j\omega)\|^2 \phi_{xx}(j\omega)e^{j\omega\tau}d\omega$
Leistungsdichtespektrum:	$\phi_{yy}(j\omega) = \|H(j\omega)\|^2\phi_{xx}(j\omega)$
Leistung:	$Y^2 = \varphi_{yy}(0) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \|H(j\omega)\|^2\phi_{xx}(j\omega)d\omega$
Kreuzkorrelation:	$\varphi_{xy}(\tau) = h(\tau) * \varphi_{xx}(\tau) \circ\!\!-\!\!\bullet\ \phi_{xy} = H(j\omega) \cdot \phi_{xx}(j\omega)$ $\varphi_{yx}(\tau) = h(-\tau) * \varphi_{xx}(\tau) \circ\!\!-\!\!\bullet\ \phi_{yx} = H^*(j\omega) \cdot \phi_{xx}(j\omega)$ $\varphi_{yx}(\tau) = \varphi_{xy}(-\tau) \circ\!\!-\!\!\bullet\ \phi_{yx}(j\omega) = \phi_{xy}(-j\omega) = \phi_{xy}^*(j\omega)$

4 Idiotenseite

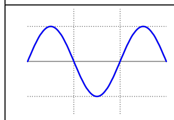
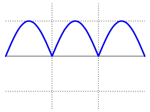
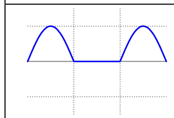
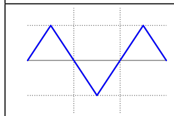
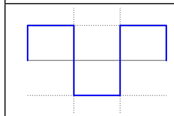
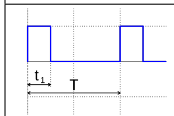
4.2 Ableitungen elementarer Funktionen S436

Funktion	**Ableitung**	**Funktion**	**Ableitung**
C (Konstante)	0	$\sec x$	$\frac{\sin x}{\cos^2 x}$
x	1	$\sec^{-1} x$	$\frac{-\cos x}{\sin^2 x}$
$x^n \ (n \in \mathbb{R})$	nx^{n-1}	$\arcsin x \quad (\lvert x\rvert < 1)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\arccos x \quad (\lvert x\rvert < 1)$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\text{arccot}\ x$	$-\frac{1}{1+x^2}$
$\sqrt[n]{x} \quad (n \in \mathbb{R}, n \neq 0, x > 0)$	$\frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$\text{arcsec}\ x$	$\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
e^x	e^x	$\text{arcossec}\ x$	$-\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
$\mathrm{e}^{bx} \quad (b \in \mathbb{R})$	$b\mathrm{e}^{bx}$	$\sinh x$	$\cosh x$
$a^x \quad (a > 0)$	$a^x \ln a$	$\cosh x$	$\sinh x$
$a^{bx} \quad (b \in \mathbb{R}, a > 0)$	$ba^{bx} \ln a$	$\tanh x$	$\frac{1}{\cosh^2 x}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\coth x \quad (x \neq 0)$	$-\frac{1}{\sinh^2 x}$
$\log_a x \quad (a > 0, a \neq 1, x > 0)$	$\frac{1}{x}\log_a \mathrm{e} = \frac{1}{x \ln a}$	$\text{Arsinh}\ x$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\lg x \quad (x > 0)$	$\frac{1}{x}\lg \mathrm{e} \approx \frac{0.4343}{x}$	$\text{Arcosh}\ x \quad (x > 1)$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\sin x$	$\cos x$	$\text{Artanh}\ x \quad (\lvert x\rvert < 1)$	$\frac{1}{1-x^2}$
$\cos x$	$-\sin x$	$\text{Arcoth}\ x \quad (\lvert x\rvert > 1)$	$-\frac{1}{x^2-1}$
$\tan x \quad (x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z})$	$\frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$	$[f(x)]^n \quad (n \in \mathbb{R})$	$n[f(x)]^{n-1}f'(x)$
$\cot x \quad (x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})$	$\frac{-1}{\sin^2 x} = -cosec^2 x$	$\ln f(x) \quad (f(x) > 0)$	$\frac{f'(x)}{f(x)}$

4.1 Einige unbestimmte Integrale S1074

$\int dx = x + C$	$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ x\epsilon\mathbb{R}^+,\ \alpha\epsilon\mathbb{R}\backslash\{-1\}$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln\lvert x\rvert + C,\ x \neq 0$	$\int e^x dx = e^x + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,\ a\epsilon\mathbb{R}^+\backslash\{1\}$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C,\ x \neq k\pi$ mit $k\epsilon\mathbb{Z}$
$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C,\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ mit$k\epsilon\mathbb{Z}$	$\int \sinh x dx = \cosh x + C$
$\int \cosh x dx = \sinh x + C$	$\int \frac{dx}{\sinh^2 x} = -\coth x + C,\ x \neq 0$
$\int \frac{dx}{\cosh^2 x} = \tanh x + C$	$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a}\ln\lvert ax+b\rvert + C,\ a \neq 0, x \neq -\frac{b}{a}$
$\int \frac{dx}{a^2x^2+b^2} = \frac{1}{ab}\arctan\frac{a}{b}x + C,\ a \neq 0,\ b \neq 0$	$\int \frac{dx}{a^2x^2-b^2} = \frac{1}{2ab}\ln\left\lvert\frac{ax-b}{ax+b}\right\rvert + C,\ a \neq 0,\ b \neq 0,\ x \neq \frac{b}{a},\ x \neq -\frac{b}{a}$
$\int \sqrt{a^2x^2+b^2}dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2x^2+b^2} + \frac{b^2}{2a}\ln\left(ax + \sqrt{a^2x^2+b^2}\right) + C,\ a \neq 0,\ b \neq 0$	$\int \sqrt{a^2x^2-b^2}dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2x^2-b^2} - \frac{b^2}{2a}\ln\left\lvert ax + \sqrt{a^2x^2-b^2}\right\rvert + C,\ a \neq 0,\ b \neq 0, a^2x^2 \geqq b^2$
$\int \sqrt{b^2-a^2x^2}dx = \frac{x}{2}\sqrt{b^2-a^2x^2} + \frac{b^2}{2a}\arcsin\frac{a}{b}x + C,\ a \neq 0,\ b \neq 0,\ a^2x^2 \leqq b^2$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2x^2-b^2}} = \frac{1}{a}\ln(ax + \sqrt{a^2x^2+b^2}) + C,\ a \neq 0,\ b \neq 0$
$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2x^2-b^2}} = \frac{1}{a}\ln\left\lvert ax + \sqrt{a^2x^2-b^2}\right\rvert + C,\ a \neq 0,\ b \neq 0,\ a^2x^2 > b^2$	$\int \frac{dx}{\sqrt{b^2-a^2x^2}} = \frac{1}{a}\arcsin\frac{a}{b}x + C,\ a \neq 0,\ b \neq 0,\ a^2x^2 < b^2$
Die Integrale $\int \frac{dx}{X}, \int \sqrt{X}dx, \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$ mit $X = ax^2 + 2bx + c,\ a \neq 0$ werden durch die Umformung $X = a(x+\frac{b}{a})^2 + (c - \frac{b^2}{a})$ und die Substitution $t = x + \frac{b}{a}$ in die oberen 4 Zeilen transformiert.	$\int \frac{xdx}{X} = \frac{1}{2a}\ln\lvert X\rvert - \frac{b}{a}\int\frac{dx}{X},\ a \neq 0,\ X = ax^2 + 2bx + c$
$\int \sin^2 axdx = \frac{x}{2} - \frac{1}{4a}\cdot\sin 2ax + C,\ a \neq 0$	$\int \cos^2 axdx = \frac{x}{2} + \frac{1}{4a}\cdot\sin 2ax + C,\ a \neq 0$
$\int \sin^n axdx = -\frac{sin^{n-1}ax\cdot\cos ax}{na} + \frac{n-1}{n}\int\sin^{n-2}axdx,\ n\epsilon\mathbb{N},\ a \neq 0$	$\int \cos^n axdx = \frac{\cos^{n-1}ax\cdot\sin ax}{na} + \frac{n-1}{n}\int\cos^{n-2}axdx,\ n\epsilon\mathbb{N},\ a \neq 0$
$\int \frac{dx}{\sin ax} = \frac{1}{a}\ln\left\lvert\tan\frac{ax}{2}\right\rvert + C,\ a \neq 0,\ x \neq k\frac{\pi}{a}$ mit $k\epsilon\mathbb{Z}$	$\int \frac{dx}{\cos ax} = \frac{1}{a}\ln\left\lvert\tan(\frac{ax}{2} + \frac{\pi}{4})\right\rvert + C,\ a \neq 0,\ x \neq \frac{\pi}{2a} + k\frac{\pi}{a}$ mit $k\epsilon\mathbb{Z}$
$\int \tan axdx = -\frac{1}{a}\ln\lvert\cos ax\rvert + C,\ a \neq 0,\ x \neq \frac{\pi}{2a} + k\frac{\pi}{a}$mit $k\epsilon\mathbb{Z}$	$\int \cot axdx = \frac{1}{a}\ln\lvert\sin ax\rvert + C,\ a \neq 0,\ x \neq k\frac{\pi}{a}mitk\epsilon\mathbb{Z}$
$\int x^n \sin axdx = -\frac{x^n}{a}\cos ax + \frac{n}{a}\int x^{n-1}\cos axdx,\ n\epsilon\mathbb{N},\ a \neq 0$	$\int x^n \cos axdx = \frac{x^n}{a}\sin ax - \frac{n}{a}\int x^{n-1}\sin axdx,\ n\epsilon\mathbb{N},\ a \neq 0$
$\int x^n e^{ax}dx = \frac{1}{a}x^n e^{ax} - \frac{n}{a}\int x^{n-1}e^{ax}dx,\ n\epsilon\mathbb{N},\ a \neq 0$	$\int e^{ax}\sin bxdx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\sin bx - b\cos bx) + C,\ a \neq 0,\ b \neq 0$
$\int e^{ax}\cos bxdx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\cos bx + b\sin bx) + C,\ a \neq 0,\ b \neq 0$	$\int \ln xdx = x(\ln x - 1) + C,\ x\epsilon\mathbb{R}^+$
$\int x^\alpha\cdot\ln xdx = \frac{x^{\alpha+1}}{(\alpha+1)^2}[(\alpha+1)\ln x - 1] + C,\ x\epsilon\mathbb{R}^+,\ \alpha\epsilon\mathbb{R}\backslash\{-1\}$	

4.3 Eigenschaften unterschiedlicher Schwingungsformen

Schwingungsform	Funktion	Gleichrichtwert	Formfaktor	Effektivwert	Scheitelfaktor	X_0	X^2	**var(X)**
Formel		$\overline{\lvert x\rvert} = \frac{1}{T}\int_0^T \lvert x(t)\rvert\, dt$	$\frac{X}{\overline{\lvert x\rvert}}$	$X = \sqrt{\overline{X^2}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int\limits_{t_0}^{t_0+T} x^2(t)dt}$	$k_s = \frac{X_{\max}}{X_{\text{eff}}}$			
	$A \cdot \sin(t)$	$\frac{2}{\pi} \approx 0.637$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1.11$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707$	$\sqrt{2} \approx 1.414$	0	$\frac{A^2}{2}$	$\frac{A^2}{2}$
	$A \cdot \lvert\sin(t)\rvert$	$\frac{2}{\pi} \approx 0.637$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1.11$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707$	$\sqrt{2} \approx 1.414$	$\frac{2A}{\pi}$	$\frac{A^2}{2}$	$\frac{A^2}{2} - \frac{4A^2}{\pi^2}$
	$\begin{cases} A \cdot \sin(t) & 0 < t < \pi \\ 0 & \text{True} \end{cases}$	$\frac{1}{\pi} \approx 0.318$	$\frac{\pi}{2} \approx 1.571$	$\frac{1}{2} = 0.5$	2	$\frac{A}{\pi}$	$\frac{A^2}{4}$	$\frac{A^2}{4} - \frac{A^2}{\pi^2}$
	$A \cdot \Lambda(t)$	$\frac{1}{2} = 0.5$	$\frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1.155$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.557$	$\sqrt{3} \approx 1.732$	0	$\frac{A^2}{3}$	$\frac{A^2}{3}$
	$\begin{cases} A & 0 < x < t \\ 0 & \text{True} \end{cases}$	1	1	1	1	0	A^2	A^2
DC	1	1	1	1	1	-	-	-
		$\frac{t_1}{T}$	$\sqrt{\frac{T}{t_1}}$	$\sqrt{\frac{t_1}{T}}$	$\sqrt{\frac{T}{t_1}}$	$A\frac{t}{T}$	$A^2\frac{t}{T}$	$\frac{A^2 t}{T} - \frac{A^2 t^2}{T^2}$

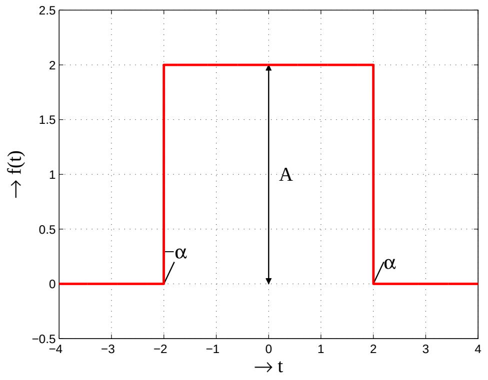
Anhang zum Kapitel 2

2.A Tabelle von Fourier-Transformationspaaren

Die Fourier-Transformationspaare sind zum Teil von [6, 47, 69] entnommen. Es gilt jeweils: $0 < (\alpha, \beta, t_0, \omega_0, A) \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$.

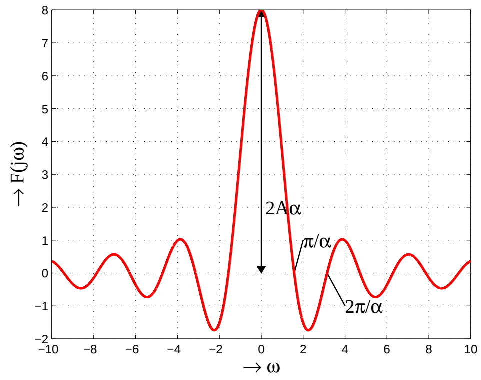
<table>
<tr><th>#</th><th>Zeitfunktion: $\boldsymbol{f(t)}$</th><th>Spektralfunktion: $\boldsymbol{F(j\omega)}$</th></tr>
<tr><td>1</td><td>

$$A \cdot p_\alpha(t) = \begin{cases} A & \text{für } |t| < \alpha, \\ \frac{A}{2} & \text{für } |t| = \alpha, \\ 0 & \text{für } |t| > \alpha. \end{cases}$$



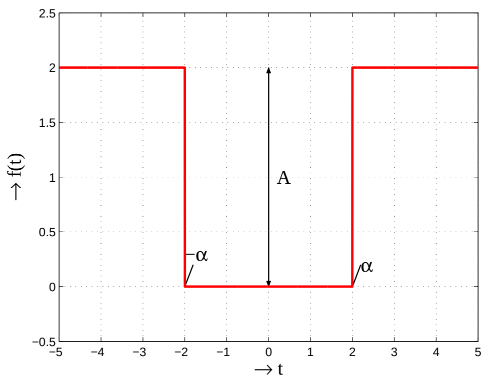
</td><td>

$$\frac{2A}{\omega}\sin(\alpha\omega) = 2A\alpha \cdot sinc(\alpha\omega)$$



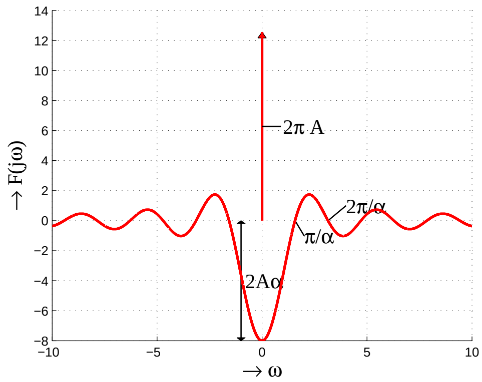
</td></tr>
<tr><td>3</td><td>

$$A(1 - p_\alpha(t)) = \begin{cases} 0 & \text{für } |t| < \alpha, \\ \frac{A}{2} & \text{für } |t| = \alpha, \\ A & \text{für } |t| > \alpha. \end{cases}$$



</td><td>

$$2 \cdot \pi \cdot A\delta(\omega) - 2A\alpha \cdot sinc(\alpha\omega)$$



</td></tr>
</table>

Tabelle 2.3: Fourier-Transformationspaare

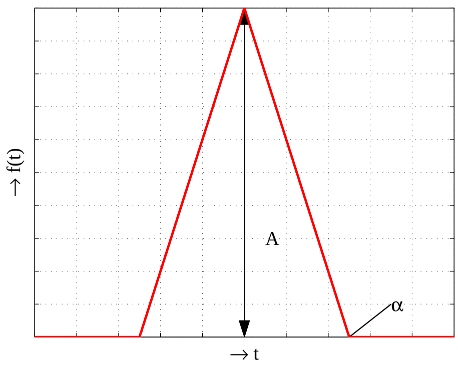
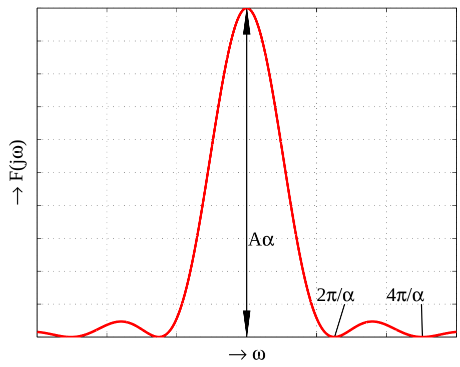
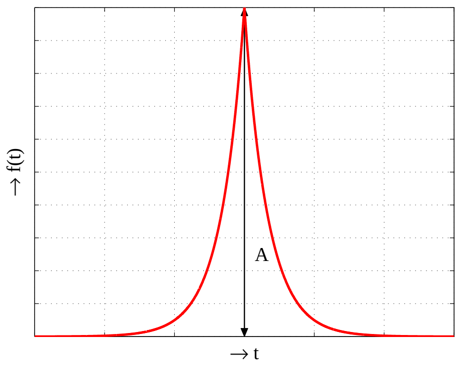
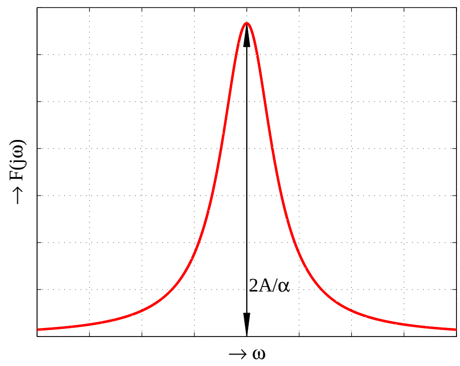
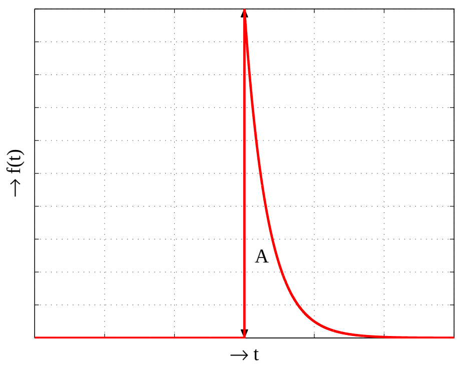
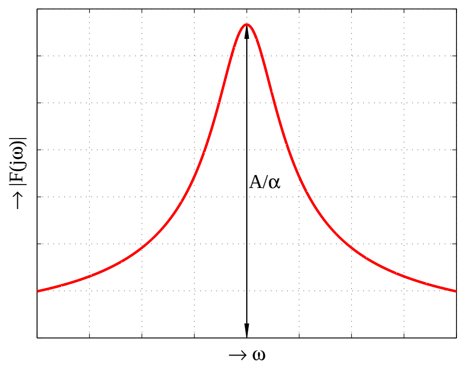
<table>
<tr><th>#</th><th>Zeitfunktion: $f(t)$</th><th>Spektralfunktion: $F(j\omega)$</th></tr>
<tr><td>4</td><td>$A \cdot \Lambda_\alpha(t) = \begin{cases} A - \frac{A|t|}{\alpha} & \text{für } |t| < \alpha, \\ 0 & \text{für } |t| \geq 0. \end{cases}$
</td><td>$A\alpha \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{\alpha\omega}{2}\right)}{\frac{\alpha\omega}{2}} \right)^2 = A\alpha \cdot \left(sinc\left(\frac{\alpha\omega}{2}\right) \right)^2$
</td></tr>
<tr><td>5</td><td>$Ae^{-\alpha|t|}$
</td><td>$\frac{2\alpha A}{\alpha^2+\omega^2}$
</td></tr>
<tr><td>6</td><td>$Ae^{-\alpha t}u(t)$
</td><td>$A\frac{\alpha - j\omega}{\alpha^2+\omega^2} = \frac{A}{\alpha + j\omega}$
</td></tr>
</table>

Tabelle 2.4: Fourier-Transformationspaare

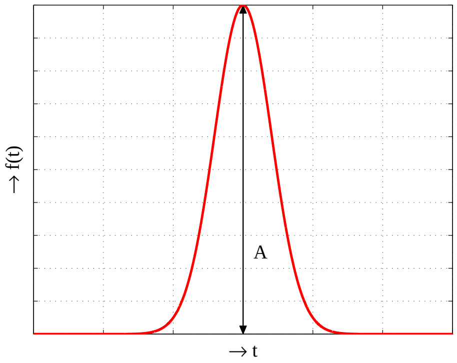
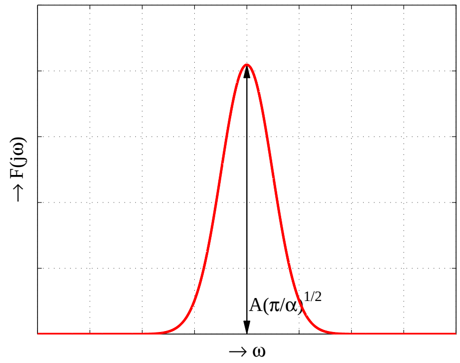
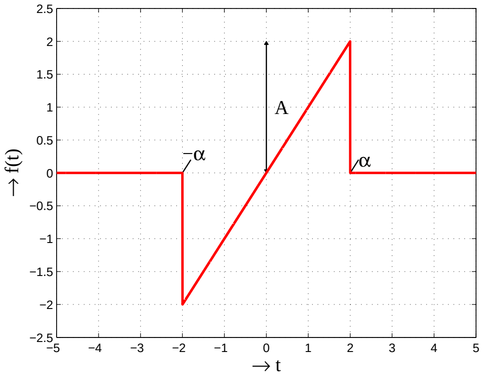
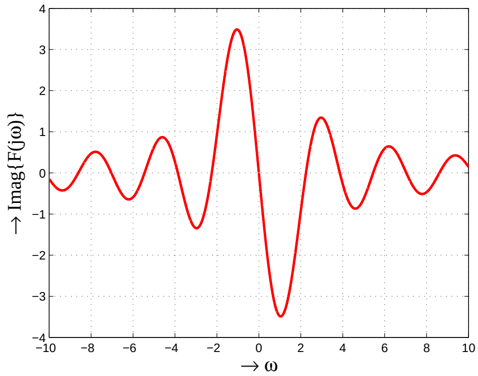
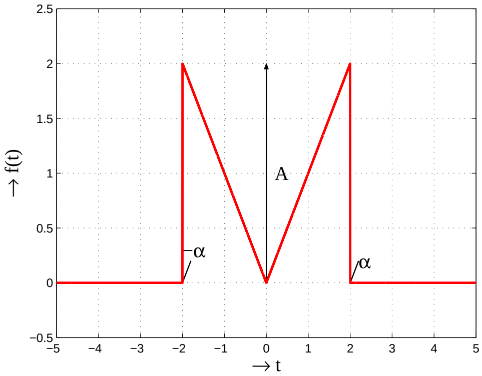
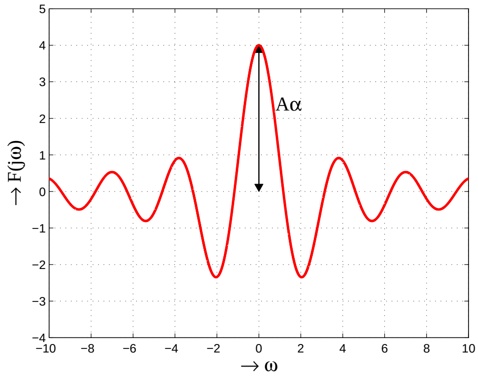
#	Zeitfunktion: $f(t)$	Spektralfunktion: $F(j\omega)$
7	$Ae^{-\alpha t^2}$ 	$A\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}e^{\frac{-\omega^2}{4\alpha}}$ 
8	$e^{-\alpha t^2+\beta t}$	$\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}e^{\frac{\beta^2-j2\alpha\beta\omega-\omega^2}{4\alpha}}$
9	$e^{\pm j\alpha t^2}$	$\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}e^{\mp j\frac{\omega^2-\alpha\pi}{4\alpha}}$
10	$\frac{1}{t}\sin(\alpha t) = sinc_\alpha(t)$	$\pi \cdot p_\alpha(\omega)$
11	$sinc(\alpha t)$	$\frac{\pi}{\alpha} \cdot p_\alpha(\omega)$
12	$\frac{A \cdot t}{\alpha} \cdot p_\alpha(t)$ 	$j\frac{2A}{\omega}\left(\cos(\omega\alpha) - \frac{\sin(\omega\alpha)}{\omega\alpha}\right)$ 
13	$\frac{A \cdot \lvert t\rvert}{\alpha} \cdot p_\alpha(t)$ 	$2A\alpha\left(\frac{\sin(\omega\alpha)}{\omega\alpha} - 2\left(\frac{\sin\left(\frac{\omega\alpha}{2}\right)}{\omega\alpha}\right)^2\right)$ 

Tabelle 2.5: Fourier-Transformationspaare

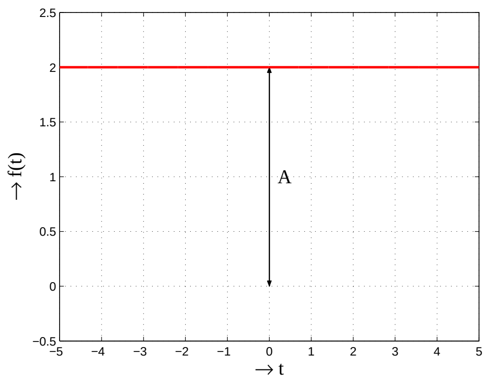
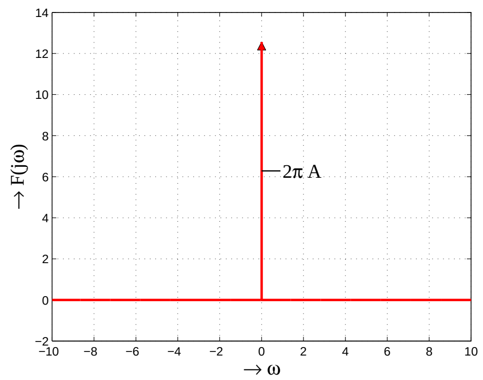
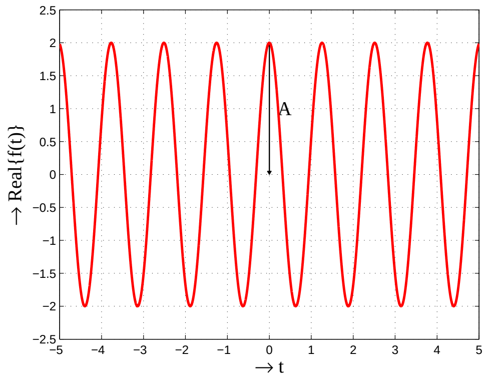
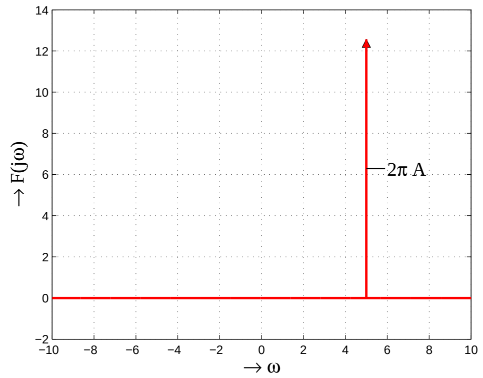
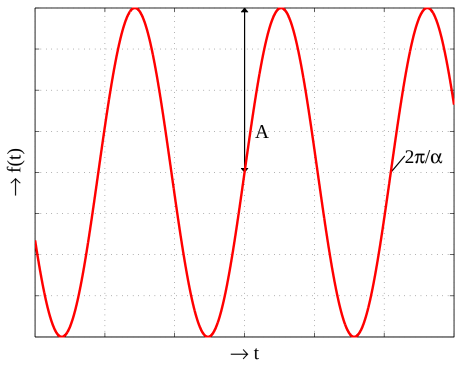
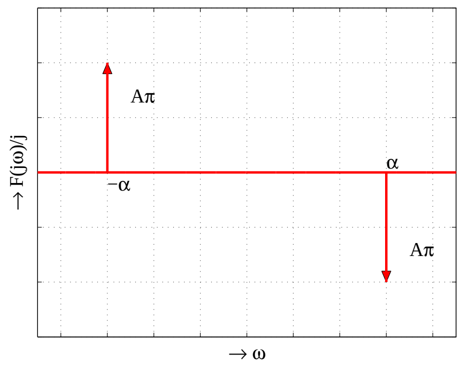
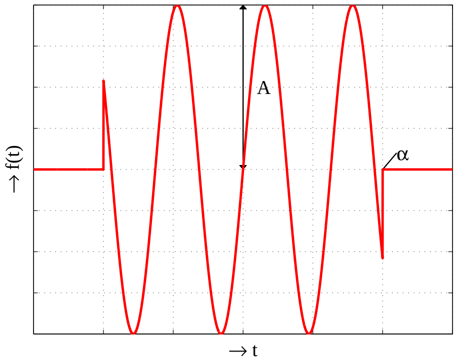
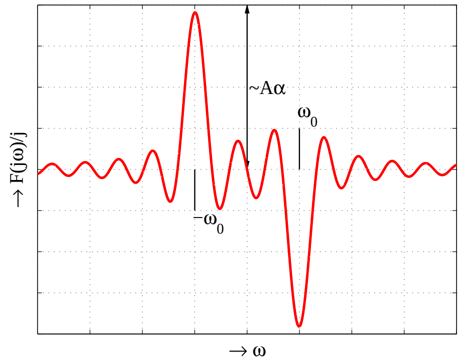
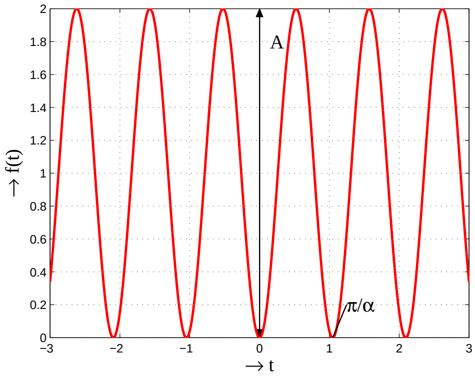
#	Zeitfunktion: $\boldsymbol{f(t)}$	Spektralfunktion: $\boldsymbol{F(j\omega)}$
14	$\left(\frac{1}{t}\sin(\alpha t)\right)^2 = (sinc_\alpha(t))^2$	$\frac{\pi}{2}\cdot(2\alpha - \lvert\omega\rvert)\cdot p_{2\alpha}(\omega) = \pi\alpha\cdot\Lambda_{2\alpha}(\omega)$
15	$\frac{1}{\lvert t\rvert}\sin(\alpha t)$	$-j\cdot sgn(\omega)\ln\left\lvert\frac{\lvert\omega\rvert+\alpha}{\lvert\omega\rvert-\alpha}\right\rvert$
16	A 	$2\pi\cdot A\cdot\delta(\omega)$ 
17	$A\cdot e^{j\omega_0 t}$ 	$2\pi A\cdot\delta(\omega-\omega_0)$ 
18	$\delta(t-\beta)$	$e^{-j\beta\omega}$
19	$A\sin(\alpha t)$ 	$jA\pi[\delta(\omega+\alpha)-\delta(\omega-\alpha)]$ 

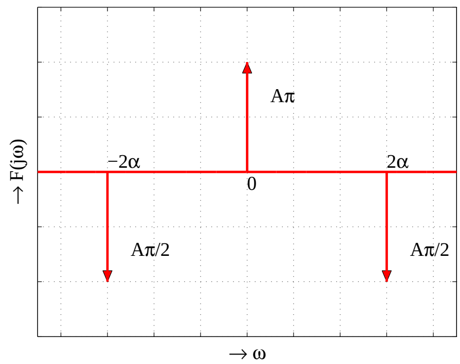
Tabelle 2.6: Fourier-Transformationspaare

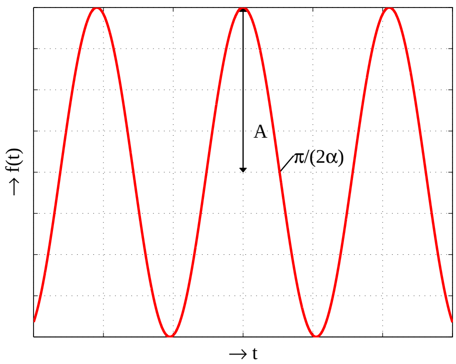
<table>
<tr><th>#</th><th>Zeitfunktion: $\boldsymbol{f(t)}$</th><th>Spektralfunktion: $\boldsymbol{F(j\omega)}$</th></tr>
<tr><td>20</td><td>$A\sin(\omega_0 t)p_\alpha(t)$


</td><td>$jA\left(\frac{\sin(\alpha(\omega+\omega_0))}{\omega+\omega_0} - \frac{\sin(\alpha(\omega-\omega_0))}{\omega-\omega_0}\right)$


</td></tr>
<tr><td>21</td><td>$A\left(\sin(\alpha t)\right)^2$


</td><td>$\frac{A\pi}{2}[-\delta(\omega+2\alpha)+2\delta(\omega)-\delta(\omega-2\alpha)]$


</td></tr>
<tr><td>22</td><td>$A\cos(\alpha t)$


</td><td>$A\pi[\delta(\omega+\alpha)+\delta(\omega-\alpha)]$

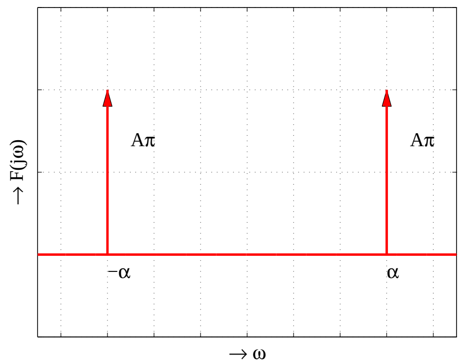

</td></tr>
<tr><td>23</td><td>$A\cdot\sin(\omega_0 t)e^{-at}u(t)$</td><td>$\frac{A\omega_0}{a^2+\omega_0^2-\omega^2+j2a\omega} = \frac{A\omega_0}{(a+j\omega)^2+\omega_0^2}$</td></tr>
<tr><td>24</td><td>$A\cdot\cos(\omega_0 t)e^{-at}u(t)$</td><td>$\frac{A(a+j\omega)}{(a+j\omega)^2+\omega_0^2}$</td></tr>
</table>

Tabelle 2.7: Fourier-Transformationspaare

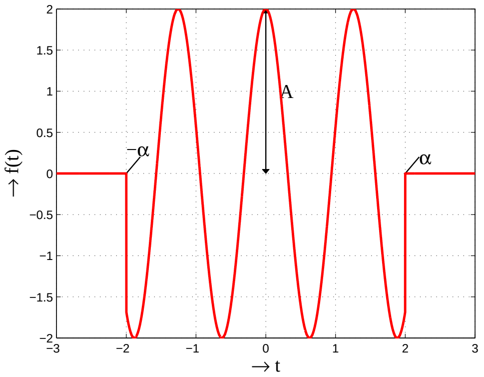
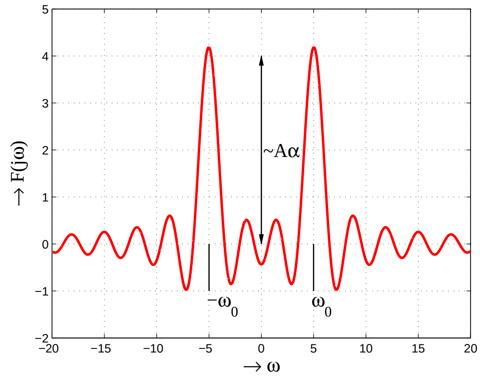
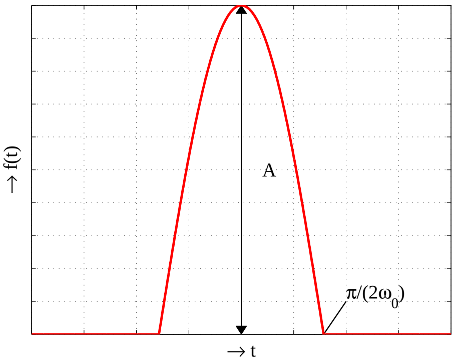
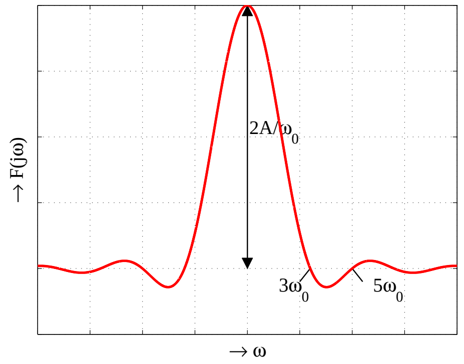
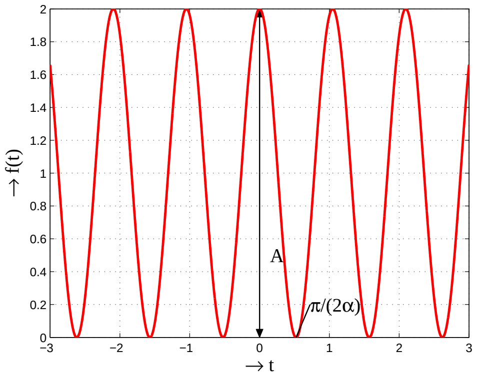
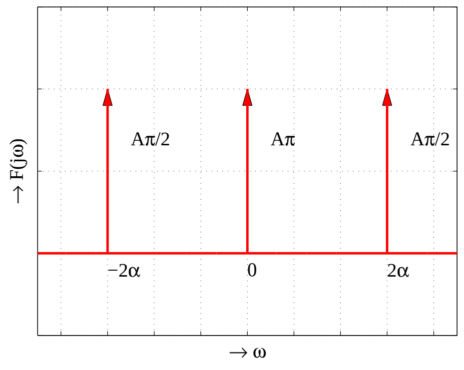
#	**Zeitfunktion: $f(t)$**	**Spektralfunktion: $F(j\omega)$**
25	$A\cos(\omega_0 t)p_\alpha(t)$ 	$A\left(\frac{\sin(\alpha(\omega+\omega_0))}{\omega+\omega_0}+\frac{\sin(\alpha(\omega-\omega_0))}{\omega-\omega_0}\right)$ 
26	$A\cos(\omega_0 t)p_{\frac{\pi}{2\omega_0}}(t)$ 	$A\frac{2\omega_0}{\omega_0^2-\omega^2}\cos\left(\frac{\pi\omega}{2\omega_0}\right)$ 
27	$A\left(\cos(\alpha t)\right)^2$ 	$\frac{A\pi}{2}[\delta(\omega+2\alpha)+2\delta(\omega)+\delta(\omega-2\alpha)]$ 
28	$\sin(\alpha t^2)$	$-\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}\sin\left(\frac{\omega^2-\alpha\pi}{4\alpha}\right)$
29	$\cos(\alpha t^2)$	$\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}\cos\left(\frac{\omega^2-\alpha\pi}{4\alpha}\right)$

Tabelle 2.8: Fourier-Transformationspaare

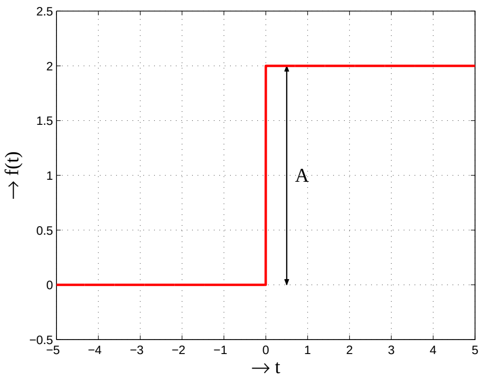
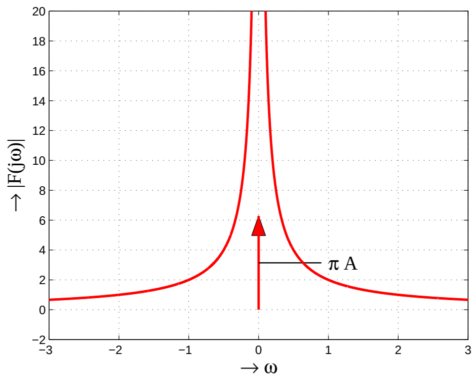
#	Zeitfunktion: $f(t)$	Spektralfunktion: $F(j\omega)$
30	$A \cdot u(t)$ 	$A \cdot \left(\pi \cdot \delta(\omega) - j\frac{1}{\omega}\right)$ 
31	$\frac{1}{t}$	$j\pi sgn(\omega)$
32	t^{-n}	$-j\pi\frac{(-j\omega)^{n-1}}{(n-1)!}sgn(\omega)$
33	$\|t\|$	$-\frac{2}{\omega^2}$
34	$r(t) = t \cdot u(t)$	$j\pi\frac{d\delta(\omega)}{dt} - \frac{1}{\omega^2}$
35	$A \cdot sgn(t)$	$\frac{-2jA}{\omega}$
36	$t^{-n}sgn(t)$	$(-j)^{n+1}\frac{2 \cdot n!}{\omega^{n+1}}$
37	$\sqrt{\|t\|}$	$-\sqrt{\frac{2\pi}{\|\omega\|}}$
38	$A \cdot \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n \cdot t_0)$	$\frac{2\pi A}{t_0} \cdot \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n \cdot \frac{2\pi}{t_0})$
39	$A \cdot \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n \cdot t_0 - \frac{t_0}{2})$	$\frac{2\pi A}{t_0} \cdot \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \delta(\omega - n \cdot \frac{2\pi}{t_0})$
40	$A \cdot \sum\limits_{n=0}^{N-1} \delta(t - n \cdot t_0 - \beta + \frac{(N-1)t_0}{2})$	$Ae^{j\beta\omega}\frac{\sin(N\omega t_o/2)}{\sin(\omega t_0/2)}$
41	$\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n \cdot t_0)\,(A + \alpha\cos(\omega_0 t))$	$\frac{2\pi}{t_0} \cdot \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \left(A\delta(\omega - n\frac{2\pi}{t_0}) + \frac{\alpha}{2}\left(\delta(\omega - n\frac{2\pi}{t_0} + \omega_0) + \delta(\omega - n\frac{2\pi}{t_0} - \omega_0)\right)\right)$
42	$\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n \cdot t_0)\,(A + \alpha\sin(\omega_0 t))$	$\frac{2\pi}{t_0} \cdot \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \left(A\delta(\omega - n\frac{2\pi}{t_0}) + \frac{j\alpha}{2}\left(\delta(\omega - n\frac{2\pi}{t_0} + \omega_0) - \delta(\omega - n\frac{2\pi}{t_0} - \omega_0)\right)\right)$
43	$A\delta(t)$	A
44	$A\delta(t - t_0)$	$Ae^{-jt_0\omega}$
45	$A\left(\delta(t + t_0) + \delta(t - t_0)\right)$	$2A\cos(\omega t_0)$
46	$e^{j\beta t}\,(A + \alpha\cos(\omega_0 t))$	$2\pi\left(A\delta(\omega - \beta) + \frac{\alpha}{2}(\delta(\omega - \beta + \omega_0) + \delta(\omega - \beta - \omega_0))\right)$
47	$e^{j\beta t}\,(A + \alpha\sin(\omega_0 t))$	$2\pi\left(A\delta(\omega - \beta) + \frac{j\alpha}{2}(\delta(\omega - \beta + \omega_0) - \delta(\omega - \beta - \omega_0))\right)$
48	$A\,(1 - e^{-at})\,u(t)$	$\pi A\delta(\omega) - A\left(\frac{a}{a^2 + \omega^2} + \frac{ja^2}{\omega(a^2 + \omega^2)}\right)$
49	$sgn(t) \cdot A \cdot e^{-a\|t\|}$	$-2jA\frac{\omega}{\omega^2 + a^2}$
50	$A \cdot e^{j\omega_0 t - a\|t\|}$	$\frac{2A}{a} \cdot \frac{a^2}{(\omega - \omega_0)^2 + a^2}$
51	$A \cdot \cos(\omega_0 t)e^{-a\|t\|}$	$\frac{A}{a} \cdot \frac{2a^2(a^2 + \omega_0^2 + \omega^2)}{(a^2 + \omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4a^2\omega^2}$
52	$A \cdot p_\alpha(t - \beta)$	$2Ae^{-j\beta\omega}\frac{\sin(\alpha\omega)}{\omega} = \frac{jA}{\omega}\left(e^{-j\omega(\beta+\alpha)} - e^{-j\omega(\beta-\alpha)}\right)$
53	$A \cdot e^{j\omega_0 t}p_\alpha(t)$	$2A\frac{\sin(\alpha(\omega_0 - \omega))}{\omega_0 - \omega}$
54	$A \cdot (p_\alpha(t - \beta) + p_\alpha(t + \beta))$	$2A\frac{\cos(\beta\omega)\sin(\alpha\omega)}{\omega}$

Tabelle 2.9: Fourier-Transformationspaare

2.B Tabelle von Laplace-Transformationspaaren

Die Transformationspaare sind mehrheitlich [6, 7, 21, 47, 69] entnommen. Es gilt: $0 < \alpha \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}, a, \ \nu \in \mathbb{C}, s = \sigma + j\omega$ und somit $\Re\{s\} = \sigma$ und $\Im\{s\} = \omega$.

#	$\boldsymbol{f(t)}$, wobei $f(t) = 0$ für $t < 0$	$\boldsymbol{F(s)}$ mit **Konvergenzbereich**
1	$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} \frac{df(0)}{dt} - \ldots - \frac{d^{n-1} f(0)}{d^{n-1} t}$
2	$\int\limits_0^t f(x) dx$	$\frac{F(s)}{s}$
3	$\frac{f(t)}{t}$	$\int\limits_0^\infty F(s) ds$
4	$f(t-\alpha) u(t-\alpha)$	$e^{-s\alpha} F(s)$
5	$f(t+\alpha) u(t+\alpha)$	$e^{+s\alpha} \left(F(s) - \int\limits_0^a e^{-st} f(t) dt \right)$
6	$f_1(t) * f_2(t) * f_3(t)$	$F_1(s) \cdot F_2(s) \cdot F_3(s)$
7	$f_1(t) \cdot f_2(t)$	$\frac{1}{2\pi j} (F_1(s) * F_2(s))$
8	$\lim\limits_{t \to 0^+} f(t)$	$\lim\limits_{s \to \infty} sF(s)$
9	$\lim\limits_{t \to \infty} f(t)$	$\lim\limits_{s \to 0} sF(s)$
10	$u(t)$	$\frac{1}{s}$ mit $\sigma > 0$
11	$\delta(t)$	1 mit $\sigma \in \mathbb{R}$
12	$\frac{d\delta(t)}{dt}$	s
13	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{s^n}$
14	$\frac{t^{n-1} e^{-at}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{(s-a)^n}$
15	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}$	$\frac{1}{\sqrt{s}}$
16	$\frac{n! 4^n t^{n-\frac{1}{2}}}{(2n)! \sqrt{\pi}}$	$\frac{1}{s^n \sqrt{s}}$
17	$J_\nu(at)$ mit $\Re\{\nu\} > -1$	$\frac{\left(\sqrt{s^2+a^2} - s\right)^\nu}{a^\nu \sqrt{s^2+a^2}}$ mit $\sigma > \lvert \Im\{a\} \rvert$
18	$I_\nu(at)$ mit $\Re\{\nu\} > -1$	$\frac{\left(s - \sqrt{s^2-a^2}\right)^\nu}{a^\nu \sqrt{s^2-a^2}}$ mit $\sigma > \lvert \Re\{a\} \rvert$
19	$\frac{\sin(\alpha t)}{t}$	$\underbrace{\arctan}_{\tan^{-1}} \left(\frac{\alpha}{s} \right)$ mit $\sigma > 0$

Tabelle 2.10: Laplace-Transformationspaare

$J_\nu(at)$ ist die **Bessel-** oder **Zylinderfunktion $\boldsymbol{\nu}$. Ordnung 1. Gattung** und $I_\nu(at)$ ist die **modifizierte Bessel-Funktion $\boldsymbol{\nu}$. Ordnung** [7].
Die folgende Tabelle ist nach dem Grad des Nenners geordnet. Die Tabelle ist bis zum Nennergrad 3 vollständig und stammt von [6, 21].

$\boldsymbol{F(s)}$,	**Konvergenzbereich**	$\boldsymbol{f(t)}$, wobei $\boldsymbol{f(t)=0}$ für $t<0$ mit $(\alpha,\beta,\gamma)\in\mathbb{C}$.
1,	$\sigma \in \mathbb{R}$	$\delta(t)$
$\frac{1}{s}$,	$\sigma > 0$	$1\ (\equiv u(t))$
$\frac{1}{s+\alpha}$,	$\sigma > -\Re\{\alpha\}$	$e^{-\alpha t}$
$\frac{1}{s^2}$,	$\sigma > 0$	t
$\frac{1}{s(s+\alpha)}$,	$\sigma > -\min\{\Re\{\alpha\},0\}$	$\frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha}$
$\frac{1}{(s+\alpha)(s+\beta)}$,	$\sigma > -\min\{\Re\{\alpha\},\Re\{\beta\}\}$	$\frac{e^{-\alpha t}-e^{-\beta t}}{\beta-\alpha}$
$\frac{s}{(s+\alpha)(s+\beta)}$,	$\sigma > -\min\{\Re\{\alpha\},\Re\{\beta\}\}$	$\frac{\alpha e^{-\alpha t}-\beta e^{-\beta t}}{\alpha-\beta}$
$\frac{1}{(s+\alpha)^2}$,	$\sigma > -\Re\{\alpha\}$	$te^{-\alpha t}$
$\frac{s}{(s+\alpha)^2}$,	$\sigma > -\Re\{\alpha\}$	$e^{-\alpha t}(1-\alpha t)$
$\frac{1}{s^2-\alpha^2}$,	$\sigma > \lvert\Re\{\alpha\}\rvert$	$\frac{\sinh(\alpha t)}{\alpha}$
$\frac{s}{s^2-\alpha^2}$,	$\sigma > \lvert\Re\{\alpha\}\rvert$	$\cosh(\alpha t)$
$\frac{1}{s^2+\alpha^2}$,	$\sigma > \lvert\Im\{\alpha\}\rvert$	$\frac{\sin(\alpha t)}{\alpha}$
$\frac{s}{s^2+\alpha^2}$,	$\sigma > \lvert\Im\{\alpha\}\rvert$	$\cos(\alpha t)$
$\frac{1}{(s+\beta)^2+\alpha^2}$,	$\sigma > \lvert\Im\{\alpha\}\rvert-\Re\{\beta\}$	$\frac{e^{-\beta t}\sin(\alpha t)}{\alpha}$
$\frac{s}{(s+\beta)^2+\alpha^2}$,	$\sigma > \lvert\Im\{\alpha\}\rvert-\Re\{\beta\}$	$\frac{e^{-\beta t}(\alpha\cos(\alpha t)-\beta\sin(\alpha t))}{\alpha}$
$\frac{1}{s^3}$,	$\sigma > 0$	$\frac{t^2}{2}$
$\frac{1}{s^2(s+\alpha)}$,	$\sigma > -\min\{\Re\{\alpha\},0\}$	$\frac{e^{-\alpha t}+\alpha t-1}{\alpha^2}$
$\frac{1}{s(s+\alpha)(s+\beta)}$,	$\sigma > -\min\{\Re\{\alpha\},\Re\{\beta\},0\}$	$\frac{(\alpha-\beta)+\beta e^{-\alpha t}-\alpha e^{-\beta t}}{\alpha\beta(\alpha-\beta)}$
$\frac{1}{s(s+\alpha)^2}$,	$\sigma > -\min\{\Re\{\alpha\},0\}$	$\frac{1-e^{-\alpha t}-\alpha te^{-\alpha t}}{\alpha^2}$
$\frac{1}{(s+\alpha)(s+\beta)(s+\gamma)}$,	$\sigma > -\min\{\Re\{\alpha\},\Re\{\beta\},\Re\{\gamma\}\}$	$\frac{(\gamma-\beta)e^{-\alpha t}+(\alpha-\gamma)e^{-\beta t}+(\beta-\alpha)e^{-\gamma t}}{(\alpha-\beta)(\beta-\gamma)(\gamma-\alpha)}$
$\frac{s}{(s+\alpha)(s+\beta)(s+\gamma)}$,	$\sigma > -\min\{\Re\{\alpha\},\Re\{\beta\},\Re\{\gamma\}\}$	$\frac{\alpha(\beta-\gamma)e^{-\alpha t}+\beta(\gamma-\alpha)e^{-\beta t}+\gamma(\alpha-\beta)e^{-\gamma t}}{(\alpha-\beta)(\beta-\gamma)(\gamma-\alpha)}$
$\frac{s^2}{(s+\alpha)(s+\beta)(s+\gamma)}$,	$\sigma > -\min\{\Re\{\alpha\},\Re\{\beta\},\Re\{\gamma\}\}$	$\frac{-\alpha^2(\beta-\gamma)e^{-\alpha t}-\beta^2(\gamma-\alpha)e^{-\beta t}-\gamma^2(\alpha-\beta)e^{-\gamma t}}{(\alpha-\beta)(\beta-\gamma)(\gamma-\alpha)}$
$\frac{1}{(s+\alpha)(s+\beta)^2}$,	$\sigma > -\min\{\Re\{\alpha\},\Re\{\beta\}\}$	$\frac{e^{-\alpha t}-[1+(\beta-\alpha)t]e^{-\beta t}}{(\beta-\alpha)^2}$
$\frac{s}{(s+\alpha)(s+\beta)^2}$,	$\sigma > -\min\{\Re\{\alpha\},\Re\{\beta\}\}$	$\frac{-\alpha e^{-\alpha t}+[\alpha+t\beta(\beta-\alpha)]e^{-\beta t}}{(\beta-\alpha)^2}$
$\frac{s^2}{(s+\alpha)(s+\beta)^2}$,	$\sigma > -\min\{\Re\{\alpha\},\Re\{\beta\}\}$	$\frac{\alpha^2e^{-\alpha t}+\beta(\beta-2\alpha-t\beta^2+\alpha\beta t)e^{-\beta t}}{(\beta-\alpha)^2}$
$\frac{1}{(s+\alpha)^3}$,	$\sigma > -\Re\{\alpha\}$	$\frac{t^2e^{-\alpha t}}{2}$
$\frac{s}{(s+\alpha)^3}$,	$\sigma > -\Re\{\alpha\}$	$\frac{(2-\alpha t)te^{-\alpha t}}{2}$
$\frac{s^2}{(s+\alpha)^3}$,	$\sigma > -\Re\{\alpha\}$	$\frac{(2-4\alpha t+\alpha^2t^2)e^{-\alpha t}}{2}$
$\frac{1}{s[(s+\beta)^2+\alpha^2]}$,	$\sigma > -\min\{\Re\{\beta\}-\lvert\Im\{\alpha\}\rvert,0\}$	$\frac{\alpha-e^{-\beta t}[\alpha\cos(\alpha t)+\beta\sin(\alpha t)]}{\alpha(\alpha^2+\beta^2)}$
$\frac{1}{s(s^2+\alpha^2)}$,	$\sigma > \lvert\Im\{\alpha\}\rvert$	$\frac{1-\cos(\alpha t)}{\alpha^2}$
$\frac{1}{(s+\alpha)(s^2+\beta^2)}$,	$\sigma > -\min\{-\lvert\Im\{\beta\}\rvert,\Re\{\alpha\}\}$	$\frac{\beta e^{-\alpha t}+\alpha\sin(\beta t)-\beta\cos(\beta t)}{\beta(\alpha^2+\beta^2)}$
$\frac{s}{(s+\alpha)(s^2+\beta^2)}$,	$\sigma > -\min\{-\lvert\Im\{\beta\}\rvert,\Re\{\alpha\}\}$	$\frac{-\alpha e^{-\alpha t}+\alpha\cos(\beta t)+\beta\sin(\beta t)}{\alpha^2+\beta^2}$
$\frac{s^2}{(s+\alpha)(s^2+\beta^2)}$,	$\sigma > -\min\{-\lvert\Im\{\beta\}\rvert,\Re\{\alpha\}\}$	$\frac{\alpha^2e^{-\alpha t}-\alpha\beta\sin(\beta t)+\beta^2\cos(\beta t)}{\alpha^2+\beta^2}$
$\frac{1}{(s+\alpha)[(s+\beta)^2+\gamma^2]}$,	$\sigma > -\min\{\Re\{\alpha\},\Re\{\beta\}-\lvert\Im\{\gamma\}\rvert\}$	$\frac{e^{-\alpha t}-e^{-\beta t}\cos(\gamma t)+\frac{\alpha-\beta}{\gamma}e^{-\beta t}\sin(\gamma t)}{(\beta-\alpha)^2+\gamma^2}$
$\frac{s}{(s+\alpha)[(s+\beta)^2+\gamma^2]}$,	$\sigma > -\min\{\Re\{\alpha\},\Re\{\beta\}-\lvert\Im\{\gamma\}\rvert\}$	$\frac{-\alpha e^{-\alpha t}+\alpha e^{-\beta t}\cos(\gamma t)-\frac{\alpha\beta-\beta^2-\gamma^2}{\gamma}e^{-\beta t}\sin(\gamma t)}{(\beta-\alpha)^2+\gamma^2}$
$\frac{s^2}{(s+\alpha)[(s+\beta)^2+\gamma^2]}$,	$\sigma > -\min\{\Re\{\alpha\},\Re\{\beta\}-\lvert\Im\{\gamma\}\rvert\}$	$\frac{\alpha^2e^{-\alpha t}+[(\alpha-\beta)^2+\gamma^2-\alpha^2]e^{-\beta t}\cos(\gamma t)-\left(\alpha\gamma+\beta\left(\gamma-\frac{\beta(\alpha-\beta)}{\gamma}\right)\right)e^{-\beta t}\sin(\gamma t)}{(\beta-\alpha)^2+\gamma^2}$
$\frac{1}{s^4}$,	$\sigma > 0$	$\frac{t^3}{6}$

Tabelle 2.11: Laplace-Transformationspaare