

Scanning Laser Optical Tomography SLOT (IQ 18)

Laborpraktikum durchgeführt im Block 1
22.10.2018 – 09.11.2018



Felix Springer

10002537

Daniel Scheiermann

3227680

16. Oktober 2018

Inhaltsverzeichnis

1	Aufgaben	3
1.1	Besetzungswahrscheinlichkeit Germanium	3
1.2	Beweglichkeiten	3
1.3	Extrinsische Leitfähigkeit	4
2	Experimente	5
2.1	M1	5
2.1.1	Messwerte	5
2.1.2	Fehlergrenzen	5
2.1.3	Auswertung	6
2.1.4	Vergleich	8
2.2	M2	9
2.2.1	Messwerte	9
2.2.2	Fehlergrenzen	9
2.2.3	Auswertung	10
2.3	M3.1	11
2.3.1	Messwerte	11
2.3.2	Fehlergrenzen	12
2.3.3	Auswertung	12

1 Aufgaben

1.1 Besetzungswahrscheinlichkeit Germanium

Für Germanium ist die Größe der Bandlücke mit $E_G = 0,67\text{eV}$ angegeben. Die Boltzmann-Konstante im Gaußschen Einheitensystem mit $k_b = 8,617 \cdot 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}}$ ist ebenfalls bekannt.

$$W(T) = \exp\left(-\frac{E_G}{2k_B T}\right)$$

In der folgenden Tabelle ist die Besetzungswahrscheinlichkeit für verschiedene Temperaturen aufgelistet (berechnet nach obiger Formel (aus Gl.2)).

Tabelle 1: Besetzungswahrscheinlichkeit für mehrere Temperaturen

Temperatur $T[\text{K}]$	200	300	400
Besetzungswahrscheinlichkeit $W(T)$	$3,614 \cdot 10^{-9}$	$2,355 \cdot 10^{-6}$	$6,012 \cdot 10^{-5}$

Mit großer Wahrscheinlichkeit ist das Leitungsband bei diesen Temperaturen also noch weitestgehend unbesetzt. Das bedeutet, dass Germanium bei diesen Temperaturen eine sehr geringe Leitfähigkeit besitzt, da kaum bewegliche Elektronen für den Ladungstransport zur Verfügung stehen.

1.2 Beweglichkeiten

In der hier durchgeführten Rechnung wird der bereits in Aufg. 1 errechnete Wert der Besetzungswahrscheinlichkeit für $T = 300\text{K}$ übernommen. Zudem sei $n_i(T_0 = 300\text{K}) = 2,3 \cdot 10^6 \text{m}^{-3}$ und $\sigma_0(T_0 = 300\text{K}) = 2,14\text{A} \cdot (\text{Vm})^{-1}$ bekannt. Gleichung (3):

$$e \cdot n_i(\mu_n + \mu_p) \approx \sigma \cdot \exp\left(-\frac{E_G}{2k_B T}\right)$$

$$\Leftrightarrow \mu_n + \mu_p \approx \frac{2,14 \frac{\text{A}}{\text{Vm}}}{2,3 \cdot 10^{13} \text{cm}^{-3} 1,602 \cdot 10^{-19} \text{C}} = 5807 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$$

Mit einem Verhältnis der Beweglichkeiten von Löchern und Elektronen von $\mu_n \approx 2,05\mu_p$ ergeben sich hier:

$$\mu_p \approx 1903 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$$

$$\mu_n \approx 3903 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$$

1.3 Extrinsische Leitfähigkeit

In einem n-Halbleiter ist die Summe der Dichten der Löcher im Valenzband und der ionisierter Donatoratome gleich der Dichte der Elektronen im Leitungsband. Also: $n_L = N_d + p_V$. Zudem sei das Donatorniveau bereits komplett ionisiert bei der gefragten Temperatur: $N_d^+ \approx N_d$. Hier ein Überblick der verwendeten Größen:

n_L	$\hat{=}$	Elektronendichte im Leitungsband
p_V	$\hat{=}$	Löcherdichte im Valenzband
N_d	$\hat{=}$	Dichte der Donatoratome
N_a	$\hat{=}$	Dichte der Akzeptoratome
N_d^+	$\hat{=}$	Dichte ionisierter Donatoratome
N_A^+	$\hat{=}$	Dichte ionisierter Akzeptoratome

Damit lässt sich umformen:

$$\begin{aligned}
 n_L &= N_d + p_V \\
 \Leftrightarrow n_L^2 &= n_L \cdot (N_d + p_V) \\
 &= n_L N_d + n_L p_V = n_L N_d + n_i^2 \\
 \Leftrightarrow n_L^2 - n_L N_d &= n_i^2 \\
 4n_L^2 - 4n_L N_d + N_d^2 &= 4n_i^2 + N_d^2 \\
 \Leftrightarrow (2n_L - N_d)^2 &= 4n_i^2 + N_d^2 \\
 \Leftrightarrow 2n_L &= (N_d^2 + 4n_i^2)^{\frac{1}{2}} + N_d \\
 \Leftrightarrow n_L &= \frac{1}{2}(N_d^2 + 4n_i^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}N_d \\
 \Leftrightarrow p_V &= n_L - N_d
 \end{aligned}$$

Diese Rechnung lässt sich analog einen p-Halbleiter mit $p_V = n_L + N_a^-$ und $N_a^- \approx N_a$ durchführen, sodass sich zusammen fassen lässt:

$$\text{n-Halbleiter: } \begin{cases} n_L \\ p_V \end{cases} = \frac{1}{2}(N_d^2 + 4n_i^2)^{\frac{1}{2}} \pm \frac{1}{2}N_d \quad (1)$$

$$\text{p-Halbleiter: } \begin{cases} n_L \\ p_V \end{cases} = \frac{1}{2}(N_a^2 + 4n_i^2)^{\frac{1}{2}} \mp \frac{1}{2}N_a \quad (2)$$

2 Experimente

2.1 M1

2.1.1 Messwerte

T [K]	297.75	303.45	308.65	313.15	318.15	323.15	328.15	333.15	338.15
U [V]	1.693	1.344	1.09	0.902	0.745	0.606	0.503	0.416	0.347
T [K]	343.15	348.15	353.15	358.15	363.15	368.15	373.15	378.15	383.15
U [V]	0.289	0.241	0.203	0.171	0.143	0.121	0.104	0.086	0.076
T [K]	388.15	393.15	398.15	403.15	408.55	413.15	418.15	423.15	428.15
U [V]	0.065	0.057	0.049	0.042	0.036	0.032	0.029	0.025	0.022
T [K]	433.15	438.15	443.15						
U [V]	0.019	0.017	0.015						

Tabelle 2: Spannung in Abhängigkeit von der Temperatur bei $I_{Probe} = 2mA$

T [K]	299.55	311.95	328.75	339.75	342.35	349.95	349.65	361.45	366.65
U [V]	1.693	1.344	1.09	0.902	0.745	0.606	0.503	0.416	0.347
T [K]	372.55	378.15	381.05	382.35	392.15	402.65	412.05	417.95	424.85
U [V]	0.154	0.13	0.119	0.112	0.085	0.064	0.049	0.042	0.035
T [K]	435.75	444.15							
U [V]	0.027	0.022							

Tabelle 3: Spannung in Abhängigkeit von der Temperatur bei $I_{Probe} = 3mA$

2.1.2 Fehlergrenzen

Aus diesen Werten werden mittels $\sigma = \frac{I}{U} \frac{c}{b \cdot d}$ die Leitfähigkeit berechnet, wobei $c = 20 \times 10^{-3}$, $b = 10 \times 10^{-3}$ und $d = 1 \times 10^{-3}$. Die Fehlergrenzen der Spannung werden vom Hersteller mit (.5% + 3dgts) angegeben, in diesem Fall, da die Auflösung 0.001V ist (.5% + 0.003V). Fehlergrenzen der gemessenen Temperatur (in °C) sind (2% + 3°C). Die Fehlergrenze des Stromes liegt bei 1mA. Weiterhin werden mittels Fehlerfortpflanzung die Fehler von Größen, die mit diesen Größen errechnet werden, bestimmt.

2.1.3 Auswertung

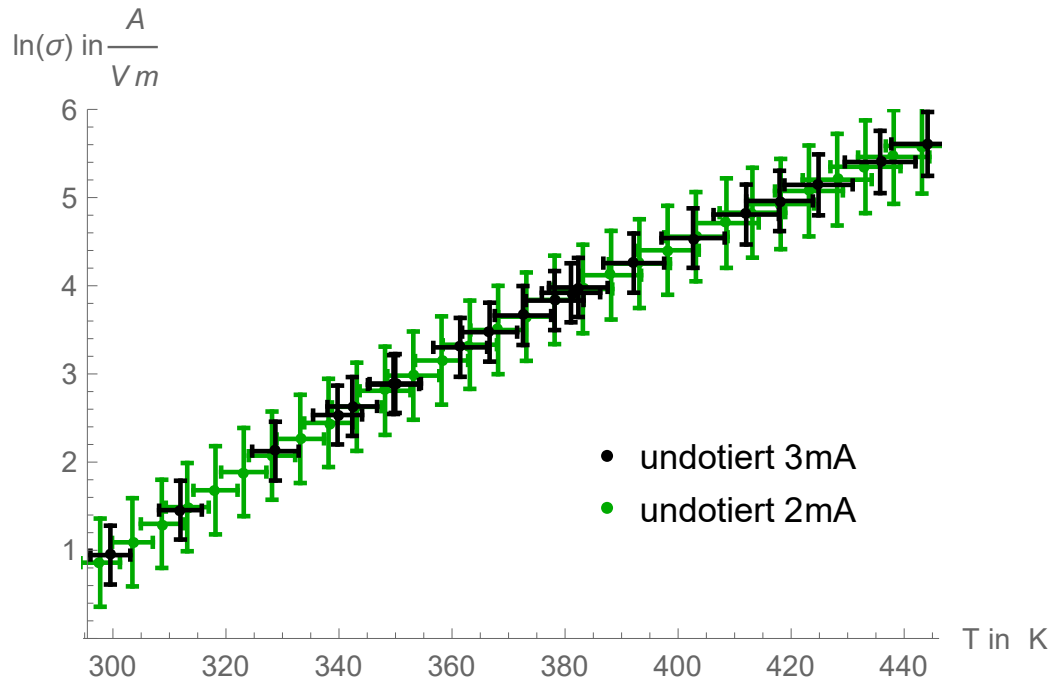


Abbildung 1: Vergleich des undotierten Germaniums bei Änderung des Probestromes I_{Probe}

In Abbildung 1 ist zusehen, dass der Probestrom keinen Einfluss auf die Steigung hat. Dies ist anschaulich klar, denn die Steigung ist die Energielücke E_G , die vom Probestrom unabhängig sein sollte. Dies wird im folgenden Quantitativ durch Ermittlung dieser Konstante gezeigt.

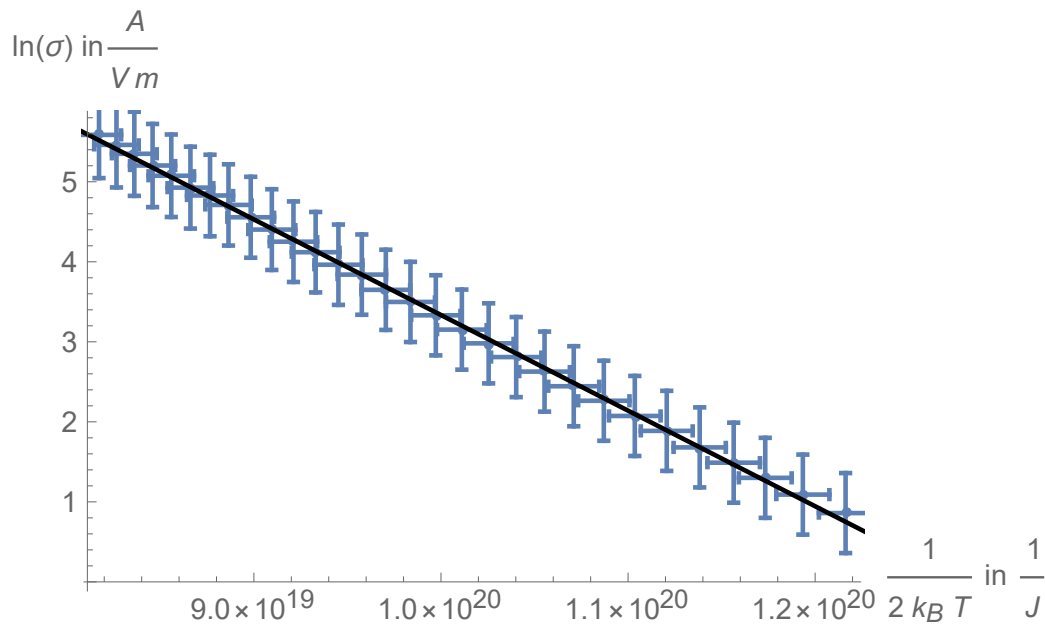


Abbildung 2: Linearer Fit mit Gewichtung $\frac{1}{(a \cdot x_{\text{error}})^2 + (y_{\text{error}})^2}$ für $I_{\text{Probe}} = 2mA$:

$$f(x) = (-1.1948 \pm 0.0065) \times 10^{-19}x + \text{Ln}((4.33 \pm 0.28) \times 10^6)$$

Für den Fit wurde eine Näherung der Steigung $a = 1.1944 \times 10^{-19}$ verwendet.
 Der Proportionalitätsfaktor wurde als $E_G = (-1.1948 \pm 0.0065) \times 10^{-19}[J]$ mit einer Genauigkeit von 0.55% bestimmt und $\sigma_0 = (4.33 \pm 0.28) \times 10^6$ mit einer Genauigkeit von 6.4%.

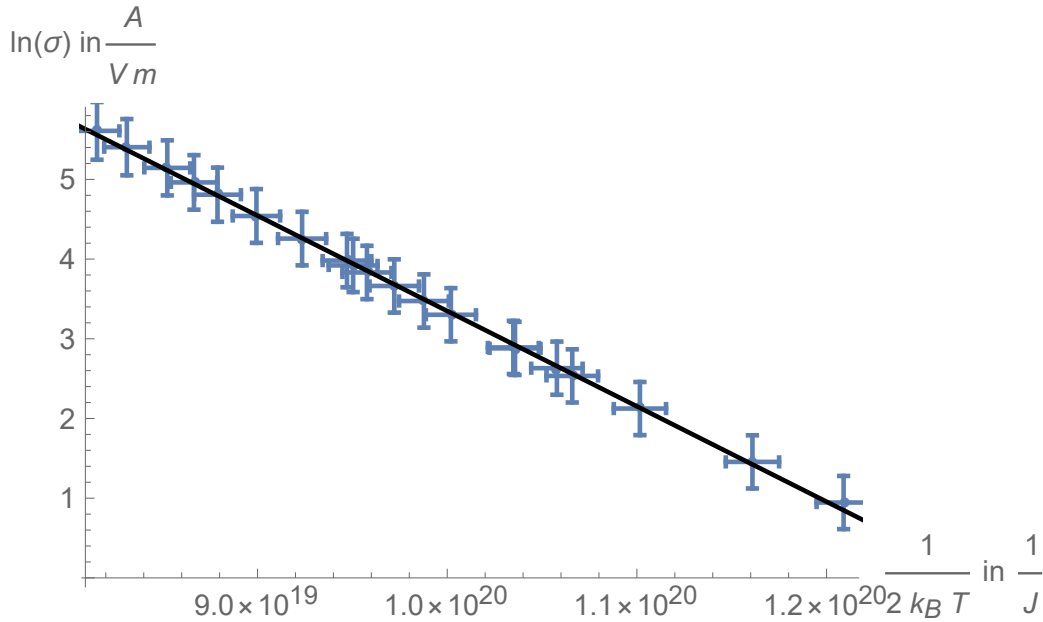


Abbildung 3: Linearer Fit mit Gewichtung $\frac{1}{(a \cdot x_{\text{error}})^2 + (y_{\text{error}})^2}$ für $I_{\text{Probe}} = 3mA$:

$$f(x) = (-1.1961 \pm 0.0076) \times 10^{-19}x + \text{Ln}((4.45 \pm 0.33) \times 10^6)$$

Für den Fit wurde eine Näherung der Steigung $a = 1.1953 \times 10^{-19}$ verwendet. Der Proportionalitätsfaktor wurde als $E_G = (-1.1961 \pm 0.0076) \times 10^{-19}[J]$ mit einer Genauigkeit von 0.63% bestimmt und $\sigma_0 = (4.45 \pm 0.33) \times 10^6$ mit einer Genauigkeit von 7.4%.

2.1.4 Vergleich

Bei $I_{\text{Probe}} = 2mA$: $E_G = (-1.1948 \pm 0.0065) \times 10^{-19}[J]$ und $\sigma_0 = (4.33 \pm 0.28) \times 10^6$.
 Bei $I_{\text{Probe}} = 3mA$: $E_G = (-1.1961 \pm 0.0076) \times 10^{-19}[J]$ und $\sigma_0 = (4.45 \pm 0.33) \times 10^6$.
 Diese sind miteinander verträglich, sodass eine Abhängigkeit der Energielücke vom Probestrom in diesen Größenordnungen nicht nachweisbar ist.

2.2 M2

2.2.1 Messwerte

T [K]	299.25	303.15	308.15	313.15	318.15	323.45	328.15	333.15	338.15
U [V]	0.764	0.759	0.797	0.806	0.832	0.85	0.828	0.791	0.835
T [K]	343.15	348.15	353.15	358.15	363.15	368.15	373.45	378.15	383.15
U [V]	0.796	0.864	0.781	0.732	0.706	0.69	0.666	0.551	0.512
T [K]	388.45	393.15	398.15	403.15	408.15	413.15	418.15	423.65	428.15
U [V]	0.472	0.486	0.437	0.39	0.349	0.312	0.279	0.245	0.223
T [K]	433.15	438.75	443.15						
U [V]	0.199	0.176	0.160						

Tabelle 4: n-dotiertes Germanium: Spannung in Abhängigkeit von der Temperatur bei $I_{Probe} = 20mA$

T [K]	298.95	314.55	324.45	332.35	353.35	365.55	374.95	383.45	391.35
U [V]	0.88	0.98	1.04	1.04	1.018	0.929	0.704	0.698	0.632
T [K]	402.45	406.05	421.65	436.25					
U [V]	0.469	0.36	0.282	0.195					

Tabelle 5: p-dotiertes Germanium: Spannung in Abhängigkeit von der Temperatur bei $I_{Probe} = 20mA$

2.2.2 Fehlergrenzen

Aus diesen Werten werden mittels $\sigma = \frac{I}{U} \frac{c}{b \cdot d}$ die Leitfähigkeit berechnet, wobei $c = 20 \times 10^{-3}$, $b = 10 \times 10^{-3}$ und $d = 1 \times 10^{-3}$. Die Fehlergrenzen der Spannung werden vom Hersteller mit (.5% + 3dgt) angegeben, in diesem Fall, da die Auflösung 0.001V ist (.5% + 0.003V). Fehlergrenzen der gemessenen Temperatur(in °C) sind (2% + 3°C). Die Fehlergrenze des Stromes liegt bei 1mA. Weiterhin werden mittels Fehlerfortpflanzung die Fehler von Größen, die mit diesen Größen errechnet werden, bestimmt.

2.2.3 Auswertung

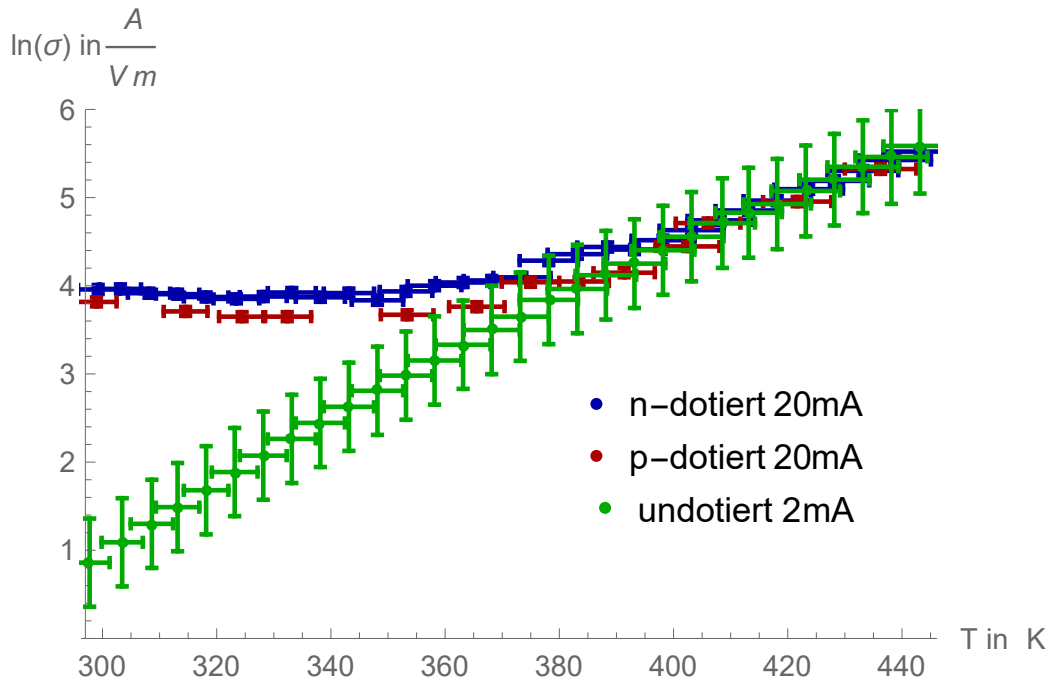


Abbildung 4: Vergleich der Leitfähigkeit in Abhängigkeit zur Temperatur von n-,p- und undotiertem Germanium

Die aufgenommenen Messkurve zeigt dieselbe Abhängigkeit der Leitfähigkeit des un- und n-dotierten Germaniums von der Temperatur wie die Abbildung im Praktikumsbericht. Dort wurde die Skala logarithmiert, hier die Werte der Leitfähigkeit. Zusätzlich wurde im Versuch die Messkurve zum p-dotierten Germanium aufgenommen.

Die Leitfähigkeit ist von der Besetzung des Leitungsbandes abhängig. Diese wiederum hängt von der Energielücke zwischen Valenz- und Leitungsband der Probe und von der thermischen Energie (Temperatur) der Probe ab. Je höher die thermische Energie, desto wahrscheinlicher ist es für Elektronen die Energielücke zu überwinden und in das Leitungsband zu gelangen.

Die dotierten Proben haben schon bei Zimmertemperatur eine hohe Leitfähigkeit, denn die thermische Energie reicht aus um viele Elektronen ins Leitungsband zu bringen. Bei dem undotierten Material hängt die Leitfähigkeit von der Besetzungswahrscheinlichkeit für endliche Temperaturen (diese ist exponentiell) ab. Bei den dotierten Material ist die Löcherkonzentration und Elektronenkonzentration im Bereich der Zimmertemperatur nicht gleich, das Modell also in diesem Bereich nicht anwendbar, erst bei höheren Temperaturen ist der Unterschied der Konzentrationen nicht mehr ausschlaggebend.

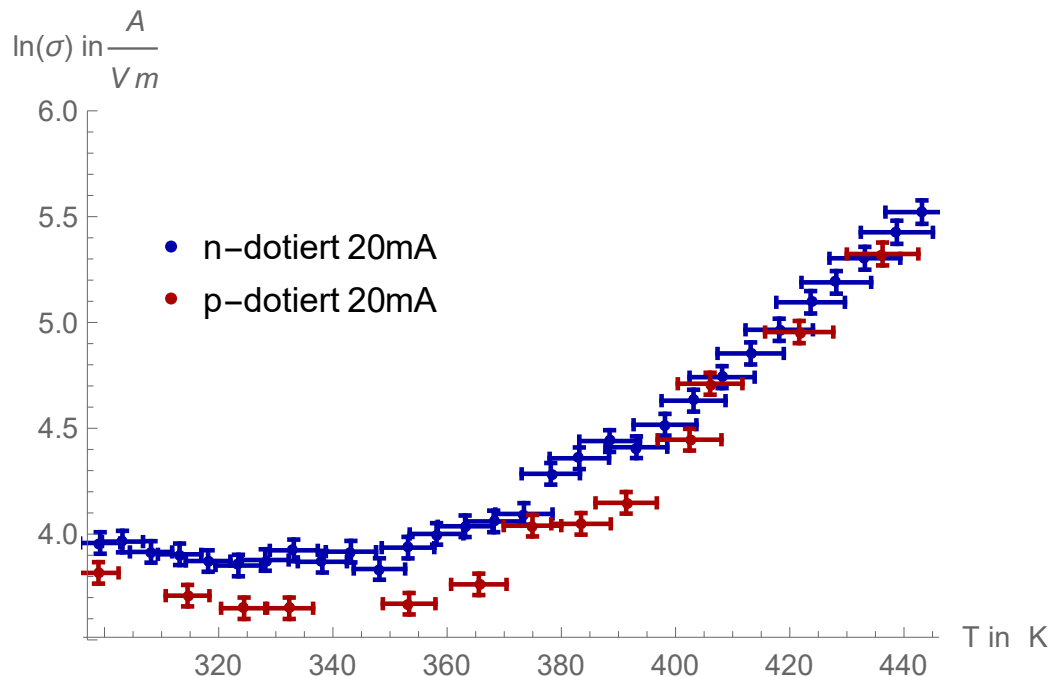


Abbildung 5: Vergleich der Leitfähigkeit in Abhängigkeit zur Temperatur von n- und p-dotiertem Germanium

Es ist zweckmäßig die dotierten Proben in getrenntem Diagramm zu betrachten, um Unterschiede herauszustellen.

Das p-dotierte Germanium hat bei ungefähr 340K sein Minimum an Leitfähigkeit und ist im Allgemeinen weniger leitfähig als das n-dotierte.

2.3 M3.1

2.3.1 Messwerte

I_{Probe} [A]	0.	0.003	0.0054	0.01	0.0151	0.02	0.0252	0.0298
U [V]	0.	0.002	0.0036	0.0066	0.01	0.0132	0.0166	0.0197

Tabelle 6: n-dotiertes Germanium: Hallspannung in Abhängigkeit vom Probestrom bei $I_{Spule} = 1.97$

I_{Probe} [A]	0.	0.003	0.0051	0.0099	0.015	0.0203	0.0252	0.0297
U [V]	0.	0.0021	0.0036	0.007	0.0106	0.0144	0.0179	0.0211

Tabelle 7: p-dotiertes Germanium: Hallspannung in Abhängigkeit vom Probestrom bei $I_{Spule} = 1.97$

2.3.2 Fehlergrenzen

Die Fehlergrenzen der Spannung U_H werden vom Hersteller mit $(.5\% + 3\text{dgts})$ angegeben, in diesem Fall, da die Auflösung 0.001V ist $(.5\% + 0.003\text{V})$. Fehlergrenzen der gemessenen Temperatur(in °C) sind $(2\% + 3^\circ\text{C})$. Die Fehlergrenze des Stromes I_{Probe} liegt bei 1mA.

2.3.3 Auswertung

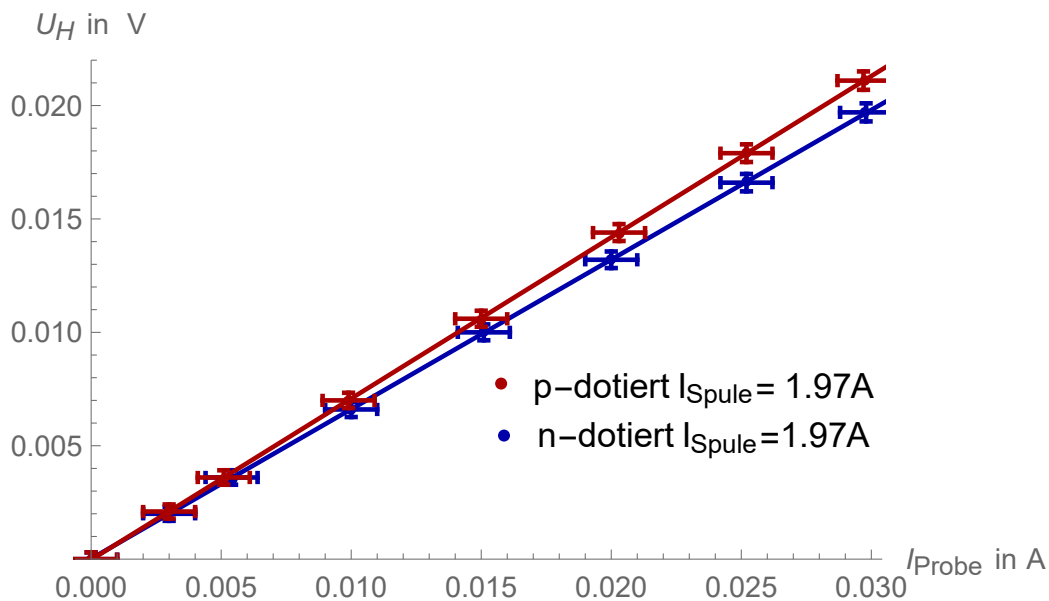


Abbildung 6: Linearer Fit mit Gewichtung $\frac{1}{(a_i * x_{error})^2 + (y_{error})^2}$ p-dotiert bei $T = 300.0K$ und n-dotiert bei $T = 299.0K$:

$$f_p(x) = (0.71085 \pm 0.00073)x + (-0.000027 \pm 0.000012)$$

$$f_n(x) = (0.65962 \pm 0.00087)x + (-0.000016 \pm 0.000014)$$

Für den Fit des p-Dotierten wurde eine Näherung der Steigung $a_p = 0.71065$ und für den Fit des n-Dotierten verwendet $a_n = 0.65964$.

Bei $T = 300.0K$ wurde für das p-dotierte Germanium $R_H \frac{B}{d} = (0.71085 \pm 0.00073) [\frac{V}{A}]$ mit einer Genauigkeit von 0.1% bestimmt und der Systematische Fehler (-0.000027 ± 0.000012) mit einer Genauigkeit von 45%.

Bei $T = 299.0K$ wurde für das n-dotierte Germanium $R_H \frac{B}{d} = (0.65962 \pm 0.00087) [\frac{V}{A}]$ mit einer Genauigkeit von 0.1% bestimmt und der Systematische Fehler (-0.000016 ± 0.000014) mit einer Genauigkeit von 87.5%.

Abbildungsverzeichnis

1	Vergleich des undotierten Germaniums bei Änderung des Probestromes I_{Probe}	6
2	Linearer Fit mit Gewichtung $\frac{1}{(a_i * x_{error})^2 + (y_{error})^2}$ für $I_{Probe} = 2mA$: $f(x) = (-1.1948 \pm 0.0065) \times 10^{-19}x + Ln((4.33 \pm 0.28) \times 10^6)$	7
3	Linearer Fit mit Gewichtung $\frac{1}{(a_i * x_{error})^2 + (y_{error})^2}$ für $I_{Probe} = 3mA$: $f(x) = (-1.1961 \pm 0.0076) \times 10^{-19}x + Ln((4.45 \pm 0.33) \times 10^6)$	8
4	Vergleich der Leitfähigkeit in Abhängigkeit zur Temperatur von n-,p- und undotiertem Germanium	10
5	Vergleich der Leitfähigkeit in Abhängigkeit zur Temperatur von n- und p-dotiertem Germanium	11
6	Linearer Fit mit Gewichtung $\frac{1}{(a_i * x_{error})^2 + (y_{error})^2}$ p-dotiert bei $T = 300.0K$ und n-dotiert bei $T = 299.0K$: $f_p(x) = (0.71085 \pm 0.00073)x + (-0.000027 \pm 0.000012)$ $f_n(x) = (0.65962 \pm 0.00087)x + (-0.000016 \pm 0.000014)$. .	12

Tabellenverzeichnis

1	Besetzungswahrscheinlichkeit für mehrere Temperaturen	3
2	Spannung in Abhängigkeit von der Temperatur bei $I_{Probe} = 2mA$. .	5
3	Spannung in Abhängigkeit von der Temperatur bei $I_{Probe} = 3mA$. .	5
4	n-dotiertes Germanium: Spannung in Abhängigkeit von der Temperatur bei $I_{Probe} = 20mA$	9
5	p-dotiertes Germanium: Spannung in Abhängigkeit von der Temperatur bei $I_{Probe} = 20mA$	9
6	n-dotiertes Germanium: Hallspannung in Abhängigkeit vom Probestrom bei $I_{Spule} = 1.97$	11
7	p-dotiertes Germanium: Hallspannung in Abhängigkeit vom Probestrom bei $I_{Spule} = 1.97$	12

Literatur

- [1] SAURE AUS WIKIMEDIA COMMONS, *Gleichrichter-Schaltung mit Glättung* (26. August 2009) (Stand: 08.03.2018) <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:Gleichrichter-Schaltung.svg&oldid=291347227&uselang=de>