

## 4. Aufgabenblatt

(Besprechung in den Tutorien 11.05.2015-15.05.2015)

Die Lösung für die freiwilligen (Haus)aufgaben ist in der Woche vom 18.05.2015-22.05.2015 abzugeben. Falls in der Aufgabenstellung nicht explizit ausgeschlossen, sind alle Antworten zu begründen!

### Aufgabe 1. Mehrband-Turingmaschinen

Gegeben sei eine Mehrband-Turingmaschine  $M$  mit  $k$  Bändern. Beschreiben Sie die Funktionsweise einer Einband-Turingmaschine  $M'$ , für die  $T(M') = T(M)$  gilt.

### Aufgabe 2. LOOP-Programme Interpretation

Nachfolgend wird vorausgesetzt, dass die Addition und die Multiplikation zweier Variablen (d.h. „ $x_i := x_j + x_k$ “ und „ $x_i := x_j \cdot x_k$ “) als elementare Operationen zur Verfügung stehen. Gegeben sei das folgende LOOP-Programm mit Parameter  $x_1 \in \mathbb{N}$ .

```
 $x_0 := x_0 + 1;$   
 $x_3 := x_3 + 3;$   
LOOP  $x_1$  DO  
     $x_2 := x_2 + 2$   
END;  
LOOP  $x_2$  DO  
     $x_0 := x_0 \cdot x_3$   
END
```

1. Welche Funktion berechnet das Programm?
2. Geben Sie ein LOOP-Programm mit nur einer LOOP-Schleife an, das dieselbe Funktion berechnet.

### Aufgabe 3. LOOP- und WHILE-Programme

1. Warum stoppt jedes LOOP-Programm nach endlicher Zeit?
2. Geben Sie ein WHILE-Programm an, welches niemals stoppt.

### Aufgabe 4. Turingmaschinen und GOTO-Programme

Skizzieren Sie, wie eine deterministische Einband-Turingmaschine durch ein GOTO-Programm simuliert werden kann (Vgl. Vorlesung Folie 52 und 53).

## Hausaufgaben

### Aufgabe 5. WHILE-Programme

Geben Sie ein WHILE-Programm an, das die ganzzahlige Division

$$f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad f(x_1, x_2) := \begin{cases} 0, & \text{falls } x_2 = 0, \\ \lfloor \frac{x_1}{x_2} \rfloor, & \text{sonst.} \end{cases}$$

berechnet.

### Aufgabe 6. WHILE-Programme Interpretation

Nachfolgend wird vorausgesetzt, dass die Addition und die Multiplikation zweier Variablen (d.h. „ $x_i := x_j + x_k$ “ und „ $x_i := x_j \cdot x_k$ “) als elementare Operationen zur Verfügung stehen. Gegeben sei folgendes WHILE-Programm:

```
x3 := x3 + 1;
WHILE x3 ≠ 0 DO
  x2 := x2 + 1;
  x4 := x99 + 0;
  x5 := x2 + 0;
  WHILE x5 ≠ 0 DO
    x4 := x4 + x2;
    x5 := x5 - 1
  END;
  x6 := x4 - x1;
  x7 := x1 - x4;
  x3 := x6 + x7
END;
x0 := x2 + 0
```

1. Welche Funktion wird durch obiges WHILE-Programm berechnet? Das Argument der Funktion ist der Wert in  $x_1$ .
2. Ist diese Funktion LOOP-berechenbar? (kurze Begründung)

### Aufgabe 7. WHILE-Programme

Geben Sie ein WHILE-Programm an, das die Funktion  $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(n, m) := n^m$  berechnet (wobei  $f(0, 0) := 1$ ).

### Aufgabe 8. GOTO-Programme

Geben Sie ein GOTO-Programm an, das den größten gemeinsamen Teiler  $ggT(a, b)$  zweier natürlicher Zahlen  $a$  und  $b$  berechnet. (*Hinweis:* Verwenden Sie Euklids Algorithmus.)