

### 3. Präsenzübung – Logik

#### Aufgabe 1

Sei  $n \in \mathbb{N}$  und  $\varphi_0, \dots, \varphi_n$  aussagenlogische Formeln. Zeigen Sie, dass

$$\bigwedge_{i=0}^n \varphi_i \models \bigvee_{i=0}^n \varphi_i$$

gilt.

#### Aufgabe 2

Sei  $\Phi$  eine erfüllbare Formelmenge mit  $\text{var}(\Phi) = \{X_1, \dots, X_n\}$ . Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind.

- (i) Für alle Formeln  $\varphi$  mit  $\text{var}(\varphi) \subseteq \text{var}(\Phi)$  gilt  $\Phi \models \varphi$  oder  $\Phi \models \neg\varphi$ .
- (ii) Es existiert genau eine Belegung  $\beta$  von  $\text{var}(\Phi)$  mit  $\beta \models \Phi$ .

#### Aufgabe 3

Wandeln Sie

$$\varphi := (X \oplus Y) \oplus Z$$

in disjunktive und konjunktive Normalform um.

#### Aufgabe 4

Zeigen Sie mit struktureller Induktion, dass jede aussagenlogische Formel  $\varphi$  äquivalent ist zu einer Formel ohne  $\neg$ .