# Tutorium 2

**Aufgabe 1: CCS Syntax**

Welche der folgenden Ausdrücke sind syntaktisch korrekte CCS Ausdrücke? Begründe für die anderen Ausdrücke, wieso sie nicht korrekt sind.

(a) $(a.\mathbf{0}+\overline{a}.A)\setminus\{a, b\}$ ☑ (b) $a.b.A+B$ ☑ (c) $(a.\mathbf{0}+\overline{a}.A)\setminus\{a, \tau\}$ ☐ (d) $a.B+[a/b]$ ☐
(e) $\tau.\tau.B+\mathbf{0}$ ☑ (f) $(a.B+b.B)[a/b, b/a]$ ☑ (g) $(a.B+\tau.B)[a/\tau, b/a]$ ☐
(h) $(a.b.A+\overline{a}.\mathbf{0}).B$ ☐ (k) $(\mathbf{0} \mid \mathbf{0})+\mathbf{0}$ ☑ (j) $(a.b.A+\overline{a}.\mathbf{0})+B$ ☑ (i) $(a.b.A+\overline{a}.\mathbf{0}) \mid B$ ☑

Lösung

Die folgenden Ausdrücke sind falsch, da ...

1.c) $\tau$ nicht in einer Restriktion vorkommen darf.
1.d) Relabeling nur auf korrekte Ausdrücke angewendet werden darf.
1.g) die Relabelingfunktion $f(\tau)=\tau$ erfüllen muss.
1.h) nur Aktionen als Präfixe verwendet werden dürfen.

\Lösung

**Aufgabe 2: CCS Semantik**

Gib für die folgenden Ausdrücke an, welche Aktionen **im ersten Schritt** möglich sind.

2.a) $\left(a.B+\overline{b}.B\right)[a/b]$

Lösung

$\{a, \overline{a}\}$

\Lösung

2.b) $(a.B)\setminus\{a\} \mid \overline{a}.\mathbf{0}$

Lösung

$\{\overline{a}\}$

\Lösung

2.c) $((a.H \mid \overline{a}.H)+b.A)\setminus\{a\}$

Lösung

$\{b, \tau\}$

\Lösung

2.d) $\left(\left(\left(a.B \mid \overline{b}.A\right)+b.H\right) \mid \mathbf{0}\right)\setminus\{a, b\}$

Lösung

$\emptyset$

\Lösung

**Aufgabe 3: CCS und LTS**

Folgende Aktionen und dazugehörige Bedeutungen seien gegeben:

| | | |
|---|---|---|
| $\overline{coin}$ | - | Einwurf einer Münze |
| $\overline{tea}$ | - | Ausgabe eines Tees |
| $\overline{coffee}$ | - | Ausgabe eines Kaffees |
| $\overline{pub}$ | - | Publizieren einer Arbeit |

Modelliere für die Unteraufgaben 3.a) – 3.c) jeweils einen CCS-Term und gibt das dazugehörige LTS an. Gib zusätzlich eine graphische Repräsentation für das LTS an.

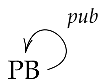
3.a) Sei PB ein Publisher, der zu publizierende Arbeiten entgegen nimmt.

----------------------------- Lösung -----------------------------

$\mathrm{PB} \stackrel{\mathrm{def}}{=} pub.\mathrm{PB}$

Das LTS ist gegeben durch das Tripel $\left(\mathsf{Proc}, \mathsf{Act}, \left\{ \xrightarrow{\alpha} \mid \alpha \in \mathsf{Act} \right\}\right)$ mit:

$$\begin{aligned} \mathsf{Proc} &= \{\ \mathrm{PB}\ \} \\ \mathsf{Act} &= \left\{\ pub,\ \overline{pub},\ \tau\ \right\} \\ \xrightarrow{pub} &= \{\ (\mathrm{PB},\ \mathrm{PB})\ \} \\ \xrightarrow{\overline{pub}} &= \emptyset \\ \xrightarrow{\tau} &= \emptyset \end{aligned}$$

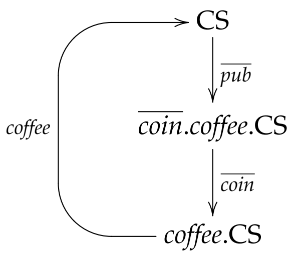



----------------------------- \Lösung -----------------------------

3.b) Sei CS ein Informatiker, der Arbeiten publiziert, dann in einen Getränkeautomaten eine Münze einwirft und sich dann einen Kaffee entnimmt, um wieder von vorne zu beginnen.

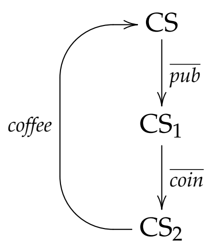
----------------------------- Lösung -----------------------------

$\mathrm{CS} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \overline{pub}.\overline{coin}.coffee.\mathrm{CS}$




Um das LTS übersichtlicher darzustellen, definieren wir folgende Hilfsprozesse: $\mathrm{CS}_1 \stackrel{\mathrm{def}}{=} \overline{coin}.\mathrm{CS}_2$ und $\mathrm{CS}_2 \stackrel{\mathrm{def}}{=} coffee.\mathrm{CS}$. Somit **muss** CS auch wie folgt definiert werden: $\mathrm{CS} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \overline{pub}.\mathrm{CS}_1$. Wir erhalten $\left(\mathsf{Proc}, \mathsf{Act}, \left\{ \xrightarrow{\alpha} \mid \alpha \in \mathsf{Act} \right\}\right)$ mit:

$$\begin{aligned} \mathsf{Proc} &= \{\ \mathrm{CS},\ \mathrm{CS}_1,\ \mathrm{CS}_2\ \} \\ \mathcal{A} &= \{\ pub,\ coin,\ coffee\ \} \\ \mathsf{Act} &= \mathcal{A} \cup \bar{\mathcal{A}} \cup \{\ \tau\ \} \\ \xrightarrow{\overline{pub}} &= \{\ (\mathrm{CS},\ \mathrm{CS}_1)\ \} \\ \xrightarrow{\overline{coin}} &= \{\ (\mathrm{CS}_1,\ \mathrm{CS}_2)\ \} \\ \xrightarrow{coffee} &= \{\ (\mathrm{CS}_2,\ \mathrm{CS})\ \} \end{aligned}$$



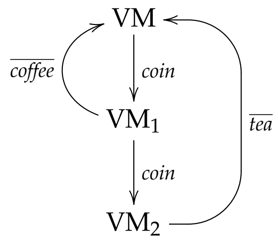

----------------------------- \Lösung -----------------------------

3.c) Sei VM ein Getränkeautomat, der jedesmal nach Eingabe einer Münze entweder einen Kaffee ausgibt oder auf die Eingabe einer zweiten Münze wartet und dann einen Tee ausgibt.

----------------------------- Lösung -----------------------------

$\mathrm{VM} \stackrel{\mathrm{def}}{=} coin.\left(\overline{coffee}.\mathrm{VM} + coin.\overline{tea}.\mathrm{VM}\right)$. Um das LTS übersichtlicher darstellen zu können, definieren wir uns $\mathrm{VM} \stackrel{\mathrm{def}}{=} coin.\mathrm{VM}_1$ und erhalten somit $\left(\mathsf{Proc}, \mathsf{Act}, \left\{ \xrightarrow{\alpha} \mid \alpha \in \mathsf{Act} \right\}\right)$ mit:

$$
\begin{aligned}
\mathsf{Proc} &= \{\ \mathrm{VM},\ \mathrm{VM}_1,\ \mathrm{VM}_2\ \} \\
\mathrm{VM}_1 &\stackrel{\text{def}}{=} \overline{coffee}.\mathrm{VM} + coin.\mathrm{VM}_2 \\
\mathrm{VM}_2 &\stackrel{\text{def}}{=} \overline{tea}.\mathrm{VM} \\
\mathcal{A} &= \{\ coin,\ coffee,\ tea\ \} \\
\mathsf{Act} &= \mathcal{A} \cup \bar{\mathcal{A}} \cup \{\ \tau\ \} \\
\xrightarrow{coin} &= \{\ (\mathrm{VM},\ \mathrm{VM}_1),\ (\mathrm{VM}_1,\ \mathrm{VM}_2)\ \} \\
\xrightarrow{\overline{coffee}} &= \{\ (\mathrm{VM}_1,\ \mathrm{VM})\ \} \\
\xrightarrow{\overline{tea}} &= \{\ (\mathrm{VM}_2,\ \mathrm{VM})\ \}
\end{aligned}
$$




\Lösung

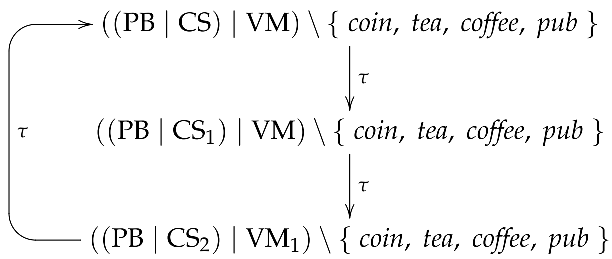
3.d) Sei Sys $\stackrel{\text{def}}{=}$ ((PB | CS) | VM).

(i) Gib das LTS in graphischer Form an.

(ii) Wie müsste man den Term abändern, damit nur die gewünschten Interaktionen geschehen? Gib das dazugehörige LTS in graphischer Form an.

Lösung

Sys $\stackrel{\text{def}}{=}$ ((PB | CS) | VM) \ { *coin*, *tea*, *coffee*, *pub* }.

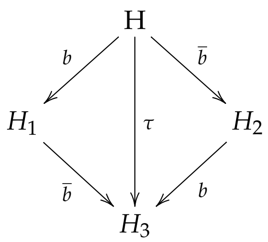



\Lösung

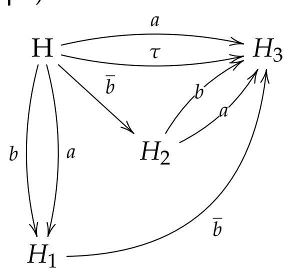
**Aufgabe 4: LTS und CCS**

Gib zu den gegebenen LTS die dazugehörigen CCS Ausdrücke zu H an.

4.a)




4.b)




Lösung

4.a) H $\stackrel{\text{def}}{=} b.\mathbf{0} \mid \bar{b}.\mathbf{0}$

4.b) H $\stackrel{\text{def}}{=} \Big(\bar{b}.\mathbf{0} \mid (b.\mathbf{0} + a.\mathbf{0})\Big) + a.\mathbf{0}$

\Lösung

**Aufgabe 5: CCS und SOS**

Sei $\mathrm{A} \overset{\text{def}}{=} b.a.B$. Beweisen sie die Existenz der folgenden Transitionen unter Zuhilfenahme der SOS Regeln:

5.a) $\left(\mathrm{A} \mid \bar{b}.\mathbf{0}\right) \setminus \{ b \} \xrightarrow{\tau} (a.B \mid \mathbf{0}) \setminus \{ b \}$

Lösung

$$
\text{RES}\,\dfrac{\text{COM3}\,\dfrac{\text{CON}\,\dfrac{\text{ACT}\,\dfrac{}{b.a.B \xrightarrow{b} a.B}\quad \mathrm{A} \overset{\text{def}}{=} b.a.B}{\mathrm{A} \xrightarrow{b} a.B}\qquad \text{ACT}\,\dfrac{}{\bar{b}.\mathbf{0} \xrightarrow{\bar{b}} \mathbf{0}}}{\left(\mathrm{A} \mid \bar{b}.\mathbf{0}\right) \xrightarrow{\tau} (a.B \mid \mathbf{0})}}{\left(\mathrm{A} \mid \bar{b}.\mathbf{0}\right) \setminus \{ b \} \xrightarrow{\tau} (a.B \mid \mathbf{0}) \setminus \{ b \}}\quad \tau \notin \{ b \}
$$

\Lösung

5.b) $\left(\mathrm{A} \mid \bar{b}.a.B\right) + \left(\left(\bar{b}.\mathrm{A}\right) \setminus \{ a \}\right) [a/b] \xrightarrow{\bar{b}} (\mathrm{A} \mid a.B)$

Lösung

$$
\text{SUM1}\,\dfrac{\text{COM2}\,\dfrac{\text{ACT}\,\dfrac{}{\bar{b}.a.B \xrightarrow{\bar{b}} a.B}}{\left(\mathrm{A} \mid \bar{b}.a.B\right) \xrightarrow{\bar{b}} (\mathrm{A} \mid a.B)}}{\left(\mathrm{A} \mid \bar{b}.a.B\right) + \left(\left(\bar{b}.\mathrm{A}\right) \setminus \{ a \}\right) [a/b] \xrightarrow{\bar{b}} (\mathrm{A} \mid a.B)}
$$

\Lösung

5.c) $\left(\mathrm{A} \mid \bar{b}.a.B\right) + \left(\left(\bar{b}.\mathrm{A}\right) \setminus \{ a \}\right) [a/b] \xrightarrow{\bar{a}} (\mathrm{A} \setminus \{ a \}) [a/b]$

Lösung

$$
\text{SUM2}\,\dfrac{\text{REL}\,\dfrac{\text{RES}\,\dfrac{\text{ACT}\,\dfrac{}{\bar{b}.\mathrm{A} \xrightarrow{\bar{b}} \mathrm{A}}}{\left(\bar{b}.\mathrm{A}\right) \setminus \{ a \} \xrightarrow{\bar{b}} \mathrm{A} \setminus \{ a \}}\quad \text{mit } \bar{b}, b \notin \{ a \}}{\left(\left(\bar{b}.\mathrm{A}\right) \setminus \{ a \}\right) [a/b] \xrightarrow{\bar{a}} (\mathrm{A} \setminus \{ a \}) [a/b]}}{\left(\mathrm{A} \mid \bar{b}.a.B\right) + \left(\left(\bar{b}.\mathrm{A}\right) \setminus \{ a \}\right) [a/b] \xrightarrow{\bar{a}} (\mathrm{A} \setminus \{ a \}) [a/b]}
$$

\Lösung

5.d) $((E \mid (a.\mathrm{A} \mid \bar{a}.B)) \mid (C + D)) \xrightarrow{\tau} ((E \mid (\mathrm{A} \mid B)) \mid (C + D))$

Lösung

$$
\text{COM1}\,\dfrac{\text{COM2}\,\dfrac{\text{COM3}\,\dfrac{\text{ACT}\,\dfrac{}{a.\mathrm{A} \xrightarrow{a} \mathrm{A}}\qquad \text{ACT}\,\dfrac{}{\bar{a}.B \xrightarrow{\bar{a}} B}}{(a.\mathrm{A} \mid \bar{a}.B) \xrightarrow{\tau} (\mathrm{A} \mid B)}}{(E \mid (a.\mathrm{A} \mid \bar{a}.B)) \xrightarrow{\tau} (E \mid (\mathrm{A} \mid B))}}{((E \mid (a.\mathrm{A} \mid \bar{a}.B)) \mid (C + D)) \xrightarrow{\tau} ((E \mid (\mathrm{A} \mid B)) \mid (C + D))}
$$

\Lösung