

3. Hausaufgabe – Logik

Abgabe: 13.11.2014 in der Vorlesung

Hausaufgabe 1

5 Punkte

Eine aussagenlogische Formel φ ist *kanonischer konjunktiver Normalform*, wenn sie in KNF ist, keine zwei Klauseln mit identischen Literalen enthält und jede Klausel jede Variable aus $\text{var}(\varphi)$ genau ein Mal enthält.

Zeigen Sie, dass es für jede Formel φ bis auf die Reihenfolge der Klauseln und Literale genau eine kanonische KNF gibt, die äquivalent zu φ ist.

Hausaufgabe 2

5 Punkte

Zwei Formeln φ, ψ der Aussagenlogik heißen *erfüllbarkeitsäquivalent*, wenn entweder beide Formeln erfüllbar oder beide unerfüllbar sind. Eine Formel φ ist ein 3-KNF genau dann, wenn φ in KNF ist und jede Klausel höchstens 3 Literale enthält. Sei

$$\varphi := ((A \wedge B) \rightarrow C) \vee (D \wedge A) \vee (\neg B \wedge \neg C).$$

- (i) Wandeln Sie φ in eine Formel φ' in KNF um.
- (ii) Wandeln Sie φ' in eine erfüllbarkeitsäquivalente Formel φ'' in 3-KNF um, die weder \top noch \perp enthält.

Hausaufgabe 3

5 Punkte

Zeigen Sie, dass es zu einer aussagenlogischen Formel φ im Allgemeinen keine äquivalente 3-KNF gibt.

Hausaufgabe 4

5 Punkte

Geben Sie für die folgenden Formeln äquivalente Formeln in 3-KNF an. Sie müssen Ihre Antworten in dieser Aufgabe nicht begründen.

- (i) $X \leftrightarrow \neg Y$
- (ii) $X \leftrightarrow Y \wedge Z$
- (iii) $X \leftrightarrow Y \vee Z$
- (iv) $X \leftrightarrow (Y \rightarrow Z)$
- (v) $X \leftrightarrow (Y \leftrightarrow Z)$