| 1 | 2 | 3 | 4 | Σ |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 4 | 2 | 13 |

HA 10

Sarah Köhler 356394
Dora Szücs 358573

10.1. empirischer Mittelwert : $\bar{\mu} = 140.7$

$\alpha = 0.05$ $\quad 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975$

$\Phi^{-1}(0.975) \approx 1.96$

$\sigma^2 = 9$

$$\Longrightarrow \frac{\sqrt{n} \cdot h}{\sigma} = 1.96 \iff h = \frac{1.96 \cdot \sigma}{\sqrt{n}} \approx 1.86$$

Damit ist das Konfidenzintervall

$$J = [\bar{\mu} - h, \bar{\mu} + h]$$

$$= [138.84, 142.56]$$

3

10.2. $\mu = 143$

a) $\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{9}(9+49+49+1+25+81+25+4+0+64) = 34.11$

b) zweiseitiges Konfidenzintervall für $\sigma^2$, $\alpha = 0.01$

$$J = \left[ \bar{\sigma}^2 \cdot \frac{n-1}{\chi^2_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}} , \bar{\sigma}^2 \cdot \frac{n-1}{\chi^2_{n-1, \frac{\alpha}{2}}} \right]$$

$n = 10$

$\chi^2_{9, 0.995} = 23.59$

$\chi^2_{9, 0.005} = 1.735$

$$\Rightarrow J = \left[ 34.11 \cdot \frac{9}{23.59} , 34.11 \cdot \frac{9}{1.735} \right]$$

$$= [13.01 , 176.94]$$

c) obere Konfidenzschranke zum Niveau $\alpha = 0.1$

$$J = \left[ 0 , \bar{\sigma}^2 \cdot \frac{n-1}{\chi^2_{n-1, \alpha}} \right] = \left[ 0, 34.11 \cdot \frac{9}{4.168} \right]$$

$\chi^2_{9, 0.1} = 4.168$ $\qquad = [0, 73.65]$

4

10.3. a) $\bar{\mu}_{G1} = 120.1$

$\bar{\mu}_{G2} = 123.9$

b) $\alpha = 0.1$

Varianz schätzen: $\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2$

$\bar{\sigma}^2_{G1} = \frac{1}{9} \cdot (79.21 + 15.21 + 0.81 + 32.81 + 1.21 + 3.61 + 8.41 + 16.81 + 4.41 + 4.41)$

$= 24.1$

$\bar{\sigma}^2_{G2} = \frac{1}{9} \cdot (3.61 + 50.41 + 0.01 + 47.61 + 9.61 + 4.41 + 0.81 + 15.21 + 50.41 + 34.81)$

$= 24.1$

hier obere Schranke gesucht

$J_{G1} = \left[ \bar{\mu}_{G1} - t_{1-\alpha, n-1} \cdot \frac{\sqrt{\bar{\sigma}^2_{G1}}}{\sqrt{n}}, +\infty \right[$

$= \left[ 120.1 - t_{0.9,9} \cdot \frac{\sqrt{24.1}}{\sqrt{10}}, +\infty \right[$

$(t_{0.9,9} = 1.383)$

$= \left[ 117.953, +\infty \right[$

(✓)

$J_{G2} = \left[ 123.9 - 1.383 \cdot \frac{\sqrt{24.1}}{\sqrt{10}}, +\infty \right[$

$= \left[ 121.753, +\infty \right[$

c) Aus den gemessenen Werten können keine Aussagen allgemeiner Art über die Grundgesamtheit der beiden Stichproben getroffen werden.
Die Standardabweichungen für beide Stichproben liegen bei fast 5 $\left(\sqrt{\bar{\sigma}^2_{G1}} \approx \sqrt{24.1} = \sqrt{\bar{\sigma}^2_{G2}}\right)$ und damit höher als die Differenz der Mittelwerte welche $\bar{\mu}_{G1} - \bar{\mu}_{G2} \approx 3.8$ beträgt.

Forts. 10.3 c)

Über die konkreten 20 Personen bzw 2 untersuchten Gruppen lässt sich ~~[illegible]~~ eine ~~[illegible]~~ Aussage treffen, da die Konfidenzintervalle für die Mittelwerte dies erlauben:

Die untere Schranke für $\mu_{a2} = 121{,}753$ mit Konfidenzniveau $1-\alpha = 0{,}9$ liegt höher als der emp. Mittelwert $\mu_{a1} = 120{,}1$. Somit ist die zweite Gruppe mit 90% Wahrscheinlichkeit im Durchschnitt intelligenter. f Mittelwert ist nicht der 'wahre Wert'.

disjunkte Intervalle?

4/5

## Aufgabe 10.4

a) $(x_1, \dots x_n) \sim Poi(\lambda)$

Der ML-Schätzer für $\lambda$ ist $\bar{\lambda}$ und ist für die Poisson-Verteilung durch den empirischen Mittelwert bestimmt:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i \overset{\text{Daten}}{=} \frac{1}{10}(4+0+6+5+2+1+2+0+4+3)$$

$$= \frac{1}{10} \cdot 27 = 2{,}7$$

b) $$\mathbb{P}(x \leq 2) = e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{2} \frac{\lambda^k}{k!} \approx e^{-\bar{\lambda}} \sum_{k=0}^{2} \frac{\bar{\lambda}^k}{k!}$$

$$= e^{-2{,}7} \cdot \left(1 + \frac{2{,}7}{1} + \frac{2{,}7^2}{2}\right)$$

$$= e^{-2{,}7}(1 + 27 + 3{,}645)$$

$$\approx 0{,}4936$$

Der Anteil der regenfreien Tage mit max. 2 Unfällen an allen regenfreien Tagen betrug ca. 49,36%.

BRUNNEN

c)

$$X \sim Poi(10\lambda) \Rightarrow X \sim Poi(27)$$

$$\Rightarrow \bar{\lambda}_x = 27$$

$\alpha = 0{,}1$

$\Rightarrow$ $1-\alpha$ - Quantil:

$$\Phi^{-1}(1-\alpha) \stackrel{\wedge}{=} \Phi^{-1}(1-0{,}1) = \Phi^{-1}(0{,}9)$$

$$\approx 1{,}2816$$

Obere Schranke:

$$\bar{\lambda}_x + 1{,}2816 \cdot \sqrt{\bar{\lambda}_x} = 27 + 1{,}2816 \cdot \sqrt{27} \approx 33{,}65$$

$\Rightarrow$ Das Konfidenzintervall ist:

$[0,\ 33{,}65]$

2/4