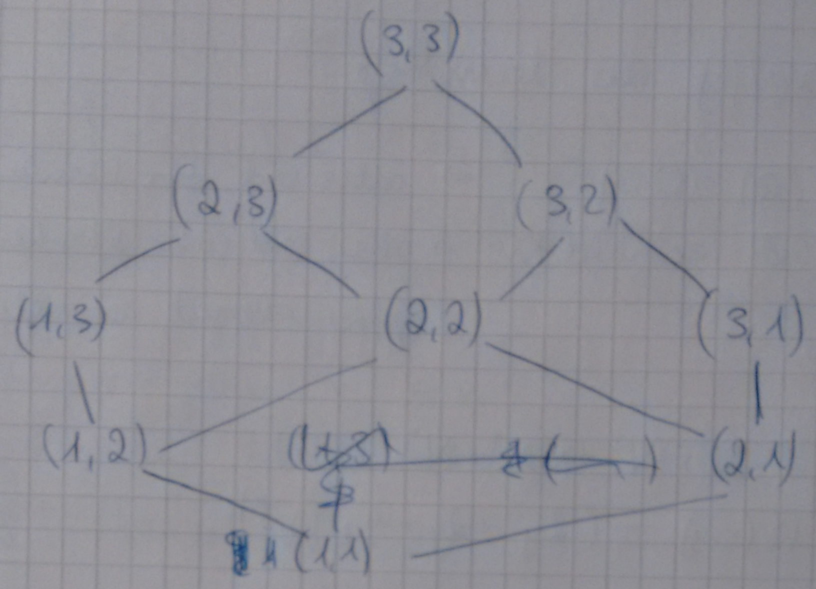
$\boxed{\text{ZeSy}}$

1 a) $x \in \{1,2,3\}$
$y \in \{1,2,3\}$ $\to$ $(x,y) \Rightarrow 9$



b)

(x_1, y_1) und (x_2, y_2) gegeben

→ berechne Infimum:

$\inf(\cdot \; \cdot) = (\min(x_1,x_2), \min(y_1,y_2))$

→ berechne Supremum:

$\sup(x_1,x_2,y_1,y_2) = (\max(x_1,x_2), \max(y_1,y_2))$

c) $X \subseteq \mathbb{N}^+ \times \mathbb{N}^+$, $\#(X) \in \mathbb{N}^+$ → d.h. nicht leer

Supremum:

$\sqcup(X) = (\max(\{x_i \mid (x_i, y) \in X\}), \max(\{y \mid (x,y) \in X\}))$

$\sqcap(X) = (\min(\{x \mid \exists y.\ (x,y) \in X\}), \min(\{y \mid \exists x.\ (x,y) \in X\}))$

d) $\perp = (0,0)$

$\top$ existiert nicht, da $\mathbb{N}$ kein größtes Element hat

e) ~~Ja, da in c) eine Funktion angegeben wurde, die zu jeder Teilmenge das Inf + Sup berechnet, außer zu $\emptyset \subseteq \mathbb{N}^+ \times \mathbb{N}^+$~~

$(6,6)$
$=(83,720)$

$(1,5) \to ($
$(5,5)$

e) Verband ja,
vollständig nein: (?)
es ex kein $\top$

Sup/Inf der leeren Menge ??

$\sqcup(\emptyset) = (0,0)$ $\Rightarrow$ alles sind obere Schranken
$\sqcap(\emptyset)$ ex. nicht! $\Rightarrow$ alle sind untere Schranken,
größtes Element ex. nicht!

$(5,5)$
$f(5,5)$
$=(59,120)$
$f(5,6)$
$=(83,120)$
$f(6,5)$
$=(59,720)$

$(10,9)$
$(10,10)$
$(219,$

f) $f: \mathbb{N}^+ \times \mathbb{N}^+ \to \mathbb{N}^+ \times \mathbb{N}^+$
$f((x,y)) = (2y^2 + 2y - 1,\ x!)$

Monotonie:
$\forall d, d' \in D: \quad d \sqsubseteq d' \Rightarrow f(d) \sqsubseteq f(d')$

f monoton, wenn $2y^2+2y-1$ monoton
und $x!$ monoton

~~Es gilt laut Def:~~
~~$(x_1,y_1) \leq_2 (x_2,y_2) \Rightarrow x_1 \leq x_2 \wedge y_1 \leq y_2$~~
~~Betrachte beide Bedingungen einzeln:~~
~~$(x_1,y_1) \leq_2 (x_2,y_2) \Rightarrow x_1 \leq x_2$~~
~~Monoton wenn $f(x_1,y_1) \leq_2 f(x_2,y_2)$~~
~~Da f x und y unabhängig verändert.~~
~~$f'(x) = 2$~~

$18+6-1$

Gilt nicht! Gegenbeispiel:
$(1,1) \leq_2 (2,3)$
$f(1,1) = (3,1)$
$f(1,1) = (3,1)$

$(11,2) = f(2,3)$
$= f(2,1)$

Vgl. Tut Aufg 4

Fall 1: ~~[illegible]~~ $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$

Offensichtlich gilt $f(x_1, y_1) \leq_2 f(x_2 y_2)$

Fall 2: $x_1 < x_2$, $y_1 = y_2$

$\Rightarrow f(x_1, y_1) = (f(y_1), x_1!) \leq_2 (f(y_2), x_2!)$

$\overset{y_1 = y_2}{\Rightarrow} (f(y_1), x_1!) \leq_2 (f(y_1), x_2!)$

Da $f(y_1) \leq f(y_1)$ erfüllt

muss nur noch gelten: $x_1! \leq x_2!$

Da $x_1 \leq x_2$ und Fakultät monoton gilt $x_1! \leq x_2!$

Also gilt $f(x_1, y_1) \leq_2 f(x_2, y_2)$

Fall 3: $x_1 = x_2$, $y_1 < y_2$

$\Rightarrow$ ~~f(x~~ $(f(y_1), f(x_1)) \leq_2 (f(y_2), f(x_2))$

$\overset{x_1 = x_2}{\Rightarrow} (f(y_1), f(x_1)) \leq_2 (f(y_2), f(x_1))$

also ist $f(x_1) \leq f(x_1)$ erfüllt

$\Leftrightarrow$ muss noch gelten: $f(y_1) \leq f(y_2)$

$f(y_1) = 2y_1^2 + 2y_1 - 1 \leq 2y_2^2 + 2y_1 - 1 = f(y_2)$

Da $y_1 < y_2$ gegeben und $y_1 \in \mathbb{N}^+$

gilt $f(y_1) \leq f(y_2)$, da $f'(x) = 2x^2 + 2y - 1$ monoton für $x \geq 1$

Fall 4: $x_1 \leq x_2$, $y_1 < y_2$

$(f(y_1), f(x_1)) \leq (f(y_2), f(x_2))$

Nach Def $\leq_2$ muss gelten: $f(y_1) \leq f(y_2) \Rightarrow$ da $y_1 < y_2$ [illegible] $2x^2 + 2x - 1$ mono[illegible]

und $f(x_1) \leq f(x_2) \Rightarrow$ da $x_1 < x_2$ [illegible] $x!$ monoton

BRUNNEN