Technische Universität Berlin
Software Engineering for Embedded Systems Group – Prof. Dr. Sabine Glesner
www.pes.tu-berlin.de   Secr. TEL 12-4   Ernst-Reuter-Platz 7   10587 Berlin

Softwaretechnik und Programmierparadigmen
WiSe 2014/2015

Prof. Dr. Sabine Glesner
Joachim Fellmuth joachim.fellmuth@tu-berlin.de
Dr. Thomas Göthel thomas.goethel@tu-berlin.de
Lydia Mattick lydia.mattick@tu-berlin.de
Tutoren

Übungsblatt 10

Ausgabe: 18.12. (Besprechung: 05.01. und 06.01.)

Def: Computation Tree Logic (Syntax)

Induktive Definition von CTL Formeln:

$$\begin{aligned}\varphi \quad ::= \quad & \bot \mid \top \mid p \mid \neg(\varphi) \mid (\varphi \wedge \varphi) \mid (\varphi \vee \varphi) \mid (\varphi \Rightarrow \varphi) \mid \\ & \textsf{AX}\ \varphi \mid \textsf{EX}\ \varphi \mid \textsf{AG}\ \varphi \mid \textsf{EG}\ \varphi \mid \textsf{AF}\ \varphi \mid \textsf{EF}\ \varphi \\ & \textsf{A}\ [\varphi_1\ \textsf{U}\ \varphi_2] \mid \textsf{E}\ [\varphi_1\ \textsf{U}\ \varphi_2] \mid \textsf{A}\ [\varphi_1\ \textsf{W}\ \varphi_2] \mid \textsf{E}\ [\varphi_1\ \textsf{W}\ \varphi_2]\end{aligned}$$

- $\bot$ und $\top$ bezeichnen false und true
- p bezeichnet eine atomare Formel (Aussage)
- Die logischen Operatoren sind die üblichen
- Temporale (auch modale genannt) Operatoren:
  - $\textsf{X}\ \varphi$: φ muss im nächsten Zustand gelten - neXt
  - $\textsf{F}\ \varphi$: φ muss irgendwann in einem zukünftigen Zustand gelten (kann auch der aktuelle sein) - Future
  - $\textsf{G}\ \varphi$: φ muss global in allen zukünftigen Zuständen gelten (betrifft auch den aktuellen Zustand) - Globally
  - $\varphi_1\ \textsf{U}\ \varphi_2$: φ_2 gilt irgendwann, bis dahin muss φ_1 in allen Zuständen gelten - Until

- φ_1 **W** φ_2 : φ_1 gilt durchgängig bis φ_2 gilt oder φ_1 gilt in allen Zuständen - Weak until

- Pfadquantoren:
  - **A** : auf allen Pfaden - Always
  - **E** : auf mindestens einem Pfad - Exists

Def: Kripke Struktur

Eine Kripke Struktur ist ein Tupel (S, T, S_0, L) mit

- S ist eine Menge von Zuständen
- T $\subseteq$ S $\times$ S ist eine Transitionsrelation
- $S_0 \subseteq S$ ist eine Menge von Initialzuständen
- L: S $\rightarrow 2^{AP}$ ist eine Beschriftungsfunktion
  (L(s): Menge von atomaren Aussagen, die in s wahr sind)

Bemerkung: Um Model Checking zu ermöglichen, muss S endlich sein.

1. CTL Operatoren

Bei welchen der folgenden Ausdrücke handelt es sich um syntaktisch korrekte CTL-Formeln?

a) **X** q

b) $\neg$ **AX** q

c) p **W (AX** $\bot$**)**

d) **E** $[($ **AX** $q)$ **U** $($**EG** $(\neg p \vee \top))]$

2. Übung mit CTL

Welche der folgenden Aussagen beschreibt die mathematische Bedeutung der CTL-Formel **AG** $(p \Rightarrow$ **A** $[q$ **U** $r])$ am genauesten? Drücke die restlichen Aussagen mittels CTL aus.

a) Von jedem erreichbaren Zustand in dem p wahr ist, geht ein Pfad aus auf dem r wahr wird und davor immer q gilt.

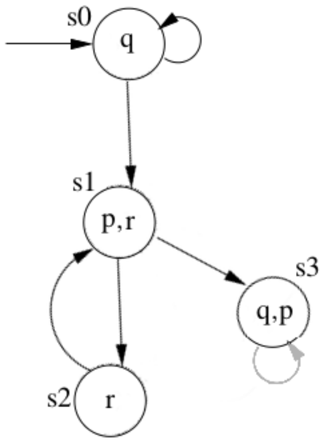
b) Wenn p in jedem erreichbaren Zustand wahr ist, dann gibt es einen Pfad auf dem q solange wahr ist, bis r wahr ist.

c) Auf jedem Pfad, der von einem erreichbaren Zustand ausgeht, in dem p wahr ist, ist q solange wahr, bis r wahr ist, und jeder dieser Pfade enthält garantiert einen Zustand in dem r wahr ist.

d) Wenn p in jedem erreichbaren Zustand wahr ist, dann gibt es auf jedem Pfad einen Zustand in dem r wahr ist, und bis zu jenem Zustand ist q wahr.

3. Kripke Struktur

Gegeben sei folgende Kripke Struktur als Graph.



Überprüfe für welche der nachfolgend aufgelisteten Formeln das abgebildete Zustandsübergangssystem ein Modell darstellt.

a) $\mathbf{AF}\ (q \wedge p)$

b) $\mathbf{AG}\ (p \Rightarrow\ \mathbf{AF}\ (p \wedge r))$

c) $\mathbf{A}\ [q\ \ \mathbf{U}\ r]$

d) $\mathbf{A}\ [q\ \ \mathbf{W}\ r]$

e) $\mathbf{AG}\ (p \Rightarrow\ \mathbf{AG}\ (p \vee q))$

f) $\mathbf{AG}(\ \mathbf{EF}(\neg r))$

g) $\mathbf{AG}((p \wedge q) \Rightarrow\ \mathbf{AG}(r))$