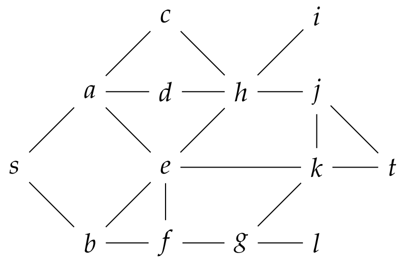
# Grundlagen und algebraische Strukturen (WiSe 13/14)

*LaS: Logik und Semantik* *27.01.2014 – 02.02.2014*

## Tutorium 12

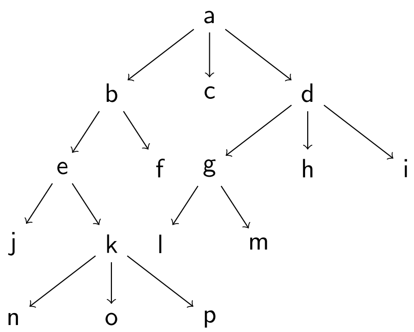
**Aufgabe 1: Bäume**

1.a) Gegeben sei folgender Graph $G := ( V, E )$:




Zeichne einen gerichtete Spannbaum $B$ des Graphen $G$ mit Wurzel $a$, indem Du eine Breitensuche auf $G$ anwendest.

1.b) Gegeben sei der folgende gerichtete Baum $B := ( V, E )$ mit Wurzelknoten $a$:




1.b(i) *Gib an:* In welcher Reihenfolge wird der Baum bei Breiten- bzw. bei Tiefensuche durchlaufen?

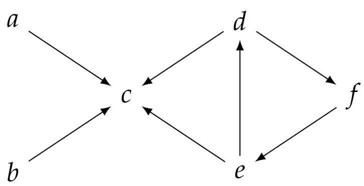
1.b(ii) *Gib an:* Die preorder-, inorder- und postorder-Traversierungen $B$
*Hinweis: Es reicht, das Ergebnis anzugeben.*

**Aufgabe 2: Graphen**

*Beweise:* In jedem Graphen mit Minimalgrad $n \in \mathbb{N}_+$ gibt es einen Pfad der Länge $n$.

**Aufgabe 3: Gerichtete Graphen**

3.a) Gegeben sei der Graph $G$ mit




3.a(i) *Begründe:* Ist $G$ stark zusammenhängend? Ist $G$ schwach zusammenhängend?

3.a(ii) *Gib an:* Bestimme alle stark zusammenhängenden Untergraphen von $G$, die mindestens eine Kante enthalten.

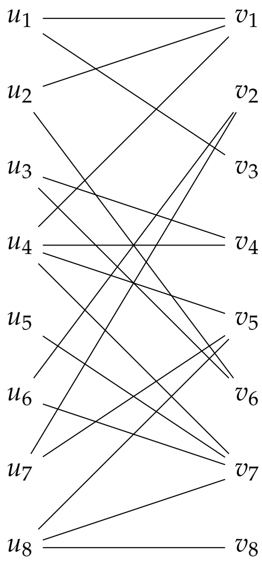
3.a(iii) *Gib an:* Bestimme alle Quellen von $G$.

3.a(iv) *Gib an:* Bestimme alle Senken von $G$.

3.b) *Gib an:* Wie viele Kanten muss ein gerichteter Graph mit $n \geq 2$ Knoten mindestens haben, damit er schwach zusammenhängend sein kann?
*Beweise:* Beweise, das es für die angegebene Zahl von Kanten tatsächlich immer einen schwach zusamenhängenden Graphen mit $n$ Knoten gibt.

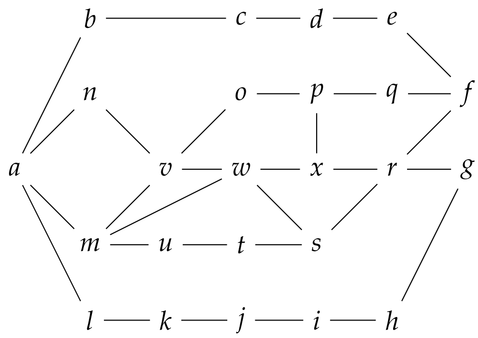
**Aufgabe 4: Disjunkte Pfade, Mengers Theorem**

4.a) Gegeben sei der folgende Graph:




Benutze (knoten)disjunkte Pfade, um ein maximales Matching zu finden (also ein Matching, wobei möglichst viele der Knoten $u_1, \ldots, u_8$ einem der Knoten $v_1, \ldots, v_8$ zugeordnet werden ).

4.b) Gegeben sei der folgende Graph $G := (\,V,\ E\,)$:




Seien $A := \{\ b,\ m,\ n\ \}$ und $B := \{\ r,\ f,\ g\ \}$. Wende Mengers Theorem an, um die minimale Anzahl an trennenden Knoten zwischen $A$ und $B$ zu bestimmen.