

# 基于动态规划模型的“穿越沙漠”游戏方案研究

## 摘要

在“穿越沙漠”这一游戏中，玩家会面临着复杂的地图线路和多变的天气状况，如何进行决策，以保证在截止日期前到达终点且剩余尽可能多的资金。游戏中的决策与规划和博弈问题有着紧密的联系，进行这类游戏的深入探索，对于求解复杂规划问题和博弈问题的研究工作来说很有意义。

**针对问题 1**，在单名玩家已知全部天气状况的情况下进行最优的线路规划决策。首先依据游戏规则建立一般化的**动态规划模型**，以每天的行动、在起点和村庄购买资源的量为**决策变量**，以每天的水、食物、资金、负重为**状态变量**，建立了**状态转移方程**，以到达终点时的剩余资金最多为目标，**约束条件**包括游戏天数限制、负重上限、资金限制、水和食物的需求限制。最后建立出的动态规划模型较为复杂，于是考虑基于**贪婪原则**对是否挖矿、如何赶路、供需平衡等问题进行简化，建立了**多步决策模型**，在保证每一步都是最优的情况下，得到最优策略。

具体求解**第一关**，得到的最优决策路线是  $1 \rightarrow 25 \rightarrow 24 \rightarrow 23 \rightarrow 22 \rightarrow 9 \rightarrow 15 \rightarrow 14 \rightarrow 12 \rightarrow 14 \rightarrow 15 \rightarrow 9 \rightarrow 21 \rightarrow 27$ ，共用 24 天，其中挖矿 7 天，最终到达终点的剩余资金为 **10470 元**。同理，对**第二关**进行求解，得到的最优决策路线是  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 20 \rightarrow 28 \rightarrow 29 \rightarrow 30 \rightarrow 39 \rightarrow 30 \rightarrow 39 \rightarrow 47 \rightarrow 55 \rightarrow 63 \rightarrow 64$ ，共用 30 天，其中挖矿 13 天，最终到达终点的剩余资金为 **12730 元**。

**针对问题 2**，在单名玩家仅知道当天天气的情况下进行最优的决策。在进行游戏的时间段内，晴朗、高温、沙暴以一定概率出现，建立**基于仿真的动态规划模型**，从起点开始考虑，识别出所有下一步可能的行动，对于每种行动，仿真出足够多种天气状况，据此求出每种行动的平均期望，期望最高的行动确定为下一步的决策，循环这个过程直至到达终点为止，得到在该种天气概率下的最优决策。由于数据量大，这种方法实现有一定难度，考虑再次基于**贪婪原则**对问题进行简化，得出**第三关的最优线路策略**：从起点直接向终点前进，在规定时间内能够到达终点的前提下，尽量在晴朗天前进，在高温天可适当停留。**第三关的线路为  $1 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 13$  或  $1 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 13$** （途中高温天气可适当停留）。对**第四关**进行类似的讨论，最优线路的确定**取决于天气状况概率**，不同的概率下有各自的最优路线，给出了其中一种较为合理的**路线**：从起点走最短路去村庄，补充资源后去矿山挖矿，在保证回到终点的前提下尽可能多挖矿。

**针对问题 3 (1)**，两名玩家在确定天气的情况下进行游戏，建立**完全信息的静态博弈模型**，给出能赢对方的可能性最大的决策方案为一个均衡方案。计算时先确定对手的决策方案，然后对自己的所有决策方案进行计算，标记最优的方案，最终标记最多的方案即是寻找到的均衡方案。求解后得到**第五关的均衡方案是： $1 \rightarrow 5 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 13$  或  $1 \rightarrow 4 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 13$** 。

**针对问题 3 (2)**，三名玩家进行仅知道当前天气的多人模式游戏，考虑最低收益最大的情况。从多人规则的角度考虑，收益最低的情况是三人一直同行，参考问题二的**基于仿真的动态规划模型**可以得到**第六关**在各种天气概率下的均衡策略。

本文最后讨论了模型的优缺点，并对模型的应用与推广做了进一步的思考。

关键词：多步决策 动态规划 仿真模拟 静态博弈

## 一、问题的提出与重述

### 1.1 问题的背景

决策类益智游戏在当下越来越流行，虽然游戏的形式与规则各有不同，但是这些游戏都可以训练玩家的规划运筹能力、全局洞察力和决策博弈能力，这些决策类游戏中也体现出数学问题中的规划思想。

### 1.2 问题的重述

现有一“穿越沙漠”的决策类游戏，玩家在起点出发会获得一张地图和初始资金，用资金采购所需的水与食物，再穿越沙漠前往终点，途中会遇到不同的地点和天气。游戏的目标是在截止日期前到达终点，并且使保留的资金尽量最多。规则简化大致如下：

(1) 每天水和食物的负重不可超上限，途中水或食物若用尽则失败；(2) 沙暴天气只可原地停留；(3) 不同天气时行动的状态“停留”“前进”“挖矿”时的资源消耗不同分别为基础消耗的1倍、2倍和3倍；(4) 第0天在起点是以基准价格采购物资，在村庄采购物资需要基准价格的2倍，在终点退回物资是以基准价格的1/2倍；(5) 到达矿山的那天不可挖矿，沙暴天气可挖矿。



图 1 “穿越沙漠”游戏示意图

根据游戏的相关设定，试建立数学模型，请解决下述问题：

1. 现有一名玩家，已知每天的天气状况，请给出一般情况下玩家的最优的策略。并求解出附件中“第一关、第二关”，将结果写入 Result.xlsx 表格中；
2. 现有一名玩家，且仅知道当天的天气状况，据此来决定当天做出的行动方案，请给出一般情况下的最佳策略，对附件中“第三关、第四关”具体地讨论。
3. 假设有  $n$  名玩家，他们获的初始资金相同，都是同时从起点出发。如果某天其中的任意  $k$  ( $2 \leq k \leq n$ ) 个玩家均从一个区域行走到另一个区域，则他们中的任意一位消耗的资源均为基础消耗量的  $2k$  倍；如果某天其中的任意  $k$  ( $2 \leq k \leq n$ ) 个玩家在同一个矿山进行挖矿，则任意一位消耗的资源均为基础消耗量的3倍，且通过挖矿获得的资金是基础收益的  $1/k$  倍；如果某天其中的任意  $k$  ( $2 \leq k \leq n$ ) 个玩家在相同村庄买采购资源，则每箱的价格均是基准价格的4倍。在其它情况下消耗资源的数量与资源的价格和单人游戏是相同的。

(1) 假如已知游戏中全部的天气状况，每名玩家的行动方案在第0天已确定并且此后不可改。试写出一般情况下玩家所采取的策略，并对附件中“第五关”具体讨论。

(2) 假如仅知道当天天气状况，从第1天起，每个玩家在当天行动结束之后均知道其它玩家当天的行动方案以及剩余的资源量，然后再确定各自下一天的行动方案。请写出一般情况下玩家所采取的策略，对附件中“第六关”具体讨论。

## 二、问题的分析

### 2.1 问题分析

**针对问题 1：**在问题 1 中只有一个人进行游戏而且规定期限内的天气状况全部已知，以单人游戏规则为依据，首先可以建立出总体的一般化**动态规划**模型，站在全局的角度进行决策。（1）设定合理的决策变量：每一天如何行动，是否挖矿，如何购买资源等；（2）确定目标：到达终点时保留的资金最多；（3）准确描述约束条件：包括状态转移约束，如资金、水、食物、负重等在相邻两天的变化规律，和其他约束，如天数限制，负重上限，需求限制，挖矿收益，终点剩余资金等。

模型求解时如果存在困难，则考虑先基于**贪婪原则**对问题进行分析。

**针对问题 2：**本问中不再知道全部天气状况，玩家在每天决策之前仅知道当天的天气状况。考虑每天晴朗，高温，沙暴以一定概率出现，建立**动态规划**模型，在某组天气状况概率下，从起点开始，识别出所有可能的行动，对于每种行动，分别对天气情况进行足够多次**仿真**，找到期望值最高的行动作为下一步的最优方案，从而进行动态规划直至终点，可以寻找到在当前天气概率下的最优方案。

模型求解时如果存在困难，则可以参考问题 1 的算法，基于**贪婪原则**建立**多步决策模型**进行求解。

**针对问题 3：**增加了多人游戏规则，与单人游戏模式相比，加入了“博弈”的思想。

**针对问题 3（1）：**两名玩家在已知全部天气的情况下进行游戏，从任意一名玩家的角度考虑，给出的均衡决策方案应满足，无论对手如何决策，以均衡方案进行游戏，赢的可能性最大，即在终点保留的资金超过对方的可能性最大。可以通过建立**完全信息的静态博弈模型**，先确定对手的决策方案，然后对自己的所有决策方案进行计算，标记最优的一个或几个方案，最终得到标记最多的方案即是寻找到的均衡方案。

**针对问题 3（2）：**三名玩家在仅知道当前天气的情况下进行游戏，仍然可以从一名玩家的角度考虑，优化最差情况下的策略。从规则的角度看不难发现最差的情况下是三人一直同行，参考问题二的动态规划模型求解如何同行每人的损失最少，即期望保留资金达到最大，得到一个均衡策略。

## 三、模型的假设

- （1）假设沙漠中同一个区域的天气相同；
- （2）忽略沙漠地形因素的影响；
- （3）忽略负重对玩家资源消耗的影响；
- （4）假设多人游戏模式下的玩家均完全理性；
- （5）假设玩家的水和食物的消耗完全符合游戏设定的资源消耗规则。

## 四、符号说明

符号	表示含义	单位
$T$	规定到达终点限制的时间	天
$A_0$	初始资金	元

$M$	负重上限	千克
$a_1$ 、 $a_2$	水和食物的基准价格	元/箱
$b_1$ 、 $b_2$	水和食物的每箱质量	千克
$w_m$ 、 $f_m$	晴朗天气的基础消耗量	箱
$w_n$ 、 $f_n$	高温天气的基础消耗量	箱
$w_k$ 、 $f_k$	沙暴天气的基础消耗量	箱
$w_t$ 、 $f_t$	第 $t$ 天拥有的水和食物	箱
$e_t$	第 $t$ 天的负重	千克
$A_t$	第 $t$ 天拥有的资金	元
$w_s$ 、 $f_s$	到达终点剩余的水和食物	千克
$x_t$	第 $t$ 天的行动状态	/
$m_{x_t}$	晴朗天气各个对应行动的天数	天
$n_{x_t}$	高温天气各个对应行动的天数	天
$k_{x_t}$	沙暴天气各个对应行动的天数	天
$s$	挖矿基础收益	元
$A_s$	到达终点时的资金	元
$w_0$ 、 $f_0$	第0天购买的水、食物量	箱
$d_{ij}$	从 $i$ 地到 $j$ 地的最短天数	天
$D_{ij}$	从 $i$ 地到 $j$ 地实际用的天数	天
$Q_{ij}$	从 $i$ 地到 $j$ 地路上需要的资源	箱
$m_{ij}$ 、 $n_{ij}$ 、 $k_{ij}$	表示从 $i$ 地到 $j$ 地路上晴朗、高温、沙暴的天数	天

## 五、模型的建立与求解

### 5.1 问题 1：单名玩家已知全部天气状况

单名玩家在已知全部天气状况的情况下进行最优决策，首先考虑根据规则，可以建立动态规划模型求解最优策略，如果对建立出的动态规划模型直接求解有困难，再考虑基于贪婪原则建立多步决策模型求解最优策略。

#### 5.1.1 动态规划模型

动态规划模型的主要因素有决策变量、目标函数、状态转移约束和其他约束，基于单人游戏规则建立动态规划模型，具体步骤如下：

##### ● 确定决策变量

① 设第  $t$  天的行动为  $x_t$

$$x_t = \begin{cases} 1 & \text{表示原地停留} \\ 2 & \text{表示到达一个相邻的区域} \\ 3 & \text{表示挖矿} \end{cases} \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (1)$$

② 在第 0 天时购买水  $w_0$  箱，购买食物  $f_0$  箱。

③ 第  $r$  天在村庄购买水  $w'_r$  箱，购买食物  $f'_r$  箱。

##### ● 确定目标函数

在终点保留的资金尽量多：  $\max A_5$  (2)

##### ● 寻找约束条件

##### 1. 状态转移约束：

① 在起点购买资源时资金和负重的变化

$$A_1 = A_0 - (a_1 w_0 + a_2 f_0) \quad (3)$$

$$e_1 = b_1 w_1 + b_2 f_1 \quad (4)$$

② 第  $r$  天在村庄购买资源时资金、水、食物、负重的变化

$$A_r = A_{r-1} - 2(a_1 w'_r + a_2 f'_r) \quad (5)$$

$$w_r = w_{r-1} + w'_r \quad (6)$$

$$f_r = f_{r-1} + f'_r \quad (7)$$

$$e_r = e_{r-1} + (b_1 w'_r + b_2 f'_r) \quad (8)$$

③ 第  $t$  天到第  $(t+1)$  天执行行动后水、食物、负重的变化

$$\begin{aligned} \text{当 } y_{t+1} = 1: & \quad w_t - w_{t+1} = x_t w_m & f_t - f_{t+1} = x_t f_m & e_t - e_{t+1} = x_t (b_1 w_m + b_2 f_m) \\ \text{当 } y_{t+1} = 2: & \quad w_t - w_{t+1} = x_t w_n & f_t - f_{t+1} = x_t f_n & e_t - e_{t+1} = x_t (b_1 w_n + b_2 f_n) \\ \text{当 } y_{t+1} = 3: & \quad w_t - w_{t+1} = x_t w_k & f_t - f_{t+1} = x_t f_k & e_t - e_{t+1} = x_t (b_1 w_k + b_2 f_k) \end{aligned} \quad (9)$$

$y_{t+1}=1,2,3$  分别表示第  $t+1$  天的天气为晴朗、高温、沙暴。

## 2.其他约束:

①天数限制: 要在规定时间  $T$  内到达终点

$$t \leq T \quad (10)$$

②负重上限: 每一天拥有的水和食物质量之和不能超过负重上限

$$b_1 w_t + b_2 f_t \leq M \quad (11)$$

③需求限制: 每天都不能缺少水或食物

$$w_t \cdot f > 0 \quad (12)$$

④初始资金限制

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 \leq A_0 \quad (13)$$

⑤挖矿天数

$$c = \sum_{x_i=3} (m_{x_i} + n_{x_i} + k_{x_i}) \quad (14)$$

⑥挖矿收益

$$S = c \cdot s \quad (15)$$

⑦终点剩余资源

$$w_s = (w_0 + w_r') - \sum_{x_i=1}^3 x_i (m_{x_i} w_m + n_{x_i} w_n + k_{x_i} w_k) \quad (16)$$

$$f_s = (f_0 + f_r') - \sum_{x_i=1}^3 x_i (m_{x_i} f_m + n_{x_i} f_n + k_{x_i} f_k) \quad (17)$$

⑧最终资金

$$A_s = A_1 - 2(a_1 w_r' + a_2 f_r') + S + \frac{1}{2}(a_1 w_s + a_2 f_s) \quad (18)$$

综上所述, 建立动态规划模型如下:

$$f_1(x_t) = \begin{cases} w_t - w_{t+1} = x_t w_m & (y_{t+1} = 1) \\ w_t - w_{t+1} = x_t w_n & (y_{t+1} = 2) \\ w_t - w_{t+1} = x_t w_k & (y_{t+1} = 3) \end{cases} \quad (19)$$

$$f_2(x_t) = \begin{cases} f_t - f_{t+1} = x_t f_m & (y_{t+1} = 1) \\ f_t - f_{t+1} = x_t f_n & (y_{t+1} = 2) \\ f_t - f_{t+1} = x_t f_k & (y_{t+1} = 3) \end{cases} \quad (20)$$

$$f_3(x_t) = \begin{cases} e_t - e_{t+1} = x_t (b_1 w_m + b_2 f_m) & (y_{t+1} = 1) \\ e_t - e_{t+1} = x_t (b_1 w_n + b_2 f_n) & (y_{t+1} = 2) \\ e_t - e_{t+1} = x_t (b_1 w_k + b_2 f_k) & (y_{t+1} = 3) \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
& \max A_s \\
& \left\{ \begin{aligned}
& A_1 = A_0 - (a_1 w_0 + a_2 f_0) \\
& e_1 = b_1 w_1 + b_2 f_1 \\
& A_r = A_{r-1} - 2(a_1 w'_r + a_2 f'_r) \\
& w_r = w_{r-1} + w'_r \\
& f_r = f_{r-1} + f'_r \\
& e_r = e_{r-1} + (b_1 w'_r + b_2 f'_r) \\
& \Delta w = f_1(x_t) \\
& \Delta f = f_2(x_t) \\
& \Delta e = f_3(x_t) \\
& t \leq T \\
& s.t. \begin{cases}
b_1 w_t + b_2 f_t \leq M \\
w_t \cdot f_t > 0 \\
a_1 x_1 + a_2 x_2 \leq A \\
c = \sum_{x_t=3} (m_{x_t} + n_{x_t} + k_{x_t}) \\
S = c \cdot s \\
w_s = (w_0 + w'_r) - \sum_{x_t=1}^3 x_t (m_{x_t} w_m + n_{x_t} w_n + k_{x_t} w_k) \\
f_s = (f_0 + f'_r) - \sum_{x_t=1}^3 x_t (m_{x_t} f_m + n_{x_t} f_n + k_{x_t} f_k) \\
A_s = A_1 - 2(a_1 w'_r + a_2 f'_r) + S + \frac{1}{2}(a_1 w_s + a_2 f_s)
\end{cases}
\end{aligned} \right. \quad (22)
\end{aligned}$$

若对上述模型直接进行求解，存在一定的困难，因此，考虑基于贪婪原则建立多步决策模型，再求解最优策略。

### 5.1.2 基于贪婪原则的多步决策模型

在建立多步决策模型前，先通过贪婪原则对问题进行一定的分析，使模型更简化，更易找到最优决策：

①从是否去挖矿的角度考虑，产生了两个大方向，分别有各自的模型。设不挖矿方案的保留资金为  $E_1$ ，挖矿方案的保留资金为  $E_2$ ，若  $\max E_1 > \max E_2$ ，则选择不挖矿，根据贪婪原则求解最优策略，否则选择挖矿并求解最优策略。

②赶路的时候是否考虑在晴朗或高温停止：在同一天气状况下，赶路需要的资源是停留时的两倍。若晴朗天气所需基础消耗量比高温的一半还要少，即  $2(a_1 w_m + a_2 f_m) < a_1 w_n + a_2 f_n$ ，则考虑在某些高温天气停留，在晴朗天气倾向于选择赶路。

由于第一问中的数据晴朗和高温天气赶路耗资相差不大，因此在赶路时不考虑除沙暴外的停留，即晴朗和高温都赶路。

③如何购买资源：由于剩余的物资在终点只能以一半的基础价格卖出，且已知规定游戏时间内的全部天气状况，因此在购买时均按照各阶段需求购买。

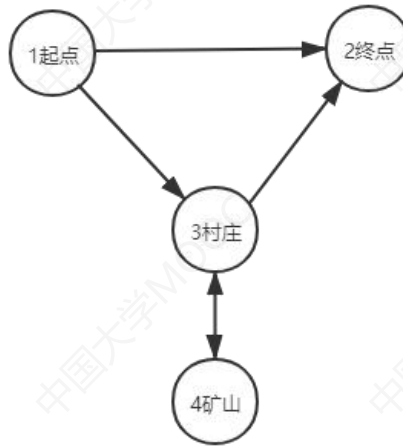


图 2 决策路线示意图

### (1) 不挖矿规划模型的建立

从贪婪原则角度对问题的分析后，可以直接得到不挖矿时的最优策略为：从起点走最短路到终点，中间不停留。在第 0 天买够恰好能到达终点的物资。按照这个策略建立不挖矿规划模型如下：

$$\begin{aligned}
 & \max E_1 \\
 & \begin{cases} E_1 = A - 2a_1Q_{12}^w - 2a_2Q_{12}^f \\ d_{12} = m_{12} + n_{12} \\ D_{12} = d_{12} + k_{12} \\ Q_{12}^w = w_m m_{12} + w_n n_{12} + w_k k_{12} \\ s.t. \begin{cases} Q_{12}^f = f_m m_{12} + f_n n_{12} + f_k k_{12} \\ w_0 \geq Q_{12}^w \\ f_0 \geq Q_{12}^f \\ b_1 w_0 + b_2 f_0 \leq M \\ a_1 w_0 + a_2 f_0 \leq A_0 \end{cases} \end{cases}
 \end{aligned} \quad (23)$$

### (1) 挖矿多步决策模型的建立

从贪婪原则角度对问题的分析后，可以直接得到挖矿时的最优策略为：

①只有在起点可以用基准价格购买到资源，因此如果决定要去矿山挖矿的话，在起点购买资源是最划算的，依据天气状况在起点购买资源到负重的上限。之后走最短路到村庄且中间不停留，除非遇到沙暴天气不得不停。

②路过村庄时，由于要挖矿，因此按照天气状况在村庄购买资源到负重的上限。

③在矿山挖矿，挖矿期间可以停留在矿山不挖但不返回村庄，挖到剩余的资源够回到村庄为止，返回村庄。

④由于在终点剩余的资源只能卖到基准价格的一半，意味着要想获得尽可能对的资金，剩余的资源越少越好。因此在村庄购买资源时，只买够恰好回终点的资源，走最短路回到终点，中间依然不停留。

按照这个策略建立挖矿多步决策模型如下：

Step1: 从起点 1 到村庄 3



**决策变量：**在起点购买水  $w_0$  箱，食物  $f_0$  箱。

**目标函数：**

在起点购买资源到负重的上限：

$$\max e_0 \quad (24)$$

**约束条件：**

①负重上限

$$e_0 = b_1 w_0 + b_2 f_0 \leq M \quad (25)$$

②初始资金上限

$$a_1 w_0 + a_2 f_0 \leq A_0 \quad (26)$$

③从起点到村庄实际用的天数

$$d_{13} = m_{13} + n_{13} \quad D_{13} = d_{13} + k_{13} \quad (27)$$

其中  $d_{13}$  表示从起点 1 到村庄 3 的最短路。

④从起点到村庄需要的资源

$$Q_{13}^w = w_m m_{13} + w_n n_{13} + w_k k_{13} \quad (28)$$

$$Q_{13}^f = f_m m_{13} + f_n n_{13} + f_k k_{13} \quad (29)$$

⑤在起点购买资源时至少买够去村庄路上要用的

$$w_0 \geq Q_{13}^w \quad f_0 \geq Q_{13}^f \quad (30)$$

**Step2: 路过村庄 3 到矿山 4 并挖矿**

**决策变量：**

$$y_{pq} \begin{cases} y_{m1} \text{表示晴朗挖矿的天数} \\ y_{m0} \text{表示晴朗不挖矿的天数} \\ y_{n1} \text{表示高温挖矿的天数} \\ y_{n0} \text{表示高温不挖矿的天数} \\ y_{k1} \text{表示沙暴挖矿的天数} \\ y_{k0} \text{表示沙暴不挖矿的天数} \end{cases} \quad (31)$$

①

②在矿山停留的时间，在矿山一共停留  $t$  天，则有

$$\sum_p \sum_q y_{pq} = t \quad (32)$$

③第  $r$  天在村庄购买水  $w'_r$  箱，购买食物  $f'_r$  箱，

$$r = D_{13} \quad (33)$$

目标函数:

挖矿的收益最大:

$$\max S \quad (34)$$

在村庄买够资源到负重的上限:

$$\max e_r \quad (35)$$

约束条件:

①挖矿期间的天气状况, 设挖矿期间晴朗、高温、沙暴的天数分别为  $m_4$ 、 $n_4$ 、 $k_4$ , 则有

$$m_4 = y_{m1} + y_{m2} \quad (36)$$

$$n_4 = y_{n1} + y_{n2} \quad (37)$$

$$k_4 = y_{k1} + y_{k2} \quad (38)$$

②挖矿需要的资源:

$$Q_4^w = 3(w_m y_{m1} + w_n y_{n1} + w_k y_{k1}) + (w_m y_{m0} + w_n y_{n0} + w_k y_{k0}) \quad (39)$$

$$Q_4^f = 3(f_m y_{m1} + f_n y_{n1} + f_k y_{k1}) + (f_m y_{m0} + f_n y_{n0} + f_k y_{k0}) \quad (40)$$

③从村庄到矿山需要的资源

$$Q_{34}^w = w_m m_{34} + w_n n_{34} + w_k k_{34} \quad (41)$$

$$Q_{34}^f = f_m m_{34} + f_n n_{34} + f_k k_{34} \quad (42)$$

④负重上限约束:

$$b_1(2Q_{34}^w + Q_4^w) + b_2(2Q_{34}^f + Q_4^f) \leq M \quad (43)$$

⑤在村庄购买时至少买够挖矿和来回路途需要的资源:

$$w_r' \geq 2Q_{34}^w + Q_4^w \quad f_r' \geq 2Q_{34}^f + Q_4^f \quad (44)$$

Step3: 路过村庄 3 到终点 2

决策变量: 第  $r'$  天在村庄购买水  $w_r''$  箱, 购买食物  $f_r''$  箱,  $r' = T - D_{23}$  (45)

目标函数: 到达终点时保留的资金最多

$$\max E_2 \quad (46)$$

约束条件:

①从村庄回终点需要的资源:

$$Q_{23}^w = w_m m_{23} + w_n n_{23} + w_k k_{23} \quad (47)$$

$$Q_{23}^f = f_m m_{23} + f_n n_{23} + f_k k_{23} \quad (48)$$

③负重上限约束：

$$b_1 Q_{23}^w + b_2 Q_{23}^f \leq M \quad (49)$$

④在村庄购买时恰好买够回终点需要的资源：

$$w_r'' = Q_{23}^w \quad f_r'' = Q_{23}^f \quad (50)$$

⑤到达终点时保留的资金：

$$E_2 = A_1 - 2(a_1 w_r' + a_2 f_r' + a_1 w_r'' + a_2 f_r'') + S + \frac{1}{2}(a_1 w_s + a_2 f_s) \quad (51)$$

综上，通过每步都求解当前最优决策，最终可以得到在终点保留资金最大的最优策略。

### 5.1.3 第一关的最优策略

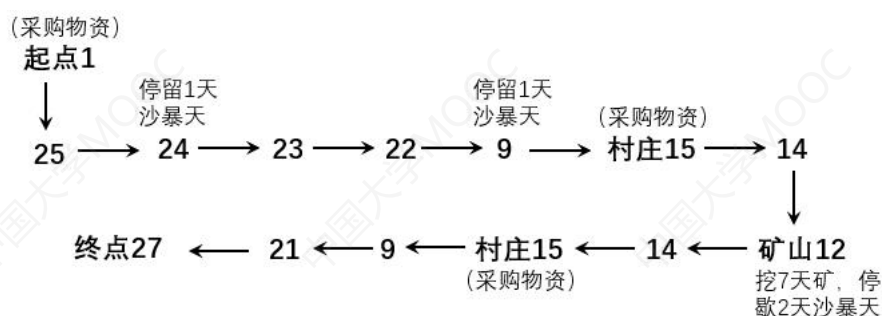


图 3 第一关最佳方案路线图

表 1 第一关物资采购表

采购地点	采购日期	水的采购数量（箱）	食物的采购数量（箱）	采购资源的花费（元）
起点 1	0	178	333	4220
村庄 15	8	163	0	1630
村庄 15	21	36	16	680
合计		377	349	6530

表 2 第一关资金汇总表

资金类别	初始资金（元）	采矿收益（元）	物资采购支出（元）
	10000	7000	-6530
终点余额（元）		10470	

### 5.1.4 第二关的最优策略

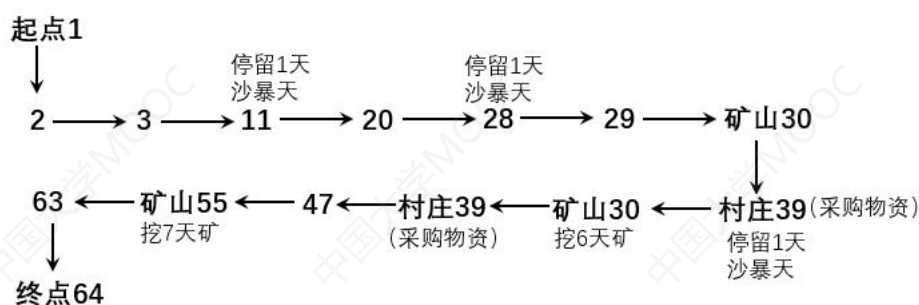


图 4 第二关最佳方案路线图

表 3 第二关物资采购表

采购地点	采购日期	水的采购数量（箱）	食物的采购数量（箱）	采购资源的花费（元）
起点 1	0	130	405	4700
村庄 39	10	211	0	2110
村庄 39	11	17	0	170
村庄 39	19	157	86	3290

表 4 第二关资金汇总表

资金类别	初始资金（元）	采矿收益（元）	物资采购支出（元）
	10000	13000	-10270
终点余额（元）		12730	

## 5.2 问题 2：单名玩家仅知当天天气状况

在仅知当天天气状况的情况下，晴朗、高温、沙暴各种天气以一定概率出现，结合仿真天气的方法建立动态规划模型，可以得到在某种天气状况概率下的最优路径。当仿真出某种天气状况后，仍然运用问题一中的模型（19）~（22）求解最优决策路线。

### 5.2.1 基于仿真的动态规划模型的建立

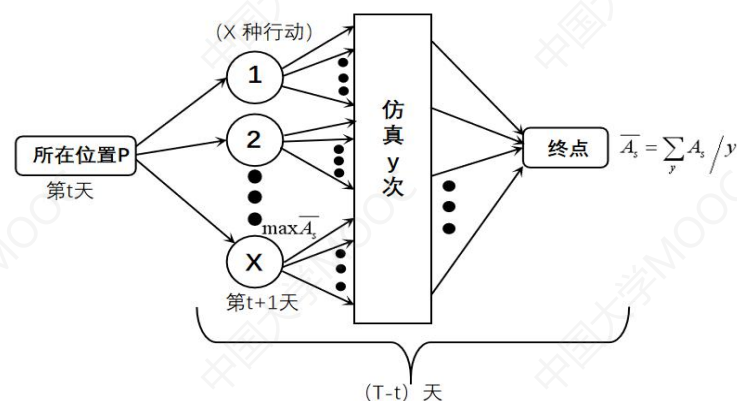
**Step1:**已知第  $t$  ( $0 \leq t \leq T$ ) 天的天气和所在的位置  $p$ ，列举出下一步可以执行的  $x$  种行动。

**Step2:**假设现执行这  $x$  种行动中的第  $i$  种 ( $i \leq x$  且  $i \in N$ )，执行后距离规定的时长还剩余  $(T-t)$  天，以晴朗天气出现的概率为  $\alpha$  ( $\alpha \in [0,1]$ )，高温天气出现的概率为  $\beta$  ( $\beta \in [0,1]$ )，沙暴天气出现的概率为  $\gamma$  ( $\gamma \in [0,\theta]$ ) 对剩余的  $(T-t)$  天的天气进行  $y$  次仿真，求解出每次仿真结果下的最优决策路线的保留资金  $A_s$ ， $y$  次仿真后得到第  $i$  种行动的保留资金期望为  $\bar{A}_s = \sum_y A_s / y$ 。

**Step3:**重复 Step2 直至  $x$  种行动遍历为止，比较这  $x$  种行动的保留资金期望  $\bar{A}_s$ ，确定期望最大的那一步行动，作为第  $t$  天到第  $t+1$  天的行动决策。

**Step4:**重复进行 Step1~Step3 直至决策到终点为止。

**Step5:**综合以上步骤我们可以得到在晴朗、高温、沙暴天气的概率分别为  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  时的最优决策。



当  $\max \bar{A}_s$  出现在第  $t+1$  天的第  $X$  种行动的仿真中，则第  $t$  天到第  $t+1$  天的最优决策为第  $X$  种行动。

图 5 基于仿真的动态规划模型示意图

若对上述模型直接进行求解，存在一定的困难，因此，考虑基于贪婪原则建立多步决策模型，再求解最优策略。

### 5.2.2 基于贪婪算法建立多步决策模型

从贪婪原则角度对问题的分析后，可以直接得到最优策略为：

①决策是否去挖矿：假设规定时间内的天气为最理想的状况，即全部都是晴天，走最短路程且中间不停留，分别计算挖矿的最终保留资金  $E_1$  和不挖矿的最终保留资金  $E_2$ 。若  $E_1 > E_2$ ，则选择挖矿并求解策略，否则选择不挖矿并求解策略。

②赶路的时候是否考虑在晴朗或高温停止：由于第二问中的数据高温天气耗资是晴朗天气的二倍还要多，因此考虑在某些高温天气停留，在晴朗天气倾向于选择赶路。

③如何购买资源：如果选择挖矿，则在起点尽可能多购买资源；如果选择不挖矿，则考虑购买的资源保证在最不理想的天气状况下也能到达终点。

建立“仅知当天天气”的多步决策模型：

设每天晴朗、高温、沙暴天气出现的概率分别为  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$

**Step1: 决策是否去挖矿。**

假设规定时间内的天气状况最理想，即  $\alpha = 1$ 、 $\beta = 0$ 、 $\gamma = 0$

参照问题一的挖矿模型，基于贪婪原则，按最短路去挖矿后的最终保留资金：

$$E_1 = A_0 - A'_1 - 2(a_1 w'_r + a_2 f'_r) + S \quad (52)$$

其中  $A'_1$  表示在起点购买资源花费的资金， $2(a_1 w'_r + a_2 f'_r)$  表示在村庄购买资源花费的资金， $S$  表示挖矿的收益。

参照问题一的不挖矿模型，基于贪婪原则，按最短路直接去终点的最终保留资金：

$$E_2 = A_0 - 2d_{12}(a_1 w_m + a_2 f_m) \quad (53)$$

若  $E_1 > E_2$ ，跳转至 **Step2**，否则跳转至 **Step3**。

**Step2: 建立挖矿的多步决策模型。**

设每天晴朗、高温、沙暴天气出现的概率分别为  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ ，其中  $\alpha \in [0,1]$ 、 $\beta \in [0,1]$ 、 $\gamma \in [0,\theta]$ ， $\theta$  表示沙暴天气出现概率的上限值。参考问题一中建立的挖矿多步决策模型，可以得到：

①从起点到村庄的决策模型

$$\begin{aligned} & \max e_0 \\ & \begin{cases} e_0 = b_1 w_0 + b_2 f_0 \leq M \\ a_1 w_0 + a_2 f_0 \leq A_0 \\ Q_{13}^f = f_m m_{13} \alpha + f_n n_{13} \beta + f_k k_{13} \gamma \\ Q_{13}^w = w_m m_{13} \alpha + w_n n_{13} \beta + w_k k_{13} \gamma \\ w_0 \geq Q_{13}^w \\ f_0 \geq Q_{13}^f \\ \alpha + \beta + \gamma = 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (54)$$

## ②从村庄到矿山的决策模型

$$\begin{aligned}
 & \max S \\
 & \max e_r \\
 & s.t. \begin{cases}
 m_4 \alpha = y_{m1} + y_{m2} \\
 n_4 \beta = y_{n1} + y_{n2} \\
 k_4 \gamma = y_{k1} + y_{k2} \\
 Q_4^w = 3(w_m y_{m1} + w_n y_{n1} + w_k y_{k1}) + (w_m y_{m0} + w_n y_{n0} + w_k y_{k0}) \\
 Q_4^f = 3(f_m y_{m1} + f_n y_{n1} + f_k y_{k1}) + (f_m y_{m0} + f_n y_{n0} + f_k y_{k0}) \\
 Q_{34}^w = w_m m_{34} \alpha + w_n n_{34} \beta + w_k k_{34} \gamma \\
 Q_{34}^f = f_m m_{34} \alpha + f_n n_{34} \beta + f_k k_{34} \gamma \\
 b_1(2Q_{34}^w + Q_4^w) + b_2(2Q_{34}^f + Q_4^f) \leq M \\
 w_r' \geq 2Q_{34}^w + Q_4^w \\
 f_r' \geq 2Q_{34}^f + Q_4^f \\
 \alpha + \beta + \gamma = 1
 \end{cases} \quad (55)
 \end{aligned}$$

## ③路过村庄回终点

$$\begin{aligned}
 & \max E_2 \\
 & s.t. \begin{cases}
 Q_{23}^w = w_m m_{23} \alpha + w_n n_{23} \beta + w_k k_{23} \gamma \\
 Q_{23}^f = f_m m_{23} \alpha + f_n n_{23} \beta + f_k k_{23} \gamma \\
 b_1 Q_{23}^w + b_2 Q_{23}^f \leq M \\
 w_r'' = Q_{23}^w \\
 f_r'' = Q_{23}^f \\
 E_2 = A_1 - 2(a_1 w_r' + a_2 f_r' + a_1 w_r'' + a_2 f_r'') + S + 1/2(a_1 w_s + a_2 f_s) \\
 \alpha + \beta + \gamma = 1
 \end{cases} \quad (56)
 \end{aligned}$$

### Step3: 不挖矿的多步决策模型

设每天晴朗、高温、沙暴天气出现的概率分别为 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\lambda$ 。

①考虑最不理想的天气状况来决策起点处要购买的资源 $w_0$ 、 $f_0$ ，即各种天气出现的概率 $\alpha = 0, \beta = 1 - \gamma, \gamma = \theta$ ，其中 $\theta$ 表示沙暴天气出现概率的上限值。

$$\begin{aligned}
& \min z = w_s + f_s \\
& \left\{ \begin{aligned}
& d_{12} = m_{12}\alpha + n_{12}\beta \\
& D_{12} = d_{12} + k_{12}\gamma \\
& Q_{12}^w = w_m m_{12}\alpha + w_n n_{12}\beta + w_k k_{12}\gamma \\
& Q_{12}^f = f_m m_{12}\alpha + f_n n_{12}\beta + f_k k_{12}\gamma \\
& w_0 \geq Q_{12}^w \\
& f_0 \geq Q_{12}^f \\
& w_s = w_0 - Q_{12}^w \\
& f_s = f_0 - Q_{12}^f \\
& b_1 w_0 + b_2 f_0 \leq M \\
& a_1 w_0 + a_2 f_0 \leq A_0 \\
& \alpha, \beta \in [0,1], \gamma \in [0,\theta]
\end{aligned} \right. \quad (57)
\end{aligned}$$

其中  $d_{12}$  表示从起点到终点的最短路,  $D_{12}$  表示从起点到终点实际需要走的天数。  $z$  表示在终点时剩余的资源。

②运用①计算出的在起点处要购买的资源  $w_0$ 、 $f_0$ , 在一般天气状况概率下, 即  $\alpha + \beta + \gamma = 1, \alpha \in [0,1], \beta \in [0,1], \gamma \in [0,\theta]$ , 其中  $\theta$  表示沙暴天气出现概率的上限值, 参考问题一的模型, 建立不挖矿的决策模型如下:

$$\begin{aligned}
& \max E_1 \\
& \left\{ \begin{aligned}
& E_1 = A - a_1 w_0 - a_2 f_0 + 1/2(a_1 w_s + a_2 f_s) \\
& d_{12} = m_{12}\alpha + n_{12}\beta \\
& D_{12} = d_{12} + k_{12}\gamma \\
& Q_{12}^w = w_m m_{12}\alpha + w_n n_{12}\beta + w_k k_{12}\gamma \\
& Q_{12}^f = f_m m_{12}\alpha + f_n n_{12}\beta + f_k k_{12}\gamma \\
& w_0 \geq Q_{12}^w \\
& f_0 \geq Q_{12}^f \\
& w_s = w_0 - Q_{12}^w \\
& f_s = f_0 - Q_{12}^f \\
& b_1 w_0 + b_2 f_0 \leq M \\
& a_1 w_0 + a_2 f_0 \leq A_0
\end{aligned} \right. \quad (58)
\end{aligned}$$

综上, 通过每步都求解当前最优决策, 最终可以得到天气状况呈现某一概率时在终点保留资金最大的最优策略。

### 5.2.3 第三关的最优策略

表 5 不同天气的不同行为状态所消耗的资金成本

天气	停留所耗资金 (元)	行走所耗资金 (元)	挖矿所耗资金 (元)	挖矿基础收益 (元)
晴朗	55	110	165	200
高温	135	270	405	200

由上述表格看出，在高温和沙暴天气下挖矿所消耗的分别成本为 405 元和 450 元，已远超过挖矿的基础收益，使得挖矿成为亏损活动，所以如果挖矿，则应在晴朗天气下进行。

再进一步极端假设一下，如果题三中 10 天的天气状况均为晴朗，即

日期	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
天气	晴朗	晴朗	晴朗	晴朗	晴朗	晴朗	晴朗	晴朗	晴朗	晴朗

(1) 如果玩家选择去挖矿，则其经过矿山的最短路线如下：

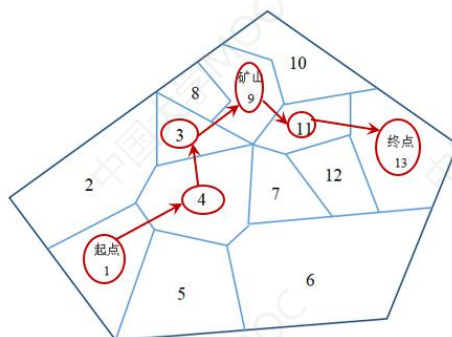


图 6 第三关假设 10 天均为晴天时去矿山挖矿的最短路径示意图

在这 10 天中，需要留 5 天时间赶路，所以可用于挖矿的时间为 5 天。赶路行走的 5 天所需消耗的成本是一定的，为 550 元；而在晴朗天气挖矿的条件下，每天的收益为 35 元，则五天挖矿的总收益为 175 元。

如果玩家选择不挖矿直接去终点，则其由到终点的最短路径如下：

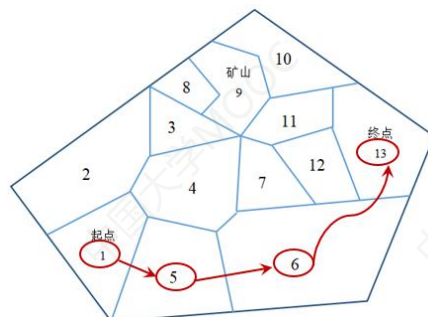


图 7 第三关假设 10 天均为晴天时不去挖矿的最短路径示意图

从以上图中可以看出，玩家由起点直接到终点，所需要的时间为 3 天，赶路行走的消耗成本为 330 元。

综合上述假设条件下的 (1) (2)，可以看出玩家选择去挖矿，则他需要赶路前进的时间天数比不去挖矿多付出 2 天时间，而多出来的时间所多消耗的成本为 220 元，比 5 天挖矿所获得的收益 175 元多，所以去矿山挖矿的路径是不划算的。

因此可以得到第三关的最优策略为从起点直接向终点赶路，在限定时间内能到达终点的前提下，尽量在晴朗天气赶路，在高温天气停留。



### 5.2.2 第四关的均衡策略

表 6 不同天气的不同行为状态所消耗的资金成本

天气	停留所耗资金 (元)	行走所耗资金 (元)	挖矿所耗资金 (元)	挖矿基础收益 (元)
晴朗	55	110	165	1000
高温	135	270	405	1000
沙暴	150	/	450	1000

经过初步决策，第四关应该是去挖矿更好。

根据贪婪原则得到均衡决策如下：

- ①在起点购买资源到负重上限，走最短路到达村庄；
- ②在村庄购买资源到负重上限，走最短路去矿山挖矿；
- ③在矿山挖矿直到剩余的资源满足：如果沙暴天都集中在去终点的路上，也能够返回终点的时候，结束挖矿；
- ④返回终点。
- ⑤在限定时间内能到达终点的前提下，尽量在晴天赶路，高温停留。

### 5.3 问题三：多名玩家参与游戏

问题三在单人游戏规则的基础上增加了三条多人游戏时的规则如下，假设现在在  $g$  人参与游戏 ( $g \geq 2$  且  $g \in N$ )：

- ①当第  $t$  天有  $h$  个人 ( $2 \leq h \leq g$ ) 同时均从  $i$  地赶到  $j$  地，则

$$\Delta w = 2hf_1(x_t = 1) \quad \Delta f = 2hf_2(x_t = 1)$$

$$f_1(x_t) = \begin{cases} w_t - w_{t+1} = x_t w_m & (y_{t+1} = 1) \\ w_t - w_{t+1} = x_t w_n & (y_{t+1} = 2) \\ w_t - w_{t+1} = x_t w_k & (y_{t+1} = 3) \end{cases} \quad (59)$$

- ②当第  $t$  天有  $h$  个人 ( $2 \leq h \leq g$ ) 同时去挖矿，则

$$\Delta w = f_1(x_t = 3) \quad \Delta f = f_2(x_t = 3)$$

$$s' = \frac{1}{h}s \quad (60)$$

- ③当第  $t$  天有  $h$  个人 ( $2 \leq h \leq g$ ) 同时同一村庄购买资源，则

$$\Delta A = 4(a_1 \Delta w + a_2 \Delta f) \quad (61)$$

多人游戏模型其余部分的规则与单人游戏时相同，这里不再重复。

#### 5.3.1 针对第五关建立完全信息的静态博弈模型

完全信息的静态博弈模型中包含三个要素：参与人、每个参与人的策略空间及每个参与人的效用函数<sup>[1]</sup>。

在第五关游戏当中，参与人集合可以表示为  $U = \{1, 2\}$ ，其中 1 表示甲玩家，2

表示乙玩家，甲玩家的策略空间记作  $v_1 \in V_1 = \{1,2,3,4,5,6\}$ ，1,2,3 分别表示在第五关给定的天气状况下，参照问题一的贪婪算法求解出的保留资金最高的六种决策方案；乙玩家的策略空间记作  $v_2 \in V_2 = \{1,2,3,4,5,6\}$ ，1,2,3 表达的含义同上。参与人的目标是在终点保留的资金尽量多，因此效用函数是计算终点保留资金的函数。

从其中某一位玩家，如乙玩家的角度考虑，对于双方的全部策略组合  $(v_1, v_2)$ ，需要在  $V_1$  中确定一种决策方案，乙按照这种决策方案进行游戏时，无论甲按照哪种决策方案，乙的效用函数值有最大的可能性会大于甲的，记这种策略为  $v_m$ 。

确定  $v_m$  的具体算法为：

**Step1:**先假设甲玩家按照策略  $v_i$  进行移动，分别计算出乙玩家按照各个策略进行移动时与甲玩家的最终保留资金差值，标记资金差值最大的策略。

**Step2:**重复进行 **Step1**，直到  $i=1,2,3,4,5,6$  遍历，进行下一步。

**Step3:**挑选出被标记次数最多的策略  $v_i$  即为所求的策略  $v_m$ 。

### 5.3.2 第五关的最佳策略

通过相关的计算与推理，得出 2 名玩家，最有可能走的有 6 条：

日期 线路	0	1	2	3	4	5
1	1	4	4	6	13	/
2	1	5	5	6	13	/
3	1	1	1	4	6	13
4	1	1	1	5	6	13
5	1	5	6	13	/	/
6	1	4	6	13	/	/

而甲、乙分别走这六条路径时，甲到终点的所剩余额减去乙到终点的所剩余额的差值结果表格（元）如下：

线路		乙					
		1	2	3	4	5	6
甲	1	0	0	137.5	137.5	262.5	262.5
	2	0	0	137.5	137.5	262.5	262.5
	3	-137.5	-137.5	0	0	125	125
	4	-137.5	-137.5	0	0	125	125
	5	-262.5	-262.5	-125	-125	0	0
	6	-262.5	-262.5	-125	-125	0	0

从上述表格中看出，当甲玩家走 1、2 线路时，甲到终点所剩余额比乙多或者和乙相同；当甲玩家走 3、4 线路时，甲到终点所剩余额比乙少或比乙多或和乙相同；当玩家走 5、6 线路时，甲到终点所剩的余额比乙少或和乙相同。所以甲玩家最佳的线路是 1、2 这两条线路，同理可得到乙玩家最佳的线路是 1、2 这两条线路。

综上，玩家的**最佳线路**为 1、2 线路，即此时有停留、不挖矿，直奔终点。此时**最佳路线**为：（线路 1）1→4→4→6→13；（线路 2）1→5→5→6→13

### 5.3.3 针对第六关建立基于仿真的动态规划模型

在第六关中，每个玩家仅知道当天的天气，在当天的行动结束后可以知道其他玩家当天的行动和行动之后的资源剩余数量。由于很难预测天气状况和其余玩家之后的行动，因此从某一玩家的角度考虑，如果要尽量保证到达终点的保留资金最少，应该考虑优化在最差情况下的决策方案。

通过多人规则不难发现，当有三名玩家同时进行游戏时，无论天气状况怎样，最差的情况总是从起点到终点三人的行动完全一致，即决策方案一致。以这种最不理想的情况考虑，当三个人的决策方案是该种天气状况下最优的方案时，这种方案就是一个“在最差的情况下最优”的均衡方案。

因此第六关可以转化成与问题二相似的问题，参考问题二建立**基于仿真的动态规划模型**：

**Step1:**已知第 $t$  ( $0 \leq t \leq T$ ) 天的天气和所在的位置  $p$ ，列举出下一步可以执行的  $x$  种行动。

**Step2:**假设现执行这  $x$  种行动中的第  $i$  种 ( $i \leq x$  且  $i \in N$ )，执行后距离规定的时长还剩余  $(T-t)$  天，以晴朗天气出现的概率为  $\alpha$  ( $\alpha \in [0,1]$ )，高温天气出现的概率为  $\beta$  ( $\beta \in [0,1]$ )，沙暴天气出现的概率为  $\gamma$  ( $\gamma \in [0,\theta]$ ) 对剩余的  $(T-t)$  天的天气进行  $y$  次仿真，求解出每次**仿真**结果下的最优决策路线的保留资金  $A_s$ ， $y$  次仿真后得到第  $i$  种行动的保留资金期望为  $\overline{A_s} = \sum_y A_s / y$ 。

**Step3:**重复 **Step2** 直至  $x$  种行动遍历为止，比较这  $x$  种行动的保留资金期望  $\overline{A_s}$ ，确定期望最大的那一步行动，作为第  $t$  天到第  $t+1$  天的行动决策。

**Step4:**重复进行 **Step1~Step3** 直至决策到终点为止。

**Step5:**综合以上步骤我们可以得到在晴朗、高温、沙暴天气的概率分别为  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  时的最优决策。

### 5.3.4 第六关的均衡策略

根据**贪婪原则**得到均衡决策如下：

- ①尽量不与其余两人的路线重合。
- ②在起点购买资源到负重上限，走最短路到达村庄；
- ③在村庄购买资源到负重上限，走最短路去矿山挖矿；
- ④在矿山挖矿直到剩余的资源满足：如果沙暴天都集中在去终点的路上，也够返回终点的时候，结束挖矿；
- ⑤返回终点。
- ⑥在限定时间内能到达终点的前提下，尽量在晴天赶路，高温停留。

## 六、模型的评价与改进

### 6.1 模型的评价

#### 6.1.1 模型的优点

- 1、本文所建立的路径决策模型简单易懂，适用范围较大；
- 2、本文的模型对决策类游戏机制的表达较为全面准确。
- 3、本文采用贪婪原则和多步决策模型，使问题得到化简处理。

#### 6.1.2 模型的缺点

- 1、模型的求解用的是贪婪算法，求解的效率较低；
- 2、求得的最优决策时，是已知的天气概率的，但是玩家在过某些关卡是仅知道当天的天气状况，再推算下一天的行动。

## 6.2 模型的改进

本文中模型的求解使用的是效率较低的贪婪算法，求解出结果的时间较长，可以寻求更高效率的模型算法求解。

## 七、模型的应用与推广

本文建立的线路决策模型对于解决路线行走规划问题有一定参考价值，具有实用性和生产指导意义，对复杂规划和博弈问题的研究工作有很大的意义。

## 八、参考文献

- [1] 姜启源, 谢金星, 叶俊. 数学模型[M]. 北京: 高等教育出版社, 2018
- [2] 关于动态分析问题的分析和应用[J]. 崔静雅, 侯亚林. 农家参谋. 2019(15)
- [3] 动态规划法在 TSP 问题中的应用[J]. 来学伟. 吉林化工学院学报. 2017(03)
- [4] 合作竞争博弈及其求解[J]. 刘慧宏, 余洁雅, 祁明德, 糜仲春. 预测. 2005(02)
- [5] 合作竞争博弈模型及其应用[J]. 孙利辉, 徐寅峰, 李纯青. 系统工程学报. 2002(03)
- [6] 论博弈逻辑的分析方法——纳什均衡分析法[J]. 张峰. 北京理工大学学报(社会科学版). 2008(02)
- [7] 基于回溯蚁群-粒子群混合算法的多点路径规划[J]. 刘丽珏, 罗舒宁, 高琰, 陈美妃. 通信学报. 2019(02)
- [8] 基于路径预测人工势场法的自动跟随小车路径规划[J]. 张化锴, 张曦文, 王清礼. 计算机测量与控制. 2019(01)

附录：  
支撑材料文件列表：  
diyiguan.lg4  
dierguan.lg4  
question1\_1.m  
question1\_2.m  
question1\_3.m  
Result.xlsx  
地图.xlsx

**代码 1：** 问题一的最短路径求解（MATLAB 2019a）

```
clear
x=xlsread('地图.xlsx');%读取地图
x(isnan(x))=inf;
e=x;%输入边权数组 e，输出权矩阵 w
m = size(e,1);%m 是边数
n=0;%n 为顶点数
for i=1:m
    if n<e(i,1)
        n=e(i,1);
    end
    if n<e(i,2)
        n=e(i,2);
    end
end
J = inf*ones(n,n);
for i=1:n
    J(i,i)=0;
end
for i=1:m
    J(e(i,1),e(i,2))=e(i,3);
    J(e(i,2),e(i,1))=e(i,3);
end
a= J;%权值矩阵
start=1;%起点位置
flag=1;
zhongdian=15;%终点
Lu=a; %最小路径权值矩阵初值
n=size(Lu,1);%顶点数
path=zeros(n,n); %路径矩阵
%修改路径矩阵
for i=1:n
    for j=1:n
        if Lu(i,j)~=inf
```

```

        path(i,j)=j;
    end
end
end
%插入顶点计算最小路径
for k=1:n
    for i=1:n
        for j=1:n
            if Lu(i,k)+Lu(k,j)<Lu(i,j)%若得到的两个路径之和比原来的路径权值小
                Lu(i,j)=Lu(i,k)+Lu(k,j);%修改的路径权值
                path(i,j)=path(i,k);%在路径矩阵中插入 k
            end
        end
    end
    if flag
        Lu;
        path;
    end
end
min1=Lu(start,zhongdian);
%下面是构造最小路径
m(1)=start;%起点
i=1;%最小路径中顶点序号
path1=[];%开始路径为空
while path(m(i),zhongdian)~=zhongdian %表示如果之间还有插入点
    k=i+1;%最小路径顶点序号
    m(k)=path(m(i),zhongdian);%插入顶点
    i=i+1;%序号更新
end
m(i+1)=zhongdian;%最后一个顶点
path1=m;%生成的最小路径
%输出最短路径
path1

```

## 代码 2：枚举可能的最优路径（MATLAB 2019a）

%在确定到矿山前的路线前提下，对可能的路线进行枚举

```

clear
x(1)=12;%位置
xd=[];%行动
tianqi=[3 2 1 2 2 2 3 3 2 2 1 1 2 1 3 2 1 1 2 2];%剩余的天气
a=[1,2,3];
b=[1,3];
four=[12,15];%位置 14 下一步可以选择的路径向量
five=[9,14];%位置 15 下一步可以选择的路径向量

```

```
nine=[15,21];%位置 9 下一步可以选择的路径向量
twone=[9,27];%位置 21 下一步可以选择的路径向量
for l=1:20
```

```
    if x(l)==12%当前位于位置 12
```

```
        if tianqi(l)==1%若天气为非沙暴
```

```
            for i=1:3
```

```
                xd(l)=i;
```

```
                if xd(l)==2
```

```
                    x(l+1)=14;
```

```
                else
```

```
                    x(l+1)=12;
```

```
                end
```

```
            end
```

```
        end
```

```
        if tianqi(l)==3%若天气为沙暴
```

```
            x(l+1)=x(l);
```

```
            for i=1:2
```

```
                xd(l)=b(i);
```

```
            end
```

```
        end
```

```
    elseif x(l)==14%当前位于位置 14
```

```
        if tianqi(l)==3
```

```
            x(l+1)=x(l);
```

```
            xd(l)=1;
```

```
        else
```

```
            xd(l)=2;
```

```
            for i=1:2
```

```
                x(l+1)=four(i);
```

```
            end
```

```
        end
```

```
    elseif x(l)==15%当前位于位置 15
```

```
        if tianqi(l)==3
```

```
            x(l+1)=x(l);
```

```
            xd(l)=1;
```

```
        else
```

```
            xd(l)=2;
```

```
            for i=1:2
```

```
                x(l+1)=five(i);
```

```
            end
```

```
        end
```

```
    elseif x(l)==9%当前位于位置 9
```

```
        if tianqi(l)==3
```

```
            x(l+1)=x(l);
```

```
            xd(l)=1;
```

```

else
    xd(l)=2;
    for i=1:2
        x(l+1)=nine(i);
    end
end
elseif x(l)==21%当前位于位置 21
    if tianqi(l)==3
        x(l+1)=x(l);
        xd(l)=1;
    else
        xd(l)=2;
        for i=1:2
            x(l+1)=twone(i);
        end
    end
elseif x(l)==27%当前位于位置 27
    break;
end
end
end

```

### 代码 3： 计算设定路线下的每日资源消耗（MATLAB 2019a）

```

clear
tianqi=[2 2 1 3 1 2 3 1 2 2 3 2 1 2 2 2 3 3 2 2 1 1 2 1 3 2 1 1 2 2];%天气矩阵
water=[5 8 10];%水基础消耗
kw=3;%每箱水的质量
pw=5;%每箱水的基础售价
food=[7 6 10];%食物基础消耗
kf=2;%每箱食物的质量
pf=10;%每箱食物的基础售价
%% 情况一
d1=[2 2 2 1 2 2 1 2 2 2 1 3 3 3 3 3 1 3 3 2 2 2 2 0 0 0 0 0 0];%行动向量
uw=[];%消耗的水
uf=[];%消耗的食物
for i=1:30
    uw1=d1(i)*water(tianqi(i));
    uw=[uw;uw1];
    uf1=d1(i)*food(tianqi(i));
    uf=[uf;uf1];
end
u=[uw uf];%30 天的每日消耗
%% 情况二
d1=[2 2 2 1 2 2 1 2 2 3 1 3 3 3 2 2 1 1 2 3 3 3 3 3 1 3 3 3 2 2];%行动向量
uw=[];%消耗的水

```



```

uf=[];%消耗的食物
for i=1:30
    uw1=d1(i)*water(tianqi(i));
    uw=[uw;uw1];
    uf1=d1(i)*food(tianqi(i));
    uf=[uf;uf1];
end
u=[uw uf];%30 天的每日消耗
%% 情况三
d1=[2 2 2 1 2 2 1 2 2 3 1 3 3 3 2 2 1 1 2 3 3 3 3 1 3 3 3 2 2];%行动向量
uw=[];%消耗的水
uf=[];%消耗的食物
for i=1:30
    uw1=d1(i)*water(tianqi(i));
    uw=[uw;uw1];
    uf1=d1(i)*food(tianqi(i));
    uf=[uf;uf1];
end
u=[uw uf];%30 天的每日消耗
%% 情况四
d1=[2 2 2 1 2 2 1 2 2 3 1 3 1 3 3 2 1 1 2 3 3 3 3 3 3 3 3 2 2];%行动向量
uw=[];%消耗的水
uf=[];%消耗的食物
for i=1:30
    uw1=d1(i)*water(tianqi(i));
    uw=[uw;uw1];
    uf1=d1(i)*food(tianqi(i));
    uf=[uf;uf1];
end
u=[uw uf];%30 天的每日消耗
%% 情况五
d1=[2 2 2 1 2 2 1 2 2 3 1 3 3 3 2 2 1 1 3 3 3 3 3 3 1 3 2 2 2 2];%行动向量
uw=[];%消耗的水
uf=[];%消耗的食物
for i=1:30
    uw1=d1(i)*water(tianqi(i));
    uw=[uw;uw1];
    uf1=d1(i)*food(tianqi(i));
    uf=[uf;uf1];
end
u=[uw uf];%30 天的每日消耗
%% 情况六
d1=[2 2 2 1 2 2 1 2 2 2 1 2 3 3 3 3 3 3 2 2 2 3 3 3 3 3 3 3 2 2];%行动向量
uw=[];%消耗的水

```

```

uf=[];%消耗的食物
for i=1:30
    uw1=d1(i)*water(tianqi(i));
    uw=[uw;uw1];
    uf1=d1(i)*food(tianqi(i));
    uf=[uf;uf1];
end
u=[uw uf];%30 天的每日消耗

```

#### 代码 4：第一关的最优物资购买策略（LINGO 11.0）

```

model:
sets:
    ziyuan/1..3/:x,y,a,b;
endsets
data:
    M=10000;
    c=7000;
    a=98,243,36;
    b=98,211,40;
    pw=5;
    pf=10;
enddata
max=v;
x(1)>a(1);
y(1)>b(1);
3*x(1)+2*y(1)<1200;
x(1)+x(2)-a(1)>a(2);
y(1)+y(2)-b(1)>b(2);
3*(x(1)+x(2)-a(1))+2*(y(1)+y(2)-b(1))<1200;
x(1)+x(2)+x(3)-a(1)-a(2)=a(3);
y(1)+y(2)+y(3)-b(1)-b(2)=b(3);
3*(x(1)+x(2)+x(3)-a(1)-a(2))+2*(y(1)+y(2)+y(3)-b(1)-b(2))<1200;
v=M+c-pw*(x(1)+2*x(2)+2*x(3))-pf*(y(1)+2*y(2)+2*y(3));
@for(ziyuan:@gin(x));
@for(ziyuan:@gin(y));
end

```

#### 代码 5：第二关的最优物资购买策略（LINGO 11.0）

```

model:
sets:
    ziyuan/1..4/:x,y,a,b;
endsets
data:
    M=10000;

```

```

c=13000;
a=130,10,179,196;
b=122,10,159,200;
pw=5;
pf=10;
enddata
max=v;
x(1)>a(1);
y(1)>b(1);
3*x(1)+2*y(1)<1200;
x(1)+x(2)-a(1)>a(2);
y(1)+y(2)-b(1)>b(2);
3*(x(1)+x(2)-a(1))+2*(y(1)+y(2)-b(1))<1200;
x(1)+x(2)+x(3)-a(1)-a(2)>a(3);
y(1)+y(2)+y(3)-b(1)-b(2)>b(3);
3*(x(1)+x(2)+x(3)-a(1)-a(2))+2*(y(1)+y(2)+y(3)-b(1)-b(2))<1200;
x(1)+x(2)+x(3)+x(4)-a(1)-a(2)-a(3)=a(4);
y(1)+y(2)+y(3)+y(4)-b(1)-b(2)-b(3)=b(4);
3*(x(1)+x(2)+x(3)+x(4)-a(1)-a(2)-a(3))+2*(y(1)+y(2)+y(3)+y(4)-b(1)-b(2)-b(3))<1200;
v=M+c-pw*(x(1)+2*x(2)+2*x(3)+2*x(4))-pf*(y(1)+2*y(2)+2*y(3)+2*y(4));
@for(ziyuan:@gin(x));
@for(ziyuan:@gin(y));
end

```