机场出租车的选择策略与优化方案

摘要

本文研究的是机场出租车的选择策略与优化方案，通过随机变量的设置与决策指标的比较为出租车司机提供选择策略，考虑乘车效率最高和出租车收益均衡等因素，给机场管理部门提供可行的优化方案。

针对问题一，出租车司机送客到机场后面临两个选择：到“蓄车池”排队等待载客或直接返回市区拉客。设置司机等待时间服从**负指数分布**，其参数与抵达的航班数量成正比，与“蓄车池”中的出租车数量成反比。设置行驶距离服从**正态分布**，其参数与地区人口密度的大小相关。分析出租车在等待与送客过程中的收益与成本，分别计算不同决策下所得利润，将其转化在相同时间段内后计算单位时间内所得利润的**数学期望**值，以此作为决策指标，建立出租车司机选择决策模型，策略为选择决策指标较高的方案。

针对问题二，以 H 机场为例，结合机场官方数据与市内统计数据对问题一提出的模型进行**参数估计**。估计结果为：机场到市内往返的里程数均值约为 26.5 公里，市内打车的里程数均值约为 10 公里。将其余参数实际化后代入司机选择决策模型求解得到临界值为 **4.1256**。司机通过现场观测到的航班数和“蓄车池”内已有的车辆数进行计算，若二者的比值高于 4.1256，则选择返回市区拉客，反之选择在机场等候载客。从理论机理角度与实际概率角度分析模型合理性，在符合实际情况的变化范围内对模型中的定值参数进行敏感性分析，在此基础上定义**依赖率**为敏感性曲线中斜率最大值的绝对值。得到结论为：司机的利润很大程度上依赖于接单乘客的里程数，尤其是返程后在市内接单乘客的里程数，并不依赖于油价的高低与行驶速度。

针对问题三，在双车道同时运行的情况下，以上车区的出租车数为决策变量，以总乘车效率最高为目标函数，以出租车不能变道、上车区出租车同时开始上客且同时出发、乘客上车时间服从正态分布为约束条件，建立总乘车效率最高的**单目标规划模型**，通过**蒙特卡洛模拟**进行仿真，确定双车道上车区出租车数为 **6 辆**时，总乘车效率最高；在此基础上以乘客行走总路程最少为目标，结合实际情况，得到在乘客到达侧的第一个车位和第二个车位之间设置**上车点**，最为合理。

针对问题四，结合3σ原则与方案 A 所接乘客(上车点位于机场)的里程数定义随机变量**短途距离**的均值为σ_1，根据σ_1将所有行程分为短途载客与普通载客。在此基础上以优先进入乘车区的时间为决策变量，以出租车收益均衡为目标函数，以短途载客的总收益与时间、普通载客的总收益与时间为主要约束条件，建立优先安排方案的单目标规划模型，通过**循环遍历**的算法进行求解，以 H 机场为例对具体参数进行估计，得到短途距离为 **8.9km**，优先安排方案为：将短途载客后返回到机场的出租车安排在**队伍最前端**，即不进行等待。

在问题四的基础上，我们针对短途距离做了灵敏度分析。结果表明司机单位时间的收益对短途距离较为敏感，并且当**短途距离等于** 8.9km 时，司机的**单位时间收益最小**。

关键词： 机场出租车 随机变量 收益期望 蒙特卡洛模拟

一、 问题的背景与重述

1.1 问题的背景

机场出租车是机场乘客下飞机之后赶往市区目的地（或周边地区）的主要交通工具之一，是机场对陆侧交通的重要组成部分，不仅对乘客的出行起着至关重要的影响，还对一个城市出租车行业有着巨大的影响。

1.2 问题的重述

出租车司机在送客到机场后将面临两个选择：(A) 前往到达区指定的“蓄车池”排队等待载客返回市区，等待时间需要付出一定时间成本；(B)下客后直接返回市区拉客，会付出空载费用和有几率会损失的潜在载客收益。除去经验判断，司机能够观测确认的信息是某时段抵达航班数和“蓄车池”已有车辆数。

问题 1:综合机场乘客数量的变化规律以及出租车司机的收益这两者进行考虑，建立出租车司机选择决策模型，依据模型给出不同条件下司机的选择方案；

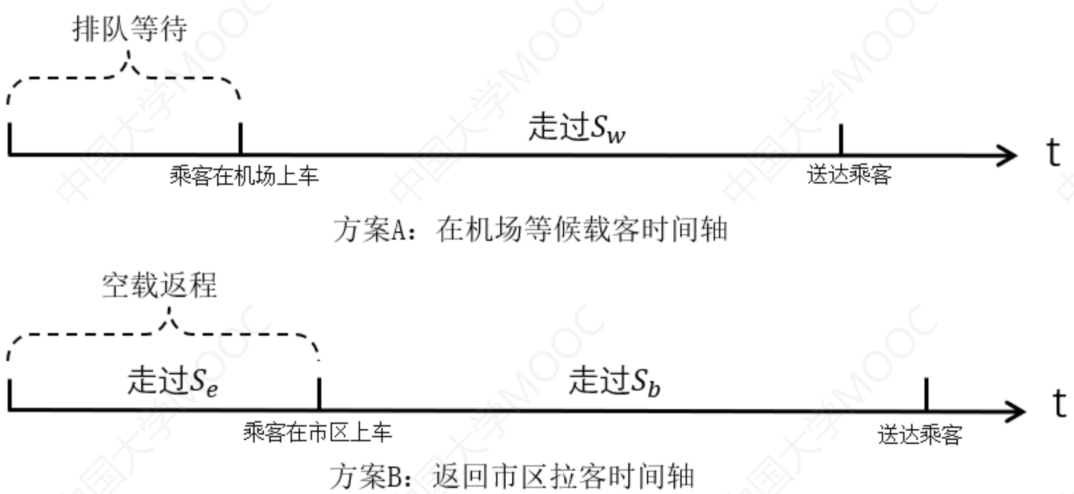
问题 2:收集国内某机场及其所在城市出租车行业的相关数据信息，给出不同时段出租车司机的选择策略，分析其合理性和其对相关因素的依赖性；

问题 3:某机场乘车区有两条并行车道，在保证乘客和车辆都安全的情况下，应怎样设置“上车点”位置，合理安排乘客和出租车，才能使总乘车效率最高；

问题 4:由于机场出租车司机不能拒载或挑选乘客，乘客目的地的远近直接决定了本次出租车司机的收益。为了平衡各司机的收益，管理部门给予短途载客出租车一定的优先权，试制定“优先”方案进行有效平衡。

二、 问题的分析

送客到机场的出租车司机面临的两个选择为在机场等候载客或返回市区拉客，不论何种方案，送达乘客后车辆均在市内，因此可以认为此后获取利润模式相同，故只考虑送达乘客前的情况，对送达乘客前的过程进行分析和计算，其具体流程的时间轴如图 1 所示。



方案A：在机场等候载客时间轴

方案B：返回市区拉客时间轴

图 1 不同方案的流程时间轴

针对问题一：考虑机场乘客数量的变化规律时，将出租车排队等待的时长设置为随机变量，其分布的参数与某时间段内抵达的航班数量、“蓄车池”内出租车数量有关；考虑出租车司机的利润时，将不同起终点的行驶里程设置为随机变量，其分布的参数与该地区的人口密度有关。通过查阅文献资料并结合实际情况，确定每种随机变量服从的分布形式，全面分析影响参数的各个指标，进而计算概率密度分布函数，对其进行积分，得到每个随机变量的期望值。

通过分析等待过程与送客过程中的收益与油耗，计算单次决策下方案 A 与方案 B 的所得利润。考虑到不同方案所得利润的时间长短不同，故将利润转化在相同时间段内进行比较，得到不同方案单位时间内所得利润，对其进行积分推导出两种方案下单位时间内利润的期望。根据期望的计算公式建立出租车司机选择的决策模型，何种方案单位时间内利润的期望值大，则选择该方案，最终得到司机的选择策略。

针对问题二：以 H 机场为例，通过机场官网查询周期为一天的航班动态与“蓄车池”内出租车数量，将其作为司机观测到的确定信息。通过对本地相关数据的查询估计随机变量服从分布的未知参数，代入到方案 A、B 临界值满足的方程中求解临界值。通过司机观测到的确定信息进行计算，若结果大于临界值，则选择返回市区拉客，反之选择在机场等候载客。

从理论机理角度与实际概率角度分析随机变量的变化对临界值的影响，进行模型合理性验证。在符合实际情况的变化范围内对模型中的定值参数进行敏感性分析，在此基础上定义依赖率为敏感性曲线中斜率最大值的绝对值，从而分析临界值对各个参数的依赖率。

针对问题三：机场乘车区有两条并行车道，人员、车辆均充足的情况下，需要在安全条件下使总乘车效率最高。将安全条件细化为出租车排队接客的约束条件，包括出租车排队过程中不可变道、插队，两车道同一水平线的出租车只能同时移动，同一批次上客的出租车只能同时出发，即只有上客最慢的车完成上客后，该批出租车才能统一出发；将同批出租车消耗的总时间分为乘客从上车点到停车位的步行时间、上客时间和后一批次出租车的补位时间，其中上客时间服从正态分布。以上车区的出租车数为决策变量，以总乘车效率最高为目标函数，以出租车不能变道、上车区出租车同时开始上客且同时出发、乘客上车时间服从正态分布为约束条件，建立总乘车效率最高的单目标规划模型，得到最优的上车区出租车数。

在上车区车位数确定的条件下，以乘客上车需要走的总距离最短为目标，结合实际情况，寻找最合适的上车点。

针对问题四：出租车司机在机场所接乘客的目的地有近有远，如果载客的行驶里程比较小，会使司机的收益降低，为了补偿因短途载客而减少的收益，对某些短途载客后再次返回的出租车给与一定的“优先权”。首先给出衡量短途的标准，当司机接客后行驶的里程数小于短途距离时认为此次行程为短途载客。在短途距离的基础上，以优先进入乘车区的时间为决策变量，以出租车收益均衡为目标函数，以短途载客的总收益与时间、普通载客的总收益与时间为主要约束条件，建立优先安排方案的单目标规划模型，利用 H 机场的相关数据得到一种具体可行的优先安排方案。

三、模型的假设

3.1 模型的假设

1) 出租车排队的等待时间与乘客上车时间是随机变量；
2) 每位乘客到达候车厅的时间随机，他们是否按时上车的行为相互独立；
3) 出租车在路上以 $60km/h$ 的速度匀速行驶；
4) 出租车在乘车区排队时每个车位长度为7m，宽度为3.5m；
5) 出租车在机场接客后向市中心方向行驶。

四、符号说明

符号	表示含义	单位
t_w	出租车等待时长	min
N	排队等待时间段内抵达的航班数量	架
M	做决策当下“蓄车池”内已有的出租车数量	量
S_w	方案A所接乘客(位于机场)的里程数	公里
T_w	方案A从机场下客到送达乘客的总时长	min
P_0	出租车每公里耗油金额	元
P_1	出租车计价金额(里程数的分段函数)	元
Q_w	选择排队等待的所得利润	元
q_w	单位时间内排队等待所得利润	元
$E(q_w)$	单位时间内排队等待所得利润的数学期望	元
S_e	方案B返回空载里程数	公里
S_b	方案B所接乘客(位于市内)的里程数	公里
T_b	方案B从机场下客到送达乘客的总时长	min
Q_b	选择返回市区接客的所得利润	元
q_b	单位时间内返程回市所得利润	元
$E\left(q_b\right)$	单位时间内返程回市所得利润的数学期望	元
β	依赖率	\

五、模型建立与求解

5.1 司机选择策略

出租车司机送客到机场后均面临两个选择：方案(A)：到“蓄车池”排队等候，从而前往到达区等待载客；方案(B)：直接选择返回市区拉客。设置相关的随机变量，分别计算两种方案下所获得的单位时间内利润的期望值，建立出租车司机选择的决策模型，分析影响决策的因素以及具体影响方式，最终得到司机的选择策略。

5.1.1 方案A排队等待所得利润的计算

1) 等待时间服从负指数分布

若司机选择前往到达区排队等待载客返回市区，则车辆首先需要在“蓄车池”中原

地等待，等待时长为t_w，且司机在实际等待中，等待时间t_w无法预估，属于随机变量。

因为到达机场乘坐出租车的乘客以固定的平均速率、且随机独立地出现，所以在单位时间内出现的乘坐出租车的乘客数量近似服从泊松分布[1]，而出租车乘客地出现事件为一种泊松事件。

司机排队等待乘客上车这一事件以恒定的平均速率连续且独立地发生，查阅资料[2]得知，泊松事件流的等待时间（相继两次出现之间的间隔）服从负指数分布，因此负指数分布是描述泊松事件(本文即出租车乘客地出现事件)之间时间的概率分布。

由上述原因的分析可知，排队等待时间t_w服从参数为λ的负指数分布，即：

$$t_w \sim Exp(\lambda) \tag{1}$$

其中，$\lambda > 0$，是负指数分布的一个参数，表示每单位时间内发生某事件的平均次数，即单位时间内出租车可以接到的乘客数量，影响参数λ大小的指标有两个，分别为：

① **抵达的航班数量N**

该指标为司机在排队等待时间段内的可观测量，若此时间段内航班数量越多，则司机接到乘客的概率越大，即等待时间越短，因此N与λ成正比。

② **“蓄车池”中的出租车数量M**

该指标也为司机在排队等待时间段内的可观测量，若此时观察到“蓄车池”中的出租车数量越多，则司机的排队时长越长，即等待时间越多，因此M与λ成反比。

通过对λ影响因素的分析，得到三者之间的关系式为：

$$\lambda = k\frac{N}{M} \tag{2}$$

其中，k为比例系数，M表示做决策当下“蓄车池”内已有的出租车数量，N表示排队等待时间段内抵达的航班数量，二者均为司机可观测到的确定信息。

根据负指数分布的概率密度分布函数公式[2] 得到排队等待时间t_w的负指数分布对应的概率密度函数为：

$$f\left(t_w,\lambda\right)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda t_w} & , \quad t_w \geq 0 \\ 0 & , \quad t_w < 0\end{cases} \tag{3}$$

对概率密度函数$f\left(t_w,\lambda\right)$进行积分，得到排队等待时间$t_w$的期望值为：

$$E(t_w)=\int_{-\infty}^{\infty}\lambda t_w e^{-\lambda t_w}dt_w=\frac{1}{\lambda}=\frac{M}{N} \tag{4}$$

期望对应的实际意义为预期接到一位乘客需要$1/\lambda$小时，比如：若$\lambda = 2$，则表示单位时间内可以接到两位乘客，那么预期接到一位乘客的时间为单位时间的 1/2。

2） **行驶距离服从正态分布**

直到乘客上车时，车辆的等待状态结束，进入第二种状态，即：将乘客送达至目的地，此段距离用S_w表示，由于顾客的终点无法预估，因此S_w属于随机变量。

出租车每单里程数的统计表明，S_w服从均值为μ_1、方差为$\sigma_1^{\ 2}$的正态分布，即：

$$S_w \sim N(\mu_1,\sigma_1^{\ 2}) \tag{5}$$

第一个参数μ_1是S_w的均值，是正态分布的位置参数，用于描述正态分布的集中趋势

位置，概率规律为取与μ邻近的值的概率大，而取离μ越远的值的概率越小。因此，对于S_w而言，μ_1为从机场出发，终点为周边人口密度大的地点的里程数。

第二个参数σ_1^2是S_w的方差，用于描述数据分布的离散程度，σ越大，数据分布越分散；σ越小，数据分布越集中。因此，对于S_w而言，可以结合μ_1，采用3σ原则对σ_1^2进行估计。

根据正态分布的概率密度分布函数公式[3] 得到行驶距离S_w的正态分布对应的概率密度函数为：

$$f\left(S_w\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1}e^{-\frac{(S_w-\mu_1)2}{2\sigma_1^2}} \tag{6}$$

对概率密度函数$f\left(S_w\right)$进行积分计算期望，得到起点为机场的行驶距离S_w的期望值为：

$$E(S_w)=\int_{-\infty}^{+\infty}S_w f\left(S_w\right)dS_w=\mu_1 \tag{7}$$

3） **利润及期望的计算**

直到将乘客送达后，车辆的第二种状态结束，此时方案 A 出租车司机从机场下客到最终完成机场订单的总时长T_w表示为：

$$T_w=t_w+\frac{S_w}{v} \tag{8}$$

其中，假设出租车在送客过程中匀速行驶，大小为$60km/h$。

分析上述过程，在车辆等待过程中，认为出租车消耗的油费较少，可忽略不计；在车辆送客过程中，司机得到的收益为计价器显示的金额，同时需要付出载客路程使用的油费。

资料[4]显示，由于出租车以盈利为主，小排量的车有利于降低成本，全国大部分出租车的排量约为 1.5L，在市区行驶百公里耗油量约为 7.5L，用油型号为 92#汽油。

假设 92#汽油的价格约为α元/L，由此可以得到出租车每公里耗油金额P_0为：

$$P_0=0.075\alpha\text{（元）} \tag{9}$$

方案 A 仅在车辆送客过程中存在收益并耗油，因此司机若选择排队等待，所得利润Q_w的计算公式为：

$$Q_w=S_w(P_1-P_0) \tag{10}$$

其中，P_1为出租车计价金额，一般为分段函数，随着行驶距离的变化而变化，不同城市的计价方式亦不同。

考虑到不同方案所得利润的时间长短不同，我们将利润转化在相同时间段内进行比较，帮助司机选择更有利的工作方案，因此引入单位时间内排队等待所得利润q_w，具体计算公式为：

$$q_w=\frac{Q_w}{T_w}=\frac{vS_w(P_1-P_0)}{vt_w+S_w} \tag{11}$$

其中，t_w为服从负指数分布的随机变量，S_w为服从正态分布的随机变量。

由于单位时间内排队等待所得利润q_w的计算公式(11)中包含随机变量，无法直接让司机进行方案的选择，故用利润的期望值作为指标进行比较。联立(1)、(4)、(7)、

(11)推导得到单位时间内排队等待所得利润的数学期望为：

$$E(q_w)=\frac{\mu_1 Mv(P_1-P_0)}{Nv+M\mu_1} \tag{12}$$

5.1.2 方案 B 返程回市所得利润的计算

若司机选择放空出租车后直接回市区拉客，则需要付出开回市区的空载费用，即为在开回市区接到乘客之前的路程中所消耗的油费。司机在实际工作中，无法预估返回空载路程 S_e 的长短，故 S_e 属于随机变量。同理，S_e 服从均值为 μ_2、方差为 ${\sigma_2}^2$ 的正态分布，即：

$$S_e \sim N(\mu_2,{\sigma_2}^2) \tag{13}$$

μ_2 是出租车司机在机场空载返回市区到接到乘客前里程数的数学期望，考虑到 S_w 为从机场到乘客目的地的距离，而目的地也多为市区，因此认为 S_e 与 S_w 距离类似，故 S_e 的期望与 S_w 的期望 μ_1 相同，同时方差 ${\sigma_2}^2={\sigma_1}^2$。

在市区内接到乘客之后，车辆从空载状态变为工作状态，此时司机依然无法预估乘客目的地距离 S_b 的远近，因此 S_b 属于随机变量，服从均值为 μ_3、方差为 ${\sigma_3}^2$ 的正态分布，即：

$$S_b \sim N(\mu_3,{\sigma_3}^2) \tag{14}$$

μ_3 是出租车司机在市区接客后需要行驶里程数的数学期望，一般认为在市区乘客的打车距离小于在机场乘客的打车距离，即 $S_b<S_w$，其对应的均值 $\mu_2<\mu_1$。

直到将乘客送达后工作结束，此时方案 B 出租车司机从机场下客到最终完成市区订单的总时长 T_b 表示为：

$$T_b=\frac{S_b+S_e}{v} \tag{15}$$

其中，假设出租车在送客过程中匀速行驶，大小为 $60km/h$。

方案 B 车辆送客过程中可以获得收益，而整个过程中出租车持续耗油，因此若司机选择返回市区接客，所得利润的计算公式为：

$$Q_b=S_bP_1-(S_e+S_b)P_0 \tag{16}$$

其中，P_1 与方案 A 中的计价金额相同。

同方案 A，我们将利润转化在相同时间段内进行比较，帮助司机选择更有利的工作方案，因此引入单位时间内返程回市所得利润 q_b，具体计算公式为：

$$q_b=\frac{Q_b}{T_b}=\frac{v\left[S_bP_1-(S_e+S_b)P_0\right]}{S_e+S_b} \tag{17}$$

化简得到：

$$q_b=\frac{vS_bP_1}{S_b+S_e}-vP_0 \tag{18}$$

其中，S_e、S_b 均为服从正态分布的随机变量。

同理，由于单位时间内返程回市所得利润 q_b 的计算公式(18)中包含随机变量，无法直接让司机进行方案的选择，故用利润的期望值作为指标进行比较。联立(13)、(14)、(18)推导得到 q_b 的数学期望为：

$$E\left(q_b\right)=\frac{v\mu_3 P_1}{\mu_2+\mu_3}-vP_0 \tag{19}$$

5.1.3 出租车司机选择决策模型

根据方案 A，方案 B 的单位时间收益期望 $E(w)$、$E(b)$，建立目标函数，当 $E(w)>E(b)$ 时，司机选择在机场等候载客；当 $E(w)<E(b)$ 时，司机选择返回市区拉客；当 $E(w)=E(b)$ 时，司机选择方案 A，B 的单位时间收益相同，但是考虑到同样收益下在机场等候比返回市区接客省油，且在“蓄车池”排队时能够休息，因此当 $E(w)\geq E(b)$ 时，司机选择在机场等候载客。

综上所述，建立出租车司机选择决策模型：

不同方案决策指标的计算公式总结为：

$$\begin{cases}\text{方案}A\text{单位时间内利润期望} \quad : \quad E(w)=\dfrac{\mu_1 Mv(P_1-P_0)}{Nv+M\mu_1}\\ \text{方案}B\text{单位时间内利润期望} \quad : \quad E\left(b\right)=\dfrac{v\mu_3 P_1}{\mu_2+\mu_3}-vP_0\end{cases}$$

决策策略为：

$$\begin{cases}E(w)\geq E(b) \quad , \quad \text{选择在机场等候载客}\\ E(w)<E(b) \quad , \quad \text{选择返回市区拉客}\end{cases}$$

5.2 出租车司机选择决策模型的应用

以 H 机场为例，通过 H 机场的官网[5]搜集 2019 年 9 月 13 日全天的航班动态记录与 H 市出租车的相关数据，机场动态航班的部分数据如表 1 所示。(全部数据见附件一)

表 1. 机场动态航班的部分数据

航班号	机型	航空公司	始发站	计划到达时间	航站楼	载客量
MF8206	B738	厦门航空	银川	2019/9/13 0:05	B 楼	189
HO1048	A320	吉祥航空	昆明	2019/9/13 0:05	B 楼	180
GJ8692	A320	长龙航空	重庆	2019/9/13 0:05	B 楼	180
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
GJ8824	A320	长龙航空	西双版纳	2019/9/13 23:40	B 楼	180
HU7412	B738	海南航空	呼和浩特	2019/9/13 23:40	B 楼	189
HO1648	A320	吉祥航空	贵阳	2019/9/13 23:45	B 楼	180
MF8230	B738	厦门航空	乌鲁木齐	2019/9/13 23:45	B 楼	189
HU7239	B738	海南航空	三亚	2019/9/13 23:55	B 楼	189
MF8176	B738	厦门航空	天津	2019/9/13 23:55	B 楼	189

5.2.1 方案 A、B 临界值的计算

根据出租车司机选择决策模型的判别函数可知，当 $E(w)=E(b)$ 时，可以解出选择方案 A 或者方案 B 的临界值。联立(12)、(19)解得临界值满足的方程为：

$$\frac{\mu_1 Mv(P_1-P_0)}{Nv+M\mu_1}=\frac{v\mu_3 P_1}{\mu_2+\mu_3}-vP_0 \tag{20}$$

S_w 表示机场到目的地的里程数，根据 H 市各地区人口密度 [6]显示，H 站的人口密度最大，通过查询高德地图[7]得知从 H 机场到 H 站的里程数为 26.5 公里，故 S_w 满足的正

态分布的均值，结合3σ原则计算对应的方差，令$3\sigma_1=\mu_1$，解得$\sigma_1=8.9$，故S_w满足的具体分布为：

$$S_w \sim N\left(26.5,8.9^2\right) \tag{21}$$

同理，S_e与S_w分布相同，即：

$$S_e \sim N\left(26.5,8.9^2\right) \tag{22}$$

S_b表示在市内打车的里程数，考虑到 H 市民出行方式的多样性，近距离选择单车出行的人数较多，远距离选择地铁出行的人数较多，因此假设选择出租车出行的平均里程数为 10 公里，结合3σ原则计算对应的方差，令$3\sigma_2=\mu_2$，解得$\sigma_2=3.3$，但考虑到市民出行的里程数波动较大，故在此基础上增大方差，令$\sigma_2=5$，使得不同出行里程数的人数分布更为准确。此时，市民通过出租车方式的出行里程数多分布在[5,10]，更符合实际情况。在3σ的变化范围内，出行里程数分布在[0,25]，表明绝大多数通过出租车出行的里程数均在机场到市中心范围内，故S_b满足的具体分布为：

$$S_b \sim N\left(10,5^2\right) \tag{23}$$

通过 H 机场官网的数据[7]得知，普通出租车的起步价为 11 元/3 公里；行驶里程 3-10 公里每公里 2.5 元，超过 10 公里以上的部分加收每公里 3.75 元。因此不同里程数对应的计价P_1的函数表达式为：

$$P_1=\begin{cases} 11 & , \quad 0<S\le 3 \\ 2.5(S-3) & , \quad 3<S\le 10 \\ 3.5(S-7) & , \quad S>10 \end{cases} \tag{24}$$

将$v=60km/h$ 以及(21)、(22)、(23)、(24)中的具体数值代入(20)中，用 Matlab R2016a 进行求解(代码见附录 1)，解得“蓄车池”内已有的车辆数M与航班数N的关系式为：

$$\lambda = k\frac{N}{M}=4.1256 \tag{25}$$

5.2.2 具体方案的选择策略

司机通过现场观测到的航班数N和“蓄车池”内已有的车辆数M进行计算，若计算结果大于临界值 4.1256，则选择返回市区拉客，反之选择在机场等候载客。

考虑到航班数量的突变性与司机等候时长的合理性，对每半小时航班数以及“蓄车池”内出租车数量的统计对参数λ进行计算，部分计算结果如表 2 所示。(全部结果见附件二)

表 2. 参数λ的实时计算

时间	航班数 N	蓄车池出租车数量 M	M/N
00:00-00:30	14	81	5.784875
00:30-01:00	7	28	**4**
01:00-01:30	6	20	**3.333333**
⋮	⋮	⋮	⋮
22:30-23:00	10	60	6.046008
23:00-23:30	16	58	**3.625**
23:30-00:00	11	86	7.839755

由此可知，对于 9 月 23 日的 H 机场的航班动态而言， $\lambda<4.1256$ 的情况集中在 00:30-02:00、10:30-12:00、15:30-17:30、21:00-23:30 这四个时间段内，说明此时间段内适合选择在机场等候载客。

结合机场实际情况分析，夜间零点左右会有部分航班晚点到达，使得航班数增加，同时“蓄车池”内等待的出租车也较少，两个指标共同影响，使得参数 λ 较小。白天虽然 “蓄车池”内等待的出租车较多，但航班数会出现某一时间段突增的情况，导致 $\lambda<4.1256$ 的概率也较小。

因此，建议出租车司机的选择策略为：白天高峰期适合选择返回市区拉客，夜间零点左右适合选择在机场等候载客。

5.2.3 模型的合理性分析

分析临界值满足的方程(20)，发现影响临界值 N/M 的随机变量有 2 个，分别为机场乘客打车距离 S_w、返程接单乘客打车距离 S_b。以随机变量的取值为横坐标，临界值为纵坐标，画出二者之间的关系图如图 2 所示。

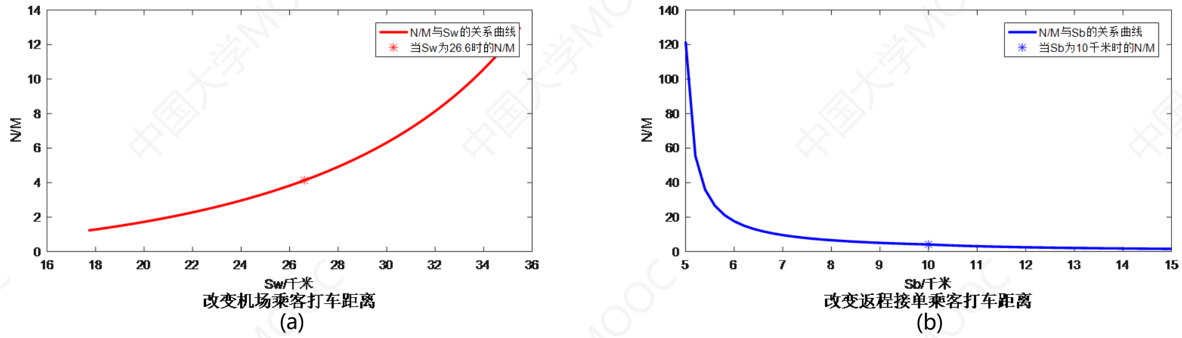


图 2 随机变量与临界值的关系图

从机理角度分析，临界值越大表示航班数越多或者“蓄车池”内已有的车辆数越少，此时更容易在短时间内接到乘客，故应该选择在机场等候载客。

从概率角度分析，临界值越大表示小于该值的情况概率越大，即选择在机场等候载客的可能性越大。由此可知，两种角度的分析结果一致。

每种参数的具体分析如下：

1） **机场乘客打车距离 S_w 对临界值的影响**

由图 1(a)可知机场乘客打车距离与临界值呈正相关。在实际载客过程中，机场乘客距目的地越远，计价总额越多，所以对于司机而言，更愿意选择在机场等候载客；从理论机理分析，临界值越高，也表明选择在机场等候载客的概率大。

2） **返程接单乘客打车距离 S_b 对临界值的影响**

由图 1(b)可知返程接单乘客打车距离与临界值呈负相关。在实际载客过程中，空载回到市区后，乘客距目的地越远，计价总额越多，所以对于司机而言，更愿意选择返回市区拉客；从理论机理分析，临界值越低，也表明选择返回市区拉客的概率大。

5.2.4 模型的敏感性分析

分析临界值满足的方程(20)，发现影响临界值 N/M 的参数主要有 2 个，分别为机油价 P_0 以及车速 v。以参数变化量为横坐标，临界值为纵坐标，画出二者之间的关系图进行敏感性分析，分析结果如图 3 所示。

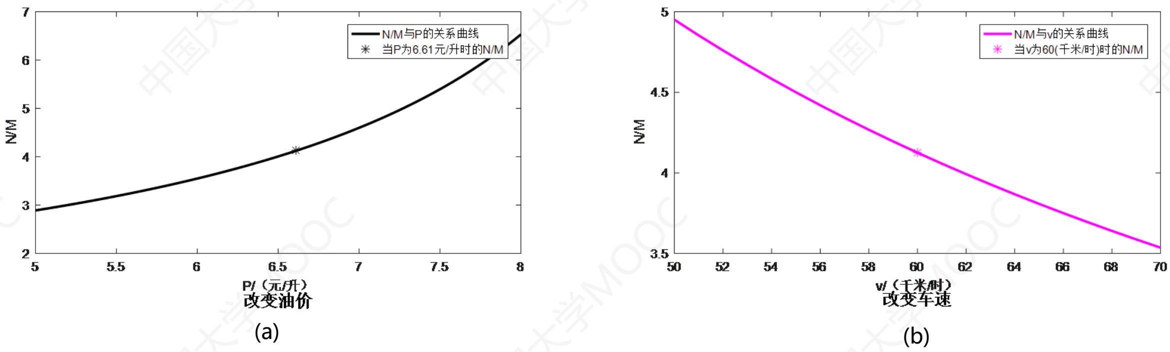


图 3 参数与临界值的关系

1） **油价 P_0 对临界值的影响**

由图 3(a)可知油价与临界值呈正相关。在实际载客过程中，油价越高，司机越不愿意空载，所以从油耗的角度考虑，司机倾向于在机场等候载客；从理论机理分析，临界值越高，也表明选择在机场等候载客的概率大。

2） **车速 v 对临界值的影响**

由图 3(b)可知车速与临界值呈负相关。在实际载客过程中，车速越快，返回市区拉客所耗费时间越短，相同时间内选择在市区拉客的利润更大，所以司机倾向于返回市区拉客；从理论机理分析，临界值越低，也表明选择返回市区拉客的概率大。

5.2.5 相关因素的依赖性分析

随机变量 S_w、S_b 与油价 P_0 通过影响利润从而影响单位时间内利润，而车速 v 通过影响总时长影响单位时间内利润。为了比较临界值对这四种参数的依赖性，我们引入依赖率 β，将其定义为合理参数范围内的斜率最大值的绝对值。通过 Matlab R2016a 求解得到四条曲线的斜率最大值的绝对值如表 3 所示。(代码见附录 2)

表 3. 四种参数的依赖率

参数名称	S_w	S_b	P_0	v
依赖率	0.1815	66.2768	0.0273	0.0971

由此可见，$\beta_{Sb} > \beta_{Sw} > \beta_v > \beta_{P0}$，其中，返程接单乘客打车距离的依赖率远高于其余三种参数，说明司机的利润很大程度上依赖于接单乘客的里程数，尤其是返程后在市内接单乘客的里程数，并不依赖于油价的高低与行驶速度。

5.3 两条并行车道的上车点设置方案

某机场旅客出租车乘车区有两条并行车道，在等候乘客数量充足，待载出租车数量充足的情况下，为了快速减少二者的数量，需要确定乘客上车的方案和上车点设置位置的方案，以达到总乘车效率最高的目标。

5.3.1 乘车效率最高的乘客上车方案

1）**模型的建立**

决策变量：上车区的单车道出租车数

$$n \qquad (n = 1, 2, ..)$$

目标函数：总乘车效率最高

$$Max\ Z = \eta \tag{26}$$

$$\eta = \frac{2n}{t} \tag{27}$$

定义乘车效率η等于单位时间内经过的车辆数。

约束条件：

本轮约束主要是根据乘客上车的过程中几个主要的时长变化量设置，包括乘客走到车位的时间，乘客上车的时间和后一批出租车补位的时间。

① 各车位编号及位置（如图 4 所示）

$$X_{ij}(i=1,2;\ j=1,2,\ldots,n)$$

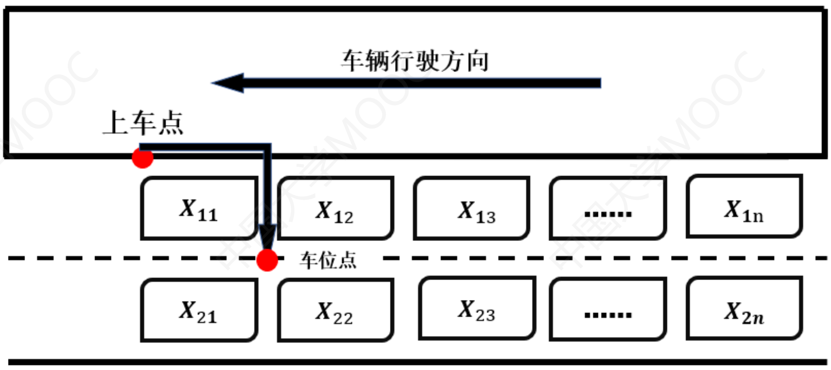


图 4 各车位编号及位置示意图

② 乘客走到车位的时间t_{ij}

$$t_{ij} = \frac{(i-1)a+(j-1)b}{v_{人}} \qquad (i=1,2;\ j=1,2,\ldots,n) \tag{28}$$

③ 乘客上车的时间t_s的约束

$$t_s \sim E(\mu,\sigma^2) \tag{29}$$

④ 后一批出租车补位的时间t_n

$$t_n = \frac{nb}{v_{车}} \tag{30}$$

⑤ 总时长t的约束

$$t = \max\{t_{ij}+t_s\}+t_n \tag{31}$$

综上，乘车效率最高的模型为：

$$Max\ Z = \eta$$

$$
s.t\begin{cases}
\eta=\dfrac{2n}{t} \\
t_{ij}=\dfrac{(i-1)a+(j-1)b}{v_{人}} \\
t_s\sim E(\mu,\sigma^2) \\
t_n=\dfrac{nb}{v_{车}} \\
t=\max\{t_{ij}+t_s\}+t_n \\
n=1,2,..\ ;i=1,2\ ;j=1,2,..,n
\end{cases}
$$

2）模型的求解

求解之前，通过查询 H 机场官网[5]和相关论文[8]确定常数：机场乘车区车道的宽度 $a=3.5(m)$；机场乘车区停车位的长度 $b=7(m)$；机场乘车区每条车道最多排队等候的出租车数量 $n_{\max}=20$，相当于整个等候区长 140m；乘客步行速度为 $v_{人}$ =60m/min，出租车移动速度为 $v_{车}$ =220m/min；乘客上车时间平均值 1.5min, 标准差 0.1min；

由于乘客上车时间符合正态分布，因此无法直接利用线性关系求得该模型的全局最优解，所以运用蒙特卡洛仿真的算法，令解得较优解尽可能逼近最优解。算法虚拟代码如下：

Step1：n=1 时，计算乘客走到每个车位的时间，出租车补位时间；

Step2：随机正态分布乘客的上车时间，将其与 Step1 中结果相加得到当前条件下所有车位的上车时间，取最大值即最晚完成上车的时间；

Step3：计算乘车效率；

Step4：下一个 n, 循环 step1-step3, 取 η 最大时 n 的值；

Step5：重复 100 次，取 n 出现次数最多的 n 值，即为最优。

3）模型的结果

通过 Matlab R2016a 求解(代码见附录 3)，得到的乘车效率和同时上车的列数的关系如图 5 所示：

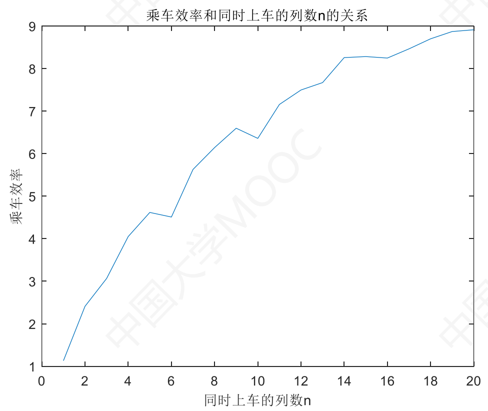


图 5 乘车效率和同时上车的列数的关系

图 5 中乘车效率随同时上车的列数 n 的增加而提高，趋势逐渐趋于平稳。但是单凭如此无法在合理范围内找到同时开启上车列数 n 的最优解。据算法过程中 t_{ij}、t_s、t_n 的值我们发现，在同时上车的列数 n 的值较小的情况下，t_s 远大于 t_{ij} 和 t_n，因此每当 n 增加一列时，t_{ij} 和 t_n 的增加量对乘车效率的影响微乎其微。

因此我们尝试更换目标函数中乘车效率的计算公式，令

$$\eta = \frac{2-\frac{1}{n}}{t} \tag{32}$$

得到新的优化模型如下：

$$Max\ Z = \eta$$

$$s.t\begin{cases} \eta = \dfrac{2-\frac{1}{n}}{t} \\ t_{ij} = \dfrac{(i-1)a+(j-1)b}{v_{人}} \\ t_s \sim E(\mu,\sigma^2) \\ t_n = \dfrac{nb}{v_{车}} \\ t = \max\{t_{ij}+t_s\}+t_n \\ n=1,2,..\ \ ;i=1,2\ \ ;j=1,2,..,n \end{cases}$$

运用蒙特卡洛算法仿真模拟，得到单次仿真乘车效率的变化趋势如图 6 所示：

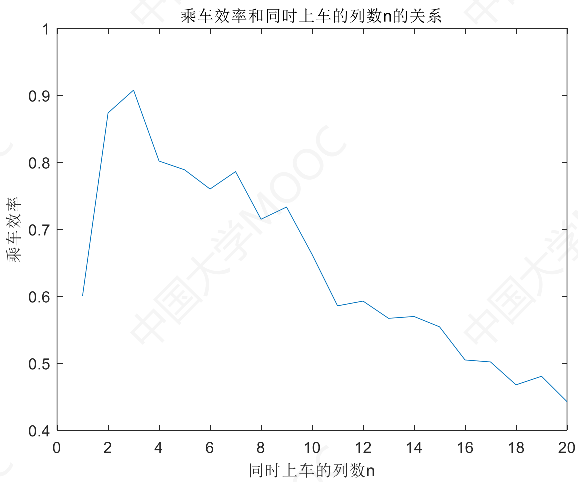


图 6 修改后续单次仿真乘车效率的变化趋势

由于蒙特卡洛仿真模拟中存在乘客上车时间的正态偏差，因此结果的最优解在几次仿真中可能存在不同的决策变量，但可以认为其基本符合正态偏差，所以重复该仿真 100 次，其中得到最优解的决策变量 n 出现个数最多的，即认为是最优的出租车接客出发方案。

重复 100 次，在得到最优解时决策变量取得不同值的个数如下表 5 所示：

表 5 仿真 100 次得到最优解时决策变量取值分布

n	出现次数
2	22
3	51
4	24
5	3

n=3 出现次数 51 次，高于其他 n 的取值，因此认为当同时开始上客的列数为 3，即两车道 6 辆车同时上客并同时离开，是该机场安排出租车载客的最优方案。

4）模型的优化

在确定了出租车载客的最佳方案后，机场出租车可以按照该方案进行循环载客。因此我们选择在一次循环的上客方案中，重新挑选上车点的位置（一般上车点设置在两车位之间，不考虑在车位边的上车点分布），以达到乘客所走的路程最短的目标，如图 7 所示。

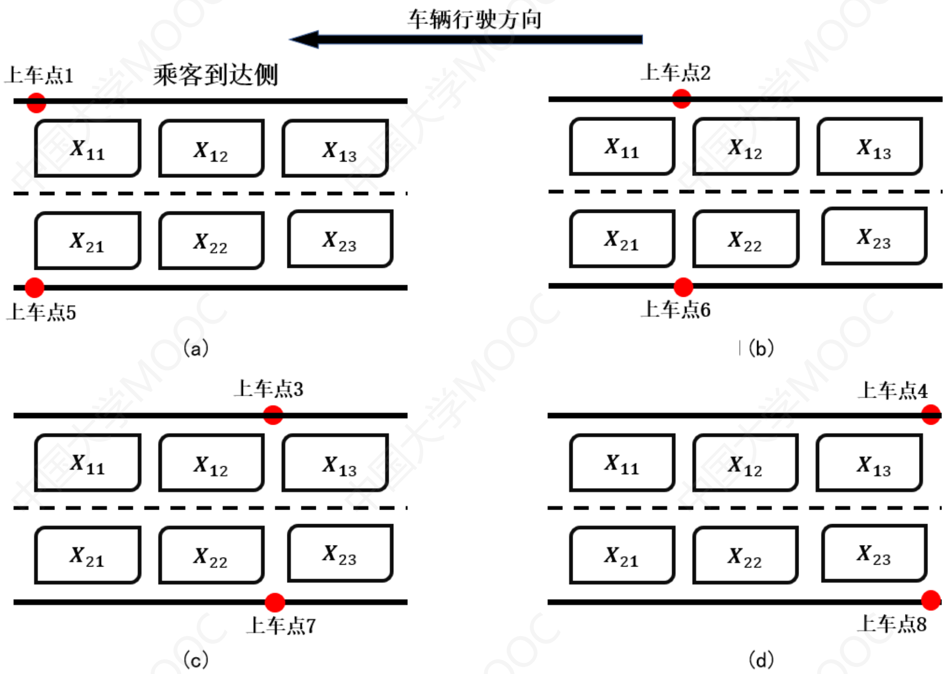


图 7 上车点选择分布图

注：上侧为乘客到达侧

假设乘客到达出租车四周任意一边即可上车。

上侧为乘客到达侧，若上客点布置于乘客到达侧的另一侧，由于是对称分布，认为上车所需时间与对应的乘客到达侧是完全相同的，且还需乘客穿越马路，在安全性上也会降低，因此认为到达侧上车点分布优于其对侧，上车点 5~8 排除。

计算上车点到各点的距离，得到 $d_1 = d_4 < d_2 = d_3$，上车点 1、4 排除，所以认为上车点设置在图中上车点 2、3 位置较好。

若在实际生活情境下考虑，认为排在前面的车比排在后面的车先上客更加合理，所以认为选择图中上客点 2 位置作为最终上客点是最优的上客点设置。

5.4 短途载客出租车的优先安排方案

出租车司机在机场所接乘客的目的地有近有远，如果载客的行驶里程比较小，会使

司机的收益降低，为了补偿因短途载客而减少的收益，对某些短途载客后再次返回的出租车给与一定的“优先权”。

首先给出衡量短途的标准，在此基础上以优先安排后的等待时间为决策变量，以出租车收益均衡为目标函数，以　为约束条件，建立优先安排方案的单目标规划模型，最终得到一种可行的优先安排方案。

5.4.1 衡量短途的标准

由问题一中的分析可知，方案 A 所接乘客(位于机场)的里程数 S_w 服从均值为 μ_1、方差为 σ_1^2 的正态分布，μ_1 表示从机场出发，终点为周边人口密度最大的地点的里程数。查阅相关文献[8]，我们采用 3σ 原则定义短途距离 S_d，认为短途的边界落在 μ_1-$2\sigma_1$ 上，即机场到边界的距离 S_d 为 σ_1，图 8 为短途距离的示意图。

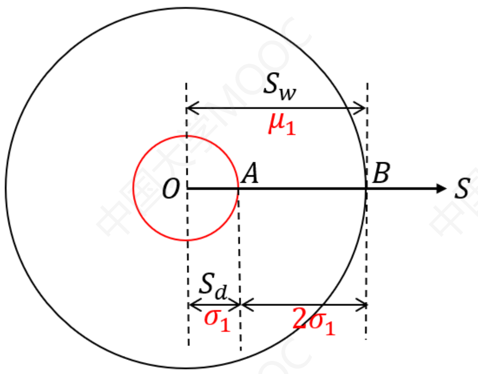


图 8 短途距离示意图

其中 O 表示机场位置，以 OA 为半径的圆域表示短途范围区域，OA 表示短途距离 S_d 的均值 σ_1； OB 表示所接乘客里程数 S_w 的均值 μ_1。

因此，当司机即时所接乘客的里程数 S_t 满足如下关系时认为此次行程为短途载客：

$$S_t \le S_d \tag{33}$$

5.4.2 优先安排方案的单目标规划模型

1） **模型的建立**

决策变量：出租车第 i 次回到机场时优先安排后的等待时间

$$\tau_i$$

目标函数：出租车的利润尽可能均衡，即多次载客后，司机单位时间的收益与期望收益差值最小

$$\min\left|\frac{Q_{i+1}}{t_{i+1}} - q_e\right| \tag{34}$$

其中，Q_{i+1} 表示多次载客后的利润之和，t_{i+1} 表示多次载客的时间之和，Q_{i+1}/t_{i+1} 表示这辆出租车单位时间收益，q_e 表示期望收益。

约束条件：

① 普通载客的行驶里程服从正态分布，即

$$S_w \sim N(\mu_1, \sigma_1^2) \tag{35}$$

② 出租车正常排队的等待时间服从负指数分布，即

$$\mathrm{t}_w \sim Exp(\lambda) \tag{36}$$

③ 短途载客的总收益与时间均进行累加：

短途载客后，出租车再次回到机场。此次接单只有去程存在收益，去程与回程均存在油耗。

$$Q_{\mathrm{i}+1} = Q_{\mathrm{i}} + S_t \times P_1 - 2\times S_t \times P_0 \quad , \quad 0 \le S_t \le S_d \tag{37}$$

$$t_{\mathrm{i}+1} = t_{\mathrm{i}} + \frac{2\times S_t}{v} + \tau_{(i+1)} \quad , \quad 0 \le S_t \le S_d \tag{38}$$

④ 普通载客的总收益与时间进行累加：

普通载客后，出租车回到市区，不返回机场。因此只有去程无回程，去程中收益与油耗同时存在。

$$Q_{\mathrm{i}+1} = Q_{\mathrm{i}} + S_t \times P_1 - S_t \times P_0 \quad , \quad S_t > S_d \tag{39}$$

$$t_{\mathrm{i}+1} = t_{\mathrm{i}} + \frac{S_t}{v} + \tau_{(i+1)} \quad , \quad S_t > S_d \tag{40}$$

⑤ 下标变化

若出租车为短途载客，则需要返回机场，令 $i = i+1$；反之，若出租车为普通载客，则不需要返回机场，令 i 不变。

$$i = \begin{cases} i+1 & , \quad 0 < S_t \le S_d \\ i & , \quad S_t > S_d \end{cases} \tag{41}$$

综上，建立优先安排方案的单目标规划模型如下：

$$\min \left| \frac{Q_{\mathrm{i}+1}}{t_{\mathrm{i}+1}} - q_{\mathrm{e}} \right|$$

$$s.t.\begin{cases} i = \begin{cases} i+1 & , \quad 0 < S_t \le S_d \\ i & , \quad S_t > S_d \end{cases} \\ S_w \sim N(\mu_1, {\sigma_1}^2) \\ \mathrm{t}_w \sim Exp(\lambda) \\ Q_0 = 0 \\ t_0 = 0 \\ Q_{\mathrm{i}+1} = Q_{\mathrm{i}} + S_t \times P_1 - 2\times S_t \times P_0 \quad , \quad 0 \le S_t \le S_d \\ t_{\mathrm{i}+1} = t_{\mathrm{i}} + \dfrac{2\times S_t}{v} + \tau_{(i+1)} \quad , \quad 0 \le S_t \le S_d \\ Q_{\mathrm{i}+1} = Q_{\mathrm{i}} + S_t \times P_1 - S_t \times P_0 \quad , \quad S_t > S_d \\ t_{\mathrm{i}+1} = t_{\mathrm{i}} + \dfrac{S_t}{v} + \tau_{(i+1)} \quad , \quad S_t > S_d \end{cases}$$

2） 模型的算法

由于模型含有随机变量以及迭代的过程，因此无法直接求得全局最优解，故使用循环遍历的算法进行求解。

根据正态分布生成即时载客的行驶里程数，根据负指数分布生成出租车回到机场时所等待的时间，在普通载客的等待时间长度内进行遍历，找出能使出租车的利润尽可能均衡的时间作为最终等待时间。最终等待时间在一定程度上体现了“优先权”的安排方案。具体的算法步骤如下：

step1：以 H 机场为例，初始化常数，计算期望收益；

step2：判断单位时间利润与期望收益之差的绝对值是否大于 1，是则转 step3，否则转 step9；

step3：生成正常的排队等待时间、乘客乘车距离；

step4：判断是否是短途车载客，若是，转 step5，否则转 step8；

step5：计算从排队接客到返回机场获得的总利润；

Step6：遍历 0 到正常排队时间，找到能使单位时间利润与期望收益之差的绝对值最小的时间点，令其作为最终等待时间，并记录下来；

step7：计算累计时间和单位时间利润，转 step2；

step8：重复一次 step5~step7 操作；

step9：给出一个可行的优先安排方案。

3） **模型的结果**

通过 Matlab R2016a 求解(代码见附录 4)，求解结果如表 5 所示。

表 5.优先安排方案的仿真结果

$t_0 / \min$	S_t / km	$\frac{2S_t}{v} / km$	$t_1 / \min$	$\tau_1 / \min$
0.2288	5.7974	11.5948	35.6424	0.1000
8.6237	2.0070	4.0140	30.3422	0.1000
27.6387	7.5147	15.0294	1.0484	0.1000
1.4046	1.8588	3.7176	4.3451	0.1000

从表 5 可得优先安排方案为：只要是短途载客的出租车，返回机场时可无需正常排队，可直接前往等待时间仅需要 0.1 分钟的地点等候乘客搭乘，又因为 0.1 分钟较短，几乎相当于直接前往队伍的第一位。

六、敏感性分析

为了判断短途距离对司机单位时间的收益有没有影响，在问题四的基础上，我们针对短途距离做了灵敏度分析。我们让短途距离从 3.9 千米以 2 为步长增加至 12.9 千米，计算得出各个位置的单位时间收益。由于存在随机数，因此每一个位置的单位时间收益为该位置运行五次程序得到的单位时间收益的平均值。具体数据如表 6 所示，走势图如图 9 所示。(程序见附录 5)

表 6.短途距离对司机单位时间的收益的影响表

距离 / 次数	4.9km	6.9km	8.9km	10.9km	12.9km
1	0.0311	0.0205	0.0218	0.0245	0.0414
2	0.0626	0.0285	0.0367	0.0197	0.0183
3	0.0277	0.0329	0.0129	0.0341	0.0517
4	0.0288	0.0253	0.0362	0.0318	0.0334
5	0.0341	0.0325	0.0149	0.0253	0.0404
平均	0.03686	0.02794	0.02450	0.02708	0.03704

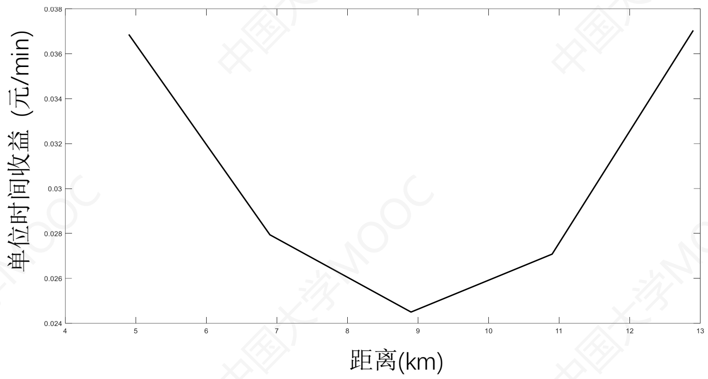


图 9 短途距离对单位时间收益的影响图

从图 9 中我们可以直观的了解到单位时间收益的变化趋势，说明了司机单位时间的收益对短途距离敏感，并且当短途距离等于 8.9 千米时，司机的单位时间收益最小。

七、模型的评价与改进

7.1 模型的评价

7.1.1 模型的优点

1） 巧妙的利用各种分布解决了一些随机因素。
2） 利用蒙特卡洛模拟将问题三的难度降低。。

7.1.2 模型的缺点

1） 并没有足够多的数据能够来判定这些随机因素是否符合某种分布。
2） 本文将问题四中的优先权视为最终等待时间，不如将该车插入至第几辆车后面直观。

7.1 模型的改进

问题一的模型中的行车里程数、出租车的等待时间未知，而如果假设它们服从分布，也没有足够的数据证明它们就是服从这个分布的。在本题中可以尝试使用排队论的相关理论及模型来模拟仿真出租车的等待时间。

八、模型的应用与推广

本文所运用的规划模型和概率分布在现实生活中有着广泛的应用，不仅仅适用于机场出租车的问题以及与之类似的火车站接客问题，还能解决一些排队问题、停车场规划问题，对于一些复杂的排队规划问题，可以通过概率模拟的方式来尝试。

参考文献

[1] https://baike.baidu.com/item/负指数分布/6057031?fr=aladdin
[2] https://baike.baidu.com/item/泊松分布/1442110?fr=aladdin
[3] https://baike.baidu.com/item/正态分布/829892
[4] http://www.qcwxjs.com/qcwtjd/19699.html
[5] http://www.hzairport.com/

[6] http://tjj.hangzhou.gov.cn/col/col1653185/index.html
[7] https://surl.amap.com/jSdCif1saxJ
[8]陆迅,朱金福,唐小卫.航站楼车道边容量评估与优化[J].哈尔滨工业大学学报,2009,41(09):96-99+135.

附录 1：临界值的计算

```
clear;clc;
mu1=26.6;
mu2=10;
mu3=mu1;
%计算 Sw*P1
rmb1=11+2.5*7+3.75*(mu1-10);
rmb2=11+2.5*7;
rmb3=11+2.5*7+3.75*(mu3-10);
Py=6.61;%油价（元/升）
P0=0.49575;%油价（元/千米)
v=60;%车速
NM=((rmb1-mu1*P0)*(mu2+mu3)/v)/(rmb2-(mu2+mu3)*P0)-mu1/v;%N/M
```

附录 2：司机选择决策模型的合理性、依赖性分析

```
clear;clc;
mu1=26.6;
mu2=10;
mu3=mu1;
%计算 Sw*P1
rmb1=11+2.5*7+3.75*(mu1-10);
rmb2=11+2.5*7;
rmb3=11+2.5*7+3.75*(mu3-10);
Py=6.61;%油价（元/升）
P0=0.49575;%油价（元/千米)
v=60;%车速
NM=((rmb1-mu1*P0)*(mu2+mu3)/v)/(rmb2-(mu2+mu3)*P0)-mu1/v;%N/M
NM1=[];
NM2=[];
NM3=[];
NM4=[];
mu=[];
%% 变动 mu1
for mu1=17.7:0.1:35.5
   mu=[mu,mu1];
   mu2=10;
   mu3=mu1;
   rmb1=11+2.5*7+3.75*(mu1-10);
   rmb2=11+2.5*7;
   rmb3=11+2.5*7+3.75*(mu3-10);
   NM1=[NM1,((rmb1-mu1*P0)*(mu2+mu3)/v)/(rmb2-(mu2+mu3)*P0)-mu1/v];
end
jieguo1=[mu',NM1'];
subplot(221)
plot(mu,NM1,'r-','Linewidth',2);
hold on,
plot(mu(90),NM1(90),'r*');
title('改变机场乘客打车距离','position',[26,-3.5],'fontsize',14);
xlabel('Sw/千米');
ylabel('N/M');
legend('N/M 与 Sw 的关系曲线','当 Sw 为 26.6 时的 N/M');
%恢复初始 mu1、mu2、mu3
mu1=26.6;
mu2=10;
```

```
mu3=mu1;
mu=[];
%% 变动 mu2
for mu2=5:0.2:15
    mu=[mu,mu2];
    mu1=26.6;
    mu3=mu1;
    rmb1=11+2.5*7+3.75*(mu1-10);
    if mu2<=10
        rmb2=11+2.5*(mu2-3);
    else
        rmb2=11+2.5*7+3.75*(mu2-10);
    end
    rmb3=11+2.5*7+3.75*(mu3-10);
    NM2=[NM2,((rmb1-mu1*P0)*(mu2+mu3)/v)/(rmb2-(mu2+mu3)*P0)-mu1/v];
end
jieguo2=[mu',NM2'];
subplot(222)
plot(mu,NM2,'b-','Linewidth',2);
hold on,
plot(mu(26),NM2(26),'b*');
title('改变返程接单乘客打车距离','position',[10,-35],'fontsize',14);
xlabel('Sb/千米');
ylabel('N/M');
legend('N/M 与 Sb 的关系曲线','当 Sb 为 10 千米时的 N/M');
%恢复初始 mu1、mu2、mu3
mu1=26.6;
mu2=10;
mu3=mu1;
Pi=[];%保存油价变动情况
%% 变动油价 P0
for P=5:0.01:8
    Pi=[Pi,P];
    P0=P*7.5/100;
    rmb1=11+2.5*7+3.75*(mu1-10);
    rmb2=11+2.5*7;
    rmb3=11+2.5*7+3.75*(mu3-10);
    NM3=[NM3,((rmb1-mu1*P0)*(mu2+mu3)/v)/(rmb2-(mu2+mu3)*P0)-mu1/v];
end
jieguo3=[Pi',NM3'];
subplot(223)
plot(Pi,NM3,'k-','Linewidth',2);
title('改变油价','position',[6.5,0.8],'fontsize',14);
hold on,
plot(Pi(162),NM3(162),'k*');

xlabel('P/（元/升）');
ylabel('N/M');
legend('N/M 与 P 的关系曲线','当 P 为 6.61 元/升时的 N/M');
P0=0.49575;%恢复初始油价（元/千米）
vi=[];%存放变化的速度情况
%% 变动车速 v
for v=50:70
    vi=[vi,v];
    rmb1=11+2.5*7+3.75*(mu1-10);
```

```
    rmb2=11+2.5*7;
    rmb3=11+2.5*7+3.75*(mu3-10);
    NM4=[NM4,((rmb1-mu1*P0)*(mu2+mu3)/v)/(rmb2-(mu2+mu3)*P0)-mu1/v];
end
jieguo4=[vi',NM4'];
subplot(224)
plot(vi,NM4,'m-','Linewidth',2);
hold on,
plot(vi(11),NM4(11),'m*');
title('改变车速','position',[60,3.15],'fontsize',14);
xlabel('v/（千米/时）');
ylabel('N/M');
legend('N/M 与 v 的关系曲线','当 v 为 60(千米/时)时的 N/M');
xielv1=diff(jieguo1(:,2));
xielv2=diff(jieguo2(:,2));
xielv3=diff(jieguo3(:,2));
xielv4=diff(jieguo4(:,2));
max_xielv1=max(xielv1);
max_xielv2=max(-xielv2);
max_xielv3=max(xielv3);
max_xielv4=max(-xielv4);
```

附录 3：求解总乘车效率最高模型(Matlab R2016a)

```
clear;clc
%% 计时开始
tic
%% 计算不同列同时上客的方案的乘车效率
a=3.5;     %车位宽度
b=7;     %车位长度
v1=60;     %行人速度  m/min
v2=220;     %汽车速度  m/min
mu=1.5;
sigema=0.1;
z=zeros(1,10);
for k=1:100
for n=1:20
    for i=1:2
        for j=1:n
            t1(i,j)=((i-1)*a+(j-1)*b)/v1;     %走到车位的时间
            t3=b*n/v2;     %补位时间
%               t2=exprnd(mu);    %上车时间
%               t=max(t1+t2)+t3;
            for k=1:100
                t2(k)=normrnd(mu,sigema);    %上车时间
                t=max(t1(i,j)+t2(k))+t3;    %一个循环内最大时间
            end
        end

    end
    y(n)=(2-1/n)/t     %效率

end
```

```
z(find(y==max(y)))=z(find(y==max(y)))+1;
end
plot(y)
xlabel('同时上车的列数 n')
ylabel('乘车效率')
title('乘车效率和同时上车的列数 n 的关系')
%z=diff(y)
%plot(z)
%% 计时结束
toc
```

附录 4：求解优先安排方案的单目标规划模型 (Matlab R2016a)

```
clear;clc;
mu1=26.6;
mu2=10;
mu3=mu1;
%计算 Sw*P1
rmb1=11+2.5*7+3.75*(mu1-10);
rmb2=11+2.5*7;
rmb3=11+2.5*7+3.75*(mu3-10);
Py=6.61;%油价（元/升）
P0=0.49575;%油价（元/千米)
v=60;%车速
Qe=(90.75-P0*mu1)/(8.7525+mu1*60/v);%期望收益
Q=0;%初始化 Q
t=0;%初始化 t
Qm=[];%单位收益之差的绝对值
Qt=0;%Q/t
ii=[];
n=0;%计数
while abs(Qt-Qe)>1%目标
    tb=exprnd(8.7525);%生成正常排队时的等待时间
    Sw=normrnd(26.6,8.9^2);%生成乘客乘车距离
    Sd=8.9;%mu1-2sigma 处的值
    if Sw<=Sd&&Sw>0%短途
        if Sw<=3%乘车费
            rmb=11;
        else
            rmb=11+2.5*(Sw-3);
        end
        Q=Q+rmb-2*Sw*P0;%收益
        %寻找单位收益之差的绝对值最小值对应的所花时间
        for i=0:0.1:tb
            ii=[ii,i];
            t=t+i+2*Sw*60/v;
            Qm=[Qm,abs(Q/t-Qe)];
        end
        Qm_min=min(Qm);
        tw=ii(find(Qm==Qm_min));
        t=t+tw+2*Sw*60/v;
```

```
            ts=tb-tw;
            Qt=Q/t;
            n=n+1;
            Sw1=Sw;
        end
        if Sw>Sd%长途
            if Sw<=10%停车费
                rmb=11+2.5*(Sw-3);
            else
                rmb=11+2.5*7+3.75*(Sw-10);
            end
            Q=Q+rmb-Sw*P0;%收益
            %寻找单位收益之差的绝对值最小值对应的所花时间
            for i=0:0.1:tb
                ii=[ii,i];
                t=t+i+Sw*60/v;
                Qm=[Qm,abs(Q/t-Qe)];
            end
            Qm_min=min(Qm);
            tw=ii(find(Qm==Qm_min));
            t=t+tw+Sw*60/v;
            ts=tb-tw;
            Qt=Q/t;
            if n>=1
                break;
            end
        end
        ts=[];
end
abs(Qt-Qe)
```

附录 5：敏感性分析 (Matlab R2016a)

```
clear;clc;
mu1=26.6;
mu2=10;
mu3=mu1;
%计算 Sw*P1
rmb1=11+2.5*7+3.75*(mu1-10);
rmb2=11+2.5*7;
rmb3=11+2.5*7+3.75*(mu3-10);
Py=6.61;%油价（元/升）
P0=0.49575;%油价（元/千米)
v=60;%车速
Qe=(90.75-P0*mu1)/(8.7525+mu1*60/v);%期望收益
Q=0;%初始化 Q
t=0;%初始化 t
Qm=[];%单位收益之差的绝对值
Qt=0;%Q/t
ii=[];
n=0;%计数
```

```
while abs(Qt-Qe)>1%目标
    tb=exprnd(8.7525);%生成正常排队时的等待时间
    Sw=normrnd(26.6,8.9^2);%生成乘客乘车距离
    Sd=8.9;%mu1-2sigma 处的值
    if Sw<=Sd&&Sw>0%短途
        if Sw<=3%乘车费
            rmb=11;
        else
            rmb=11+2.5*(Sw-3);
        end
        Q=Q+rmb-2*Sw*P0;%收益
        %寻找单位收益之差的绝对值最小值对应的所花时间
        for i=0:0.1:tb
            ii=[ii,i];
            t=t+i+2*Sw*60/v;
            Qm=[Qm,abs(Q/t-Qe)];
        end
        Qm_min=min(Qm);
        tw=ii(find(Qm==Qm_min));
        t=t+tw+2*Sw*60/v;
        ts=tb-tw;
        Qt=Q/t;
        n=n+1;
        Sw1=Sw;
    end
    if Sw>Sd%长途
        if Sw<=10%停车费
            rmb=11+2.5*(Sw-3);
        else
            rmb=11+2.5*7+3.75*(Sw-10);
        end
        Q=Q+rmb-Sw*P0;%收益
        %寻找单位收益之差的绝对值最小值对应的所花时间
        for i=0:0.1:tb
            ii=[ii,i];
            t=t+i+Sw*60/v;
            Qm=[Qm,abs(Q/t-Qe)];
        end
        Qm_min=min(Qm);
        tw=ii(find(Qm==Qm_min));
        t=t+tw+Sw*60/v;
        ts=tb-tw;
        Qt=Q/t;
        if n>=1
            break;
        end
    end
    ts=[];
end
Qt
x=4.9:2:12.9;
```

```
y=[0.03686,0.02794,0.0245,0.02708,0.03704];
plot(x,y,'k-','Linewidth',2)
title('短途距离对单位时间收益的影响图');
xlabel('距离/km');
ylabel('单位时间收益')
```