

基于多目标规划模型的信贷决策问题

摘要

本文主要研究的是以银行损失风险最小、收益最大为目标的信贷决策问题。建立多目标规划模型，得到各企业的最优信贷决策方案。

首先，进行数据预处理。经验证，附件 1、2 中价税合计为金额和税额之和，利用 Excel 合理修正异常数据。

针对问题一，首先，考虑到不同企业的盈利、发展、交易、信誉和违约情况的不同，会导致企业的信贷风险不同，我们以企业应纳税额、盈利比率、进/销项有效金额占比、信誉评级和违约与否作为评估风险的六项指标，针对 123 家企业的信贷记录情况，我们建立了**基于熵权法的企业信贷风险评价模型**，根据求解得到的安全指数得分**断层**情况，将 123 家有信贷记录企业的信贷风险划分为三个等级：安全指数得分大于 0.7 的企业信贷风险低，介于 0.6 到 0.7 之间的企业信贷风险居中，小于 0.6 的企业信贷风险高。然后，我们以银行可得利息最大和可回收本金最多为双目标，建立了**基于多目标规划的企业信贷策略模型**，利用线性加权求和法，求取对 123 家企业含**信贷额度分配、利率分配、成本回收概率和客户流失率**在内的最优信贷策略方案。我们对银行年度信贷总额进行**灵敏度分析**，得到评价目标函数值随银行年度信贷总额的增加而增加，但增长率逐渐降低。

针对问题二，首先，通过附件 1 中有信贷记录的 123 家企业的信誉评级以及相关的进、销项数据指标，建立**基于有序多分类 Logistic 回归的对企业信誉评级判别模型**，对附件 2 中无信贷记录的 302 家企业的信誉评级进行预测判别。考虑到该问题所分析的企业不曾有过贷款的行为，所以不存在违约与否的情况，因此，仅考虑不同企业的盈利、发展、交易和信誉情况四项因素，以不同企业的应纳税额、盈利比率、进/销项有效金额占比和信誉评级五项指标进行评价，建立**基于熵权法的企业信贷风险评价模型**，根据求解得到的安全指数得分**断层**情况，将 123 家有信贷记录企业的信贷风险划分为三个等级：安全指数得分大于 0.7 的企业信贷风险低，介于 0.35 到 0.7 之间的企业信贷风险居中，小于 0.35 的企业信贷风险高。接着，在问题一信贷策略模型的基础上，将约束条件中固定的年贷款总额更改为 1 亿元，建立**基于多目标规划的企业信贷策略模型**，同样采用线性加权求和的方法对模型进行求解，得到 302 家企业含**信贷额度分配、利率分配、成本回收概率和客户流失率**在内的最优信贷策略方案。

针对问题三，首先，我们依据国标 GB/T 4754—2011 将 302 家企业划分为 15 个行业，根据不同突发因素的影响性质，选定 G20 峰会和新冠疫情作为研究对象。并分别依据其对行业影响情况，得到该因素下对银行成本回收的削减或增益作用，并获得新的银行成本回收概率，将其带入问题（2）的信贷策略模型，建立新的基于多目标规划的信贷策略调整模型。最后，对有无考虑突发因素对银行信贷调整策略的影响进行讨论，得到 G20 峰会综合目标情况提高 **4.0%**，可回收成本增加 **4.4%**，平均额度变化最大行业为住宿餐饮业；新冠疫情综合目标情况减小 **3.2%**，可回收成本也减少 **3.4%**，平均额度变化最大的行业为住宿餐饮业。

最后，改变评价目标函数权重系数进行对银行可得利息及可回收成本的灵敏度分析，并指出了模型的优缺点，同时还对模型的应用与推广作了进一步探讨。

关键词：熵权法 综合评价 Logistic 回归 多目标规划模型 信贷策略

一、问题的提出和重述

1.1 问题的提出

中小微企业的信贷指的是银行面向规模小、资金来源不足、没有资产可以用来抵押，但企业实力强且有稳定的供求关系的中、小、微型企业发放的贷款。具体的信贷决策流程见图 1。对于高信誉评级、小信贷风险的企业，银行可以给予一定的利率优惠。

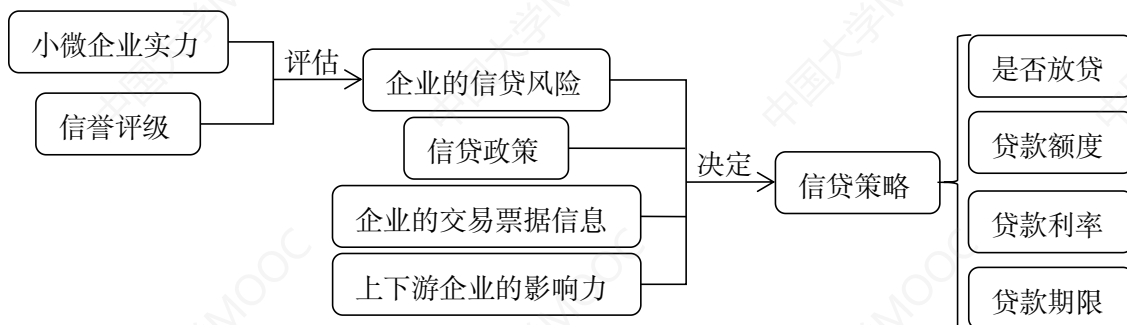


图 1 中小微企业的信贷决策流程

现有一家银行，以 1 年为贷款期限，以 10 ~ 100 万元的贷款额度面向确定要放贷的企业进行发放，年利率在 4% 到 15% 之间。对于银行来说，在中小微企业向银行申请贷款时，如何确定是否向该企业发放贷款以及对所发贷款的额度、利率以及期限的确定，从而减小信贷风险以及发放贷款带来的损失，是个非常值得研究的问题。

1.2 问题的重述

问题 1：关于对有信誉记录企业的信贷风险评估以及信贷策略问题

根据题目附件 1 所给的 123 家企业的相关信贷记录数据，定量分析这些企业的信贷风险，同时考虑在该银行年度信贷总额为固定额的情况下，银行对这 123 家企业的信贷策略。

问题 2：关于对无信誉记录企业的信贷风险评估以及信贷策略问题

在您对问题 1 中对企业的信贷风险的量化分析的基础上，根据题目所给附件 2 中无信贷记录的 302 家企业的相关数据，定量分析这些企业的信贷风险，同时考虑在该银行 1 亿元的年度信贷总额的情况下，银行对该 302 家企业的信贷策略。

问题 3：关于信贷风险和突发因素对企业的综合影响以及信贷调整策略问题

自然灾害、社会卫生事件等的突发因素往往会对各行各业经济效益的高低和生产经营的情况产生不同的影响。综合考虑问题 2 对 302 家企业的信贷风险的量化分析结果以及可能发生的突发因素对各企业的影响，同时考虑在该银行 1 亿元的年度信贷总额的情况下，银行对企业的信贷调整策略。

二、问题的分析

2.1 名词解释

财务因素^[1]：指的是能反映企业的财务以及经营的状况，同时还可以体现企业的稳定性以及盈利性的因素指标。

非财务因素：是反映贷款人还款意愿、信誉等级等定性因素的指标。

客户流失率：企业在得知银行制定的贷款利率后，不愿完成此次借贷的概率。

2.2 问题一的分析

● 信贷风险评估指标的选取

从财务和非财务两方面考虑,我们以企业 2017-2019 年内应纳税额来度量该企业的盈利情况,并以各企业 2018-2019 年较 2017-2018 年的盈利比率来刻画企业的发展潜力,以进、销项的有效金额占比衡量企业的交易情况,用信誉评级刻画企业的信誉情况,同时还考虑企业历史贷款活动中是否违约的情况。考虑到不同企业的盈利、发展、交易、信誉和违约情况不同,不同企业的信贷风险可由**企业应纳税额、盈利比率、进/销项有效金额占比、信誉评级和违约与否**六项指标进行评价。

● 企业的信贷风险量化分析

根据选定的 6 项指标,针对 123 家企业的信贷记录情况,我们建立了基于熵权法的企业信贷风险评价模型,根据各自的得分情况,对 123 家企业的信贷风险进行评价。

● 年度信贷总额固定情况下对企业的信贷策略

根据题目要求,对银行进行各企业信贷策略方案的设计。首先,对前面求解得到的安全指数得分归一化,得到银行面向每家企业发放贷款的回收概率。综合考虑银行向各企业发放贷款可获取的收益以及可能承担损失的风险。以银行可得利息最大和可回收本金最多为双目标;以银行年度信贷总额以及对确定要贷款企业年利率和贷款额度的限定、银行对贷款企业信誉等评级的要求为约束条件,建立基于多目标规划的企业信贷策略模型。接着,利用线性加权求和的方法,赋予两个目标函数一定的权系数,求取对 123 家企的最优信贷策略。

2.3 问题二的分析

首先通过附件 1 中有信贷记录的 123 家企业的信誉评级以及相关的进、销项数据指标,建立有序多分类的 Logistic 回归模型,对附件 2 中无信贷记录的 302 家企业的信誉评级进行预测判别。

考虑到该问题所分析的企业无信贷记录,即没有过贷款的行为,所以不存在是否违约的情况,因此,仅考虑不同企业的盈利、发展、交易和信誉情况四项因素,利用不同企业的**应纳税额、盈利比率、进/销项有效金额占比和信誉评级**五项指标进行评价。根据选定的 5 项指标,针对 302 家企业,我们建立了基于熵权法的企业信贷风险评价模型,根据各自的得分情况,对 302 家企业的信贷风险进行评价。

接着,在问题一信贷策略模型的基础上,对约束条件中固定的年贷款总额更改为 1 亿元,建立基于多目标规划的企业信贷策略模型,同样采用线性加权求和的方法对模型进行求解。

2.4 问题三的分析

首先,我们根据国标 GB/T 4754—2011 将 302 家企业划分为 15 个行业,依据突发因素的影响效果,选定影响范围可以涵盖 15 个行业的突发事件。接着,搜集各行业的利润年增加量数据,并以突发事件发生年利润增加量的同期增长率与普通年的利润增加量的同期增长率做对比,判断突发事件对各行业的不同影响,以此为参考指标设定突发事件对银行成本回收概率的削弱或增益情况。然后将带有增益或削弱情况的成本回收概率作为该事件下的新的成本回收概率,依据问题二所建模型,建立新的多目标规划模型进行求解,得到银行的调整策略。最后,将在突发事件影响下的调整策略与普通年的信贷策略的可得利息和回收成本的大小进行对比,观察不同突发事件对银行信贷调整策略的影响。

三、 模型假设

- (1) 假设信誉评级为 D 的企业不给以贷款；
- (2) 假设银行和企业均相对理智，不存在冲动借贷等影响市场借贷规则的行为；
- (3) 不考虑市场竞争问题；

四、 符号及变量说明

符号	表示含义
$W^{(i)}$	银行从有信贷记录的第 i 家企业获取到的利息
$F_1^{(i)}$	银行面向有信贷记录的第 i 家企业发放贷款的回收概率
$S(r^{(i)})$	第 i 家企业的年利率下对应的客户流失率
$T^{(i)}$	银行向有信贷记录的第 i 家企业回收的本金
$r^{(i)'}$	银行对无信贷记录的第 i 家企业的年利率
$M^{(i)'}$	第 i 家无信贷记录的企业的信贷金额
$F_2^{(i)}$	银行面向无信贷记录的第 i 家企业发放贷款的回收概率
i	当表示的是有信贷记录的企业时, $i=1,2,..123$ 当表示的是无信贷记录的企业时, $i=1,2,..302$

五、 模型的建立和求解

5.1 数据预处理

通过对题目所给附件 1、2 企业的相关数据进行分析，我们发现进、销项发票信息数据表中：

$$\text{价税合计} = \text{金额} + \text{税额} \quad (1)$$

利用 Excel 对附件 1、2 四个进、销项发票信息数据表中相应的金额、税额相加，与相应的价税合计进行比较，对价税合计 \neq 金额 + 税额的数据进行修改，结果如下：

表 1 附件 1、2 异常数据及修改值

企业代号	金额	税额	价税合计	修改后的价税合计
附件 1: 进项发票数据				
E11	-22.54	0.68	-23.22	-21.86
E13	-120.93	0.69	-121.62	-120.24
附件 1: 销项发票数据				
E27	-4.64	0.46	-5.1	-4.18
附件 2: 进项发票数据				
E181	-5.42	0.32	-5.74	-5.1
E181	-2.16	0.13	-2.29	-2.03

可以看出，题目所给附件 1、2 中异常数据值共有五个，分别为 E1、E13、E181 的进项发票数据以及 E27 的销项发票数据，根据公式 (1) 分别对其进行修改。

5.2 关于对有信贷记录企业的信誉风险评估以及信贷策略问题【问题 1】

5.2.1 基于熵权法的对 123 家有信贷记录企业信贷风险评价模型

题目要求量化分析 123 家企业的信贷风险, 即对银行面向企业发放贷款的安全指数进行评价, 因此, 我们考虑建立基于熵权法的对 123 家有信贷记录企业信贷风险评价模型。

● 信贷风险评估指标的选取

为了更全面的评估申请贷款企业的借贷风险, 我们考虑从财务因素和非财务因素两个方面同时对各企业进行判别, 以更好的反映企业的实际经营情况、还款能力和可能性, 因此我们根据各企业的盈利、发展、交易、信誉和违约情况等五个因素, 对风险评估指标进行选取。

(1) 企业的盈利情况

依据题目对附件数据的解释可知, 销项税额指的是企业的营业税, 进项税额指的是企业进货时应付的税务, 二者的差值表示该企业应缴纳的总税额。应纳税额的高低能间接反映企业售卖产品增值额的大小, 也即企业盈利情况的好坏, 盈利情况好的企业偿还贷款能力高, 信贷风险低。因此, 企业的盈利情况是评估企业信贷风险的重要因素之一, 我们以应纳税额作为反映企业的盈利情况的有效指标。

假设第 i 家企业内应纳总税额为 $X_1^{(i)}$, 总的销项税额为 $a^{(i)}$ 、总的进项税额为 $b^{(i)}$, 则, 第 i 家企业应缴纳的税额为:

$$X_1^{(i)} = a^{(i)} - b^{(i)} \quad (2)$$

(2) 企业的发展情况

首先, 对附件 1 表格数据进行整合, 可以得到各年份拥有进、销项发票数据的企业个数及相应的比例如下:

表 2 各年份拥有进、销项发票数据的企业个数及相应的比例

年份 指标	2016	2017	2018	2019	2020
拥有进项发票数据的企业个数	18	116	120	120	69
占总企业数 (123) 比例	14.36%	94.31%	97.56%	97.56%	56.1%
拥有销项发票数据的企业个数	20	108	123	120	64
占总企业数 (123) 比例	16.62%	87.8%	100%	97.56%	52.03%

可以看出, 大多数企业没有 2016 年相应的指标数据, 将近一半的企业没有 2020 年相应的指标数据。由于我们在考虑企业发展情况时, 是以年毛利作为计算指标的, 因此不考虑 2016 年和 2020 年的数据。

企业的年毛利指的是企业不考虑税额的年进销差价。假设毛利为 q , 则第 i 家企第 j 年 ($j=1..2$, 2017-2018 为第 1 年, 2018-2019 为第 2 年) 的年毛利为:

$$q_j^{(i)} = P_j^{(i)} - Q_j^{(i)} \quad (3)$$

其中 $P_j^{(i)}$ 表示第 i 家企第 j 年销项发票金额数据, $Q_j^{(i)}$ 表示第 i 家企第 j 年进项发票金额数据。

企业后一年的毛利 (2018-2019) 与前一年 (2017-2018) 的毛利的差值非负,

即说明企业盈利，也即是企业经营状况良好。为消除不同行业盈利程度之间的差异，我们定义了一个新的指标盈利比率：

$$X_2^{(i)} = \frac{q_2^{(i)} - q_1^{(i)}}{q_2^{(i)} + q_1^{(i)}} \quad (4)$$

其中， $X_2^{(i)}$ 表示第*i*家企的经营状况。

盈利比率的大小能间接反映企业发展情况的好坏。妥善经营的企业盈利会稳步上升，盈利比率高的企业具有发展潜力，其偿还能力强，信贷风险低。因此，企业的发展情况是评估企业信贷风险的重要因素之一，我们以盈利比率作为反映企业的发展情况的有效指标。

(3) 企业的交易情况

企业交易次数的多少、交易金额的大小间接地反映了企业经营情况的好坏。交易次数多、交易金额大说明该企业经营妥善，具备偿还贷款的能力，信贷风险低。因此，企业的交易情况是评估企业信贷风险的重要因素之一。我们以进项、销项有效金额占比作为衡量企业交易情况的两个指标。

假设第*i*家企业进项、销项有效金额占比分别为 $X_3^{(i)}$ 和 $X_4^{(i)}$ ，则，第*i*家企业进项有效金额占比为：

$$X_3^{(i)} = \frac{g^{(i)}}{G^{(i)}} \quad (5)$$

其中， $g^{(i)}$ 为第*i*家企业有效进项金额， $G^{(i)}$ 为第*i*家企业进项总金额。第*i*家企业销项有效金额占比为：

$$X_4^{(i)} = \frac{d^{(i)}}{D^{(i)}} \quad (6)$$

其中， $d^{(i)}$ 为第*i*家企业有效销项金额， $D^{(i)}$ 为第*i*家企业销项总金额。

(4) 企业的信誉情况

信誉评级^[2]是以企业的财务情况、偿还债务的能力、经营管理素质、经营能力和效益以及发展前景等方面为因素，全面评定受评级企业信誉情况好坏的一个指标。一个企业信誉级别的高低反映了企业综合经济实力的强弱，信誉级别高的企业，偿还贷款的可能性高，信贷风险低。因此，企业的信誉情况是评估企业信贷风险的重要因素之一。我们以信誉评级作为反映企业信誉情况的指标。

考虑到信誉评级为非数值型指标，依据题目所给附件 1 中 123 家有信贷记录企业的信誉评级情况，我们对 4 个信誉级别进行赋值。由于企业的信誉情况的好坏依据信誉级别 A-D 逐级递减，因此赋值情况如下：

表 3 信誉评级的赋值

赋值	信誉评级
1	D
2	C
3	B
4	A

(5) 企业的违约情况

有偿还能力的企业可能为了获取某些利益，在贷款期限内没有付清贷款，没

有偿还能力的企业或因无力偿还贷款而违约, 这是影响企业信贷风险的一大重要因素。企业违约与否, 是反映企业违规情况的有效指标。我们将企业的违约情况赋值如下:

表 4 违约与否的赋值

赋值	违约与否
0	是
1	否

综上, 评估 123 家有信贷记录企业的信贷风险指标选取如下:

表 5 评估 123 家有信贷记录企业的信贷风险指标选取

性质	因素	指标
财务	企业的盈利情况	应纳税额
	企业的发展情况	盈利比率
	企业的交易情况	进项有效金额占比 销项有效金额占比
非财务	企业的信誉情况	信誉评级
	企业的违约情况	违约与否

● 评估指标的正逆判别

正向指标^[3]也称效益型指标, 是表示发展趋势为向上或向前的指标。正向指标值越大评价就越好, 越小则评价越不好, 反之, 逆向指标值越小评价越好, 或者越大越不好。根据上述定义, 对选定的六项评价指标的正逆判别结果如下:

考虑到企业应纳税额越高, 企业的盈利情况越好; 企业的进、销项有效金额占比越高, 说明该企业交易的次数多、交易金额高; 企业的盈利比率越高, 说明企业越具有发展的潜力; 企业的信誉等级越高, 说明该企业按期还款的可能性越高, 偿还贷款能力也就越好, 也即是银行向该企业发放贷款的安全指数越高, 风险越低。同时, 无违约记录的企业, 偿还能力较强, 风险低。因此, 可以判定企业应纳税额、盈利比率、进/销项有效金额占比、信誉评级和违约与否为正向指标。

● 熵权法确定评估指标的权重值

熵权法^{[4][5]}是一种以各因素提供信息量为基础进行综合考虑, 求解一个综合指标的数学方法。根据选取的指标数据可知, 有 k 个企业的信贷风险情况待评价 ($i=1,2,\dots,123$) 和 n 个评价指标 ($j=1,\dots,6$), 可以构成一个初始判断矩阵 L :

$$L = (l_{ij})_{k \times n} \quad (7)$$

为消除各评价指标不同单位和量级尺度对权重结果带来的影响, 我们利用归一化原则将矩阵 M 转化为归一化后的矩阵 Y :

$$Y = (y_{ij})_{k \times n} \quad (8)$$

对于正向指标有:

$$y_{ij} = \frac{l_{ij} - l_{\min}}{l_{\max} - l_{\min}} \quad (9)$$

而后, 根据熵的概念, 计算各指标的信息熵:

$$S_j = -\frac{1}{\ln m} \sum_{i=1}^k \frac{y_{ij}}{\sum_{i=1}^k y_{ij}} \ln \frac{y_{ij}}{\sum_{i=1}^k y_{ij}} \quad (10)$$

其中, S_j 为第 j 项指标的信息熵。

指标的信息熵越小, 说明该指标在企业的信贷风险评价中所起的作用越大。依据该原则, 计算各评价企业信贷风险的指标的熵权:

$$\omega_j = \frac{1-S_j}{n-\sum_{j=1}^n h_j} \quad (11)$$

其中, ω_j 为第 j 项指标的权重。

● 基于熵权法的企业的信贷风险评价模型

综合评价法^{[4][5]}是在确定评价指标体系基础上, 运用一定方法, 根据所选指标对于银行向企业放贷的安全指数的重要程度, 分别对其权重进行确定。根据上述分析, 以企业应纳税额、经营状况、进/销项有效金额占比、信誉评级和违约与否作为企业的信贷风险的综合评价的六项指标, 根据评价模型, 利用综合指数的计算形式, 定量地对企业的信贷风险进行综合评价:

$$\alpha^{(i)} = \sum_{j=1}^n \omega_j \times C_j \quad (12)$$

其中, $\alpha^{(i)}$ 为银行向第 i 家企业发放贷款的安全指数得分; ω_j 为第 j 个指标的权重值; C_j 为其无量纲化值。

根据上述模型的建立, 通过计算, 得到六个指标的权值结果如下:

表 6 六个指标的权值结果

指标	权值
应纳税额	0.0143
盈利比率	0.2528
进项有效金额占比	0.0229
销项有效金额占比	0.0565
信誉评级	0.3588
违约与否	0.2948

即企业的信贷风险评价模型为:

$$\alpha^{(i)} = 0.0143 \times X_1^{(i)} + 0.2528 \times X_2^{(i)} + 0.0229 \times X_3^{(i)} + 0.0565 \times X_4^{(i)} + 0.3588 \times X_5^{(i)} + 0.2948 \times X_6^{(i)} \quad (13)$$

其中, $X_5^{(i)}$ 为第 i 家企的信誉评级, $X_6^{(i)}$ 为第 i 家企的违约情况。

● 基于熵权法的企业的信贷风险评价模型的求解

依据公式 (2) ~ (6) 整合得到的六项指标的数据, 根据上述模型 (13) 利用 Matlab 求解得到十家企业的信贷风险评价安全指数得分和排名如下 (代码见附录程序 1) :

表 7 部分企业的信贷风险评价安全指数得分和排名

排名	企业代号	得分
----	------	----

1	E9	0.755103156
.		
28	E26	0.727600626
29	E79	0.642657382
.		
65	E58	0.603556139
66	E80	0.533339943
.		
96	E86	0.45618016
97	E45	0.34649977
.		
123	E111	0.03365526

可以看出，向企业发放贷款的安全指数得分之间有明显的断层关系，因此将企业的信贷风险划分为以下三个等级：

表 8 企业的信贷风险划分

等级	划分依据
低风险	$\alpha^{(i)} \geq 0.7$
中风险	$0.6 \leq \alpha^{(i)} < 0.7$
高风险	$\alpha^{(i)} < 0.6$

即，安全指数得分大于 0.7 的企业信贷风险低，向安全指数得分介于 0.6 到 0.7 之间的企业放贷存在中风险，安全指数得分小于 0.6 的企业信贷风险高。

5.2.2 年度信贷总额固定情况下对有信贷记录企业的信贷策略

银行向某中小微企业放贷时应考虑到可能需要承担损失的风险以及放贷后银行可得到的收益。要使信贷策略最优，既要保证银行的利益最大，又要保证银行损失的风险最小。

● 贷款回收概率

根据 5.2.1 建立的基于熵权法的企业的信贷风险评价模型，求解得到的银行向 123 家企业发放贷款的安全指数得分，为了用安全指数得分映射银行放贷回收的概率，利用归一化的原则将 123 家企业的安全指数得分进行归一化处理，得到银行向各企业放贷后的回收概率。假设银行面向第 i 家企业发放贷款的回收概率为 $F_1^{(i)}$ ，则：

$$F_1^{(i)} = \frac{\alpha^{(i)} - \alpha_{\min}}{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}} \quad (14)$$

● 考虑银行的收益

银行通过向贷款企业收取利息来获取收益，因此，银行通过放贷得到的利息是衡量银行收益的重要因素。银行从每家企业获取到的利息为每家企业的贷款期限、金额、年利率与其相应的留存率的乘积，即有：

$$W^{(i)} = M^{(i)} \cdot r^{(i)} \cdot Q^{(i)} (1 - S(r^{(i)})) \quad (15)$$

其中， $W^{(i)}$ 为银行从第 i 家企业获取到的利息， $M^{(i)}$ 为第 i 家企业的信贷金额； $r^{(i)}$ 为银行对第 i 家企业的年利率； $Q^{(i)}$ 为第 i 家企业的贷款期限，恒为 1 年； $S(r^{(i)})$

为第 i 家企业的年利率下对应的客户流失率。

● 考虑银行损失风险

银行回收本金的多少反向反映了银行损失的大小，也即是损失风险的大小。因此，银行的回收本金关系着银行的损失风险。银行向每家企业回收的本金为每家企业的信贷金额与其相应的贷款回收概率的乘积，即有：

$$T^{(i)} = M^{(i)} \cdot F_1^{(i)} \quad (16)$$

其中， $T^{(i)}$ 为银行向第 i 家企业回收的本金。

● 基于多目标规划的企业信贷策略模型

银行对于各个企业的贷款申请，只有放贷和不放贷两种决策。因此，我们采用 0-1 规划的思想建立模型，设 $x^{(i)}$ 为银行向第 i 家企业的放贷情况，则有：

$$x^{(i)} = \begin{cases} 0, & \text{不放贷} \\ 1, & \text{放贷} \end{cases} \quad (17)$$

(1) 确定目标函数：

目标函数 1：要使银行的收益最大，就要让银行的可得利息最大，即：

$$\max_1 = \sum_{i=1}^{123} x^{(i)} \cdot M^{(i)} \cdot r^{(i)} \cdot Q^{(i)} (1 - S(r^{(i)})) \quad (18)$$

目标函数 2：要使银行放贷损失的风险最小，也即要使可回收本金最多，即：

$$\max_2 = \sum_{i=1}^{123} x^{(i)} \cdot M^{(i)} \cdot F_1^{(i)} \quad (19)$$

(2) 约束条件：

- 1) 根据题目对附件数据的解释说明可知，银行对信誉评级为 D 的企业不放款，即贷款企业的信誉评级相应的赋值应大于信誉评级 D 的赋值，则有：

$$X_5^{(i)} > 1 \quad (20)$$

- 2) 所有企业的信贷金额总和应小于银行年度信贷总额，即：

$$\sum_{i=1}^{123} M^{(i)} \leq A \quad (21)$$

其中， A 为银行固定的年度信贷总额

- 3) 根据该银行对确定要放贷企业的放贷规定，每家企业的信贷金额应该在 10 ~ 100 万元的额度范围内，即：

$$1 \times 10^5 \leq M^{(i)} \leq 1 \times 10^6 \quad (22)$$

- 4) 根据该银行对确定要放贷企业的放贷规定，放贷年利率为 4% ~ 15%，即：

$$4\% \leq r^{(i)} \leq 15\% \quad (23)$$

综上，基于多目标规划的企业信贷策略模型为：

$$\max_1 = \sum_{i=1}^{123} x^{(i)} \cdot M^{(i)} \cdot r^{(i)} \cdot Q^{(i)} (1 - S(r^{(i)}))$$

$$\max_2 = \sum_{i=1}^{123} x^{(i)} \cdot M^{(i)} \cdot F_1^{(i)}$$

$$s. t. \begin{cases} X_5^{(i)} > 1, i = 1, 2, \dots, 123 \\ \sum_{i=1}^{123} M^{(i)} \leq A, i = 1, 2, \dots, 123 \\ 1 \times 10^5 \leq M^{(i)} \leq 1 \times 10^6, i = 1, 2, \dots, 123 \\ 4\% \leq r^{(i)} \leq 15\%, i = 1, 2, \dots, 123 \\ x^{(i)} \in \{0, 1\} \end{cases} \quad (24)$$

● 基于多目标规划的企业信贷策略模型的求解

根据模型 (24)，依据线性加权求和法，对两个目标函数按重要程度给以目标函数 1 赋 0.6 的权系数，目标函数 2 给予 0.4 的权系数，得到新的评价目标函数：

$$\max = 0.6 \times \sum_{i=1}^{123} x^{(i)} \cdot M^{(i)} \cdot r^{(i)} \cdot Q^{(i)} (1 - S(r^{(i)})) + 0.4 \times \sum_{i=1}^{123} x^{(i)} \cdot M^{(i)} \cdot F_1^{(i)} \quad (25)$$

即可得到新的企业信贷策略模型：

$$\max = 0.6 \times \sum_{i=1}^{123} x^{(i)} \cdot M^{(i)} \cdot r^{(i)} \cdot Q^{(i)} (1 - S(r^{(i)})) + 0.4 \times \sum_{i=1}^{123} x^{(i)} \cdot M^{(i)} \cdot F_1^{(i)} \\ s. t. \begin{cases} X_5^{(i)} > 1, i = 1, 2, \dots, 123 \\ \sum_{i=1}^{123} M^{(i)} \leq A, i = 1, 2, \dots, 123 \\ 1 \times 10^5 \leq M^{(i)} \leq 1 \times 10^6, i = 1, 2, \dots, 123 \\ 4\% \leq r^{(i)} \leq 15\%, i = 1, 2, \dots, 123 \\ x^{(i)} \in \{0, 1\} \end{cases} \quad (26)$$

利用 Lingo 编程（代码见附录程序 2），当固定年信贷总额为 5000 万时，求解得到：评价目标函数最优解为 $\max = 1929.657$ ，此时，银行可得最大利息为 $\max_1 = 202.6258$ 万元，可回收最大本金额为 $\max_2 = 4520.203$ 万元。此时可得 123 家企业信贷额度分配、利率分配、成本回收概率和客户流失率在內的信贷策略方案（完整方案见支撑材料），部分方案如下：

表 9 部分企业的信贷策略方案

企业代号	成本回收概率	额度分配	利率分配	客户流失率
E1	98.91%	100	0.0465	0.135727183
E2	98.79%	100	0.0465	0.135727183
E3	66.57%	10	0.0585	0.290189098
E4	64.59%	10	0.0585	0.290189098
E5	83.78%	100	0.0585	0.302883401
E6	98.33%	100	0.0465	0.135727183
E7	99.76%	100	0.0465	0.135727183

● 对银行年度信贷总额的灵敏度分析

问题一中我们假定银行年度信贷固定总额为 5000 万，现对其总额进行调整，得到不同信贷总额的情况下，评价目标函数值及其增长率的变化，如下图所示。

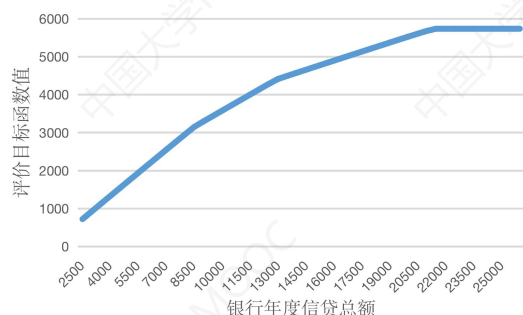


图 2 银行年度信贷总额与评价目标函数的关系 图 3 银行年度信贷总额与增长率的关系

评价目标函数由可回收成本以及银行可得利息组成，由图 2 可知，评价目标函数值随银行年度信贷总额增加而增加，逐渐趋于 6000。增长率如图 3 所示，呈梯度状下降，最后下降至趋于 0。信贷总额由 8000 万变为 8500 万时，增长率下降明显。由此可知，银行信贷总额度为 8000 万时，增长率较大，增长趋势明显，为银行信贷效益最优总额。

5.3 关于对无信誉记录企业的信贷风险评估以及信贷策略问题【问题 2】

5.3.1 基于熵权法的对 302 家无信贷记录企业信贷风险评价模型

考虑到该问题所给附件数据中的 302 家企业无信贷记录，说明这些企业没有过贷款的行为，也即不存在企业违约与否的情况，因此在对企业信贷风险给予评价时，不考虑企业的违约情况。

● 基于有序多分类 Logistic 回归对企业信誉评级判别模型

由于没有该 302 家企业的信誉评级情况，因此考虑通过附件 1 有信贷记录的 123 家企业的信誉评级情况以及相应的进/销项发票总数/占比、进/销项有效发票数、进/销项有效率等数据指标，建立基于有序多分类 Logistic 回归对企业信誉评级判别模型进行判别预测。

(1) 模型的建立

由于企业的信誉级别为有序多元的指标，且依据表 3 对信誉评级的赋值，可知将信誉评级 A-D 分别赋值为 4、3、2、1，因此考虑采用有序多分类 Logistic 回归模型对其进行判别评级。根据有序多分类 Logistic 回归方法^[6]，建立以下模型：

$$\ln\left(\frac{P}{1-P}\right) = \beta_0 - (\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n) \quad (27)$$

其中， $P = P(y \leq j) (j=1,2,\dots,4)$ ，为数值 j 相应信誉评级的概率， β_0 为常数项， β_1 、 $\beta_2 \dots \beta_n$ 分别为 n 种因素的回归系数

(2) 模型的求解

根据建立的模型，以进/销项发票总数/占比、进/销项有效发票数、进/销项有效率等 8 个元素作为预测变量，取级别 A 为 4、B 为 3、C 为 2、D 为 1 作为因变量取值，利用 SPSS 对其进行求解（输出结果见支撑材料），部分信誉评级预测结果如下（完整结果见支撑材料）。

表 10 部分信誉评级预测结果

企业代号	企业名称	评级预测
E152	***运贸有限责任公司	A
E153	个体经营 E153	D

E154	***汽车销售服务有限公司	A
E155	个体经营 E155	B
E156	个体经营 E156	A
E157	***环境设备工程有限公司	A
E158	***装饰工程有限公司	C
E159	个体经营 E159	D

又由于平行线检验的结果为 $P = 1 > 0.05$, 说明模型通过平行性检验。同时, 通过输出结果可以得到信誉评级和预测响应类别的交叉表如下:

表 11 信誉评级×预测响应类别的交叉表

			预测响应类别				总计
			1.00	2.00	3.00	4.00	
信誉评级	1.00	计数	24	0	0	0	24
		占 信誉评级 的百分比	100.0%	0.0%	0.0%	0.0%	100.0%
	2.00	计数	0	34	0	0	34
		占 信誉评级 的百分比	0.0%	100.0%	0.0%	0.0%	100.0%
	3.00	计数	0	0	38	0	38
		占 信誉评级 的百分比	0.0%	0.0%	100.0%	0.0%	100.0%
	4.00	计数	0	0	0	27	27
		占 信誉评级 的百分比	0.0%	0.0%	0.0%	100.0%	100.0%
总计	计数		24	34	38	27	123
	占 信誉评级 的百分比		19.5%	27.6%	30.9%	22.0%	100.0%

可以看出, 模型预测的总准确度为 100%。

(3) 模型的检验

表 12 模型的拟合优度

	卡方	自由度	显著性
皮尔逊	0.087	244	1
偏差	0.175	244	1

可以看出, 皮尔逊拟合优度检验和偏差拟合优度检验的显著性均为 $1 > 0.05$, 说明皮尔逊和偏差检验的结果为模型拟合好。

● 信贷风险评估指标的选取

为了更全面的评估申请贷款企业的借贷风险, 类比 5.2.1 中有信贷记录的 123 家企业信贷风险评估指标的选取, 考虑到无信贷记录的 302 家企业没有过贷款行为, 无法对其违约情况进行判别, 因此仅考虑各企业的盈利、发展、交易和信誉情况等四个因素, 对风险评估指标进行选取。指标的选取情况如下:

表 13 评估 302 家无信贷记录企业的信贷风险指标选取

性质	因素	指标
财务	企业的盈利情况	应纳税额
	企业的发展情况	盈利比率
	企业的交易情况	进项有效金额占比

		销项有效金额占比
非财务	企业的信誉情况	信誉评级

● 评估指标的正逆判别

类比 5.2.1 评估指标的正逆判别可知，所选取的评估 302 家无信贷记录企业的信贷风险的五项指标均为正向指标。

● 基于熵权法的企业的信贷风险评价模型

在 5.2.1 模型 (11) (12) 的基础上，以企业应纳税额、经营状况、进/销项有效金额占比和信誉评级作为企业的信贷风险的综合评价的五项指标，根据评价模型，利用熵权法，以综合指数的计算形式，定量地对企业的信贷风险进行综合评价：

$$\alpha^{(i)'} = \sum_{j=1}^n \omega_j' \times C_j' \quad (28)$$

其中， $\alpha^{(i)'}$ 为银行向第 i 家企发放贷款的安全指数得分 ($i=1,2,\dots,302$)； ω_j' 为第 j 个指标的权重值 ($j=1,2,\dots,5$)； C_j' 为其无量纲量化值。

根据上述模型的建立，通过计算，得到五个指标的权值结果如下：

表 14 六个指标的权值结果

指标	权值
应纳税额	0.0722
盈利比率	0.0092
进项有效金额占比	0.0294
销项有效金额占比	0.0376
信誉评级	0.8517

即企业的信贷风险评价模型为：

$$\beta^{(i)} = 0.0722 \times X_1^{(i)'} + 0.0092 \times X_2^{(i)'} + 0.0294 \times X_3^{(i)'} + 0.0376 \times X_4^{(i)'} + 0.8517 \times X_5^{(i)'} \quad (29)$$

其中， $X_1^{(i)'}$ 为第 i 家企业 2017-2019 三年内应纳总税额， $X_2^{(i)'}$ 为第 i 家企的经营状况， $X_3^{(i)'}$ 、 $X_4^{(i)'}$ 分别为第 i 家企业进、销项有效金额占比， $X_5^{(i)'}$ 为第 i 家企的信誉评级。

● 基于熵权法的企业的信贷风险评价模型的求解

依据公式整合得到的五项指标数据表，根据上述模型 (29)，利用 Matlab 求解得到十家企业的信贷风险评价安全指数得分和排名如下（代码见附录程序 3）：

表 15 部分企业的信贷风险评价安全指数得分和排名

排名	企业代号	得分
1	E129	0.98282055
.		
103	E264	0.892756878
104	E143	0.665159045

• • • • •		
139	E239	0.640520867
140	E243	0.377989456
• • • • •		
211	E217	0.332363324
212	E153	0.103970037
• • • • •		
302	E368	0.049555804

可以看出，向企业发放贷款的安全指数得分之间有明显的断层关系，因此将企业的信贷风险划分为以下三个等级：

表 16 企业的信贷风险划分

等级	划分依据
低风险	$\alpha^{(i)'} \geq 0.7$
中风险	$0.35 \leq \alpha^{(i)'} < 0.7$
高风险	$\alpha^{(i)'} < 0.35$

即，安全指数得分大于 0.7 的企业信贷风险低，向安全指数得分介于 0.35 到 0.7 之间的企业放贷存在中风险，安全指数得分小于 0.35 的企业信贷风险高。

5.3.2 年度信贷总额为 1 亿元情况下对无信贷记录企业的信贷策略

● 基于多目标规划的企业信贷策略模型

在 5.2.2 模型 (14) ~ (26) 的基础上，以保证银行的利益最大和银行损失的风险最小为双目标，使得对无信贷记录企业的信贷策略最优，同样采用 0-1 规划的思想，建立基于多目标规划的企业信贷策略模型：

$$\begin{aligned}
 \max'_1 &= \sum_{i=1}^{302} x^{(i)'} \cdot M^{(i)'} \cdot r^{(i)'} \cdot Q^{(i)'} (1 - S(r^{(i)})) \\
 \max'_2 &= \sum_{i=1}^{302} x^{(i)'} \cdot M^{(i)'} \cdot F_2^{(i)} \\
 \text{s. t. } &\begin{cases} X_5^{(i)'} > 1, i = 1, 2, \dots, 302 \\ \sum_{i=1}^{302} M^{(i)'} \leq 1, i = 1, 2, \dots, 302 \\ 1 \times 10^5 \leq M^{(i)'} \leq 1 \times 10^6, i = 1, 2, \dots, 302 \\ 4\% \leq r^{(i)'} \leq 15\%, i = 1, 2, \dots, 302 \\ x^{(i)'} \in \{0, 1\} \end{cases} \quad (30)
 \end{aligned}$$

其中，各符号的含义与模型 (26) 中各符号的含义相同。

● 基于多目标规划的企业信贷策略模型的求解

根据模型 (30)，依据线性加权求和法，对两个目标函数按重要程度给以目标函数 1 赋 0.6 的权系数，目标函数 2 给予 0.4 的权系数，得到新的评级目标函数：

$$\max' = 0.6 \times \sum_{i=1}^{302} x^{(i)'} \cdot M^{(i)'} \cdot r^{(i)'} \cdot Q^{(i)'} (1 - S(r^{(i)})) + 0.4 \times \sum_{i=1}^{302} x^{(i)'} \cdot M^{(i)'} \cdot F_2^{(i)} \quad (31)$$

即可得到新的企业信贷策略模型：

$$\max' = 0.6 \times \sum_{i=1}^{302} x^{(i)'} \cdot M^{(i)'} \cdot r^{(i)'} \cdot Q^{(i)'} (1 - S(r^{(i)})) + 0.4 \times \sum_{i=1}^{302} x^{(i)'} \cdot M^{(i)'} \cdot F_2^{(i)}$$

$$s. t. \begin{cases} X_5^{(i)'} > 1, i = 1, 2, \dots, 302 \\ \sum_{i=1}^{302} M^{(i)'} \leq 1, i = 1, 2, \dots, 302 \\ 1 \times 10^5 \leq M^{(i)'} \leq 1 \times 10^6, i = 1, 2, \dots, 302 \\ 4\% \leq r^{(i)'} \leq 15\%, i = 1, 2, \dots, 302 \\ x^{(i)'} \in \{0, 1\} \end{cases} \quad (32)$$

根据模型 (32)，利用 Lingo 编程（代码见附录程序 4），求解得到：评价目标函数最优解为 $\max' = 3841.045$ ，此时，银行可得最大利息为 $\max'_1 = 403.0616$ 万元，可回收最大本金额为 $\max'_2 = 8998.021$ 万元。此时可得 302 家企业信贷额度分配、利率分配、成本回收概率和客户流失率在内的信贷策略方案（完整方案见支撑材料），部分方案如下：

表 17 部分企业的信贷策略方案

企业代号	成本回收概率	额度分配	利率分配	客户流失率
E124	95.31%	100	0.0465	0.135727183
E125	95.35%	100	0.0465	0.135727183
E126	95.32%	100	0.0465	0.135727183
E127	97.85%	100	0.0465	0.135727183
E128	95.73%	100	0.0465	0.135727183
E129	100.00%	100	0.0465	0.135727183
E130	95.54%	100	0.0465	0.135727183

5.4 关于信贷风险和突发因素对企业的综合影响以及信贷调整策略问题【问题 3】

5.4.1 基于多目标规划的信贷策略模型

5.4.1.1 模型的准备

● 企业行业的划分

根据国标 GB/T 4754—2011《国民经济行业分类》^[7]我们将附件 2 中无信贷记录的 302 家企业划分为 15 个行业，见下表：

表 18 行业划分

15 个行业	
住宿和餐饮业	建筑业
房地产业	文化、体育和娱乐业
居民服务、修理和其他服务业	批发和零售业
交通运输、仓储和邮政业	科学研究和技术服务业
制造业	信息传输、软件和信息技术服务业
电力、热力、燃气及水生产和供应业	租赁和商务服务业
医药制造业	农林牧渔业
个体	

● 突发因素的选取

对于不同行业来说，同一突发事件可能会造成不同的积极或消极的影响，从总体上看，突发事件的影响性质可以分为总体增益和总体损耗。为了较为全面的

探寻突发因素对于各行业的影响，我们考虑选取两项性质不同的事件进行分析。

突发事件的影响范围：为了了解某一时间对于全行业的影响，我们需要突发事件的影响含盖的行业足够多，即重大的、对于全行业均有影响的事件。

综上，我们选取举办 G20 峰会的 2016 年以及发生了新冠疫情的 2020 年作为我们研究的两个突发事件，其中 2016 年的 G20 峰会呈总体增益性质，2020 年的新冠疫情呈总体损耗性质，且二者涉及行业广泛，影响深刻。

表 19 突发因素的选取

突发因素	年份	性质
G20 峰会	2016 年	增益性
新冠疫情	2020 年	损耗性

5.4.1.2 综合考虑信贷风险和突发因素情况下对无信贷记录企业的信贷策略

● 突发因素对不同行业、类别企业影响指标的选取

财务因素可以直观的表现出某个企业发展的好坏。考虑到国家本身的经济增长趋势会使某些行业的利润不断上升，我们通过查询国家统计局^[8]，选取各个行业 2014-2016 年和 2018-2020 年的年利润增长值作为衡量各行业发展趋势与经营情况的指标。若突发事件发生年的同期增长率没有普通年利润同期增长率大，则说明该行业受到了突发因素产生的负面影响；反之，则说明该行业没有受到影响或受到正面影响，即：

$$\gamma^{(i)} = \frac{z_1^{(i)}}{z_2^{(i)}} \quad (33)$$

其中， $\gamma^{(i)}$ 第 i 家企业的受影响程度， $z_1^{(i)}$ 为第 i 家企业突发事件发生年的同期增长率， $z_2^{(i)}$ 为第 i 家企业普通年利润同期增长率。

● G20 峰会

我们对上述 15 各行业进行突发事件影响程度评定，并依据其受影响程度确定企业的还款能力的削弱或增益情况 $\gamma^{(i)'}$ ，如下所示：

表 20 安全系数的削弱情况

行业	$\gamma^{(i)}$	$\gamma^{(i)'}$
住宿和餐饮业	0.878083149	0.98
房地产业	0.984833953	0.99
居民服务、修理和其他服务业	1.097101566	1
交通运输、仓储和邮政业	1.172318472	1.01
制造业	1.190350202	1.02
电力、热力、燃气及水生产和供应业	1.195300374	1.03
医药制造业	1.2695046	1.04
个体	1.275616727	1.05
建筑业	1.290055726	1.06
文化、体育和娱乐业	1.383558138	1.07
批发和零售业	1.45232533	1.08
科学研究和技术服务业	1.452326431	1.09

信息传输、软件和信息技术服务业	1.627105173	1.1
租赁和商务服务业	1.729006965	1.11
农林牧渔业	2.047826382	1.12

因此,受到突发事件影响的企业能够偿还贷款,即银行收回成本的概率变为:

$$F_3^{(i)} = F_2^{(i)} \cdot \gamma^{(i)} \quad (34)$$

将 $F_3^{(i)}$ 作为新的银行成本收回的概率,代入模型(30),得到新的多目标规划模型:

$$\begin{aligned} \max_1 &= \sum_{i=1}^{302} x^{(i)} \cdot M^{(i)} \cdot r^{(i)} \cdot Q^{(i)} (1 - S(r^{(i)})) \\ \max_2 &= \sum_{i=1}^{302} x^{(i)} \cdot M^{(i)} \cdot F_3^{(i)} \\ \text{s.t.} &\begin{cases} X_5^{(i)} > 1, i = 1, 2, \dots, 302 \\ \sum_{i=1}^{123} M^{(i)} \leq A, i = 1, 2, \dots, 302 \\ 1 \times 10^5 \leq M^{(i)} \leq 1 \times 10^6, i = 1, 2, \dots, 302 \\ 4\% \leq r^{(i)} \leq 15\%, i = 1, 2, \dots, 302 \\ x^{(i)} \in \{0, 1\} \end{cases} \end{aligned} \quad (35)$$

根据模型(35),依据线性加权求和法,对两个目标函数按重要程度给以目标函数1赋0.6的权系数,目标函数2给予0.4的权系数,得到新的评级目标函数:

$$\max' = 0.6 \times \sum_{i=1}^{302} x^{(i)} \cdot M^{(i)} \cdot r^{(i)} \cdot Q^{(i)} (1 - S(r^{(i)})) + 0.4 \times \sum_{i=1}^{302} x^{(i)} \cdot M^{(i)} \cdot F_3^{(i)} \quad (36)$$

即可得到新的企业信贷策略模型:

$$\begin{aligned} \max' &= 0.6 \times \sum_{i=1}^{302} x^{(i)} \cdot M^{(i)} \cdot r^{(i)} \cdot Q^{(i)} (1 - S(r^{(i)})) + 0.4 \times \sum_{i=1}^{302} x^{(i)} \cdot M^{(i)} \cdot F_3^{(i)} \\ \text{s.t.} &\begin{cases} X_5^{(i)} > 1, i = 1, 2, \dots, 302 \\ \sum_{i=1}^{302} M^{(i)} \leq 1, i = 1, 2, \dots, 302 \\ 1 \times 10^5 \leq M^{(i)} \leq 1 \times 10^6, i = 1, 2, \dots, 302 \\ 4\% \leq r^{(i)} \leq 15\%, i = 1, 2, \dots, 302 \\ x^{(i)} \in \{0, 1\} \end{cases} \end{aligned} \quad (37)$$

根据模型(37),利用Lingo编程(代码见附录程序5),求解得到:评价目标函数最优解为 $\max' = 3998.044$,此时,银行可得最大利息为 $\max'_1 = 403.0616$ 万元,可回收最大本金额为 $\max'_2 = 9390.516$ 万元。此时可得302家企业信贷额度分配、利率分配、成本回收概率和客户流失率在內的信贷策略方案(完整方案见支撑材料),部分方案如下:

表 21 部分企业的信贷策略方案

企业代号	成本回收概率	额度分配	利率分配	客户流失率
E131	100.00%	100	0.0465	0.135727183
E132	100.00%	100	0.0465	0.135727183

E133	35.71%	10	0.0585	0.290189098
E134	100.00%	100	0.0465	0.135727183
E135	4.82%		不借贷	
E136	97.50%	100	0.0465	0.135727183
E137	4.32%		不借贷	

我们将发生突发事件 G20 峰会的银行信贷策略与无突发事件的银行策略进行对比，对比情况如下表所示。

表 22 G20 峰会与无突发事件的对比表

	G20 峰会	无突发事件
综合目标	3998.044	3841.045
可收回成本(万元)	9390.516	8998.021
平均额度最大行业	个体	医药制造业
平均额度最小行业	信息传输、软件和技术服务业	信息传输、软件和技术服务业
平均额度变化最大的行业	住宿和餐饮业	

由上表可知，在银行借贷总额一致时，发生突发事件 G20 峰会，综合目标情况提高 4.0%，可回收成本也增加 4.4%，总体情况变化。银行借贷平均额度最大的行业从医药制造业变为个体；平均额度最小的行业不变；其中平均额度变化最大的行业为住宿和餐饮业。

● 新冠疫情

我们对上述 15 各行业进行突发事件影响程度评定，并依据其受影响程度确定企业的还款能力的削弱或增益情况 $\gamma_2^{(i)}$ ，如下所示：

表 23 安全系数的削弱情况

行业	$\gamma^{(i)}$	$\gamma_2^{(i)}$
个体	0.88095557	0.88
建筑业	0.905065821	0.9
文化、体育和娱乐业	0.92302984	0.92
租赁和商务服务业	0.935159101	0.94
批发和零售业	0.9608109	0.96
房地产业	0.966309858	0.98
交通运输、仓储和邮政业	1.028592957	1
住宿和餐饮业	1.078999029	1.02
制造业	1.087390189	1.04
居民服务、修理和其他服务业	1.092902427	1.06
农林牧渔业	1.130484832	1.08
信息传输、软件和信息技术服务业	1.17730775	1.1
电力、热力、燃气及水生产和供应业	1.179685092	1.12
科学研究和技术服务业	1.183709506	1.14

医药制造业	1.204624417	1.16
-------	-------------	------

因此, 受到突发事件影响的企业能够偿还贷款, 即银行收回成本的概率变为:

$$F_4^{(i)} = F_2^{(i)} \cdot \gamma_2^{(i)} \quad (38)$$

将 $F_3^{(i)}$ 作为新的银行成本收回的概率, 代入模型 (30), 得到新的多目标规划模型:

$$\begin{aligned} \max_1 &= \sum_{i=1}^{302} x^{(i)} \cdot M^{(i)} \cdot r^{(i)} \cdot Q^{(i)} (1 - S(r^{(i)})) \\ \max_2 &= \sum_{i=1}^{302} x^{(i)} \cdot M^{(i)} \cdot F_4^{(i)} \\ \text{s.t.} &\begin{cases} X_5^{(i)} > 1, i = 1, 2, \dots, 302 \\ \sum_{i=1}^{123} M^{(i)} \leq A, i = 1, 2, \dots, 302 \\ 1 \times 10^5 \leq M^{(i)} \leq 1 \times 10^6, i = 1, 2, \dots, 302 \\ 4\% \leq r^{(i)} \leq 15\%, i = 1, 2, \dots, 302 \\ x^{(i)} \in \{0, 1\} \end{cases} \end{aligned} \quad (39)$$

根据模型 (39), 依据线性加权求和法, 对两个目标函数按重要程度给以目标函数 1 赋 0.6 的权系数, 目标函数 2 给予 0.4 的权系数, 得到新的评级目标函数:

$$\max' = 0.6 \times \sum_{i=1}^{302} x^{(i)} \cdot M^{(i)} \cdot r^{(i)} \cdot Q^{(i)} (1 - S(r^{(i)})) + 0.4 \times \sum_{i=1}^{302} x^{(i)} \cdot M^{(i)} \cdot F_4^{(i)} \quad (40)$$

即可得到新的企业信贷策略模型:

$$\begin{aligned} \max' &= 0.6 \times \sum_{i=1}^{302} x^{(i)} \cdot M^{(i)} \cdot r^{(i)} \cdot Q^{(i)} (1 - S(r^{(i)})) + 0.4 \times \sum_{i=1}^{302} x^{(i)} \cdot M^{(i)} \cdot F_4^{(i)} \\ \text{s.t.} &\begin{cases} X_5^{(i)} > 1, i = 1, 2, \dots, 302 \\ \sum_{i=1}^{302} M^{(i)} \leq 1, i = 1, 2, \dots, 302 \\ 1 \times 10^5 \leq M^{(i)} \leq 1 \times 10^6, i = 1, 2, \dots, 302 \\ 4\% \leq r^{(i)} \leq 15\%, i = 1, 2, \dots, 302 \\ x^{(i)} \in \{0, 1\} \end{cases} \end{aligned} \quad (41)$$

根据模型 (41), 利用 Lingo 编程 (代码见附录程序 6), 求解得到: 评价目标函数最优解为 $\max' = 3717.699$, 此时, 银行可得最大利息为 $\max'_1 = 403.0616$ 万元, 可回收最大本金额为 $\max'_2 = 8689.656$ 万元。此时可得 302 家企业信贷额度分配、利率分配、成本回收概率和客户流失率在内的信贷策略方案 (完整方案见支撑材料), 部分方案如下:

表 24 部分企业的信贷策略方案

企业代号	成本回收概率	额度分配	利率分配	客户流失率
E132	85.03%	100	0.0465	0.135727183
E133	29.93%	10	0.0585	0.290189098
E134	90.38%	100	0.0465	0.135727183
E135	4.09%		不借贷	

E136	99.42%	100	0.0465	0.135727183
E137	3.67%		不借贷	
E138	85.59%	100	0.0465	0.135727183

我们将发生突发事件新冠疫情的银行信贷策略与无突发事件的银行策略进行对比，对比情况如下表所示。

表 25 新冠疫情与无突发事件的对比表

	新冠疫情	无突发事件
综合目标	3717.699	3841.045
可回收成本(万元)	8689.656	8998.021
平均额度最大行业	医疗制造业	医药制造业
平均额度最小行业	批发和零售业	信息传输、软件和技术服务业
平均额度变化最大的行业	住宿和餐饮业	

由上表可知，在银行借贷总额一致时，发生突发事件新冠疫情，综合目标情况减小 3.2%，可回收成本也减少 3.4%，总体情况。银行借贷平均额度最大的行业不变，仍为医药制造业；平均额度最小的行业从信息传输、软件和技术服务业变为批发和零售业；其中平均额度变化最大的行业为住宿和餐饮业。

六、 灵敏度分析

● 评价目标函数权重灵敏度分析

本文建立模型中我们将多目标函数，可回收成本函数和可得利息函数，进行线性加权构成评价目标函数，设定权重分别为 0.4 和 0.6。现对其权重进行灵敏度分析，得到在可得利息函数权重变化的情况下，可得利息及可回收成本的变化，如下图所示。

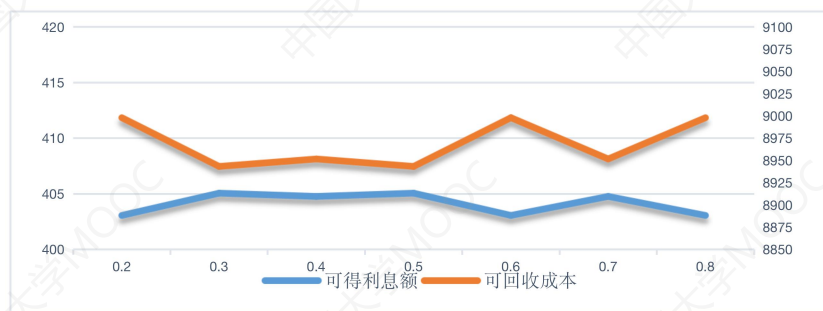


图 4 可得利息函数权重变化情况下可得利息及可回收成本的变化图

由图可知，在利息函数权重变化且评价目标函数最优解时，可得利息额和可回收成本呈现波动趋势，但最大波动幅度较小，可得利息额的最大波动幅度率为 0.496%，可回收成本的最大波动幅度率为 0.612%。因此，线性加权函数权重对最优结果的影响较小。

七、 模型的评价和改进

7.1 模型的评价

7.1.1 优点

- (1) 本文建立的模型主要是基于多目标规划的企业信贷策略模型。我们考虑贷款回收概率、银行收益、银行损失风险等因素进行建模，模型考虑全面，运用

较为简单的金融知识就可完成求解且求解结果总体符合实际。

- (2) 本文用来评级企业信誉时选用有序多分类 Logistic 回归模型, 此模型准确度远远高于判别法且根据其输出参数可判断其有效。巧妙地解决了复杂的信誉评级问题且规避了因素选择问题导致的错误。

7.1.2 缺点

- (1) 本文由于数据的局限, 对于违规情况仅考虑是否违规两种可能, 没有考虑还款金额占所要偿还债务百分比不同, 对信贷风险评估造成的影响不同。
- (2) 本文的模型中, 为了简化多目标规划问题, 我们采用线性加权求和法, 对目标函数进行转换, 构造一个单目标规划模型。对于目标间的权重选择, 需要进行深入探讨。

7.2 模型的改进

本文主要依据题目所给数据进行研究, 如果能够获得各个企业的借款金额和还款金额就可以对信贷风险中的“是否违规”指标进行细化。通过还款占借款金额的百分比这个可应用于熵权法的正向指标, 对所有企业的信贷风险进行讨论和重新评估。这样更有利于银行对经济实力强但曾有违规记录的企业进行借贷考量, 从而使模型更加准确实用。

八、模型的应用与推广

本文主要通过多目标规划的企业信贷策略模型, 对企业的信贷策略的问题。此类方法不仅适用于中小微企业的信贷决策的应用研究, 也适用于评估投资风险与指定利益最大化的收益方案的研究。

参考文献:

- [1]鲍吉胜.贷款五级分类知识讲座 第五讲 非财务因素分析[J].贵州农村金融,2003(06):37-39.
- [2]百度百科“企业信用评级”词条[EB]/[OL].<https://baike.baidu.com/item/企业信用评级/4851557?fr=aladdin>.2020(09).
- [3]叶宗裕.关于多指标综合评价中指标正向化和无量纲化方法的选择[J].浙江统计,2003(4):24-25.
- [4]贾艳红,赵军,南忠仁,赵传燕,王胜利.基于熵权法的草原生态安全评价——以甘肃牧区为例[J].生态学杂志,2006(08):1003-1008.
- [5]尹会永,赵涵,徐琳,赵翠月,马登贤,丛顺明.岩体质量分级的改进模糊综合评价法[J].金属矿山,2020(07):53-58.
- [6]王军锋. 基于 Logit 模型的威海地区商业银行小微企业信贷风险研究[D].山东大学,2019.
- [7]GB/T 4754-2017, 国民经济行业分类[S].
- [8]<https://data.stats.gov.cn/>

附录:

本文采用 Matlab R2020a、Lingo2011、SPSS26 软件对模型进行求解。

程序 1: 基于 Matlab R2020a 的问题二第一小问的求解代码

```
%%
clear;clc;
E=xlsread('wentil.xlsx','指标','E2:E124');
F=xlsread('wentil.xlsx','指标','F2:F124');
G=xlsread('wentil.xlsx','指标','G2:G124');
H=xlsread('wentil.xlsx','指标','H2:H124');
I=xlsread('wentil.xlsx','指标','I2:I124');
J=xlsread('wentil.xlsx','指标','J2:J124');
%%
r=[E F G H I J];
[m,n]=size(r);
k=1/log(m);
rmin=min(r);
rmax=max(r);
A=max(r)-min(r);
y1=(r-repmat(rmin,123,1))./(repmat(A,123,1));%正向指标
ss=sum(y1,1);
y2=zeros(m,n);
for i=1:size(y2,2)
    y2(:,i)=(y1(:,i))/ss(i);
end
lnY=zeros(m,n);
for i=1:m
    for j=1:n
        if y2(i,j)==0
            lnY(i,j)=0;
        else
            lnY(i,j)=log(y2(i,j));
        end
    end
end
e=-k*(sum(y2.*lnY,1));
quanzhong=(1-e)/(n-sum(e));
defen=zeros(m,n);
for k=1:size(r,2)
    defen(:,k)=quanzhong(k)*y1(:,k);
end
format long
defen=sum(defen,2);
```

程序 2: 基于 lingo2011 的问题一第二小问的求解代码

```
model:
sets:
qiye/1..123/:M,F,b,y;
lilv/1..29/:o;
links(qiye,lilv):slilv,x;
endsets
max=@sum(qiye(i):M(i)*b(i)*0.6+0.4*F(i)*y(i)*M(i));
@for(qiye(i):@sum(lilv(j):x(i,j))<=1);
@sum(qiye(i):M(i))<=5000;
@for(qiye(i)|i#le#99:M(i)<=100);
@for(qiye(i)|i#le#99:M(i)>=10);
@for(qiye(i)|i#gt#99:M(i)=0);
@for(qiye(i):@for(lilv(j):@bin(x(i,j))));
@for(qiye(i):@sum(lilv(j):slilv(i,j)*x(i,j))=b(i));
@for(qiye(i):@sum(lilv(j):x(i,j))=y(i));
@sum(qiye(i):M(i)*b(i))=a;
@sum(qiye(i):F(i)*y(i)*M(i))=c;
data:
F=@ole('C:\Users\Redamancy\Desktop\jieguobiao.xlsx','F');
slilv=@ole('C:\Users\Redamancy\Desktop\jieguobiao.xlsx','SLILV');
enddata
End
```

程序 3: 基于 Matlab R2020a 的问题二第一小问的求解代码

```
%%
clear;clc;
D=xlsread('wenti2.xlsx','指标','D2:D303');
E=xlsread('wenti2.xlsx','指标','E2:E303');
F=xlsread('wenti2.xlsx','指标','F2:F303');
G=xlsread('wenti2.xlsx','指标','G2:G303');
H=xlsread('wenti2.xlsx','指标','H2:H303');
%%
r=[D E F G H];
[m,n]=size(r);
k=1/log(m);
rmin=min(r);
rmax=max(r);
A=max(r)-min(r);
y1=(r-repmat(rmin,302,1))./(repmat(A,302,1));%正向指标
ss=sum(y1,1);
y2=zeros(m,n);
for i=1:size(y2,2)
```



```

        y2(:,i)=(y1(:,i))/ss(i);
    end
    lnY=zeros(m,n);
    for i=1:m
        for j=1:n
            if y2(i,j)==0
                lnY(i,j)=0;
            else
                lnY(i,j)=log(y2(i,j));
            end
        end
    end
    e=-k*(sum(y2.*lnY,1));
    quanzhong=(1-e)/(n-sum(e));
    defen=zeros(m,n);
    for k=1:size(r,2)
        defen(:,k)=quanzhong(k)*y1(:,k);
    end
    format long
    defen=sum(defen,2);

```

程序 4： 基于 lingo2011 的问题二第二小问的求解代码

```

model:
sets:
    qiye/1..302/:M,L,b,y;
    lilv/1..29/:o;
    links(qiye,lilv):RR,x;
endsets
max=@sum(qiye(i):M(i)*b(i)*0.6+0.4*L(I)*y(i)*M(i));
@for(qiye(i):@sum(lilv(j):x(i,j))<=1);
@sum(qiye(i):M(i))<=10000;
@for(qiye(i)|i#le#211:M(i)<=100);
@for(qiye(i)|i#le#211:M(i)>=10);
@for(qiye(i)|i#gt#211:M(i)=0);
@for(qiye(i):@for(lilv(j):@bin(x(i,j))));
@for(qiye(i):@sum(lilv(j):RR(i,j)*x(i,j))=b(i));
@for(qiye(i):@sum(lilv(j):x(i,j))=y(i));
@sum(qiye(i):M(i)*b(i))=a;
@sum(qiye(i):L(I)*y(i)*M(i))=c;
data:
L=@ole('C:\Users\Redamancy\Desktop\jiegubiao.xlsx','L');
RR=@ole('C:\Users\Redamancy\Desktop\jiegubiao.xlsx','RR');
enddata

```

end

程序 5: 基于 lingo2011 的问题三 G20 模型求解代码

```
model:
sets:
qiye/1..302/:M,FF,b,y;
lilv/1..29/:o;
links(qiye,lilv):RR,x;
endsets
max=@sum(qiye(i):M(i)*b(i)*0.6+0.4*FF(I)*y(i)*M(i));
@for(qiye(i):@sum(lilv(j):x(i,j))<=1);
@sum(qiye(i):M(i))<=10000;
@for(qiye(i)|i#le#211:M(i)<=100);
@for(qiye(i)|i#le#211:M(i)>=10);
@for(qiye(i)|i#gt#211:M(i)=0);
@for(qiye(i):@for(lilv(j):@bin(x(i,j))));
@for(qiye(i):@sum(lilv(j):RR(i,j)*x(i,j))=b(i));
@for(qiye(i):@sum(lilv(j):x(i,j))=y(i));
@sum(qiye(i):M(i)*b(i))=a;
@sum(qiye(i):FF(I)*y(i)*M(i))=c;
data:
FF=@ole('C:\Users\Redamancy\Desktop\jieguobiao.xlsx','FF');
RR=@ole('C:\Users\Redamancy\Desktop\jieguobiao.xlsx','RR');
enddata
End
```

程序 6: 基于 lingo2011 的问题三新冠疫情模型的求解代码

```
model:
sets:
qiye/1..302/:M,LL,b,y;
lilv/1..29/:o;
links(qiye,lilv):RR,x;
endsets
max=@sum(qiye(i):M(i)*b(i)*0.6+0.4*LL(I)*y(i)*M(i));
@for(qiye(i):@sum(lilv(j):x(i,j))<=1);
@sum(qiye(i):M(i))<=10000;
@for(qiye(i)|i#le#211:M(i)<=100);
@for(qiye(i)|i#le#211:M(i)>=10);
@for(qiye(i)|i#gt#211:M(i)=0);
@for(qiye(i):@for(lilv(j):@bin(x(i,j))));
@for(qiye(i):@sum(lilv(j):RR(i,j)*x(i,j))=b(i));
@for(qiye(i):@sum(lilv(j):x(i,j))=y(i));
@sum(qiye(i):M(i)*b(i))=a;
@sum(qiye(i):LL(I)*y(i)*M(i))=c;
data:
```

```
LL=@ole('C:\Users\Redamancy\Desktop\jiegubiao.xlsx','LL');  
RR=@ole('C:\Users\Redamancy\Desktop\jiegubiao.xlsx','RR');  
enddata  
end
```