

高压油管压力稳定的最优控制模型研究

摘要

为实现燃油发动机的正常运作,需对高压油管内的压力进行有效控制,而高压油管内压力的主要影响因素为油管内燃油的流动变化。因此,本文通过对供油系统和喷油系统的策略性调整,对燃油流量进行有效调节建立高压油管压力控制规划模型。

首先,经过分析比较得出用二次拟合来连续化处理弹性模量与压力的关系最为合理,在此基础上求解微分方程进一步求得燃油压力与密度之间的定量关系。

针对问题 1,为达到油管内压力稳定控制的目的,以单向阀单次开启时长为决策变量,以压力离开定值波动的偏差平方和最小为目标函数,以单向阀控制的供油系统工作、周期性喷油的喷油嘴工作情况,两个系统内的质量关联约束建立单向阀压力控制的非线性规划模型。考虑到仿真初始状态对仿真结果的影响,即 A、B 点的开始工作顺序,讨论得到初始状态对系统稳定性影响较小。通过模拟仿真,求解得当要求压力控制稳定 100MPa 情况下,单向阀最佳单次开启时长为 0.281ms ;当要求压力在规定时间内调整为 150MPa ,通过讨论 150MPa 不为该系统的稳定最高状态,调节和稳定压力可以为同一供油参数。当调节时间分别为 2s 、 5s 、 10s 时所对应的单向阀最佳单次开启时长分别为 0.801ms 、 0.763ms 、 0.742ms ,并采用问题一相同的方法计算得到稳定在 150MPa 时的开启时长均为 0.730ms 。

针对问题 2,深入分析新的供油喷油系统的运作机理。供油系统则是通过改变平板凸轮的角速度,以改变凸轮极径大小驱动柱塞以影响高压油泵的升程,进而影响柱塞腔的体积控制燃油的流量。喷油系统利用针阀的升程改变可喷油的横截面积,这里考虑此为横截面积圆台侧面积,以此来控制喷出流量。以凸轮角速度为决策变量,改变问题 1 中模型的供油流量和喷出流量间的约束,仍以偏差平方和最小作为目标函数,建立新的凸轮压力控制模型。基于循环遍历的仿真迭代算法,对角速度进行遍历,解得在油压波动最小时的凸轮角速度为 0.029rad/ms 。

针对问题 3,任务 1 是在问题 2 基础上新增一个喷油嘴,考虑通过两个喷油嘴开始工作的时间间隔来调整喷油策略,调整凸轮角速度来绝对供油策略。并以两个喷油嘴的时间间隔和凸轮角速度为决策变量,以压力波动的偏差平方和最小为目标函数,以油泵、高压油管及喷油嘴的燃油流动情况为约束,建立双喷油嘴供油喷油模型。仍采用循环仿真算法对角速度和时间间隔遍历,求出使得油管内压力波动最小的时间间隔为 0,即两个喷油嘴同时开始工作,此时凸轮角速度为 0.057rad/ms 。任务 2 需再引入一个减压阀,设定减压阈值使得油管内部的压力控制更加精准,以凸轮角速度和减压阀的阈值为决策变量,新增减压阀流量变化规律的约束,建立减压阀压力控制规划模型。基于网格搜索算法和“先粗搜,后精搜”的搜索策略遍历寻找最优凸轮角速度和减压阀阈值。解得当凸轮角速度为 0.058rad/ms ,减压阀阈值为 6.3% 时,油管内压力最为稳定。

最后,针对题中的喷油嘴每秒喷油次数及管内初始压强进行灵敏度分析并对求解结果邻近值回代检验,以及提出可结合 PID 策略或设置减压阀分度的改进方案,并对模型进行了应用与推广。

关键词: 压力控制、仿真迭代、非线性规划、循环遍历

一、问题的背景及重述

1.1 问题的背景

高压油管喷油系统主要由三部分构成，即供油入口处油泵-高压油管-喷油器，大多数机器由此系统对发动机进行供油，使发动机正常运行^[1]。为了提高发动机的效率，需要对喷油器的喷油量进行较准确的控制，喷油量的变化取决于高压油管内部的压力。

对油泵，油管，喷油器三个部位的燃油流动情况进行研究，通过调节油管内部压力进而控制喷油量，调节供油处油泵的供油时间控制油管内部的压力变化和燃油的喷射过程。有效准确完成以上压力控制，对发动机正常运行具有现实意义。

1.2 问题的重述

通过调节燃油的进出量，控制油管内的压力。已知，燃油的压力与密度的关系，燃油的流量与密度及压力差的关系表达式。

问题 1：已知燃油进出口的工作方式、高压油管尺寸及初始压力为 100MPa，要求 1 维持油管内部压力不变，计算单向阀单次开启时长；要求 2 油管内部压力调节且稳定在 150MPa，计算调节时长分别在 2s、5s、10s 下的单向阀单次开启时长。

问题 2：单向阀改由凸轮运动连接的柱塞控制。喷油嘴的喷油量受到尺寸参数已知的针阀的升程的影响。要求油管内的压力保持为 100MPa，计算此时的凸轮的角速度。

问题 3：在以上基础上增加一个相同的喷油嘴，制定新的进出油策略。新增一个减压阀，制定高压油泵和减压阀的工作策略。

二、问题的分析

燃油的进出流动会对高压油管内的压力产生影响，但是唯有保持油管内的压力稳定才能有效保证实际所喷出的油量为预设值，使得发动机正常工作。根据注释可分析出压力与密度的定量关系、流量的计算公式。

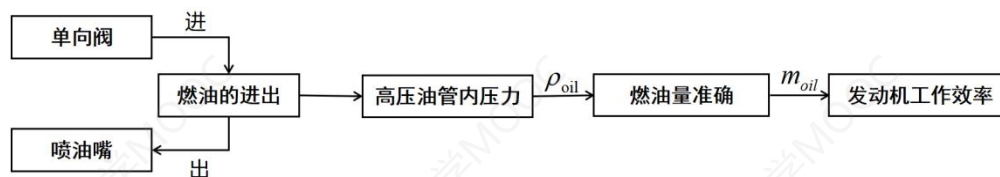


图 1 压力控制系统分析

对于问题 1，主要研究燃油进出量对高压油管内压强的影响。单向阀的单次开启时间影响燃油的进入量，进而对油管内的压力进行控制。单向阀即止逆阀，无论是气体还是燃油在该口只能进入不能流出。可根据燃油进出体积，联立两个系统内的质量关联，求得每个时刻油管内的密度，再结合压力与密度的微分方程求得每个时刻油管内的压力。对燃油入口 A、喷油嘴 B 工作情况进行分析，通过高压油管内的压力情况对整个控制系统进行联系，以求得波动最小的单向阀开启时间。

对于问题 2，深化燃油进出系统的开闭情况条件。对于供油系统，本题采用平板凸轮，通过改变凸轮的角速度改变运动周期，而其具有的不同半径对柱塞有不同的升程影响，从而改变柱塞腔内的燃油密度和压力，进而影响单向阀的开启和油管内压力；对于喷油系统，以针阀的升程控制燃油喷出时的截面积从而控制

燃油喷出量。将供油系统、喷油系统和油管内部联系，通过油管内部压力随凸轮角速度和针阀升程间的关系，可求得最合适的角速度。

对于问题 3，任务 1 增加一个喷油嘴，考虑到两个喷油嘴虽然喷油规律一致，但两个喷油嘴开始工作的时间可能存在一定的时间间隔，导致喷油系统的工作情况不同。通过调整凸轮转动角速度和两个喷油嘴时间间隔使得油管压力平稳得到喷油和供油的最优策略。任务 2 在以上基础上增加减压阀 D，可以通过对减压阀设定打开和关闭的阈值达到控制管道油压的目的，对凸轮角速度和开关阈值进行遍历使得管内油压平稳，得到油泵和减压阀的控制方案。

三、模型的假设

(1) 供油入口、高压油管及喷油嘴管壁理想光滑，且高压油管平行于地面放置，油管内的压强处处相等；

(2) 单向阀和减压阀一旦打开就马上开始流入燃油，一旦关闭则停止进油，无时间滞后性；

(3) 喷油嘴每次工作时喷油时间分布均匀，喷油频率保持不变，且前一次的喷油引起的油管内燃油波动不会导致下一次喷油量的偏差；

(4) 凸轮做匀速运动，角速度保持不变；

(5) 忽略温度变化的影响；假设油管体积稳定不变。

四、符号说明

符号	含义	单位
V_0	油管固有体积	mm^3
V_A	从高压油泵流入高压油管的燃油体积	mm^3
V_B	从喷油嘴流出的燃油体积	mm^3
V_{BC}	B、C 喷油嘴喷出的总燃油体积	mm^3
V_D	从减压阀 D 处流出额燃油体积	mm^3
Q_A	从高压油泵流入高压油管的燃油流量	mm^3/ms
Q_B	从喷油嘴喷出的燃油流量	mm^3/ms
Q_{BC}	B、C 喷油嘴喷出的总燃油流量	mm^3/ms
Q_D	从减压阀 D 处流出额燃油流量	mm^3/ms
P_0	油管内的压力	MPa
P_a	高压油泵内燃油压力	MPa

ρ_0	油管内燃油的密度	mg/mm^3
t_s	单向阀每次的开启时间	ms
t_d	两个喷油嘴开始工作的时间间隔	ms
ω	凸轮运动角速度	rad/ms
H	针阀升程	ms

五、模型的建立与求解

5.1 模型的准备—流体压力的控制

本文旨在建立压力控制模型，由于系统内的受压力面积稳定，可以用压强来表示。主要由于燃油进出流量的变化导致油管内密度变化进而影响压强变化，且燃油压强与密度间有确切可求的关系。控制管内燃油的进出平衡可以对油管内的压强进行有效控制。

5.1.1 压力的影响因素

根据题意，在燃油入口的 A 处有恒定压力为 160MPa，即在 A 入口处的燃油压强也为 160MPa，即图(2)中红线位置。高压油管内的压强为 100MPa 且持续不变在燃油从油管流入喷油嘴过程中的压强不变，喷油嘴 B 口燃油出口处连接的发动机压强小于油管内压强，不影响高压油管内的压力稳定，在此不做考虑。燃油进出整体系统的压强示意图见图(2)。

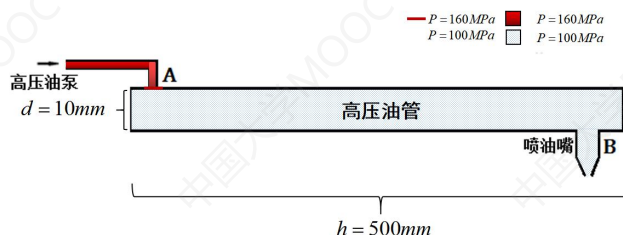


图 2 燃油进出整体系统的压强示意图

燃油对高压油管内部的侧壁和底部都有压强，已知压强随深度的增加而增大，高压油管的直径 $d=10mm$ 。

根据已知压强与深度的关系可得 $F = \rho gh$ ， $S = \pi dH$ 可以计算得油管内受油管深度影响的最大压强 ΔP_{\max}

$$\Delta P_{\max} = \frac{F}{S} = \frac{(0.85mg/mm^3 \times 9.8m/s^2 \times 10mm)}{(3.14 \times 10mm \times 500mm)} = 0.531Pa$$

$\ll 100MPa$ 。因此在分析有关内的压强时可以忽略油管深度所带来的压强差。

5.1.2 燃油压力与燃油密度的关系

由注释 1 显然可得 $\Delta p = \frac{E}{\rho} \Delta \rho$ ，初始条件 $p_0 = 100MPa$, $\rho_0 = 0.850mg/mm^3$ ，

附件 3 已给出压强从 0-200MPa，以 0.5MPa 变化所对应的燃油密度。

考虑到实际情况中压强大小是连续变化引起密度的连续变化，其变化是连续的而不是跳跃式突变的，因此需要

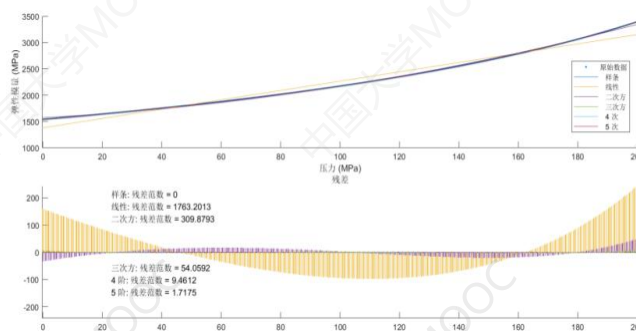


图 3 弹性模量与压力密度关系连续化方式

对离散数据做连续化处理。可以通过拟合或者是插值对数据进行连续化处理，基于上图(3)的拟合趋势对连续化方式进行讨论。

其中，**线性拟合**的拟合优度 **97%**，残差范数为 **1763**，残差过大。根据图示可直观看出线性拟合值与实际值存在偏差，基本不通过实际点。即使拟合优度较大，但拟合结果会增加模型的误差，不可接受。

二次拟合的拟合优度为 **99.91%**，残差范数为 **310**，拟合优度有所提升，残差大大下降。根据图示，二次方拟合结果基本和原始数据重合，结果较为合理。更高阶的拟合在拟合优度上变化不大，残差虽然有所下降，但是提升空间较小，而且会大大复杂化微分方程。

基于上图(3)及讨论，选用二次方拟合对附件 3 的离散数据进行连续化处理，得到 E 关于 P 连续变化的式子，拟合效果图如右图

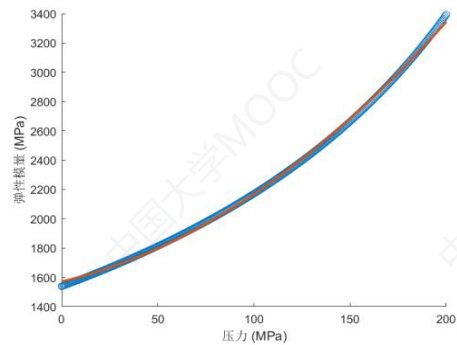


图 4 二次拟合

(4)，回归得到拟合曲线方程式为 $E = 1571.58 + 3.08P + 0.03P^2$ 。

$$\text{上式与微分方程 } \frac{dP}{E} = \frac{d\rho}{\rho} \text{ 联立，可得 } \begin{cases} \frac{dP}{E} = \frac{d\rho}{\rho} \\ E = \beta_1 + \beta_2 P + \beta_3 P^2 \end{cases}, \text{ 求解得燃油压力}$$

与密度的微分方程如下，具体趋势如下图（5）所示：

$$P = c_1 \tan(c_2 \ln \rho - c_3) - c_4$$

$$c_1 = 226.9325, c_2 = 7.3342 \times 10^{-36} \quad (1)$$

$$c_3 = 5.8275 \times 10^{-36}, c_4 = -53.1742$$

根据图(4)的拟合结果图，可以直观看到拟合结果基本通过实际点，可以定量反映燃油密度与压力之间的关系。

因此通过二次方拟合的压力与弹性模量的关系与燃油压力变化量与密度变化量的微分方程联立求得压力与密度的定量关系式是合理的。

5.1.3 油管流量计算公式

根据 $Q = CA\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}$ ， C 是已知的流量系数

$= 0.85 \text{ mg/mm}^3$ ， $A = S_{\text{小孔}}$ ，若小孔两边的压力差确定，根据高压端的燃油密度即可推算出通过小孔的燃油流量。

该公式的使用条件一则要求是在燃油流量横截面积可以计算的条件下，二则两端存在压力差。

5.2 问题 1：单向阀压力控制模型

在本问，以燃油到达指定压力后，压力波动的偏差平方和最小作为目标函数，以单向阀开启时间为决策变量，分别以通过入口 A 处的进入流量、喷出嘴 B 的喷出流量以及油管内部的压力情况为约束条件，建立单向阀压力控制的规划模型。

5.2.1 定量参数的计算

1. A 处的燃油密度

根据 5.1.2，可知燃油压力与燃油密度的具体关系，已知入口 A 处的压力为

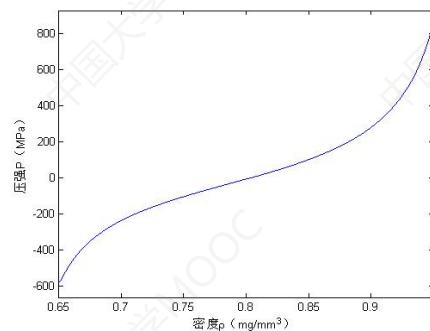


图 5 压力与密度的关系

160MPa，代入式(1)可计算得 $\rho_A = 0.871 \text{mg/mm}^3$

2. 油管内燃油体积

已知油管内直径 $d = 10 \text{mm}$ ，长度 $h = 500 \text{mm}$ ，可计算得油管内固有体积 V_0

$$V_0 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 h = 39250 \text{mm}^3$$

5.2.2 燃油进出的策略的选择

已知油管内的原始压强为 100MPa，说明在初始时刻高压油管内充满油，且分别要求油管内的压强保持 100MPa 或是提高到 150MPa。因此先开始出油还是先开始进油可能会对此造成，以下对燃油进出的策略进行讨论。

①先进油，后出油

由于进油入口 A 处的压力为 160MPa，若先进油，喷油嘴再打开，其中存在的时间差势必会导致油管内的压力先上升。之后再通过单向阀和喷油嘴的周期性工作再调节油管内压力趋于稳定在某一压力区间波动。

②同时进出油

若 A 处开始进入燃油的瞬间，喷油嘴 B 处马上有燃油流出。则整个系统从 0 时刻，已经进入压力控制的循环周期，且之后的每个周期的情况都是从该时刻开始重复。

③先出油，后进油

喷油嘴先出油，高压油管内的压力会先下降，只有由于从 A 处进入新的高压燃油而油管内的压力逐渐上升。之后再在 AB 口的进出油调节中趋于稳定。

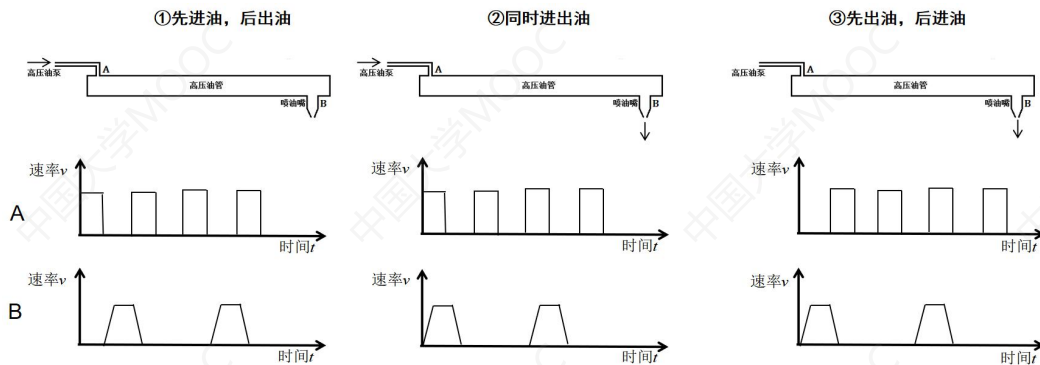


图 6 进出油策略示意图

根据上述讨论结果，三种策略在最后都会趋于稳定。即使最后的平稳结果一致，如果从初始时间开始计算波动偏差，会出现不同的结果。因此计算偏差平方和从油管内压力开始在预设值周围稳定波动开始计算，此处的策略选择对此影响不大，本文基于高压油泵和喷油嘴同时进出油进行求解。

5.2.3 单向阀压力控制模型的建立

(1) 对入口 A 处的流量分析

由于油管内的压力为一个随时间变化的函数，则可以将油管内压强设为 $P_0(t)$ ，入口 A 处的压力 P_a 恒为 160MPa。根据题中进出油管流量计算公式可得，

当单向阀开启时燃油从 A 处进入油管的流量为： $Q_a = CA \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho_a}}$ ，其中

$$\Delta p = P_a - P_0(t), \quad A = \frac{\pi \cdot d_a^2}{4}$$

单向阀每次的开启时间为 t_s ，因为每次开启后休息 10ms。(以下单位都为 ms)，

则燃油从 A 处流入油管的流量有：

$$Q_A = \begin{cases} Q_a, t \in (k(t_s + 10), (k+1)t_s + 10k) \\ 0, t \in ((k+1)t_s + 10k, (k+1)(t_s + 10)) \end{cases} \quad (k \in N^*) \quad (2)$$

流量变化可以反映在体积变化上，此时流入 A 口的燃油体积变化量为：

$$V_A = \int_0^t Q_A dt \quad (3)$$

(2) 对喷出口 B 的流量分析

对于喷出口 B，根据题目所给的喷油速率变化曲线，结合喷油器每秒工作 10 次的工作情况，计算出喷出口 B 每个喷出周期为 100ms，类似于式(2)，可得在 B 口喷出燃油的流量为：

$$Q_B = \begin{cases} Q_b, t \in (100k, 100k + 2.4) \\ 0, t \in (100k + 2.4, 100(k+1)) \end{cases} \quad (k \in N^*) \quad (4)$$

其中 Q_b 为喷油口 B 在喷出时的喷油速率变化曲线，见附录二。流量变化可以反映在体积变化上，从 B 口喷出的燃油体积变化量为：

$$V_B = \int_0^t Q_B dt \quad (5)$$

(3) 对油管内部的压力分析

假设 t 时刻油管内的燃油密度为 $\rho_0(t)$ ，由于流入质量与流出质量之差会对燃油密度产生影响，结合上述式(3),(5)，可得油管内燃油密度满足如下递推关系式：

$$\rho_0(t) = \frac{\rho_a V_a - \rho_b V_b + \rho_0(t-1)V_0}{V_0} \quad (6)$$

结合燃油压强与燃油密度之间的微分方程，则 t 时刻油管内压强有：

$$dP_0(t) = \frac{\beta_1 + \beta_2 P_0(t) + \beta_3 P_0(t)^2}{\rho_0(t)} d\rho_0(t) \quad (7)$$

(4) 单向阀压力控制的规划模型

决策变量： 每次单向阀的开启时间 t_s ；

目标函数： 从开始到 t 时刻内平均每个时刻的油管压力与理想油压 P^* 的偏差平方和最小，即 $\min \frac{1}{t} \int_0^t (P_0(s) - P^*)^2 ds$ ；

约束条件：

①油泵单向阀每次开启后要休息 10ms，则此时入口 A 的流量为

$$Q_A = \begin{cases} Q_a, t \in (k(t_s + 10), (k+1)t_s + 10k) \\ 0, t \in ((k+1)t_s + 10k, (k+1)(t_s + 10)) \end{cases} \quad (k \in N^*)$$

②对应入口 A 的体积变化量为： $V_A = \int_0^t Q_A dt$

③喷油嘴每秒工作 10 次且每次喷油速率相同

$$Q_B = \begin{cases} Q_b, t \in (100k, 100k + 2.4) \\ 0, t \in (100k + 2.4, 100(k+1)) \end{cases} \quad (k \in N^*)$$

④对应出口 B 的体积变化量为： $V_B = \int_0^t Q_B dt$

⑤根据油管内部的质量守恒可得： $\rho_0(t) = \frac{\rho_a V_a - \rho_b V_b + \rho_0(t-1)V_0}{V_0}$

⑥ t 时刻油管内压强为：
$$dP_0(t) = \frac{\beta_1 + \beta_2 P_0(t) + \beta_3 P_0(t)^2}{\rho_0(t)} d\rho_0(t)$$

综上，可得单向阀压力控制-压力恒定的规划模型：

$$\min \frac{1}{t} \int_0^t (P_0(s) - P^*)^2 ds$$

$$\begin{cases} V_A = \int_0^t Q_A dt, V_B = \int_0^t Q_B dt \\ dP_0(t) = \frac{\beta_1 + \beta_2 P_0(t) + \beta_3 P_0(t)^2}{\rho_0(t)} d\rho_0(t) \\ s.t. \begin{cases} \rho_0(t) = \frac{\rho_a V_a - \rho_b V_b + \rho_0(t-1)V_0}{V_0} \\ Q_A = \begin{cases} Q_a, t \in (k(t_s + 10), (k+1)t_s + 10k) \\ 0, t \in ((k+1)t_s + 10k, (k+1)(t_s + 10)) \end{cases} \\ Q_B = \begin{cases} Q_b, t \in (100k, 100k + 2.4) \\ 0, t \in (100k + 2.4, 100(k+1)) \end{cases} \end{cases} \end{cases} \quad (8)$$

5.2.4 单向阀压力控制模型的求解-压力恒定

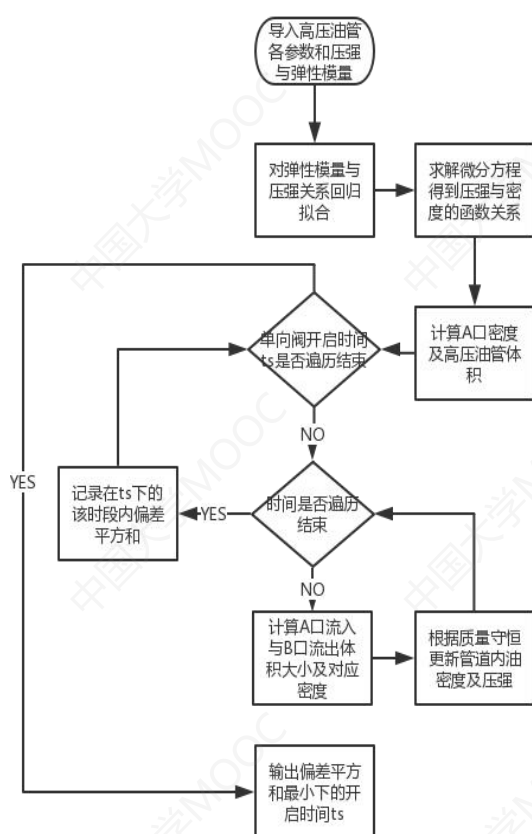


图 7 单向阀压力控制模型的求解流程图

在本问中，要求油管内的压力尽量保持在 $100MPa$ 。已知在燃油入口 A 处的压力为 $160MPa \geq 100MPa$ ，通过对单向阀开启时间的调节，控制油管内压强。采用基于循环遍历的仿真算法，对模型具体求解步骤如下：

Step1: 导入题中各高压油管参数及附录数据，并对压力 P 和弹性模量关系 E 之间关系回归拟合，求解压力 P 和密度 ρ 之间的微分方程的解析解；

Step2: 假设单向阀开启时间 t_s 初始值为 $0.2s$ ，对 $t_s \in (0.2, 0.5)$ 进行循环遍历；

Step3: 对仿真时间 t 从 $0 \sim 5000ms$ ，以 $0.1ms$ 为步长进行仿真循环；

Step4: 对每个仿真时刻 t ，根据 A 口与 B 口给出的流入流出函数，计算该时刻相对于上一时刻变化的流入体积 V_a ，流出体积 V_b 及其燃油密度 ρ_a 、 ρ_b ；

Step5: 根据流入流出和高压管道内的燃油质量守恒式，对管道内密度压强进行更新。如果时间没有仿真结束，返回 **Step4**，如果仿真结束，计算该单向阀开启时间 t_s 下的偏差平方和大小并记录；

Step6: 如果单向阀开启时间 t_s 没有遍历结束, 则返回 Step3, 如果遍历结束, 则寻找偏差平方和最小的单向阀开启时间并输出其各项评价指标。

通过 matlab 求解得, 单向阀单次的开启时长为 $0.281ms$ 。其对压力的调整过程如右图(8)所示, 整体趋势先下降有平稳上升, 整个过程中有小幅波动。

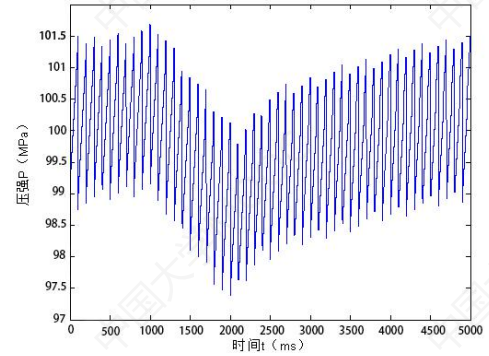


图 8 平稳在 $100MPa$ 的压强变化

5.2.5 单向阀压力控制模型的求解-压力变化

在本问中, 要将油管内的压力从 $100MPa$ 调节至 $150MPa$, 之后保持稳定, 并对压力调节时长做相应约束。

首先, 关于压力变化的阶段周期进行讨论, 若要对油管内的气压进行调节, 压力的变化可以分为两个阶段进行讨论分析。

第一个阶段为调节期, 在该阶段压力值从初始值波动调节为预设值; 第二阶段为稳定期, 在该阶段压力大小围绕预设值上下波动。两个阶段的压强随时间变化的理想示意图如右图(9)。

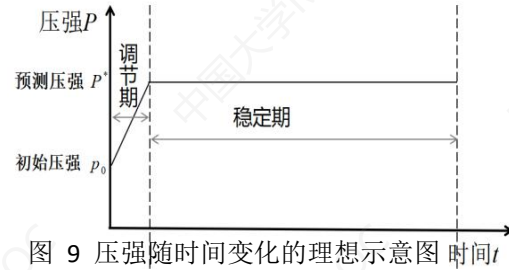


图 9 压强随时间变化的理想示意图

因此需要计算出单向阀的开启时间与其所能达到的最大压力之间的关系, 显然其所能到达的最大压力小于 $160MPa$ 。根据仿真计算, $150MPa$ 不是其稳定阈值, 故需分为两阶段进行调节分析。

对于调节阶段的最优单向阀开启时间求解模型, 将以单向阀开启时间作为决策变量, 其在规定时间内到达的压力值与预设压力值的距离最小作为目标函数, 增加其规定时间之前的油压均小于理想点压力值的约束条件, 建立新的目标规划模型。其油压从 $100MPa$ 上升到 $150MPa$ 调节期的数学模型如下:

$$\begin{aligned} & \min |P_0 - P^*| \\ & \left\{ \begin{aligned} & V_A = \int_0^t Q_A dt, V_B = \int_0^t Q_B dt \\ & \rho_0(t) = \frac{\rho_a V_a - \rho_b V_b + \rho_0(t-1)V_0}{V_0} \\ & s.t. \begin{cases} dP_0(t) = \frac{\beta_1 + \beta_2 P_0(t) + \beta_3 P_0(t)^2}{\rho_0(t)} d\rho_0(t), P_0 \geq P^*, t \leq t^* \\ Q_A = \begin{cases} Q_a, t \in (k(t_s + 10), (k+1)t_s + 10k) \\ 0, t \in ((k+1)t_s + 10k, (k+1)(t_s + 10)) \end{cases}, Q_B = \begin{cases} Q_b, t \in (100k, 100k + 2.4) \\ 0, t \in (100k + 2.4, 100(k+1)) \end{cases} \end{cases} \end{aligned} \right. \quad (9) \end{aligned}$$

求解算法仍采用上述模拟仿真算法, 求解得到 $2s$ 、 $5s$ 、 $10s$ 内达到 $150MPa$ 的调节单向阀开启时长分别为 $0.801ms$ 、 $0.763ms$ 、 $0.742ms$ 。

稳定期的单向阀单次开启时长的计算基于问题 1 模型(8), 在此不做赘述, 用相同方法, 求得稳定在 $150MPa$ 的最佳单向阀开启时长为 $0.730ms$ 。

表 1 问题 1_2 求解结果

调节时间 (s)	2	5	10
调整期单向阀单次开启时长 (ms)	0.801	0.763	0.742
稳定期单向阀单次开启时长 (ms)	0.730		

调节过程示意图如下所示:

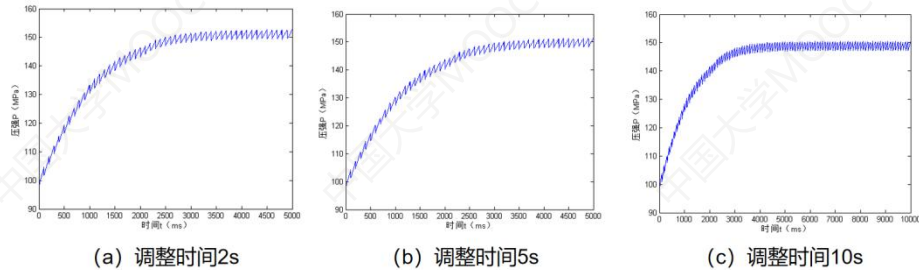


图 8 调节过程示意图

有上图(10)可见,在不同的调整时间和不同的单向阀单词开启时间下,最后都会围绕 150MPa 做上下波动。调整时间越短的,单向阀单次开启时间越短。

5.2.6 单向阀压力控制模型的评价

为了更好地评价管内压力在 100MPa 附近的波动情况,引入 3 个新的评价指标对压力控制模型的压力平稳性进行评价,分别是超调量、均值及理想点距离。

超调量:从稳定时刻到 t 时刻这段时间内油管内压力的最大偏差与预设压力之比,即 $M_p = \frac{\max |P_0(t-t_0) - P^*|}{P^*}$;

基于上述求解模型及算法可求得,每种情况下的超调量、均值及距离理想点的距离,如下表 2 所示:

表 2 单向阀压力控制模型参数

	100MPa-100MPa	150MPa-150MPa
调节时长	\	2 5 10
偏差平方和	3.7905	2316.0085
超调量 (%)	0.041	3.14
均值 (MPa)	98.2538	148.1146

在保持压力为 100MPa 稳定的情况下,其偏差平方和仅为 3.8 左右,说明其偏差较小,其他参数显示波动结果较好。在 150MPa 波动远远大于稳定在 100MPa。

综上所述,保持油管内压力维持在 100MPa,单向阀单次开启为 0.281ms。油管内压力由 100MPa 改变为 150MPa,经由 2s、5s、10s 变化,则调整期单向阀单次开启时长分别为 0.801ms、0.763ms、0.742ms,稳定期均为 0.730ms。

表 3 问题 1 求解结果

	100MPa-100MPa	100MPa-150MPa
变化时长 (s)	0	2 5 10
调整期单次单向阀开启时长 (ms)	0.801	0.763 0.742
稳定期单次单向阀开启时长 (ms)	0.73	
稳定阶段偏差平方和	3.7905	2316.0085

5.3 问题 2: 凸轮压力控制模型

凸轮的初始角度决定凸轮的初始状态,可以进行类似于进出油的决策选择的

讨论，此处不做赘述，本文基于初始角度为 180° 进行分析。凸轮的运动情况决定着燃油的进入量，此题通过控制凸轮的角速度来保持油管内压力的稳定。

5.3.1 高压油泵内部的工作情况分析

高压油泵由柱塞腔进行供油工作，当柱塞腔内的压力比油管内部大，单向阀才会开启进行油泵供油。凸轮推动着柱塞腔上下运动，为此研究凸轮的运动情况。

凸轮的运动情况为匀速圆周运动，即每个时刻的角速度相同。为了使附件 1 离散数据连续化，对附件 1 中所给凸轮边缘参数数据进行拟合，由于其散点图形如正弦曲线，故用正弦拟合，得到拟合后的关系式为 $r_l = 2.413 \cos \theta + 4.826$ 。

拟合曲线经过原数据的每一个点，拟合效果佳。绘制拟合后曲线和凸轮形状：

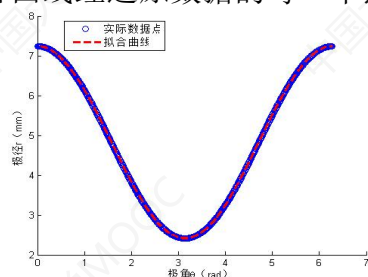


图 9 拟合后曲线

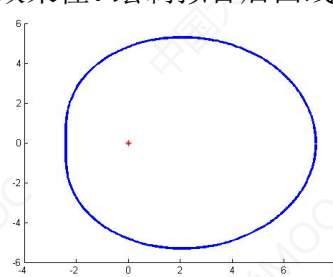


图 10 凸轮形状

当凸轮推动柱塞运动到上止点时，此时凸轮的极径最大为 7.239mm ，柱塞腔残余容积为 20mm^3 ，当凸轮推动柱塞运动到下止点时，此时柱塞腔底部处于运动最低点，凸轮的极径最小为 2.413mm ，低压燃油会充满柱塞腔。柱塞腔上止点与下止点的位移差为凸轮的最大最小极径之差，则其上止点与下止点的位移差为 4.826mm 。可计算出整个柱塞腔体积 $V_{z0} = \frac{d_z^2}{4} \pi \times 4.826 + 20 = 114.7583\text{mm}^3$ 。

在下止点位置时，低压燃油全部充满柱塞腔时的燃油压力为 0.5MPa ，燃油体积为 43.68mm^3 。

由于在凸轮运动过程中，其柱塞腔内油压持续变化。对于柱塞运动时里面燃油量的变化过程的分析。凸轮通过转动，以不同的极径推动柱塞，其升程即极径之差，以下分 4 个阶段对高压油泵的柱塞腔里面燃油的情况进行讨论。四个凸轮运动阶段示意图如下所示：

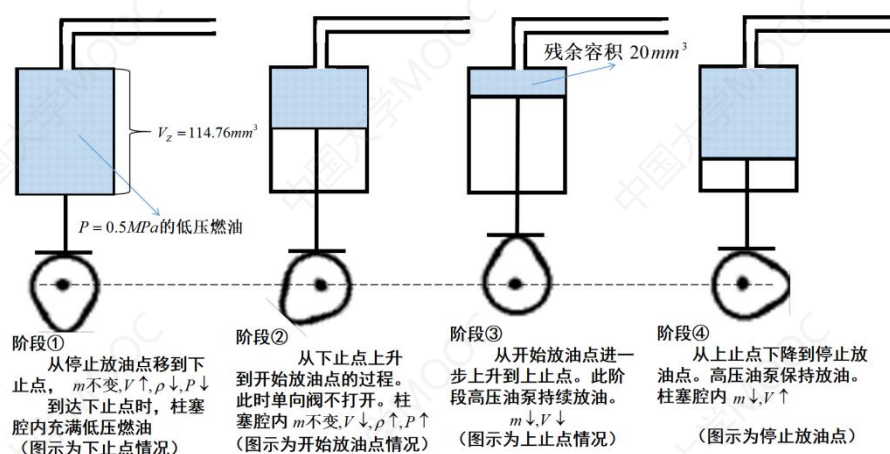


图 11 四个凸轮运动阶段示意图

①柱塞在下止点时，低压燃油充满整个柱塞腔，此时燃油压力为 0.5MPa ，燃油体积最大，即整个柱塞腔体积；

②柱塞在由下止点向单向阀门开始放油点上升运动时，压力小于高压油管的

压力，单向阀关闭。这个阶段柱塞腔内质量守恒，体积减小，密度逐渐增大，故燃油压力增大；

③柱塞在阀门放油点向阀门关闭点运动时，压力恒大于高压油管内压力，该阶段，柱塞腔放油，燃油质量下降，记燃油密度随时间变化为 $\rho_a(t)$ ，此时流入

高压油管的流量为： $Q_a = CA\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho_a}}$ 。

其中， ΔP 为柱塞腔与高压油管压力差，即 $\Delta P = P_a - P_0$ ，且柱塞腔内燃油压力与密度同样满足问题 1 微分方程求解得到的燃油压力与密度的关系函数。

时段 t 内从供油入口 A 流进高压油管的燃油体积为 $V_a = \int_0^t Q_a dt$ ，故这段时间内柱塞腔内减少的燃油质量有： $m_a = \int_0^t Q_a \cdot \rho_a dt$ 。

因此， t 时刻时柱塞腔内燃油密度表示为： $\rho_a = \frac{m_0 - m_a}{V_z}$ 。

其中， m_0 为柱塞腔下止点时的燃油质量， V_z 为 t 时刻时柱塞腔燃油体积。

④柱塞在由阀门关闭点向下止点运动时，质量不变，体积增大，压力减小。对于柱塞腔内燃油的体积，其与凸轮角速度满足如下数学表达式：

$$\begin{cases} V_z = V_{z0} - \frac{\pi s d_z^2}{4} \\ s = r_t - r_0, r_t = f(\theta), \theta = \omega t \end{cases} \quad (10)$$

其中， s 表示当前时刻凸轮相对于其下止点的极径变化量，极径与极角满足上述拟合得到的本题中平板凸轮的函数关系 $r_t = 2.413 \cos \theta + 4.826$ 。

5.3.2 针阀喷油嘴内部的工作情况分析

针阀的开启和闭合与其升程有关，升程大于 0 时针阀开启，此时燃油可以通过针阀与密封座之间的空隙从喷孔流出，故对每个周期针阀开启时针阀与密封座之间的截面积进行分析。

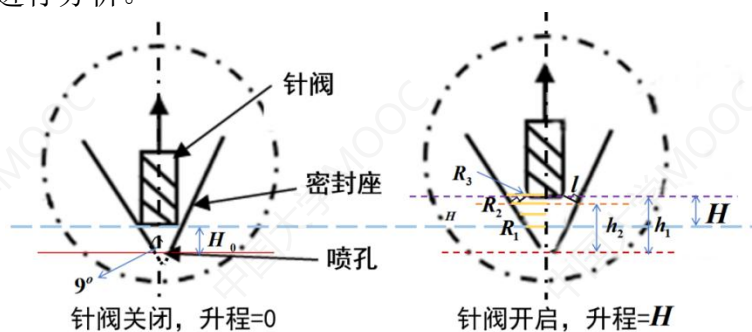


图 12 针阀运动示意图

如图(14)，针阀关闭时的升程为 0，此时针阀底端距离喷孔的垂直高度为 $H_0 = \frac{R_1 - R_p}{\tan 9^\circ} = 3.473mm$ 。当针阀升程 H 大于 0 时针阀开启，设针阀底端距离喷孔的垂直高度为 h ，则 $h = (H + H_0)$ 。

设针阀与密封座之间圆台的母线长度为 l ，上底半径为 R_1 （也为针阀半径），下底半径为 R_2 ，圆台上下底到喷孔的垂直高度分别为 h_1, h_2 。

由圆锥半角为 9° ，可得： $\tan 9^\circ = \frac{R_3}{h_1} = \frac{R_2}{h_2} = \frac{h_1 - h_2}{R_3 - R_1}$

对圆台分析, 得: $l = \frac{h_1 - h_2}{\sin 9^\circ} = \frac{R_3 - R_1}{\cos 9^\circ} = H \sin 9^\circ$

$$S_j = \pi l (R_1 + R_2)$$

$$R_2 = h_2 \tan 9^\circ$$

又由 $h_2 = (h_1 - l \sin 9^\circ)$, $h_1 = H + H_0$, 得 $R_2 = (H - H_0) \tan 9^\circ - H (\sin 9^\circ)^2 \tan 9^\circ$

联立以上各式, 可得圆台的侧面积为

$$\begin{cases} S_j = \pi H \sin 9^\circ (1.25 + R_2) \\ R_2 = (H - H_0) \tan 9^\circ - H (\sin 9^\circ)^2 \tan 9^\circ \end{cases} \quad (11)$$

当针阀升程为 H 时, 燃油通过针阀和密封座之间的空隙 (圆台侧面积) 向喷口流动。由圆锥半角与圆台上下底半径及其距喷孔的几何关系可得截面积与升程 H 的关系, 即式 (11)。

针阀升程较小时, 针阀与密封座的空隙较小, 通过这个截面积的燃油在短时间内可以全部从喷孔流出; 针阀升程较大时, 针阀与密封座的空隙较大, 此时可以喷出的燃油过多但由于喷孔大小的限制, 从喷油器喷出的燃油流量通过喷孔的大小来计算。

喷油嘴外连发动机的燃烧室, 燃烧室主要负责收集空气与燃油作用, 其压力为一个标准大气压^[2]。

$$\begin{cases} Q_b = CA \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}, A = \min\{S_j, S_p\} \\ S_j = \pi H \sin 9^\circ (1.25 + R_2) \\ R_2 = (H - H_0) \tan 9^\circ - H (\sin 9^\circ)^2 \tan 9^\circ \end{cases} \quad (12)$$

喷孔面积 $S_p = \frac{\pi d_p^2}{4} = 1.5386 \text{ mm}^2$ 针阀运动一个周期内流出的燃油体积变化量为 $V = \int_0^p Q_b dt$, 为了更直观地描述一个周期内喷油嘴的喷出速率 (流量) 和针阀升程随时间的变化。

在 $P_0 = 100 \text{ MPa}$, $\rho_0 = 0.85 \text{ mm}^3/\text{ms}$ 时, 由图 (15) 可以看出, 流量随时间的变化情况与针阀运动趋势大体一致, 与问题 1 所给的喷油器喷出速率曲线图较为相似。

在时间 $0-0.3 \text{ ms}$ 期间, 喷油速率逐渐增加至 $20 \text{ mm}^3/\text{ms}$; 在 $0.2-2.2 \text{ ms}$ 期间, 喷油速率稳定不变; 在 $2.2-2.5 \text{ ms}$ 期间, 喷油速率逐渐降至 0。

5.3.3 高压油管内部密度变化情况

高压油管的压力随油泵流入的燃油量和喷油嘴喷出的燃油量变化, 初始时刻油管内部的压力为 100 MPa , 当柱塞腔内压力大于油管内压力时才有燃油流向高压油管, 而流出的流量大小是由喷油嘴的针阀控制的。

假设 t 时刻油管内的燃油密度为 ρ_0 , 联立供油系统和喷油系统间的质量关联, 可得油管内燃油密度满足如下关系式: $\rho_0(t) = \frac{m_a - \rho_b V_b + \rho_0(t-1) V_0}{V_0}$ 。

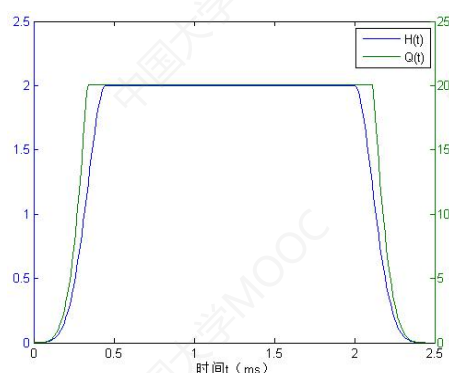


图 13 升程/流量随时间的变化情况

5.3.4 凸轮压力控制模型的建立

欲使高压油管内部压力尽可能稳定,需要通过调节燃油的流入和流出量来对内部压力进行控制。凸轮的角速度决定着燃油从柱塞腔流入高压油管的油量,从而影响着油管内部压力的波动情况。

以凸轮的角速度为决策变量,平均每个时刻油管内压力偏离预设压力的偏差平方和最小为目标函数,以流入流出的燃油量和阀门开启条件为约束,建立凸轮压力控制模型。

决策变量: ω , 凸轮做匀速圆周运动的角速度

目标函数: 从初始时刻到 t 时刻内平均每个时刻的油管压力值与预设压力值的偏差平方和最小, 即 $\min \frac{1}{t} \int_0^t (P_0(s) - P^*)^2 ds$

约束条件:

- ① 柱塞腔与高压油管存在正压差单向阀门开启, 燃油流入高压油管, 即 $\Delta P_A > 0$;
- ② 从阀门开启到阀门关闭这段时间内, 从柱塞腔流入高压油管的燃油的体积为 $V_a = \int_0^t Q_a dt$, 这些燃油的质量为 $m_a = \int_0^t Q_a \cdot \rho_a(t) dt$;
- ③ 凸轮角速度与柱塞腔内燃油密度的关系为 $\rho_a = \frac{m_0 - m_a}{V_z}$, 其中 $V_z = f(\omega)$;
- ④ 任一时刻油管内的密度为 $\rho_0(t) = \frac{m_a - \rho_b V_b + \rho_0(t) V_0}{V_0}$;
- ⑤ 一个喷油周期内从喷孔流出的燃油体积变化量为 $V_b = \int_0^{t_p} Q_b dt$;
- ⑥ 喷油器一秒内工作十次, 平均每次工作周期为 $100ms$, 则喷孔喷油流量与时间的关系为: $Q_b = \begin{cases} Q_b, t \in (100k, 100k + t_p) \\ 0, t \in (100k + t_p, 100(k+1)) \end{cases}$

综上, 建立凸轮压力控制模型:

$$\begin{aligned} & \min \frac{1}{t} \int_0^t (P_0(s) - P^*)^2 ds \\ & s.t. \begin{cases} m_a = \int_0^t Q_a \cdot \rho_a(t) dt, \quad Q_a = CA_A \sqrt{\frac{2\Delta P_A}{\rho_a}} \\ \rho_a(t) = \frac{m_0 - m_a}{V_z}, \quad V_z = f(\omega t) \\ V_b = \int_0^{t_p} Q_b dt, \quad Q_b = CA_B \sqrt{\frac{2\Delta P_B}{\rho}}, \quad A_B = \min\{S_j, S_p\} \\ Q_b = \begin{cases} Q_b, t \in (100k, 100k + t_p) \\ 0, t \in (100k + t_p, 100(k+1)) \end{cases} \\ \rho_0(t) = \frac{m_a - \rho_b V_b + \rho_0(t-1) V_0}{V_0} \\ dP_0(t) = \frac{\beta_1 + \beta_2 P_0(t) + \beta_3 P_0(t)^2}{\rho_0(t)} d\rho_0(t) \end{cases} \end{aligned} \quad (13)$$

5.3.4 凸轮压力控制模型的求解

针对凸轮压力控制模型的求解, 其凸轮转动角速度求解算法的设计思路类似

于问题一，也采用循环遍历下的仿真算法。对于其高压油泵和喷油嘴工作的仿真求解，有以下几点问题及其解决思路：

①无法通过当前时刻的状态变量对该时刻下的状态进行求解，可以采用上一时刻的各状态量对当前时刻的状态进行近似代替计算，如油管密度 $\rho_0(t)$ 和压强 $P_0(t)$ ，对上述模型中 A 口流量的计算进行变换，有：
$$Q_a = CA \sqrt{\frac{2(P_a(t) - P_0(t-1))}{\rho_a}}$$
；

②凸轮每次经过下止点时对高压油泵需要进行低压燃油填充，此处可以对其进行燃油质量重新赋值实现；

③对于两个相邻时刻间的流量变化，可以认为在一个步长时间间隔内，其流量近似认为不变，对于流入体积有： $V_a = Q_a h$ 。

结合上述两点近似求解方法，得到凸轮转动角速度的求解算法流程图如下：

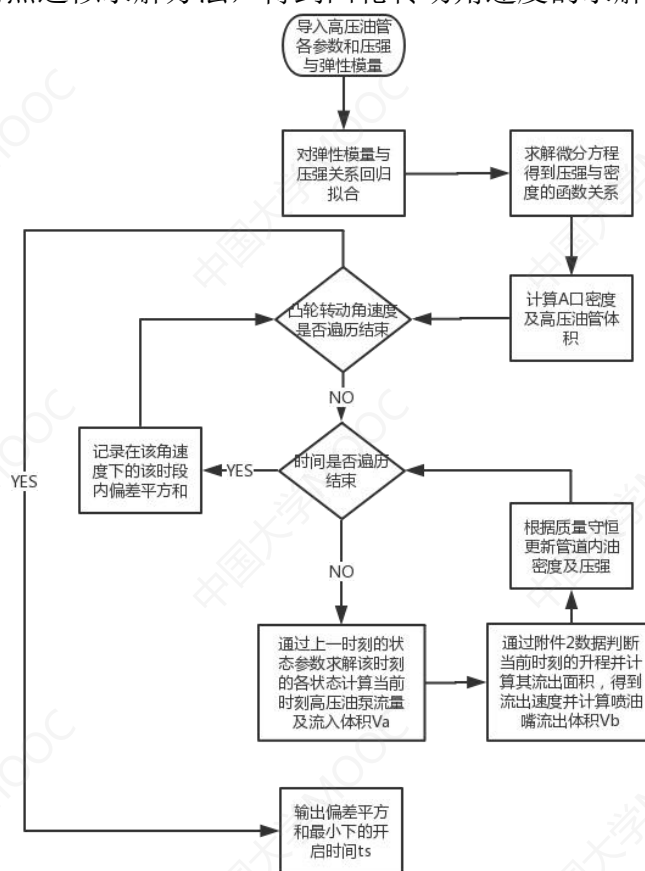


图 14 凸轮控制模型的求解算法流程图

基于上述求解算法，解得当凸轮的角速度为 0.029rad/ms 时压力波动最小，此时偏差平方和取得最小值 59.48。当角速度在 [0.024, 0.034] 间其他值的偏差平方和均大于 100，油管内压力对角速度敏感。

5.3.5 凸轮压力控制模型的评价

通过对凸轮改变角速度的压力控制模型做如单向阀压力控制相同的评价指标，二者做对比分析。

表 4 压力控制模型对比分析表

	偏差平方和	超调量	均值
凸轮	59.48	7.562	99.8760
单向阀	3.7905	0.041	98.2538

根据上表数据，可明显发现凸轮的偏差平方和和超调量远大于单向阀，但是均值更接近理想稳定值。

5.4 问题 3-1：喷油供油模型及策略分析

在两个喷油嘴工作的情况下，两个喷油嘴的喷油规律相同，考虑调整两个喷油嘴开始工作的时间间隔，可以同时开始工作，也可以喷油嘴 B、C 先后工作。

维持油管压力稳定的供油策略基于喷油情况，两个喷油器同时工作时先后工作时的供油策略是不同的，供油策略取决于凸轮角速度。基于喷油器的工作情况，改变凸轮角速度，调整喷油策略从而使高压油管内的压力稳定在 100 MPa 。

5.4.1 双喷油嘴供油模型

由上文高压油管内部的气压处处相等，两个喷油嘴的压力也相等，两个喷油嘴工作时独立，故两个喷油嘴 B、C 的位置对其喷油量无影响。设两个喷油嘴开始工作时的时间间隔为 t_d ，喷油嘴 B 先开始工作和 C 先开始工作完全一样，故以 C 开始时间滞后 B 开始时间 t_d 为例分析。

两个喷油嘴工作时的喷油流量随时间的变化分别为：

$$Q_B = \begin{cases} Q_b, t \in (100k, 100k + 2.5) \\ 0, t \in (100k + 2.5, 100(k+1)) \end{cases} \quad Q_C = \begin{cases} Q_b, t \in (100k + t_d, 100k + 2.5 + t_d) \\ 0, t \in (100k + 2.5 + t_d, 100(k+1) + t_d) \end{cases}$$

Q_b 为一个周期内当针阀开启时单个喷油嘴的喷油流量，具体计算见式 (12)，此时两个喷油嘴的总喷油流量为 $Q_{BC} = Q_B + Q_C$ 。

对两个喷油器的开始时间间隔 t_d 讨论如图 (17)，当其为 0 时，每次喷出的燃油量为原来的两倍；当其大于 0 小于喷油周期 2.5 时，总喷油量之和要对两个喷油曲线进行叠加；当其大于 2.5 时，两个喷油器工作时间不重合，可将喷空然后流量曲线先后叠加分析。

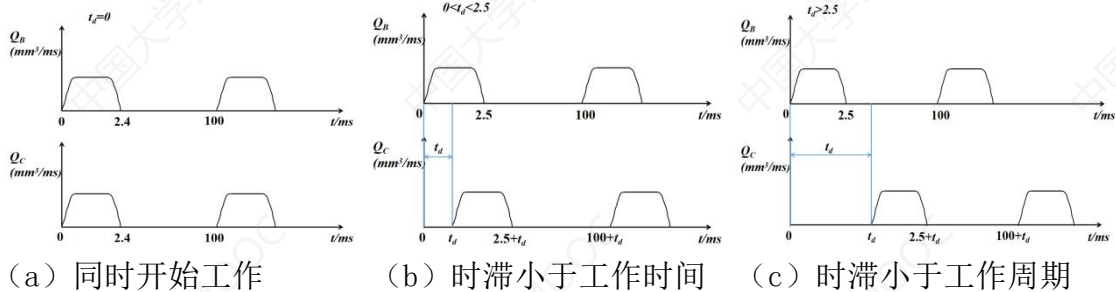


图 15 喷油器的开始时间间隔的讨论

从初始时刻到 t 时刻，两个喷油嘴流出的总燃油体积变化量为：

$$V_{BC} = \int_0^t Q_{BC} dt ;$$

高压油泵流入高压油管的燃油量体积为：

$$V_a = \int_0^t Q_a dt, \quad Q_a = C A_A \sqrt{\frac{2\Delta P_a}{\rho_a}}, \quad \rho_a = \frac{m_0 - m_a}{V_z}, \quad \text{计算同式 (11)} ;$$

由于高压油管内部燃油的质量守恒，故 t 时刻时油管内燃油密度为：
 $\rho_0(t) = \frac{\rho_a V_a - \rho_{BC} V_{BC} + \rho_0(t-1) V_0}{V_0}$ ，其中 $\rho_{BC} \approx \rho_0(t-1)$ ， $\rho_a = \frac{m_0 - m_a}{V_z}$ 与凸轮角速度相关，具体见式 (10)；

$$t \text{ 时刻油管内压强的变化量为： } dP_0(t) = \frac{\beta_1 + \beta_2 P_0(t) + \beta_3 P_0(t)^2}{\rho_0(t)} d\rho_0(t)。$$

以两个喷油嘴开始工作的时间间隔 t_d 和凸轮角速度为决策变量，以高压油管内平均每时刻的压力相对于目标压力值的偏差最小为目标函数，以管内压力和密度随流入流出燃油变化、喷油嘴工作方式、凸轮角速度对入口流量的影响为约束，建立双喷油嘴供油喷油模型。

决策变量：两喷油器开始工作的时间间隔 t_d 和凸轮角速度 ω ；

目标函数：从高压油管内从初始时刻到 t 时刻内平均每个时刻的压力与目标压力值的偏差平方和最小， $\min \frac{1}{t} \int_0^t (P_0(s) - P^*)^2 ds$ ；

约束条件：

- ①两个喷油嘴的总喷油流量随时间变化的关系为： $Q_{BC} = Q_B + Q_C$ ，其中 $Q_B = \begin{cases} Q_b, t \in (100k, 100k + 2.5) \\ 0, t \in (100k + 2.5, 100(k+1)) \end{cases}$ ， $Q_C = \begin{cases} Q_b, t \in (100k + t_d, 100k + 2.5 + t_d) \\ 0, t \in (100k + 2.5 + t_d, 100(k+1) + t_d) \end{cases}$ ；
- ②从初始时刻到 t 时刻两个喷油嘴喷出的燃油总体积为： $V_{BC} = \int_0^t Q_{BC} dt$ ；
- ③从初始时刻到 t 时刻从高压油泵流入高压油管的燃油总体积如模型（13）；
- ④ t 时刻时高压油管内的燃油密度为： $\rho_0(t) = \frac{\rho_a V_a - \rho_{BC} V_{BC} + \rho_0(t-1) V_0}{V_0}$ ；
- ⑤ t 时刻油管内压强与密度间的关系： $dP_0(t) = \frac{\beta_1 + \beta_2 P_0(t) + \beta_3 P_0(t)^2}{\rho_0(t)} d\rho_0(t)$

综上，建立双喷油嘴供油喷油模型如下：

$$\begin{aligned} & \min \frac{1}{t} \int_0^t (P_0(s) - P^*)^2 ds \\ & s.t. \begin{cases} Q_{BC} = Q_B + Q_C, V_{BC} = \int_0^t Q_{BC} dt, V_a = \int_0^t Q_a dt \\ \rho_0(t) = \frac{\rho_a V_a - \rho_{BC} V_{BC} + \rho_0(t-1) V_0}{V_0} \\ dP_0(t) = \frac{\beta_1 + \beta_2 P_0(t) + \beta_3 P_0(t)^2}{\rho_0(t)} d\rho_0(t) \\ Q_a = CA \sqrt{\frac{2\Delta P_a}{\rho_a}}, \rho_a = \frac{m_0 - m_a}{V_z}, A = \min\{S_j, S_p\} \\ Q_B = \begin{cases} Q_b, t \in (100k, 100k + 2.5) \\ 0, t \in (100k + 2.5, 100(k+1)) \end{cases}, Q_b = CA \sqrt{\frac{2\Delta p_b}{\rho}} \\ Q_C = \begin{cases} Q_b, t \in (100k + t_d, 100k + 2.5 + t_d) \\ 0, t \in (100k + 2.5 + t_d, 100(k+1) + t_d) \end{cases} \end{cases} \end{aligned} \quad (14)$$

5.4.2 双喷油嘴供油喷油模型的求解

对于双喷油嘴供油的喷油模型，可以发现，两个喷油嘴的喷油时间间隔和凸轮转动角速度对高压油管压力的影响基本相互独立，即可以寻找到任意凸轮角速度 ω 下的最优喷嘴时间间隔 t_d ，和任意喷嘴时间间隔 t_d 下的最优凸轮转动角速度 ω 。因此，对于双喷油嘴供油模型求解算法的设计，单喷嘴供油的求解算法，先

在固定角速度下遍历搜索得到最优双喷油嘴时间间隔 t_d ，再以最优时间间隔 t_d 的条件下对最优凸轮角速度 ω 进行遍历搜索。

基于上述求解算法，对模型 (14) 进行 t_d 和 ω 的遍历，解得到使高压油管内压力波动最小时的双喷油嘴时间间隔 t_d 为 0，此时凸轮转动角速度为 0.057rad/ms 。

5.4.3 供油喷油策略

因此，在双喷油嘴的供油系统中，最佳的喷油策略是两个喷油嘴以时间间隔 0s 开始工作，即 B、C 两个喷油嘴同时开始工作。

5.5 问题 3-2：减压阀压力控制模型

本题要求通过控制高压油泵和减压阀来更精准地控制高压油管内的压力，即在最佳两喷油器工作时间间隔 $t_d = 0$ 下，对凸轮转动角速度和单向减压阀的阈值 η 进行优化选择，使得此时高压油管内部的压力波动最小。

5.5.1 减压阀工作情况的分析

减压阀 D 外为低压油区，由问题 2 的低压油的压力为 0.5MPa ，故假设此处 D 口外侧油压也为 0.5MPa 。

设单向减压阀开启和关闭时的阈值为 η ， t 时刻若油管内部压力与 100MPa 的偏离值较大且为正，超出设定的阈值，即 $P_0(t) - 100 \geq 100\eta$ ，此时单向减压阀完全打开，单向阀出口处小孔的面积由 0 迅速变为 $S_D = \frac{\pi d_D^2}{4}$ ；若 t 时刻油管内部压力与 100MPa 的偏离值较大且为负，即 $P_0(t) - 100 \leq -100\eta$ ，此时单向减压阀迅速关闭，单向阀出口处小孔面积变为 0，从 D 口流出的燃油流量为 0。

设 $flag$ 为表示阀门开关的状态变量， $flag = \begin{cases} 1, & \text{减压阀门开启} \\ 0, & \text{减压阀门关闭} \end{cases}$ ，单向减压阀

的开启和关闭可以近似认为是瞬间发生的，即计算从 D 口流出的燃油流量时小孔 D 的面积只会是 0 或 S_D ，则可得阀门小孔面积与阀门开关情况关系：

$$flag = 0 \text{ 时, } A_D = \begin{cases} 0, & P_0(t) - P^* \leq P^* \eta \\ S_D, & P_0(t) - P^* \geq P^* \eta \end{cases};$$

$$flag = 1 \text{ 时, } A_D = \begin{cases} 0, & P_0(t) - P^* \leq -P^* \eta \\ S_D, & -P^* \eta \leq P_0(t) - P^* \leq P^* \eta \end{cases};$$

任一时刻从单向减压阀流出的燃油流量为 $Q_D = CA_D \sqrt{\frac{2\Delta P_D}{\rho_0(t)}}$ ，其中 $\rho_0(t)$ 为任一时刻高压油管内燃油的密度， $\Delta P_D = P_0(t) - P_l, P_l = 0.5$ 。

从初始时刻到 t 时刻从减压阀流出的燃油总体积为： $V_D = \int_0^t Q_D dt$ 。

5.5.2 减压阀压力控制模型的建立

对高压油管内部和高压油泵的分析基本同 5.4，在此不多赘述，只是由于减压阀的增加对油管内的密度产生影响， t 时刻时高压油管内的燃油密度为：

$$\rho_0(t) = \frac{\rho_a V_a - \rho_{BC} V_{BC} - \rho_D V_D + \rho_0(t-1) V_0}{V_0}$$

综上所述，减压阀压力控制规划模型如下：

决策变量： ω 凸轮角速度； η 单向减压阀开启时的阈值；

目标函数： $\min \frac{1}{t} \int_0^t (P_0(s) - P^*)^2 ds$ 从高压油管内从初始时刻到 t 时刻内平均每个时刻的压力与 100 的偏差平方和最小；

约束条件：

本模型相对于模型（14）的约束改变情况主要有：

①任一时刻从单向减压阀 D 口流出的燃油流量为： $Q_D = CA_D \sqrt{\frac{2\Delta P_D}{\rho_0(t)}}$ ， A_D 与阀门开关状态和油管内的压力有关；

②从初始时刻到 t 时刻从减压阀 D 口流出的燃油总体积为： $V_D = \int_0^t Q_D dt$ ；

③ t 时刻时高压油管内的燃油密度为： $\rho_0(t) = \frac{\rho_a V_a - \rho_{BC} V_{BC} - \rho_D V_D + \rho_0(t-1)V_0}{V_0}$ ；

综上，建立减压阀压力控制模型如下：

$$\begin{aligned} & \min \frac{1}{t} \int_0^t (P_0(s) - P^*)^2 ds \\ & s.t. \begin{cases} Q_{BC} = Q_B + Q_C, \quad Q_D = CA_D \sqrt{\frac{2\Delta P_D}{\rho_0(t)}} \\ V_{BC} = \int_0^t Q_{BC} dt, \quad V_a = \int_0^t Q_a dt, \quad V_D = \int_0^t Q_D dt \\ \rho_0(t) = \frac{\rho_a V_a - \rho_{BC} V_{BC} - \rho_D V_D + \rho_0(t-1)V_0}{V_0} \\ dP_0(t) = \frac{\beta_1 + \beta_2 P_0(t) + \beta_3 P_0(t)^2}{\rho_0(t)} d\rho_0(t) \end{cases} \end{aligned} \quad (15)$$

5.5.3 减压阀压力控制模型的求解及阀门阈值的确定

针对上述模型()的求解，其高压油泵中凸轮角速度及减压阀阈值均需要进行控制，以寻找最优控制方案。因此，需要对该减压阀控制模型下的凸轮角速度 ω 和减压阀阈值 η 进行遍历。

由于对 ω 和 η 两个指标进行遍历的时间复杂度过大，为此，可以采用网格搜索算法和“先粗搜，后精搜”的搜索策略对该模型进行求解，对凸轮角速度以 0.01 为步长，以 0 到 0.1 的范围，对减压阀阈值以 0.1 为步长，以 0 到 0.5 的范围建立网格，先搜索寻找最优网格使得高压油管压力波动最小。再对最优网格的 ω 和 η 缩小步长，缩小搜索范围进行进一步搜索，直到步长小于 10^{-4} 时停止搜索，得到减压阀压力控制模型高压油泵凸轮角速度 ω 和减压阀阈值 η 的最优控制方案。

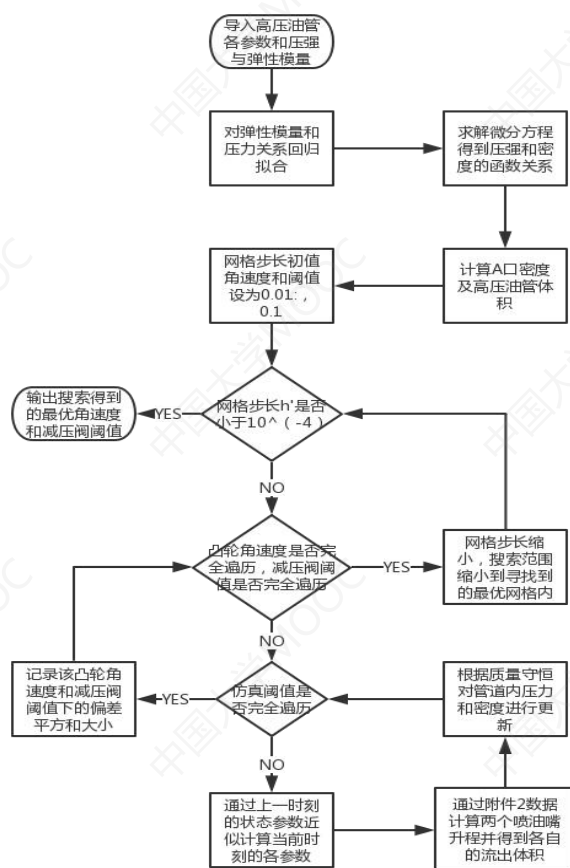


图 16 问题 3 算法流程图

5.5.5 高压油泵和减压阀的控制方案

基于上述算法，求得在两喷油嘴时间间隔 $t_d = 0$ 的情况下，凸轮转动角速度 $\omega = 0.058 \text{ rad/ms}$ ，减压阀阈值 $\eta = 6.3\%$ 为最佳控制策略，此时偏差平方和取得最小值 14.5648，管内油压波动平缓。

六、模型灵敏度分析及模型的检验

6.1 灵敏度分析

6.1.1 喷油嘴每秒喷油次数对单向阀开启时间的影响

在本题中喷油嘴每秒工作次数固定为 10 次，即喷油嘴一个周期的工作时间为 100ms。在实际高压油管中喷油嘴工作过程中，其喷油嘴的工作时间较难控制在稳定值，不一定严格保持在 100ms 左右。因此，我们需要对喷油嘴每秒的工作时间进行灵敏度分析，观察单向阀开启时间随其变化的趋势。

在原有每秒 10 次的工作频率，将其作为自变量，以 (5,15) 的每秒工作次数进行变化，在问题 1 仿真算法下，求解得到不同喷油嘴工作频率下的单向阀开启时间，将其变化曲线作图如右图(17)。

观察上图中单向阀开启时间随喷油嘴每秒喷油次数的变化曲线，发现两者呈明显的负相关，且其变化速率随次数的增加而减慢。究其原因，可能由于喷油嘴

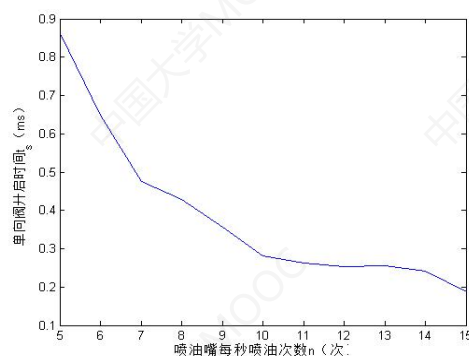


图 17 喷油嘴每秒喷油次数

喷油次数的变化会引起喷油嘴周期的改变，为使得喷油嘴压强保持不变，应尽量时刻保持“供需平衡”，即 A 口流入质量等于 B 口流出质量，B 口周期下降，则 A 口的单向阀开启时间也会随之减少。

6.1.2 高压油管初始压强对单向阀开启时间的影响

在实际生产生活中，其高压油管初始压强是一个变化量，无法保证每次高压油管开始工作时的初始压强均为定值 100MPa 。同样，对其进行灵敏度分析是有必要的。

将高压油管的初始压强作为自变量，取值在 $(50,150)$ 范围内进行变化，通过问题 1 仿真算法求解得到不同初始压强下对应的单向阀开启时间，并绘制变化曲线图如右图(18)所示

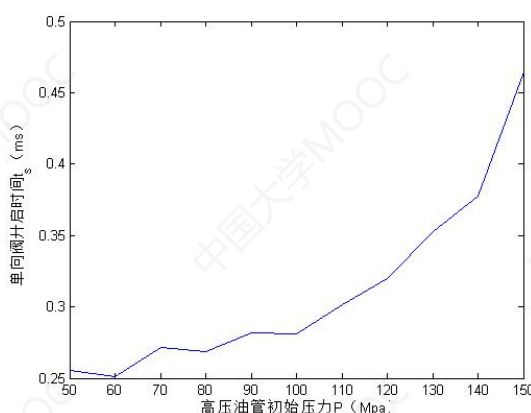


图 18 高压油管初始压强

从上图可以看出，单向阀开启时间随高压油管初始压力的变化剧烈，大致呈正相关趋势。对其内在变化原因进行讨论，可以知道其初始压力的增大会导致与 A 口的压力差变小，根据流量计算公式，其流量下降，即单位时间内流过的体积减小，为继续保持油管内压力的稳定，故其单向阀开启时间也会随之增大。

呈正相关趋势。对其内在变化原因进行讨论，可以知道其初始压力的增大会导致与 A 口的压力差变小，根据流量计算公式，其流量下降，即单位时间内流过的体积减小，为继续保持油管内压力的稳定，故其单向阀开启时间也会随之增大。

6.2 模型的检验

针对上述模型的求解结果，由于求解算法的近似性，需要对上述模型及其求解算法得到的结果进行检验来验证结果的正确性和优越性。由于各题仿真迭代算法的相似性，以下以对问题 1 中管内油压稳定在 100MPa 下的单向阀开启时间结果进行检验，为例。

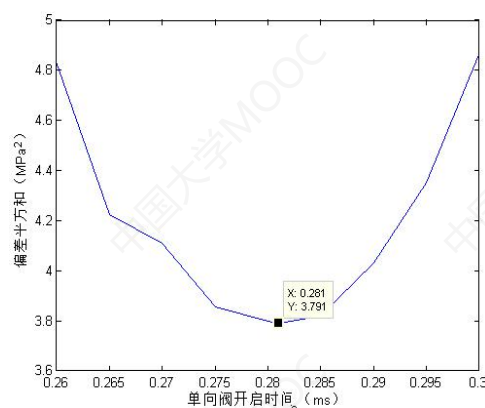


图 19 模型的检验

对于问题一中，求解得到当单向阀开启时间设置为 0.281ms 时，其目标函数（偏差平方和）的数值最小，可以通过邻近值回代的方法对结果进行检验。将单向阀开启时间从 0.26ms 至 0.3ms ，以 0.005ms 作为步长，对求解结果的邻近值进行回代，计算其偏差平方和大小与单向阀开启时间的关系，检验 0.281ms 是否为问题一 100MPa 稳定的最优解，计算得到结果并绘制变化曲线如图(19)，具体数值见下表(5)。

表 5 模型检验参数

ts	0.26	0.265	0.27	0.275	0.28	0.281	0.285	0.29	0.295	0.3
偏差平方和	4.9124	4.5003	4.3059	4.0122	3.8009	3.791	3.9271	4.168	4.5683	4.721

根据图(19)及表 5 参数检验，可以明显得出 0.281ms 确为问题一 100MPa 稳定的最优解。

七、模型的评价与改进

7.1 模型的优点

1. 本文模型基本采用积分对连续变化量进行计算，通过微积分的形式可以计

算出较为精确的变化过程。

2. 压力控制模型基于质量守恒对油管内的压强进行计算，计算过程较为简单，可行性高在实际生产生活中有应用的可能性。

3. 在计算从喷嘴口的燃油流量与针阀的升程关系时，采用圆台的截面积进行计算，较直接近似为圆环面积更为准确。

7.2 模型的缺点

1. 算法效率较低，求解需要一定时间。以 0.01ms 为步长，求解 1s 的压强变化情况大约需要 70s 左右，算法效率有待提升。

2. 在求解中采用了部分近似求解，例如采用上一时刻油管状态对当前状态量进行替代求解。

7.3 模型的改进

7.3.1 压力模型的改进

可以结合 PID 控制策略对压力控制模型进行改进。PID 控制策略适合解决复杂的工业控制问题，对动力系统、非线性系统、耦合动态系统的问题求解具有深刻意义^[3]，本文所解决的压力控制问题，是通过高压油泵和喷油嘴联合作用，可以属于耦合动态系统问题，理论上可以通过 PID 策略的反馈机制进行改进。

7.3.2 减压阀控制模型的改进

对减压阀的控制，可以不只有开、关两个状态。可以引入开度的改建，即根据所需调节的压力范围的大小，选择合适的开度，即减压阀的圆孔打开一部分，以此来控制单位时间内所减小的压力大小。这样更可更加灵活有效的对压力进行控制。

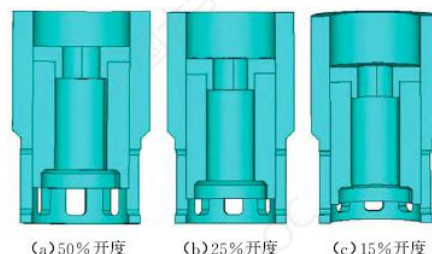


图 20 不同开度的阀体状态示意图^[4]

八、模型的应用与推广

本文根据两个系统内的质量关联求得压力关系，基于此建立的压力控制模型实现较为简单没在实际生产生活中可以通过对具体参数进行变换进行应用。

以及基于压强的减压阀压力控制模型不仅可以适用于油管的压力控制，可以推广到汽轮机的减温减压阀、供水管的减压阀、天然气减压阀等等。

参考文献：

- [1] 郭立君. 柴油机高压共轨燃油系统仿真研究与优化[D]. 哈尔滨工程大学, 2012.
- [2] 李跃跃. 小型涡扇发动机燃油控制半物理仿真试验系统[D]. 中国科学院研究生院(工程热物理研究所), 2015.
- [3] Rosy Pradhan, Bibhuti Bhusan Pati. Comparative Performance Evaluation of Fractional Order PID Controller for Heat Flow System Using Evolutionary Algorithms[J]. International Journal of Applied Metaheuristic Computing (IJAMC), 2019, 10(4).
- [4] 尤泽广, 李玉坤, 陈晓红, 韩涛, 许立伟, 陈建兴. 天然气管道减压阀节流温降规律[J]. 油气储运, 2015, 34(05): 500-506.

附录

附录一 代码

代码 1 问题一中基于 Matlab2014a 的单向阀压力控制模型稳定在 100MPa 时的阀门开启时间求解计算

```
%Prob1_1.m
clear;clc;close all;
tic;
data=xlsread('data3.xlsx');% 导入附件 3 压强与弹性模量数据
P=data(:,1);
E=data(:,2);
%% 回归弹性模量 E 与压强 P 的关系, 即 E=f(P)
figure(1)
hold on
scatter(P,E)% 绘制散点图
[b,bint,r,rint,stats]=regress(E,[ones(size(P)),P,P.^2]);
E_r=b(1)+b(2)*P+b(3)*P.^2;
plot(P,E_r,'r-','LineWidth',2)% 绘制回归二次曲线
xlabel('压强 P (MPa) ')
ylabel('弹性模量 E (MPa) ')
%% 求解微分方程, 得到 P=f(rou)
syms P(rou)
E=b(1)+b(2)*P+b(3)*P.^2;
eq=diff(P,1)==E/rou;% 微分方程等式
cond=P(0.85)==100;% 微分方程边界条件
P_rou=dsolve(eq,cond);% 求解 P=f(rou)
figure(2)
ezplot(P_rou,[0.8 0.95])% 绘制 P=f(rou)
xlabel('密度\rho (mg/mm ^3) ')
ylabel('压强 P (MPa) ')
title('')
rou_a=double(solve(P_rou==160));% 根据 A 口压强 P=160Mpa 计算 A 口内高压侧密度 rou_a
rou_a=real(rou_a(real(rou_a)>=0.8&real(rou_a)<=1));% 寻找合适的 A 口密度
%% 进行管道压强变化仿真
P=100;% 高压油管初始压强 100Mpa
ts=0.281;% 修改参数单向阀每次开启时长 ts,当 ts=0.281 时稳定在 100MPa
l=500;% 管道初始长度
D=10;% 管道内径
V0=l*pi*D^2/4;% 管道内部体积
rou_t=0.85;% 管道初始密度
h=0.1;% 输入仿真步长, 需要小于 0.2
t0=0:h:5000;
P_path=zeros(length(t0),1);
P_path(1)=P;
```



```

i=2;
t0=0;
for t=h:h:5000
    rou_b=rou_t;
    m=mod(t,ts+10);% 计算进油剩余时间
    C=0.85;
    da=1.4;
    A=pi*da^2/4;
    delta_pa=160-P;
    Qa=C*A*sqrt(2*delta_pa/rou_a);% 计算 A 口进油时流量
    % 根据剩余时间不同时刻，计算出油量 Va
    if m<=h
        Va=m*Qa;
    elseif m<=ts
        Va=h*Qa;
    elseif m<=ts+h
        Va=(h-m+ts)*Qa;
    else
        Va=0;
    end
    m=mod(t,100);% 计算出油剩余时间
    % 根据剩余时间不同时刻，计算出油量 Vb
    if m<=t0
        Vb=0;
    elseif m<=h+t0
        Vb=50*m^2;
    elseif m<=0.2+t0
        Vb=50*(2*m*h-h^2);
    elseif m<=0.2+h+t0
        Vb=2-50*(0.2-m+h)^2+20*(m-h);
    elseif m<=2.2+t0
        Vb=20*h;
    elseif m<=2.2+h+t0
        Vb=20*(2.2-m+h)+(2-50*(2.4-m)^2);
    elseif m<=2.4+t0
        Vb=50*((2.4-m+h)^2-(2.4-m)^2);
    elseif m<=2.4+h+t0
        Vb=50*(2.4-m+h)^2;
    else
        Vb=0;
    end
    rou_t=(Va*rou_a-Vb*rou_b+V0*rou_t)/V0;% 根据流入流出变化体积导致的管道内部质
    量变化,更新管道内密度
    P=double(subs(P_rou,rou,rou_t));% 根据上述得到的  $P=f(rou)$  计算管道内部压强，更新压

```

强

```
P_path(i)=P;% 记录压强变化
i=i+1;
end
figure(3)
plot(0:h:5000,P_path)
xlabel('时间 t (ms) ')
ylabel('压强 P (MPa) ')
ts
sigma2=sum((P_path-100).^2)/length(P_path)% 计算偏差平方和
Mean=mean(P_path)% 计算均值
Mp=max(abs(P_path-100))/100% 计算超调量
toc;
```

代码 2 问题一中基于 Matlab2014a 的单向阀压力控制模型经 2s,5s,10s 后稳定在 150MPa 时的阀门开启时间求解计算

```
%Prob1_2_raise.m
%三个不同时间只需调整参数即可，以 2s 后稳定在 150MPa 为例进行求解计算
clear;clc;close all;
tic;
data=xlsread('data3.xlsx');% 导入附件 3 压强与弹性模量数据
P=data(:,1);
E=data(:,2);
%% 回归弹性模量 E 与压强 P 的关系，即 E=f(P)
figure(1)
hold on
scatter(P,E)% 绘制散点图
[b,bint,r,rint,stats]=regress(E,[ones(size(P)),P,P.^2]);
E_r=b(1)+b(2)*P+b(3)*P.^2;
plot(P,E_r,'r-','LineWidth',2)% 绘制回归二次曲线
xlabel('压强 P (MPa) ')
ylabel('弹性模量 E (MPa) ')
%% 求解微分方程，得到 P=f(rou)
syms P(rou)
E=b(1)+b(2)*P+b(3)*P.^2;
eq=diff(P,1)==E/rou;% 微分方程等式
cond=P(0.85)==100;% 微分方程边界条件
P_rou=dsolve(eq,cond);% 求解 P=f(rou)
figure(2)
ezplot(P_rou,[0.8 0.95])% 绘制 P=f(rou)
xlabel('密度\rho (mg/mm ^3) ')
ylabel('压强 P (MPa) ')
title('')
rou_a=double(solve(P_rou==160));% 根据 A 口压强 P=160Mpa 计算 A 口内高压侧密度 rou_a
```

```

rou_a=real(rou_a(real(rou_a)>=0.8&real(rou_a)<=1));% 寻找合适的 A 口密度
%% 进行管道压强变化仿真
P=100;% 高压油管初始压强 100Mpa
% 修改参数单向阀每次开启时长 ts,当 ts=0.801 时 2s 上升至 150Mpa
% 当 ts=0.763 时 5s 稳定 150MPa, 当 ts=0.742 时 10s 稳定 150MPa
ts=0.801;
l=500;% 管道初始长度
D=10;% 管道内径
V0=l*pi*D^2/4;% 管道内部体积
rou_t=0.85;% 管道初始密度
h=0.1;% 输入仿真步长, 需要小于 0.2
t_=0:h:5000;
P_path=zeros(length(t_),1);
P_path(1)=P;
i=2;
t0=0;
for t=h:h:5000
    rou_b=rou_t;
    m=mod(t,ts+10);% 计算进油剩余时间
    C=0.85;
    da=1.4;
    A=pi*da^2/4;
    delta_pa=160-P;
    Qa=C*A*sqrt(2*delta_pa/rou_a);% 计算 A 口进油时流量
    % 根据剩余时间不同时刻, 计算出油量 Va
    if m<=h
        Va=m*Qa;
    elseif m<=ts
        Va=h*Qa;
    elseif m<=ts+h
        Va=(h-m+ts)*Qa;
    else
        Va=0;
    end
    m=mod(t,100);% 计算出油剩余时间
    % 根据剩余时间不同时刻, 计算出油量 Vb
    if m<=t0
        Vb=0;
    elseif m<=h+t0
        Vb=50*m^2;
    elseif m<=0.2+t0
        Vb=50*(2*m*h-h^2);
    elseif m<=0.2+h+t0
        Vb=2-50*(0.2-m+h)^2+20*(m-h);
    end
end

```

```

elseif m<=2.2+t0
    Vb=20*h;
elseif m<=2.2+h+t0
    Vb=20*(2.2-m+h)+(2-50*(2.4-m)^2);
elseif m<=2.4+t0
    Vb=50*((2.4-m+h)^2-(2.4-m)^2);
elseif m<=2.4+h+t0
    Vb=50*(2.4-m+h)^2;
else
    Vb=0;
end
rou_t=(Va*rou_a-Vb*rou_b+V0*rou_t)/V0;% 根据流入流出变化体积导致的管道内部质
量变化,更新管道内密度
P=double(subs(P_rou,rou,rou_t));% 根据上述得到的 P=f(rou)计算管道内部压强, 更新压
强
P_path(i)=P;% 记录压强变化
i=i+1;
end
figure(3)
plot(t,P_path)
xlabel('时间 t (ms) ')
ylabel('压强 P (MPa) ')
ts
ti=10000;
abs(150-P_path(t==ti))% 目标函数值
sigama2=sum((P_path(t_>=ti)-100).^2)/length(P_path(t_>=ti))% 计算偏差平方和
Mean=mean(P_path(t_>=ti))% 计算均值
Mp=max(abs(P_path(t_>=ti)-150))/150% 计算超调量
toc;

```

代码 3 问题一中基于 Matlab2014a 的单向阀压力控制模型经 2s,5s,10s 后稳定在 150MPa 时的阀门开启时间求解计算

```

%Prob1_2_smooth.m
clear;clc;close all;
tic;
data=xlsread('data3.xlsx');% 导入附件 3 压强与弹性模量数据
P=data(:,1);
E=data(:,2);
%% 回归弹性模量 E 与压强 P 的关系, 即 E=f(P)
figure(1)
hold on
scatter(P,E)% 绘制散点图
[b,bint,r,rint,stats]=regress(E,[ones(size(P)),P,P.^2]);
E_r=b(1)+b(2)*P+b(3)*P.^2;

```

```

plot(P,E_r,'r-','LineWidth',2)% 绘制回归二次曲线
xlabel('压强 P (MPa) ')
ylabel('弹性模量 E (MPa) ')
%% 求解微分方程, 得到 P=f(rou)
syms P(rou)
E=b(1)+b(2)*P+b(3)*P^2;
eq=diff(P,1)==E/rou;% 微分方程等式
cond=P(0.85)==100;% 微分方程边界条件
P_rou=dsolve(eq,cond);% 求解 P=f(rou)
figure(2)
ezplot(P_rou,[0.8 0.95])% 绘制 P=f(rou)
xlabel('密度\rho (mg/mm ^3) ')
ylabel('压强 P (MPa) ')
title('')
rou_a=double(solve(P_rou==160));% 根据 A 口压强 P=160Mpa 计算 A 口内高压侧密度 rou_a
rou_a=real(rou_a(real(rou_a)>=0.8&real(rou_a)<=1));% 寻找合适的 A 口密度
%% 进行管道压强变化仿真
P=150;% 高压油管初始压强 100Mpa
ts=0.73;% 对 ts 进行遍历, 当 ts=0.73ms 时, 150MPa 稳定
l=500;% 管道初始长度
D=10;% 管道内径
V0=l*pi*D^2/4;% 管道内部体积
rou_t=double(solve(P_rou==150));% 管道初始密度
h=0.1;% 输入仿真步长, 需要小于 0.2
t_=0:h:5000;
P_path=zeros(length(t_),1);
P_path(1)=P;
i=2;
t0=0;
for t=h:h:5000
    rou_b=rou_t;
    m=mod(t,ts+10);% 计算进油剩余时间
    C=0.85;
    da=1.4;
    A=pi*da^2/4;
    delta_pa=160-P;
    Qa=C*A*sqrt(2*delta_pa/rou_a);% 计算 A 口进油时流量
    % 根据剩余时间不同时刻, 计算出油量 Va
    if m<=h
        Va=m*Qa;
    elseif m<=ts
        Va=h*Qa;
    elseif m<=ts+h
        Va=(h-m+ts)*Qa;
    end
end

```



```

else
    Va=0;
end
m=mod(t,100);% 计算出油剩余时间
% 根据剩余时间不同时刻，计算出油量 Vb
if m<=t0
    Vb=0;
elseif m<=h+t0
    Vb=50*m^2;
elseif m<=0.2+t0
    Vb=50*(2*m*h-h^2);
elseif m<=0.2+h+t0
    Vb=2-50*(0.2-m+h)^2+20*(m-h);
elseif m<=2.2+t0
    Vb=20*h;
elseif m<=2.2+h+t0
    Vb=20*(2.2-m+h)+(2-50*(2.4-m)^2);
elseif m<=2.4+t0
    Vb=50*((2.4-m+h)^2-(2.4-m)^2);
elseif m<=2.4+h+t0
    Vb=50*(2.4-m+h)^2;
else
    Vb=0;
end
rou_t=(Va*rou_a-Vb*rou_b+V0*rou_t)/V0;% 根据流入流出变化体积导致的管道内部质
量变化,更新管道内密度
P=double(subs(P_rou,rou,rou_t));% 根据上述得到的 P=f(rou)计算管道内部压强，更新压
强
P_path(i)=P;% 记录压强变化
i=i+1;
end
figure(3)
plot(t,P_path)
xlabel('时间 t (ms) ')
ylabel('压强 P (MPa) ')
ts
sigma2=sum((P_path-100).^2)/length(P_path)% 计算偏差平方和
Mean=mean(P_path)% 计算均值
Mp=max(abs(P_path-150))/150% 计算超调量
toc;

```

代码 4 问题二中基于 Matlab2014a 的凸轮压力控制模型稳定在 100MPa 时凸轮角速度求解计算

```
%Prob2.m
clear;clc;close all;
tic;
data1=xlsread('data1.xlsx');% 导入附件 1 凸轮极径与极角数据
data2=xlsread('data2.xlsx');% 导入附件 2 时间和升程数据
data3=xlsread('data3.xlsx');% 导入附件 3 压强与弹性模量数据
theta=data1(:,1);
r=data1(:,2);
figure(1)
% 绘制极径随极角的变化曲线图
hold on
scatter(theta,r)
delta_r=max(r)-min(r);% 计算凸轮极径的变化范围
plot(theta,delta_r/2*cos(theta)+min(r)+delta_r/2,'r--','LineWidth',2.5)% 对凸轮极径和极角间的
关系进行拟合, 并绘制图像
xlabel('极角\theta (rad) ')
ylabel('极径 r (mm) ')
legend('实际数据点','拟合曲线')
figure(2)
% 绘制凸轮轮廓
x=r.*cos(theta);
y=r.*sin(theta);
hold on
plot(x,y,'b-','LineWidth',2.5)
plot(0,0,'r*')
% 绘制喷油嘴升程随时间变化曲线 H=f(t)
figure(3)
th=data2(:,1);
H=data2(:,2);
plot(th,H)
xlabel('时间 t (s) ')
ylabel('升程 H (mm) ')
axis([0 2.6 0 2.2])
%% 导入问题 1 中得到的 P=f(rou)的函数
P=data3(:,1);
E=data3(:,2);
[b,bint,~,rint,stats]=regress(E,[ones(size(P)),P,P.^2]);
syms P(rou) rou
E=b(1)+b(2)*P+b(3)*P^2;
eq=diff(P,1)==E/rou;% 微分方程等式
cond=P(0.85)==100;% 微分方程边界条件
P_rou=dsolve(eq,cond);% 求解 P=f(rou)
```

```

P_low=0.5;% 下止点压强
rou_low=double(solve(P_rou==P_low));% 根据 A 口压强 P=0.5Mpa 计算高压油泵下止点密度
rou_low
rou_low=real(rou_low(real(rou_low)>=0.8&real(rou_low)<=1));% 寻找合适的 A 口密度
%% 计算高压油泵体积（下止点的体积）
dq=5;% 柱塞腔直径
V_high=20;% 上止点体积
V_low=V_high+delta_r*pi*dq^2/4;% 下止点体积
%% 推导（阶段 2 高压油泵不放油时的压力随极角变化函数）P=f(theta)
min_r=min(r);
syms R(theta) V rou2 P
R=delta_r/2*cos(theta)+min_r+delta_r/2;
V=V_low-(R-min_r)*pi*dq^2/4;
rou2=V_low*rou_low/V;
P2=subs(P_rou,rou,rou2);
%% 进行管道压强变化仿真
Pt=100;% 管道内压强初始为 100MPa
w=0.029;% 对凸轮角速度进行遍历,当 w=0.029 时稳定在 100Mpa 左右
l=500;% 管道初始长度
D=10;% 管道内径
V0=l*pi*D^2/4;% 管道内部体积
rou_t=0.85;% 管道初始密度
h=0.1;% 输入仿真步长,需要小于 0.2
t0=0:h:6000;
P_path=zeros(length(t0),1);
P_path(1)=Pt;
i=2;
w=w/10;
C=0.85;
da=1.4;
A=pi*da^2/4;
ma=V_low*rou_low;% 初始化燃油质量（即每次下止点加油时,油泵内燃油质量大小）
for t=h:h:6000
    % 计算凸轮此时极角
    theta=mod(w*t,2*pi)+pi;% 假定凸轮开始时初角为 180°,凸轮极角为转过角度对 2pi 的
    余数
    if abs(theta-pi)<=0.01
        ma=V_low*rou_low;% 到达下止点时油泵充油
    end
    s=delta_r/2*cos(theta)+min_r+delta_r/2;% 计算极径
    Vt=V_low-(s-min_r)*pi*dq^2/4;% 计算柱塞腔变化体积
    rou_a=ma/Vt;
    Pa=double(subs(P_rou,rou,rou_a));% 计算此时油泵燃油压力
    if Pa>=Pt

```

```

    delta_p=Pa-Pt;
    Qa=C*A*sqrt(2*delta_p/rou_a);
    Va=Qa*h;
    delta_ma=Va*rou_a;
    ma=ma-delta_ma;% 油泵燃油质量更新
else
    Va=0;
end
% 计算此时升程高度 H_t
t_h1=mod(t,100);
index=find(th==t_h1);
if isempty(index)
    H_t=0;
else
    H_t=H(index);
end
% 比较喷孔和针阀空隙大小并计算 Vb
r_p=0.7;
r_z=1.25;
S1=pi*r_p^2;% 喷口横截面积
theta_p=9/360*2*pi;
H_t=H_t+0.55/tan(theta_p);
R_z=r_p+tan(theta_p)*H_t;
l=cos(theta_p)*(R_z-r_z);
R_w=l*cos(theta_p)+r_z;
S2=pi*l*(r_z+R_w);
S=min([S1,S2]);
p_w=0.1013;% 以标准大气压作为喷嘴外的压强
if H_t>0.55/tan(theta_p)
    Qb=C*S*sqrt(2*(Pt-p_w)/rou_t);
else
    Qb=0;
end
Vb=Qb*h;
rou_b=rou_t;
rou_t=(Va*rou_a-Vb*rou_b+V0*rou_t)/V0;% 根据流入流出变化体积导致的管道内部质
量变化,更新管道内密度
Pt=double(subs(P_rou,rou,rou_t));% 根据上述得到的 P=f(rou)计算管道内部压强, 更新压
强
P_path(i)=Pt;% 记录压强变化
i=i+1;
end
figure(4)
plot(t0,P_path)

```

```

xlabel('时间 t (ms) ')
ylabel('压强 P (MPa) ')
w
sigama2=sum((P_path-100).^2)/length(P_path)% 计算偏差平方和
Mean=mean(P_path)% 计算均值
Mp=max(abs(P_path-100))/100% 计算超调量
toc;

```

代码 5 问题三中基于 Matlab2014a 的喷油供油策略调整计算

```

%Prob3_1.m
clear;clc;close all;
tic;
data1=xlsread('data1.xlsx');% 导入附件 1 凸轮极径与极角数据
data2=xlsread('data2.xlsx');% 导入附件 2 时间和升程数据
data3=xlsread('data3.xlsx');% 导入附件 3 压强与弹性模量数据
theta=data1(:,1);
r=data1(:,2);
delta_r=max(r)-min(r);% 计算凸轮极径的变化范围
th=data2(:,1);
H=data2(:,2);
P=data3(:,1);
E=data3(:,2);
[b,bint,~,rint,stats]=regress(E,[ones(size(P)),P,P.^2]);
syms P(rou) rou
E=b(1)+b(2)*P+b(3)*P^2;
eq=diff(P,1)==E/rou;% 微分方程等式
cond=P(0.85)==100;% 微分方程边界条件
P_rou=dsolve(eq,cond);% 求解 P=f(rou)
P_low=0.5;% 下止点压强
rou_low=double(solve(P_rou==P_low));% 根据 A 口压强 P=0.5Mpa 计算高压油泵下止点密度
rou_low
rou_low=real(rou_low(real(rou_low)>=0.8&real(rou_low)<=1));% 寻找合适的 A 口密度
dq=5;% 柱塞腔直径
V_high=20;% 上止点体积
V_low=V_high+delta_r*pi*dq^2/4;% 下止点体积
min_r=min(r);
%% 进行管道压强变化仿真(对喷油嘴 B、C 时间差 t0 和凸轮角速度 w 进行遍历)
Pt=100;% 管道内压强初始为 100MPa
w=0.057;% 对凸轮角速度进行遍历
t_0=0;% 对 B、C 两个喷油嘴的时滞进行遍历
l=500;% 管道初始长度
D=10;% 管道内径
V0=l*pi*D^2/4;% 管道内部体积
rou_t=0.85;% 管道初始密度

```

```

h=0.1;% 输入仿真步长，需要小于 0.2
t0=0:h:5000;
P_path=zeros(length(t0),1);
P_path(1)=Pt;
i=2;
C=0.85;
da=1.4;
A=pi*da^2/4;
ma=V_low*rou_low;% 初始化燃油质量（即每次下止点加油时，油泵内燃油质量大小）
for t=h:h:5000
    % 计算凸轮此时极角
    theta=mod(w*t+pi,2*pi);% 假定凸轮开始时初角为 180°,凸轮极角为转过角度对 2pi 的余
数
    if abs(theta-pi)<=0.002
        ma=V_low*rou_low;% 到达下止点时油泵充油
    end
    s=delta_r/2*cos(theta)+min_r+delta_r/2;% 计算 t 时刻凸轮极径
    Vt=V_low-(s-min_r)*pi*dq^2/4;
    rou_a=ma/Vt;
    Pa=double(subs(P_rou,rou,rou_a));% 计算此时油泵燃油压力
    if Pa>=Pt
        delta_p=Pa-Pt;
        Qa=C*A*sqrt(2*delta_p/rou_a);
        Va=Qa*h;
        delta_ma=Va*rou_a;
        ma=ma-delta_ma;% 油泵燃油质量更新
    else
        Va=0;
    end
    % 计算此时升程高度 H_t
    H_=zeros(2,1);% 用于分别记录在 t 时刻 B 和 C 的升程
    t_h1=mod(t,100);
    index=find(th==t_h1);
    if isempty(index)
        H_t=0;
    else
        H_t=H(index);
    end
    H_(1)=H_t;
    t_h2=mod(t+t_0,100);
    index=find(th==t_h2);
    if isempty(index)
        H_t=0;
    else

```



```

        H_t=H(index);
    end
    H_(2)=H_t;
    Vb_=zeros(2,1);
    for i=1:2
        H_t=H_(i);
        % 比较喷孔和针阀空隙大小并计算 Vb
        r_p=0.7;
        r_z=1.25;
        S1=pi*r_p^2;% 喷口横截面积
        theta_p=9/360*2*pi;
        H_t=H_t+0.55/tan(theta_p);
        R_z=r_p+tan(theta_p)*H_t;
        l=cos(theta_p)*(R_z-r_z);
        R_w=l*cos(theta_p)+r_z;
        S2=pi*l*(r_z+R_w);
        S=min([S1,S2]);
        p_w=0.1013;% 以标准大气压作为喷嘴外的压强
        if H_t>0.55/tan(theta_p)
            Qb=C*S*sqrt(2*(Pt-p_w)/rou_t);
        else
            Qb=0;
        end
        Vb=Qb*h;
        Vb_(i)=Vb;
    end
    rou_b=rou_t;
    rou_t=(Va*rou_a-sum(Vb_)*rou_b+V0*rou_t)/V0;% 根据流入流出变化体积导致的管道
    内部质量变化,更新管道内密度
    Pt=double(subs(P_rou,rou,rou_t));% 根据上述得到的 P=f(rou)计算管道内部压强, 更新压
    强
    P_path(i)=Pt;% 记录压强变化
    i=i+1;
end
figure(1)
plot(t0,P_path)
xlabel('时间 t (ms) ')
ylabel('压强 P (MPa) ')
w
t_0
sigma2=sum((P_path-100).^2)/length(P_path)% 计算偏差平方和
Mean=mean(P_path)% 计算均值
Mp=max(abs(P_path-100))/100% 计算超调量
toc;

```

代码 6 问题三中基于 Matlab2014a 的减压阀压力控制模型求解计算

```
%Prob3_2.m
clear;clc;close all;
tic;
data1=xlsread('data1.xlsx');% 导入附件 1 凸轮极径与极角数据
data2=xlsread('data2.xlsx');% 导入附件 2 时间和升程数据
data3=xlsread('data3.xlsx');% 导入附件 3 压强与弹性模量数据
theta=data1(:,1);
r=data1(:,2);
delta_r=max(r)-min(r);% 计算凸轮极径的变化范围
th=data2(:,1);
H=data2(:,2);
P=data3(:,1);
E=data3(:,2);
[b,bint,~,rint,stats]=regress(E,[ones(size(P)),P,P.^2]);
syms P(rou) rou
E=b(1)+b(2)*P+b(3)*P^2;
eq=diff(P,1)==E/rou;% 微分方程等式
cond=P(0.85)==100;% 微分方程边界条件
P_rou=dsolve(eq,cond);% 求解 P=f(rou)
P_low=0.5;% 下止点压强
rou_low=double(solve(P_rou==P_low));% 根据 A 口压强 P=0.5Mpa 计算高压油泵下止点密度
rou_low
rou_low=real(rou_low(real(rou_low)>=0.8&real(rou_low)<=1));% 寻找合适的 A 口密度
dq=5;% 柱塞腔直径
V_high=20;%上止点体积
V_low=V_high+delta_r*pi*dq^2/4;% 下止点体积
min_r=min(r);
%% 进行管道压强变化仿真(对减压阀 D 的阈值 yita 和凸轮角速度 w 进行遍历)
Pt=100;% 管道内压强初始为 100MPa
t_0=0;% 输入 3.1 中解得最好的 B、C 时间差 t0
w=0.058;% 对凸轮角速度进行遍历
yita=0.063;% 对减压阀 D 的阈值进行遍历
l=500;% 管道初始长度
D=10;% 管道内径
V0=l*pi*D^2/4;% 管道内部体积
rou_t=0.85;% 管道初始密度
h=0.1;% 输入仿真步长, 需要小于 0.2
t0=0:h:5000;
P_path=zeros(length(t0),1);
P_path(1)=Pt;
i=2;
C=0.85;
```

```

da=1.4;
A=pi*da^2/4;
ma=V_low*rou_low;% 初始化燃油质量（即每次下止点加油时，油泵内燃油质量大小）
dd=1.4;
Ad=pi*dd^2/4;
rou_d=rou_low;
for t=h:h:5000
    % 计算凸轮此时极角
    theta=mod(w*t+pi,2*pi);% 假定凸轮开始时初角为 180°,凸轮极角为转过角度对 2pi 的余
数
    if abs(theta-pi)<=0.002
        ma=V_low*rou_low;% 到达下止点时油泵充油
    end
    s=delta_r/2*cos(theta)+min_r+delta_r/2;% 计算柱塞移动位移
    Vt=V_low-(s-min_r)*pi*dq^2/4;
    rou_a=ma/Vt;
    Pa=double(subs(P_rou,rou,rou_a));% 计算此时油泵燃油压力
    if Pa>=Pt
        delta_p=Pa-Pt;
        Qa=C*A*sqrt(2*delta_p/rou_a);
        Va=Qa*h;
        delta_ma=Va*rou_a;
        ma=ma-delta_ma;% 油泵燃油质量更新
    else
        Va=0;
    end
    % 计算此时升程高度 H_t
    H_=zeros(2,1);
    t_h1=mod(t,100);
    index=find(th==t_h1);
    if isempty(index)
        H_t=0;
    else
        H_t=H(index);
    end
    H_(1)=H_t;
    t_h2=mod(t+t_0,100);
    index=find(th==t_h2);
    if isempty(index)
        H_t=0;
    else
        H_t=H(index);
    end
    H_(2)=H_t;
end

```

```

Vb_=zeros(2,1);
for i=1:2
    H_t=H_(i);
    % 比较喷孔和针阀空隙大小并计算 Vb
    r_p=0.7;
    r_z=1.25;
    S1=pi*r_p^2;% 喷口横截面积
    theta_p=9/360*2*pi;
    H_t=H_t+0.55/tan(theta_p);
    R_z=r_p+tan(theta_p)*H_t;
    l=cos(theta_p)*(R_z-r_z);
    R_w=l*cos(theta_p)+r_z;
    S2=pi*l*(r_z+R_w);
    S=min([S1,S2]);
    p_w=0.1013;% 以标准大气压作为喷嘴外的压强
    if H_t>0.55/tan(theta_p)
        Qb=C*S*sqrt(2*(Pt-p_w)/rou_t);
    else
        Qb=0;
    end
    Vb=Qb*h;
    Vb_(i)=Vb;
end
if Pt>=100*(1+yita)
    Qd=C*Ad*sqrt(2*(Pt-0.5)/rou_t);
    Vd=Qd*h;
else
    Vd=0;
end
rou_b=rou_t;
rou_t=(Va*rou_a-sum(Vb_)*rou_b-Vd*rou_d+V0*rou_t)/V0;% 根据流入流出变化体积导
致的管道内部质量变化,更新管道内密度
Pt=double(subs(P_rou,rou,rou_t));% 根据上述得到的 P=f(rou)计算管道内部压强, 更新压
强
P_path(i)=Pt;% 记录压强变化
i=i+1;
end
figure(1)
plot(t0,P_path)
xlabel('时间 t (ms) ')
ylabel('压强 P (MPa) ')
w
yita
sigama2=sum((P_path-100).^2)/length(P_path)% 计算偏差平方和

```

```

Mean=mean(P_path)% 计算均值
Mp=max(abs(P_path-100))/100% 计算超调量
toc;

```

代码 7 问题二中基于 Matlab2014a 的喷油嘴针阀升程与喷出流量随时间变化的绘图

```

%drawing_Qb_t.m
clear;clc;close all;
data2=xlsread('data2.xlsx');% 导入附件 2 时间和升程数据
T=data2(:,1);
H=data2(:,2);
Q=zeros(length(data2),1);
r_p=0.7;
r_z=1.25;
p_w=0.1013;% 以标准大气压作为喷嘴外的压强
% 管道油压及密度在初始状态下
Pt=100;
rou_t=0.85;
C=0.85;
for i=1:length(data2)
    t=T(i);
    h=H(i);
    S1=pi*r_p^2;% 喷口横截面积
    theta_p=9/360*2*pi;
    H_t=h+0.55/tan(theta_p);
    R_z=r_p+tan(theta_p)*H_t;
    l=cos(theta_p)*(R_z-r_z);
    R_w=l*cos(theta_p)+r_z;
    S2=pi*l*(r_z+R_w);
    S=min([S1,S2]);
    if H_t>0.55/tan(theta_p)
        Qb=C*S*sqrt(2*(Pt-p_w)/rou_t);
    else
        Qb=0;
    end
    Q(i)=Qb;
end
figure
[ax,h1,h2]=plotyy(T,H,T,Q);
set(ax(1),'ylim',[0 2.5],'ytick',0:0.5:2.5)
set(ax(2),'ylim',[0 25],'ytick',0:5:25)
xlabel('时间 t (ms) ')
legend('H(t)','Q(t)')

```

附录二 图片

图 1 问题 1 喷油口 B 在喷出时的喷油速率变化曲线

