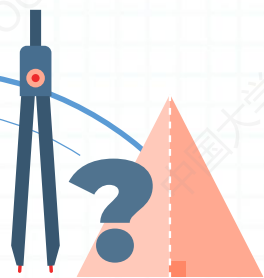


差分方程方法建模 种群增长模型1

王宏洲

数学与统计学院，北京理工大学

1



只考虑出生和死亡



1. 只考虑出生和死亡



»»»»

实验室培养果蝇，不考虑偶然因素影响。另外假设：

第 n 个繁殖周期，果蝇总量为 $x(n)$;

每个繁殖周期生育率 r ;

每个繁殖周期死亡率 d 。





1. 只考虑出生和死亡



相邻两个繁殖周期果蝇数量变化:

$$x(n+1) - x(n) = r x(n) - d x(n)$$

$$x(n) = x(0) \cdot (1 + r - d)^n$$

用于做预测, 需要先算出参数 **r** 和 **d**.

收集几个周期的数据, 用最小二乘法算出参数*

$$x(1) - x(0) = r x(0) - d x(0)$$

$$x(2) - x(1) = r x(1) - d x(1)$$

$$x(3) - x(2) = r x(2) - d x(2)$$

...

*了解Matlab中polyfit命令.





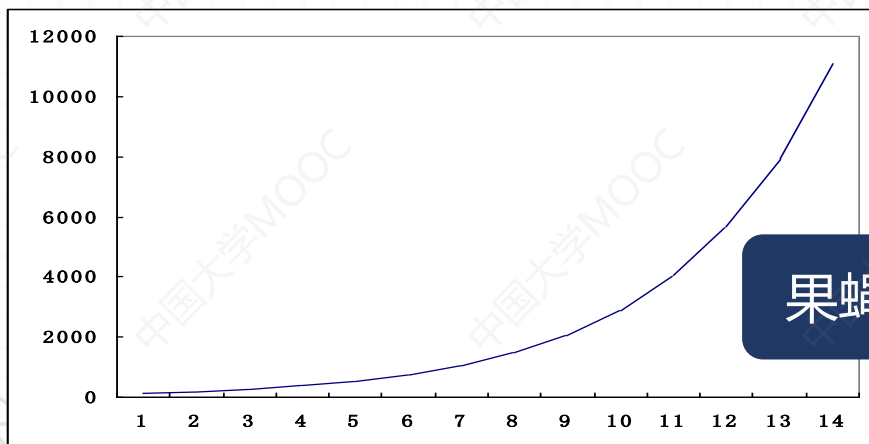
1. 只考虑出生和死亡



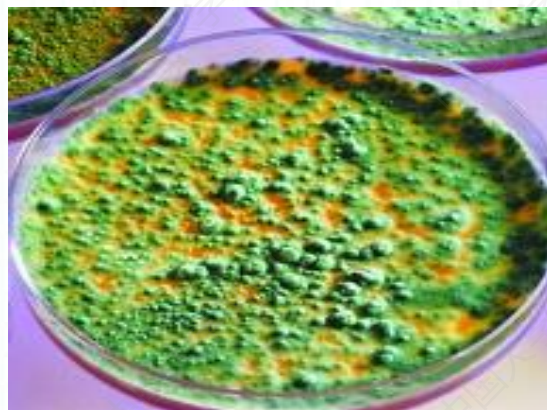
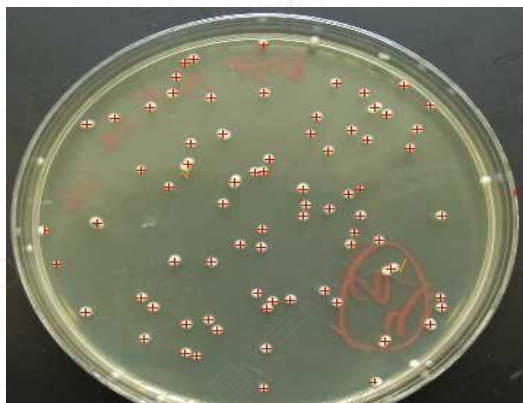
相邻两个繁殖周期果蝇数量变化:

$$x(n+1) - x(n) = r x(n) - d x(n)$$

$$x(n) = x(0) \cdot (1 + r - d)^n$$



果蝇的数量趋于无穷



种群密度增加，增速会放缓，指数增长模型没有考虑环境、资源的限制。



考虑资源受限的种群模型



2. 考虑资源受限的种群模型



沿用上节假设，另外补充：

生育率 r 会随总数 $x(n)$ 增加而减少；

死亡率 d 会随总数 $x(n)$ 增加而增加。

$$x(n+1) = (1 + r - d) * x(n)$$

设 r 为减函数 $r(x) = a - b x$ ， d 为增函数 $d(x) = p + q x$ ，其中 a 、 b 、 p 、 q 均为非负常数。

$$\longrightarrow x(n+1) = [A - B x(n)] * x(n)$$

$$\text{其中 } A = 1 + a - p, \quad B = b + q$$



$x(n+1) = [A - B x(n)] * x(n)$ 观察模型，能看出什么？

当果蝇数量较少，比如 $x(n) < \frac{A-1}{B}$ 时，果蝇数量递增！

因为此时 $A - B x(n) > 1$ ，所以 $x(n+1) > x(n)$ 。

当果蝇数量较多，比如 $x(n) > \frac{A-1}{B}$ 时，果蝇数量递减！

因为此时 $A - B x(n) < 1$ ，所以 $x(n+1) < x(n)$ 。

虽未求解，但已知存在临界值 $\frac{A-1}{B}$

根据参数选取的不同，
通解的性态会有很大
差异！

