

高压油管的压力设计和优化策略

摘要

本文主要研究的是高压油管内燃油压力的设计与稳态的优化控制问题,从物理机理,建立了不同油管类型的压力控制模型,对时间进行离散化处理,转化为微元用迭代方式计算压力,得到最优压力的设计和控制策略。

针对问题(1),第一小问,为使高压油管内的压力尽量维持在 100MPa,以单向阀开始工作时长为决策变量,以高压油管内压力与 100MPa 的偏差最小为目标函数,根据高压油管工作内部的原理,高压管内燃油的质量、密度和压力的条件作为约束,建立维持压力的优化模型。求解模型时利用压力与时间的关系,将时间离散化处理,不断迭代计算各小段的管内的质量、密度和压力,采用循环遍历单向阀开始工作时长,求解得到维持在 100MPa 下单向阀的开启时长为 **0.287ms**。

第二小问,采用二段式开启单向阀的工作时长,第一阶段调整时长进行升压操作,第二阶段再重新调整单向阀工作时长使之趋于稳定的状态。首先建立升压过程的优化模型,以单向阀的工作时长为决策变量,在规定时间内完成升压任务为目标,以油管内的燃油状态为约束。再利用第一问的维持模型使之压力保持稳定,通过循环遍历方法,求解得到在经过 2s、5s 和 10s 时间内的升压阶段的开启时长分别为 **0.925ms, 0.756ms, 0.751ms**,维持稳定状态阶段开启时长分别为 **0.75ms, 0.75ms, 0.75ms**。

针对问题(2),由于改变了高压油管的进出油的方式,分别对高压油泵、高压油管和喷油嘴内燃油的状态分析。在油泵系统中,当凸轮转动时,极径长度的变化使柱塞位置改变,通过极径与角度的关系,得到角速度与升程的关系。在油管系统中,燃油质量与 A 端的流入量和喷油嘴的流出量的关系。在喷油嘴系统中,针阀流出孔的面积为圆台的侧面积,得到流出喷油嘴的流量。通过流入口和喷油口的流量,建立以凸轮角速度为决策变量,以管内压力偏差最小为目标,以三个系统的燃油状态为约束条件的优化模型。并通过循环遍历和离散化时间迭代法得到凸轮转动的角速度为 **0.0257rad/ms**。并对结果进行了分析和检验。

针对问题 3,首先当增加一个喷油嘴 C 后,为尽量使油管内压力的变化状态更加稳定,采用两个喷油嘴先后交替的工作状态,建立在两喷油嘴将喷油嘴 C 延后一段时间开始工作,使两喷油嘴相互交替工作。建立以两喷油嘴的工作时间间隔和凸轮转动的角速度为决策变量,为尽量维持管内压力的变化为目标,高压油管、高压油泵和喷油嘴的燃油状态为约束条件的优化模型。通过循环遍历和离散化时间迭代的方式,得到喷油和注油的策略,凸轮的转动角速度为 **0.0514rad/ms**,两喷油嘴的工作时间间隔 **50ms**,再增加一个减压阀 D,通过设定减压阀的临界值,将其看作无针阀的喷油嘴,建立以凸轮转动的角速度、减压阀 D 的临界值为决策变量,以高压油管内燃油的变化状态为约束条件,压力的变化尽量幅度较小为目标的优化模型,采用循环遍历和离散化时间迭代的方法,求解得到油泵中凸轮角速度为 **0.094rad/ms**,减压阀的临界值为 **101MPa**,两喷油嘴的工作时间间隔 **50ms**。

最后,改变注油端 A 孔的直径,进行对管内压力的灵敏度分析,并分析注入 A 口的恒定压力大小对管内压力变化的敏感程度。我们对模型的优缺点进行了讨论,并对模型进行了简单的推广。

关键词: 遍历求解; 最优控制; 微分方程模型; 离散化时间迭代;

一、 问题的背景与重述

1.1 问题的背景

燃油的发动机工作性能的效率，主要取决于供油系统的喷油状态，通过来研究燃油的注入和排出过程，调控高压油管内的压力变化范围，从而避免对发动机产生较大的工作影响。

1.2 问题的重述

在发动机中的高压油管系统是其工作基础，由高压油泵、高压直油管和喷油嘴组成，燃油从高压油泵流入，再通过喷油嘴流出。燃油在经过此过程会将管内的压力产生改变，从而使喷油量有影响和偏差，对发动机效率产生影响。解决以下问题：

(1) 现有一种内腔的长度 500mm，10mm 是内直径，注油处的小孔直径是 1.4mm 的高压油管，单向阀的控制开关可以调节供油的时间长短，其每工作一次需关闭 10ms 的时间，喷油嘴的工作时间为 10 秒/次，其喷油的时间是 2.4ms。在高压油泵的输入端可以提供恒定的压力 160MPa，在高压油管中初始的压力是 100MPa。为使高压油管中的压力尽可能保持在 100MPa 上下，应怎样设定单向阀的开启时长。当高压油管中的压力从 100MPa 变为 150MPa 时，分别在经过 2s、5s 以及 10s 的转变过程，变为 150MPa 的状态，怎样调整单向阀的启动时长？

(2) 现实生活中，高压油管的注入端是通过高压油泵进行注燃油，喷嘴端是由针阀的调控完成。油泵压油的过程通过凸轮转动改变柱塞的位置，改变油管内的压力，达到注油的工作。柱塞腔的内直径是 5mm，当柱塞移动至上止位时，腔内有残余的燃料容积是 20mm^3 ，当移动至下止位时，柱塞的腔内会被低压的燃油充满，其压力是 0.5MPa。喷油嘴是由直径是 2.5mm 的针阀、 9° 的半角圆锥密封座以及直径是 1.4mm 的喷孔。当针阀上升的高度超过 0 时，燃油可通过喷孔流出。为使高压管内压力尽可能保持在 100MPa，在已知的条件下，求解凸轮角速度大小。

(3) 首先增加一个喷油嘴，以问题 (2) 为基础，为调节高压油管内压力，再安装一个减压阀，调节喷油和注油的策略，为减少管内燃油的压力，请提出控制减压阀以及高压油泵的方案。

二、 问题的分析

对于问题 1，发动机的供油系统是通过喷油嘴喷油使达到注油的操作，在整个喷油的过程中，首先通过单向阀使燃油经过高压油泵进入 A 处，再利用喷油器 B 向外喷油工作。喷油的速率是随时间变化的，为方便处理，将时间离散化处理，在一段时间内，压力的平均偏差平方和最小为目标，单向阀和喷油嘴的工作状态为约束条件，离散化处理，可以通过不断迭代计算出压力在变化范围内的合适单向阀的开启时长。

对于问题 2，注油端 A 口安装了凸轮使之调节注油的流量，采用喷油嘴 B 针阀的控制，在这种高压油管的系统中，应分别对油泵、油管和喷油嘴进行分析，高压油泵的通过凸轮转动改变柱塞的移动高度，喷油嘴 B 增加针阀仍需考虑针阀升程时，流过小孔的面积的不同，计算喷油嘴 B 的流量。通过油管的连接，使整个高压油管的系统得到统一，以凸轮转动的角速度为决策变量，目标是油管的压力保持稳定的趋势，以油管系统的状态为约束条件，建立维持稳定的优化模型，可以利用循环遍历，来求解问题。

对于问题 3，以问题 2 为背景，增加了一个喷油嘴后可以使管内压力的改变幅度有所降低，可以采用两喷油嘴的相互交替喷油的方式，寻找较为恰当合适的开始工作的间隔，以凸轮转动的角速度为决策变量，以压力的平均偏差平方和最小为目标，整个油管

的工作状态为约束条件，增加喷油口的条件下，建立维持压力的模型。当增加减压阀后，可以等效看作无针阀的喷油嘴，在两侧压力差允许的情况下，设置一个压力的临界值，可以进行喷油减压操作。建立以压力偏差平方和最小的目标优化模型，以角速度和压力的临界值为决策变量，以高压油管系统的状态为约束条件。可采用循环遍历的方式，求解得到最优值。

三、模型的假设

3.1 模型的假设

- (1) 只考虑油管油量对管内压力的影响，忽略温度、重力等其他因素对压力的影响；
- (2) 凸轮极径的最短点位于最低点处时，凸轮中心到该点连线的方向是角度的零度方向。
- (3) 凸轮的极径差当作升程差。

四、符号说明

符号	表示含义	单位
P_G	表示高压油管的压力	MPa
ρ_g	表示高压油管内的燃油密度	mg/mm^3
E	表示弹性模量	MPa
Q	表示单位时间流过小孔的燃油的流速	mm^3/ms
V_g	高压油管的体积	mm^3
m_g	高压油管的质量	mg

五、模型的建立与求解

5.1 问题一恒定压力高压油管的压力控制

在常温常压的条件下，进行对高压油管压力控制的试验，通过附件数据，得到压力与弹性模量的关系以及压力与密度的关系，并描述单向阀的工作时间。

(1) 压力 P_{Gi} 与密度 ρ_i 关系

由于燃油在高压的作用下，燃油的密度会随之改变，已知燃油压力的变化量与密度的变化量成正比且比例系数为 $\frac{E}{\rho}$ ，当压力为 P_{Gi} 时，得到 P_{Gi} 与 ρ_i 的关系为：

$$P_{Gi} - P_{Gi-1} = \frac{E}{\rho}(\rho_i - \rho_{i-1}) \quad (1)$$

其中 P_{Gi-1}, P_{Gi} 分别表示高压油管不同状态时的压力大小， ρ_{i-1}, ρ_i 分别表示对应压力下的密度大小。 P_{G0} 为高压油管初始状态的密度，其大小为 $100 MPa$ ， ρ_0 为初始压力情况下燃油的密度，其值为 $0.850 mg/mm^3$ 。

(2) 弹性模量 E_i 与压力 P_{Gi} 关系

根据题中所给出的弹性模量和压力的数据，以 $0.5 MPa$ 为步长的压力变化，对应着弹性模量的改变，通过回归拟合的方式，将离散点变为连续点，得到拟合曲线^[1]为：

$$E = 1531.9 + 5.4744P - 0.0011P^2 + 0.000100P^3 \quad (2)$$

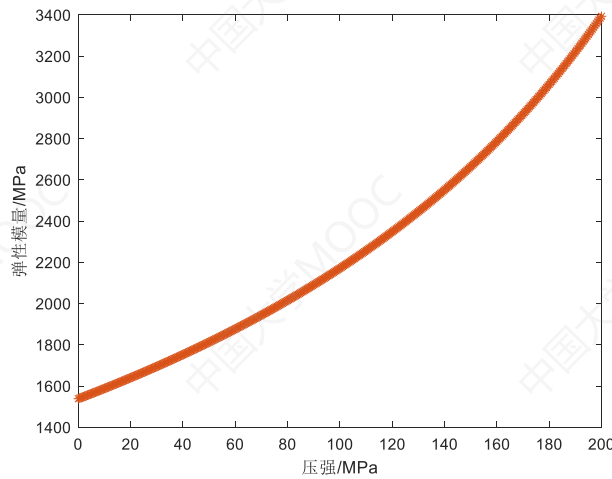


图 1 弹性模量与压力的拟合曲线

其中 $R^2=0.99997$ ， $F=4918270$ ， $P=1$ ，该曲线的拟合效果很好。

(3) 单向阀的工作时间

单向阀在每次工作打开后，就需要关闭休息 10ms，再继续打开工作，以此方式对高压油管进行供油，不间断连续先打开、后关闭的工作方式。根据该种工作方式得每次单向阀的工作时间 T 的式子为：

$$T = t_f + t_x \quad (3)$$

其中 t_f 表示单向阀设置的开启时长， t_x 表示为关闭休息的时间 10ms，使得单向阀以 T 为一次工作的周期，不断循环进行供油工作。

5.1.1 建立维持管内的燃油压力模型

高压油管在工作时，不断进行注油和出油的状态，会使管内的压力、质量和密度在不断发生变化，为维持高压油管内压力，建立保持燃油压力在 100MPa 下的优化模型。

高压油管质量为：

在时间 Δt 内，高压油管质量 $m_g(t)$ 的变化是通过燃油从注油端 A 处进油流速 Q_A ，从喷油口 B 处喷油流速 $Q_B(t)$ 发生变化，即：

$$\frac{dm_g(t)}{dt} = Q_A(t)\rho_a - Q_B(t)\rho_g(t) \quad (4)$$

其中 ρ_a 表示为当供油口 A 端压力为 160MPa 时的密度， $\rho_g(t)$ 表示高压油管内的密度

高压油管的密度为：

管内密度 $\rho_g(t)$ ，根据密度-质量公式得到，即：

$$\rho_g(t) = \frac{m_g(t)}{V_g} \quad (5)$$

高压油管的压力为：

管内压力 $P_g(t)$ 通过公式 (1)，管内压力 $P_g(t)$ 的变化量和管内密度 $\rho_g(t)$ 的变化量之间的关系，得：

$$\frac{dP_g(t)}{d\rho_g(t)} = \frac{E(t)}{\rho_g(t)} \quad (6)$$

其中 $E(t)$ 为该时间 t 下的燃油的弹性模量。

在时间 T_L 内，建立管内压力接近 100MPa 的维持模型如下：

决策变量为:

单向阀的开始工作的时长:

$$t_f$$

目标函数为:

$$\min Z = \int_{T_L} (P_G(t) - 100)^2 dt$$

其中 Z 表示在时间 T_L 内, 油管内压力维持在 100MPa 的接近程度。

综上所述, 建立维持管内压力模型为:

$$\begin{aligned} \min Z &= \int_{T_L} (P_G(t) - 100)^2 dt \\ s.t. &\begin{cases} \frac{dm_g(t)}{dt} = Q_A(t)\rho_a - Q_B(t)\rho_g(t) \\ \rho_g(t) = \frac{m_g(t)}{V_g} \\ \frac{dP_G(t)}{d\rho_g(t)} = \frac{E(t)}{\rho_g(t)} \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

5.1.2 离散化模型的建立

高压油管内压力的变化是随着时间连续变化的, 利用有限的差分迭代法解决压力连续变化的整体过程, 对时间离散化^[2], T_L 进行划分为:

$$0=t_1 < t_2 < \dots < t_n = T_L \quad (8)$$

其中时间步长 $h = \frac{T_L}{n}$ 。

通过模型 (7) 的思路来进行模型的离散化处理, 在任意 t_i 时刻下, 对高压油管的质量 $m_g(t_i)$ 、密度 $\rho_g(t_i)$ 、压力 $P_G(t_i)$ 分别离散化表示。

1) 注入油管燃油的流速离散化

通过 A 孔进入油管的燃油的流速 $Q_A(t_i)$ 表示为:

$$Q_A(t_i) = CA_a \sqrt{\frac{2(P_a - P_G(t_i))}{\rho_a}} \quad (9)$$

其中 C 表示为流量系数, A_a 表示在注油端 A 小孔的面积, P_a 表示为油泵供油处的压力恒为 160MPa, ρ_a 表示为油泵供油处的燃油密度。

2) 喷油器的喷油流速离散化

根据喷油速率的时间曲线, 可以得到在任意时刻 t_i 下, 喷油器的喷油流速 Q_{Bi} 的离散状态关系式:

$$Q_{Bi}(t_i) = \begin{cases} 100(t_i - 100k), 0 \leq t_i \leq 0.2 + 100k, k = 1, 2, \dots \\ 20, 0.2 + 100k < t_i \leq 2.2 + 100k, k = 1, 2, \dots \\ 240 - 100(t_i - 100k), 2.2 + 100k < t_i \leq 2.4 + 100k, k = 1, 2, \dots \\ 0, 2.4 + 100k < t_i < 100 + 100k, k = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (10)$$

3) 高压油管的质量离散化

油管内部的质量受到从 A 口进入的注油量和从喷油嘴 B 口的喷出油量的影响。在

t_i 时刻下, 油管的总质量 $m_g(t_i)$ 是由上一时刻油管质量 $m_g(t_{i-1})$ 和注入的燃油质量与流出的燃油质量的差量构成, 即:

$$m_g(t_i) = m_g(t_{i-1}) + Q_A \rho_a h - Q_B(t_i) \rho_g(t_i) h \quad (11)$$

其中 h 为时间步长, ρ_a 为高压油泵的燃油密度, $\rho_g(t_i)$ 为该时刻下的燃油密度。

4) 油管内的燃油密度离散化

通过油管内的质量 $m_g(t_i)$, 根据密度与质量的关系公式, 得到管内燃油密度:

$$\rho_g(t_i) = \frac{m_g(t_i)}{V_g} \quad (12)$$

其中 V_g 表示油管的体积。

5) 高压油管的压力离散化

基于公式 (1) 油管的压力 $P_G(t_i)$ 与燃油的密度 $\rho_g(t_i)$ 关系, 可以计算在 t_i 时刻下, 油管的压力 $P_G(t_i)$ 的值, 即:

$$P_G(t_i) = (\rho_g(t_i) - \rho_g(t_{i-1})) \frac{E(t_{i-1})}{\rho_g(t_{i-1})} + P_G(t_{i-1}) \quad (13)$$

综上所述, 建立以各时刻下的维持压力离散模型为:

决策变量为:

1) 单向阀的工作时长:

$$t_f$$

2) 单向阀在 A 处通过油泵进行燃油注入的工作, 在开启 t_f 时长后, 就需要关闭 10ms, 不断在开和关的工作状态下进行, 单向阀从本次工作开始到下次开始工作前为周期 T, 当在时刻 t_i 下, 只有注油或不注油的两种状态, 所以引入 0-1 变量 x_A , 即:

$$x_A = \begin{cases} 1, t_i \in [kT, t_f + kT] \\ 0, \text{其他} \end{cases}$$

3) 喷油器每次的喷油时长为 2.4ms, 在 100ms 内, 先进行喷油后停止工作, 以此状态循环进行工作。在时刻 t_i 下, 只有喷油或不喷油的两种状态, 引入 0-1 变量 x_B , 表示为:

$$x_B = \begin{cases} 1, t_i \in [100k, 2.4 + 100k] \\ 0, \text{其他} \end{cases}$$

目标函数为:

由于时间采用离散化处理, 一段时间内的管内压力 $P_G(t_i)$ 的平均偏差平方和 Z 最小:

$$\min Z = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_G(t_i) - 100)^2$$

约束条件为:

在公式 (9)、(10)、(12)、(13) 的约束下, 增加高压油管的质量 $m_g(t_i)$ 的约束, 其表示为:

$$m_g(t_i) = m_g(t_{i-1}) + Q_A(t_i) h \rho_a x_A - Q_B(t_i) h \rho_g(t_i) x_B \quad (14)$$

综上所述, 建立维持高压管内燃油压力的离散模型为:

$$\min Z = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_G(t_i) - 100)^2$$

$$\begin{cases}
Q_A(t_i) = CA_a \sqrt{\frac{2(P_a - P_G(t_i))}{\rho_a}} \\
Q_B(t_i) = \begin{cases} 100(t_i - 100k), 0 \leq t_i \leq 0.2 + 100k \\ 20, 0.2 + 100k < t_i \leq 2.2 + 100k \\ 240 - 100(t_i - 100k), 2.2 + 100k < t_i \leq 2.4 + 100k \\ 0, 2.4 + 100k < t_i < 100 + 100k \end{cases} \\
s.t. \begin{cases} m_g(t_i) = m_g(t_{i-1}) + Q_A \rho_a(t_i)h - Q_B(t_i) \rho_g(t_i)h, m_g(0) = \rho_g(0) \cdot V_g \\ \rho_g(t_i) = \frac{m_g(t_i)}{V_g}, \rho_g(0) = 0.85 \text{ mg/mm}^3 \\ P_G(t_i) = (\rho_g(t_i) - \rho_g(t_{i-1})) \frac{E(t_{i-1})}{\rho_g(t_{i-1})} + P_G(t_{i-1}), P_G(0) = 100 \text{ MPa} \\ i = 1, 2, \dots, n, k \in \mathbb{Z}^* \end{cases}
\end{cases} \quad (15)$$

5.1.3 离散化模型的求解

通过循环遍历的方式，不断迭代计算各个时刻下油管压力的状态，时间从 0ms 开始，在时长为 20s 情况下，以 0.001ms 的步长进行迭代，经过了 2×10^7 的迭代次数，仿真模拟真实高压油管内的压力变化（见图 1）。利用维持压力的离散模型求解，为计算考虑，令 $T_L = 20\text{s}$ ，在 $[0, 20]$ 的时间范围内，压力在 100MPa 总体偏差幅度最小，得到在单向阀的开启时长。首先根据初始的油管质量、油管密度和压力，可以推算出 0.001ms 状态下油管的压力，再推算出 0.002ms 的状态，依次递推，得到在该时段内的各个状态下油管压力。不断循环设置单向阀的开启时间，压力一直维持在 100MPa 变化幅度之和最小，并且能够保持较长稳定的时长，终止循环。结果如下表：

表 1 维持 100MPa 的结果表

单向阀的开启工作时长	偏差程度 Z
0.287ms	0.5879

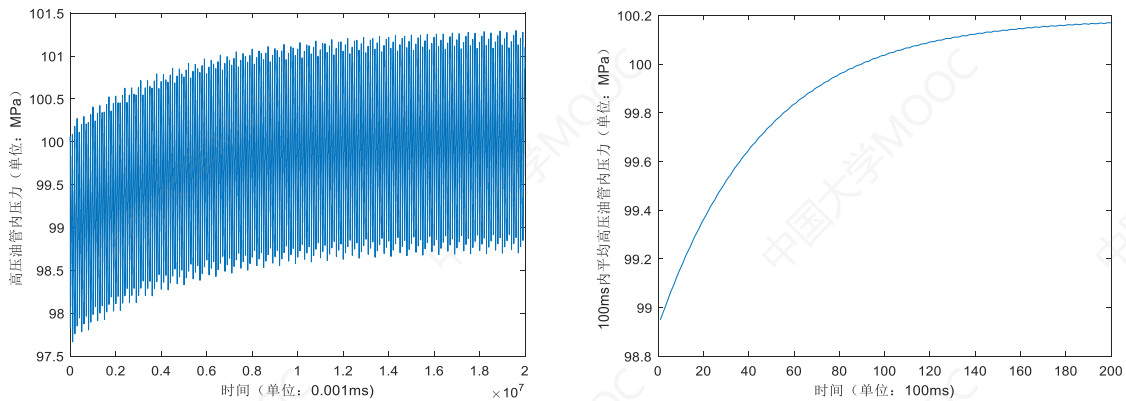


图 2 维持 100MPa 的油管内的压力变化趋势图

由图 1 所示，左图为在模拟时间范围内，高压油管的压力变化趋势，从图中明显的观察出，油管的压力较好的维持在 100MPa 的上下范围内。右图根据模拟的数据，以 100ms 的时间为划分，将其中数据累加取均值得到，较为清晰的观察到高压油管内的压力变化趋于稳定。

5.1.4 升高压力和维持压力模型

对单向阀的开启时段分为两个阶段，第一阶段将高压油管内的压力从 100MPa 升高

到 150MPa，在第二阶段，更改单向阀的开启时段，使最终稳定在 150MPa 的状态下。

1) 升高压力的模型

目标函数为在规定的升压时间范围内，完成升压的过程，使得压力值达到 150MPa，即：

$$\min Z = |P_G(t_m) - 150|$$

其中 t_m 为管内压强达到 150MPa 的调整过程时间。

约束条件与上述模型相同，需增加调整后的压力大于 150MPa 的约束条件：

$$P_G(t_m) \geq 150 \quad (16)$$

综上建立升高压力的优化模型为：

$$\begin{aligned} \min Z &= |P_G(t_m) - 150| \\ s.t. &\begin{cases} P_G(t_m) \geq 150 \\ Q_A(t_i) = CA_a \sqrt{\frac{2(P_a - P_G(t_i))}{\rho_a}} \\ Q_B(t_i) = \begin{cases} 100(t_i - 100k), 0 \leq t_i \leq 0.2 + 100k \\ 20, 0.2 + 100k < t_i \leq 2.2 + 100k \\ 240 - 100(t_i - 100k), 2.2 + 100k < t_i \leq 2.4 + 100k \\ 0, 2.4 + 100k < t_i < 100 + 100k \end{cases} \\ m_g(t_i) = m_g(t_{i-1}) + Q_A \rho_a(t_i)h - Q_B(t_i) \rho_g(t_i)h, \quad m_g(0) = \rho_g(0) \cdot V_g \\ \rho_g(t_i) = \frac{m_g(t_i)}{V_g}, \quad \rho_g(0) = 0.85 \text{ mg/mm}^3 \\ P_G(t_i) = (\rho_g(t_i) - \rho_g(t_{i-1})) \frac{E(t_{i-1})}{\rho_g(t_{i-1})} + P_G(t_{i-1}), \quad P_G(0) = 100 \text{ MPa} \\ i = 1, 2, \dots, n, k \in Z^* \end{cases} \end{aligned} \quad (17)$$

2) 压力的维持模型

为使得压力保持在 150MPa 上下波动，油管内的初始压力 $P_G(0) = 150 \text{ MPa}$ ， $\rho_g(0) = 0.8679 \text{ mg/mm}^3$ ，与模型 (15) 大致相同，只需将目标函数改变，模型如下：

$$\min Z = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_G(t_i) - 150)^2$$

$$\begin{cases}
Q_A(t_i) = CA_a \sqrt{\frac{2(P_a - P_G(t_i))}{\rho_a}} \\
Q_B(t_i) = \begin{cases} 100(t_i - 100k), 0 \leq t_i \leq 0.2 + 100k \\ 20, 0.2 + 100k < t_i \leq 2.2 + 100k \\ 240 - 100(t_i - 100k), 2.2 + 100k < t_i \leq 2.4 + 100k \\ 0, 2.4 + 100k < t_i < 100 + 100k \end{cases} \\
s.t. \begin{cases} m_g(t_i) = m_g(t_{i-1}) + Q_A \rho_a(t_i)h - Q_B(t_i) \rho_g(t_i)h, m_g(0) = \rho_g(0) \cdot V_g \\ \rho_g(t_i) = \frac{m_g(t_i)}{V_g}, \rho_g(0) = 0.8679 \text{ mg/mm}^3 \\ P_G(t_i) = (\rho_g(t_i) - \rho_g(t_{i-1})) \frac{E(t_{i-1})}{\rho_g(t_{i-1})} + P_G(t_{i-1}), P_G(0) = 150 \text{ MPa} \\ i = 1, 2, \dots, n, k \in Z^* \end{cases}
\end{cases} \quad (18)$$

5.1.5 升高压力和维持压力模型的求解

高压油管的压力分别经过 2s、5s 和 10s 的时间调整升高到 150MPa，升压阶段采用上述模型同样的计算方式，不断改变设置的单向阀的开始时段，通过循环遍历的方式，迭代计算每个时刻下油管压力的状态，寻找到规定的时间范围内下，完成升高的压力的过程。维持压力状态的求解过程上文以提及，不再赘述。

1) 2s 调整时间下设置单向阀的工作时长

表 2 单向阀两个阶段的开启时长

第一阶段的开启时长	第二阶段的开启时长
0.925ms	0.75ms

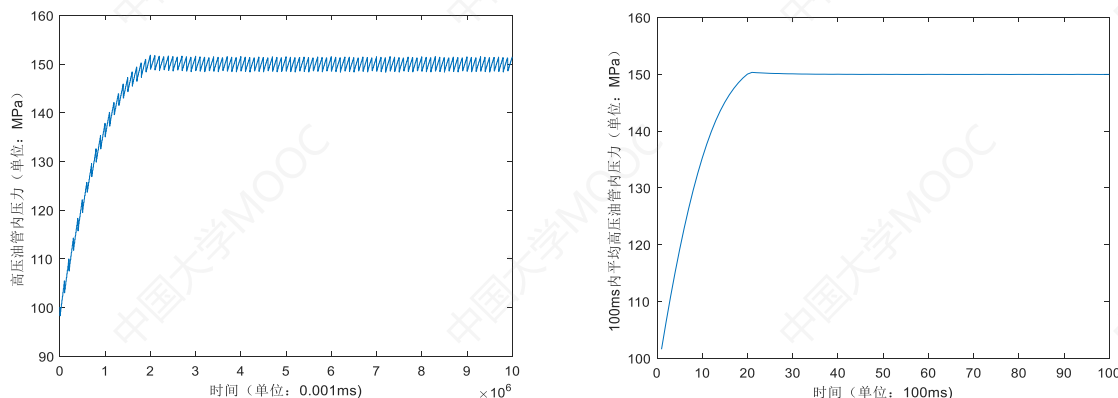


图 3 经过 2s 升压的油管压力变化趋势图

2) 5s 调整时间下设置单向阀的工作时长

表 3 单向阀两个阶段的开启时长

第一阶段的开启时长	第二阶段的开启时长
0.756ms	0.75ms

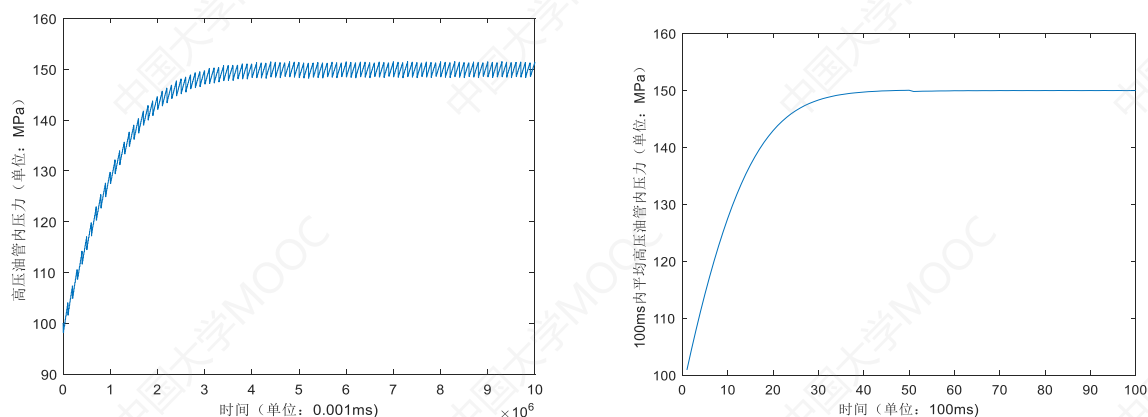


图 4 经过 5s 升压的油管压力变化趋势图

3) 10s 调整时间下设置单向阀的工作时长

表 4 单向阀两个阶段的开启时长

第一阶段的开启时长	第二阶段的开启时长
0.751ms	0.75ms

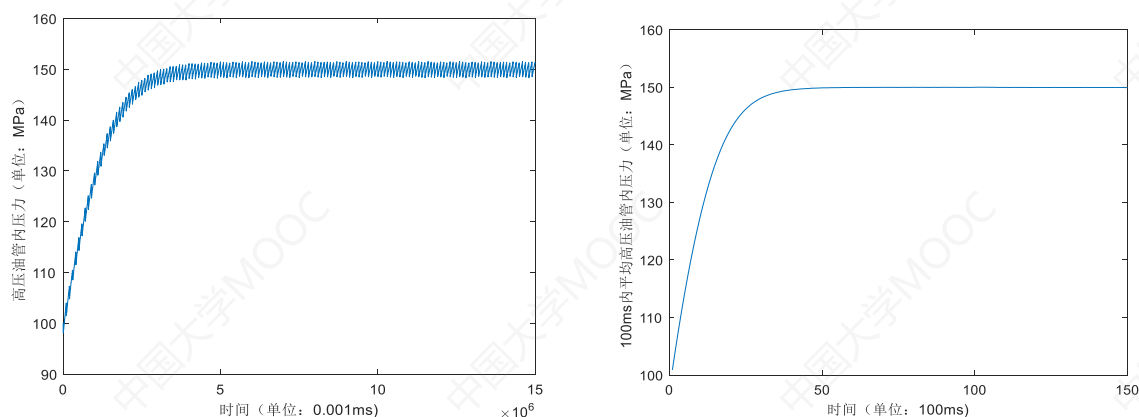


图 5 在经过 5s 升压的油管压力变化趋势图

如图 3, 4, 5 所示, 经过一段时间内进行模拟油管压力变化, 左图较为明显的观察到, 在规定的范围下, 完成了升压的任务, 并一直维持在 150MPa 的波动上下, 波动幅度不超过 5MPa。通过右图可以观察到, 对数据进行以 100ms 为单位累加取平均的效果, 更加明显观察到, 在到达 150MPa 后, 趋势很平稳, 说明该模型设计的分阶段开启单向阀的效果很好, 在规定的时间内, 升高到 150MPa, 并且可以维持在该状态下的压力, 变化幅度很小。

5.2 问题二凸轮驱动高压油泵压力控制模型

在实际生活中高压油管的燃油来源和喷油情况有所区别, 增加了凸轮的作用对注油端燃油流量影响, 以及喷油嘴针阀的运动, 来影响喷油的流量。分别对高压油泵、高压油管和喷油嘴处进行分析。

1) 高压油泵

通过附件 1 中凸轮极角和极径的数据, 将二者的函数关系通过回归拟合的方式表达出来, 将离散点变为连续点, 得到拟合曲线为:

$$H(\theta) = 2.5633 - 0.9796\theta + 2.6534\theta^2 - 0.7951\theta^3 + 0.0633\theta^4 \quad (19)$$

拟合的曲线如图 6, 拟合曲线的复相关 $R^2 = 0.9993$, 方程显著性检验 $F = 226791$ $P = 0$, 所以拟合方程显著。

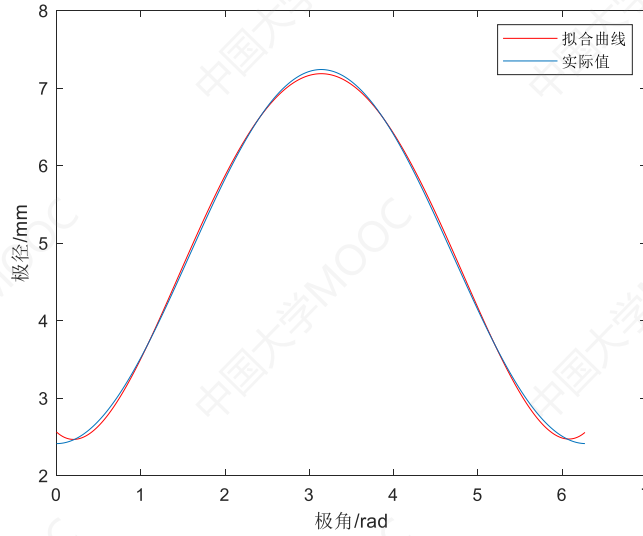


图 6 极径与极角的拟合曲线对比图

凸轮转动的角度：

凸轮以角速度 ω 进行转动，在时刻 t_i 下凸轮转动的角度 $\theta(t_i)$ 为：

$$\theta(t_i) = \omega \times \left(t_i - \left\lfloor \frac{t_i}{T_\omega} \right\rfloor T_\omega \right) \quad (20)$$

其中 $T_\omega = \frac{2\pi}{\omega}$ 为凸轮旋转的周期

柱塞的升程：

柱塞在下止点时，当凸轮转动时，带动柱塞上下运动，在凸轮极径最短点处，升程为零，任意时刻 t_i 下，柱塞升程 $x(t_i)$ 是极径 $H(H(\theta_i))$ 与最短极径 H_{\min} 的差值。即：

$$x(t_i) = H(\theta_i) - H_{\min} \quad (21)$$

其中由凸轮的边缘曲线长与转动角度的关系表，在 $\theta(t_i)$ 下找到对应的凸轮极径 $H(\theta_i)$ 。

油泵的体积：

当高压油泵的压力大于高压油管内的压力时，油泵中的燃油会进入到油管中，使油泵的体积产生变化，表示为：

$$V_a(t_i) = V_a(0) - \pi \left(\frac{d_a}{2} \right)^2 x(t_i) \quad (22)$$

其中 d_a 为柱塞的直径， $V_a(0) = V_s + \pi \left(\frac{d_a}{2} \right)^2 \cdot (H_{\max} - H_{\min}) = 92.3230 \text{ mm}^3$ ， V_s 为柱塞运动到上止点时残余的容积， H_{\max} 表示为凸轮的最长极径，表示分别在 t_i, t_{i-1} 时刻下的油泵体积。

油泵的质量：

油泵的燃油进入高压油管中，导致油泵的质量发生变化，当柱塞运动到下止点时，油泵内质量会自动补满为初始值 $m_a(0)$ ，可表示为：

$$m_a(t_i) = m_a(t_{i-1}) - Q_A(t_{i-1}) \rho_a(t_{i-1}) h \quad (23)$$

其中 $Q_A(t_i)$ 表示为注油 A 口燃油的流速， $\rho_a(t_i)$ 为高压油管的燃油密度， h 为时间步长。

油泵的密度：

$$\rho_a(t_i) = \frac{m_a(t_i)}{V_a(t_i)} \quad (24)$$

油泵的压强:

通过公式 (1) 密度与压强的关系, 得到时刻 t_i 的压强 $P_a(t_i)$ 为:

$$P_a(t_i) = (\rho_a(t_i) - \rho_a(t_{i-1})) \frac{E_a(t_{i-1})}{\rho_a(t_{i-1})} + P_a(t_{i-1}) \quad (25)$$

2) 喷油嘴 B

当喷油嘴的针阀从 E、F 处上升运动到 A、B 处, 针阀的升程高度 AE 为 d , 喷油孔的面积是以 A、B、C、D 为顶点的圆台侧面积 A_y , 由图 4 所示, 通过圆台侧面积公式得到:

$$A_y(t_i) = d(t_i) \sin 9^\circ \times (\pi d(t_i) \cdot \sin 9^\circ \cos 9^\circ + \pi R_f) \quad (26)$$

其中 R_f 表示为针阀的直径。通过附录数据得知, $d(t_i)$ 表示针阀在时刻 t_i 下的升程。

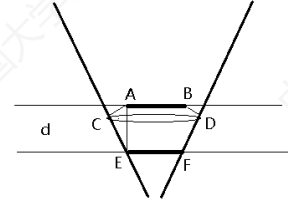


图 7 针阀运动的示意图

喷油嘴的喷油量状况是采取最下端喷油面积与圆台的侧面积中较小值, 来约束喷油的速率, 喷油小孔的面积 $A_b(t_i)$ 表示为:

$$A_b(t_i) = \min\{A_y(t_i), A_p\} \quad (27)$$

其中 $A_p = \pi r_p^2 = 1.5394 \text{ mm}^2$ 表示为最下尖端的喷孔面积。

喷油口的喷油流速为:

$$Q_B(t_i) = CA_b(t_i) \sqrt{\frac{2(P_G(t_{i-1}) - P_0)}{\rho_g(t_{i-1})}} \quad (28)$$

其中 $P_0 = 0.1013 \text{ MPa}$ 为外界的大气压强。

3) 高压油管系统

供油端 A 口燃油的流速:

当高压油管内的压力 $P_G(t_i)$ 小于高压油泵的压力 $P_a(t_i)$ 时, 油泵才能供油, 否则, 油泵不供油。

$$Q_A(t_i) = \begin{cases} CA_a \sqrt{\frac{2(P_a(t_i) - P_G(t_i))}{\rho_a(t_i)}}, & P_a(t_i) > P_G(t_i) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (29)$$

高压油管的质量为:

$$m_g(t_i) = m_g(t_{i-1}) + Q_A(t_i) \rho_a(t_{i-1}) h - Q_B(t_i) \rho_g(t_{i-1}) h \quad (30)$$

其中在供应油端 A 口流出的燃油质量通过高压侧的密度得到。

高压油泵系统的状态与油管的状态, 以供油口 A 是否能注油为契机, 可以将两系统的状态耦合为一个系统的变化规律。以凸轮转动的角速度 ω 为决策变量, 以任意时间下压力的平均偏差平方和最小为目标, 将上述油管各组成部分的参数描述作为约束条件, 建立在使高压油管内压力保持稳定的模型, 建立维持压力的模型如下:

$$\min Z = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_G(t_i) - 100)^2$$

$$\begin{cases}
V_a(t_i) = V_a(0) - \pi \left(\frac{d_a}{2} \right)^2 \left(H(\theta_{t_i}) - H_{\min} \right), V_a(0) = 92.3230 \text{ mm}^3 \\
m_a(t_i) = \begin{cases} m_a(t_{i-1}) - Q_A(t_{i-1}) \rho_a(t_{i-1}) h, & V_a(t_i) > V_a(0) \\ m_a(0), & V_a(t_i) = V_a(0) \end{cases} \\
m_a(0) = \rho_a(0) V_a(0) \\
\rho_a(t_i) = \frac{m_a(t_i)}{V_a(t_i)}, \rho_a(0) = 0.8045 \text{ mg/mm}^3 \\
P_a(t_i) = (\rho_a(t_i) - \rho_a(t_{i-1})) \frac{E_a(t_{i-1})}{\rho_a(t_{i-1})} + P_a(t_{i-1}), P_a(0) = 0.5 \text{ MPa} \\
s.t. \begin{cases} Q_A(t_i) = \begin{cases} CA_a \sqrt{\frac{2(P_a(t_i) - P_G(t_i))}{\rho_a(t_i)}}, & P_a(t_i) > P_G(t_i) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ Q_B(t_i) = CA_b(t_i) \sqrt{\frac{2(P_G(t_{i-1}) - P_0)}{\rho_g(t_{i-1})}} \\ m_g(t_i) = m_g(t_{i-1}) + Q_A(t_i) \rho_a(t_{i-1}) h - Q_B(t_i) \rho_g(t_{i-1}) h, m_g(0) = \rho_g(0) \cdot V_g \\ \rho_g(t_i) = \frac{m_g(t_i)}{V_g}, \rho_g(0) = 0.85 \text{ mg/mm}^3 \\ P_G(t_i) = (\rho_g(t_i) - \rho_g(t_{i-1})) \frac{E(t_{i-1})}{\rho_g(t_{i-1})} + P_G(t_{i-1}), P_G(0) = 150 \text{ MPa} \\ i = 1, 2, \dots, n \end{cases}
\end{cases} \quad (31)$$

5.2.2 模型的求解

时间进行离散化处理, 采用与问题一算法相同的思路进行循环遍历, 寻找出最优解。

从 0 时刻起, 当高压油泵的压力大于油管内压力时, 进行注油工作, 直到柱塞运动至上止点时, 停止上升, 回到下止点自动充满柱塞腔, 通过该方式不断对油管进行注油。综合考虑高压油泵产生的压力和喷油器产生的压力, 对油管内压力的影响, 为维持在 100MPa 处, 按照循环遍历的方式, 找寻合适的凸轮转动的角速度。

最终凸轮的转动的角速度为 0.0257 rad/ms , 如图 6 所示为在该角度下油管内压力的变化趋势。

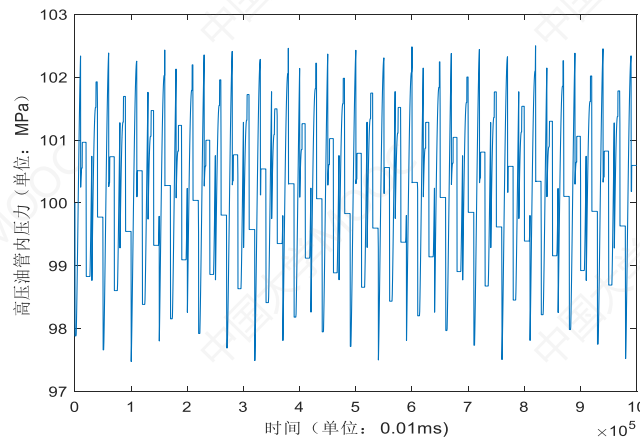


图 8 角速度 0.275 rad/ms 下的压力变化图

如图所示，在时间间隔为 0.01ms 下，高压油管的压力都在 100MPa 下波动，波动的幅度较小。为了检验该角速度的结果好坏，在[0.02,0.029]角速度的区间上，通过每一角速度情况下，平均偏差的平方和的效果进行比较，见表 2，说明当角速度在 0.275 时，平均偏差平方和最小，我们可以证明模型的正确性

表 5 各角速度的偏差平方和的比较

角速度	平均偏差平方和	角速度	平均偏差平方和
0.02	282.9048	0.0256	1.2393
0.021	193.8114	0.0257	1.2373
0.022	120.5817	0.0258	1.4195
0.023	64.5711	0.026	2.3551
0.024	26.1027	0.0265	8.1445
0.025	5.0749	0.027	19.1762
0.0254	1.8032	0.028	57.0705
0.0255	1.4248	0.029	116.3252

5.3 增加喷油嘴和减压阀对压力的影响

5.3.1 增加喷嘴 C 的压力维持模型

增加一个喷嘴后，采用两喷嘴交替式进行喷油工作，喷嘴 B 开始工作，再经过 t_s 的时间间隔，喷嘴 C 开始喷油工作，即：

$$A_{Cy}(t_i) = d(t_i - t_s) \sin 9^\circ \times (\pi d(t_i - t_s) \cdot \sin 9^\circ \cos 9^\circ + \pi R_f) \quad (32)$$

喷油小孔的面积 $A_c(t_i)$ 表示为：

$$A_c(t_i) = \min\{A_{Cy}(t_i), A_p\} \quad (33)$$

喷嘴 C 的喷油流量可表示为：

$$Q_C(t_i) = CA_c(t_i) \sqrt{\frac{2(P_G(t_{i-1}) - P_0)}{\rho_g(t_{i-1})}} \quad (34)$$

为确定两个喷油嘴的工作时间间隔 t_s ，在良好的工作周期下喷油，在以角速度为可以调节油管内的压力变化，以喷油嘴 100ms 为周期的范围内，划分为 10 段，确定时间间隔 t_s 的值。结果见表 3。

表 6 两喷油嘴不同间隔时间的偏差比较

时间间隔 t_s	0	10	20	30	40
平均偏差平方和	2.4283	2.0021	1.6551	1.4162	1.2863
时间间隔 t_s	50	60	70	80	90
平均偏差平方和	1.2654	1.3531	1.5511	1.8625	2.2847

两喷油嘴的工作周期为 100ms，为了减小高压油管内压力的波动大小，使两个喷油嘴的工作间隔最大，得到间隔时间 t_s 为 50ms。

综上，两个喷油嘴交替喷油下，维持管内压力的优化模型如下：

决策变量为：

$$\omega$$

表示为凸轮转动角速度。

目标函数为：

$$\min Z = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_G(t_i) - 100)^2 \quad (35)$$

在模型 (29) 的基础上, 增加的约束条件为:

$$Q_C(t_i) = CA_C(t_i) \sqrt{\frac{2(P_G(t_{i-1}) - P_0)}{\rho_g(t_{i-1})}} \quad (36)$$

油管的质量的改变是由两个喷油嘴的喷油流量和供油处的注油流量得到, 将公式 (28) 修改为:

$$m_g(t_i) = m_g(t_{i-1}) + Q_A(t_i)\rho_a(t_{i-1})h - Q_B(t_i)\rho_g(t_{i-1})h - Q_C(t_i)\rho_g(t_{i-1})h \quad (37)$$

综上所述, 建立维持压力的优化模型为:

$$\begin{aligned} \min Z &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_G(t_i) - 100)^2 \\ s.t. \left\{ \begin{aligned} &V_a(t_i) = V_a(0) - \pi \left(\frac{d_a}{2} \right)^2 (H(\theta_i) - H_{\min}), V_a(0) = 92.3230 \text{ mm}^3 \\ &m_a(t_i) = \begin{cases} m_a(t_{i-1}) - Q_A(t_{i-1})\rho_a(t_{i-1})h, & V_a(t_i) > V_a(0) \\ m_a(0), & V_a(t_i) = V_a(0) \end{cases} \\ &m_a(0) = \rho_a(0)V_a(0) \\ &\rho_a(t_i) = \frac{m_a(t_i)}{V_a(t_i)}, \rho_a(0) = 0.8045 \text{ mg/mm}^3 \\ &P_a(t_i) = (\rho_a(t_i) - \rho_a(t_{i-1})) \frac{E_a(t_{i-1})}{\rho_a(t_{i-1})} + P_a(t_{i-1}), P_a(0) = 0.5 \text{ MPa} \\ &Q_A(t_i) = \begin{cases} CA_a \sqrt{\frac{2(P_a(t_i) - P_G(t_i))}{\rho_a(t_i)}}, & P_a(t_i) > P_G(t_i) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ &Q_B(t_i) = CA_b(t_i) \sqrt{\frac{2(P_G(t_{i-1}) - P_0)}{\rho_g(t_{i-1})}} \\ &m_g(t_i) = m_g(t_{i-1}) + Q_A(t_i)\rho_a(t_{i-1})h - (Q_B(t_i) + Q_C(t_i)) \cdot \rho_g(t_{i-1})h, m_g(0) = \rho_g(0) \cdot V_g \\ &\rho_g(t_i) = \frac{m_g(t_i)}{V_g}, \rho_g(0) = 0.85 \text{ mg/mm}^3 \\ &Q_C(t_i) = CA_c(t_i) \sqrt{\frac{2(P_G(t_{i-1}) - P_0)}{\rho_g(t_{i-1})}} \\ &P_G(t_i) = (\rho_g(t_i) - \rho_g(t_{i-1})) \frac{E(t_{i-1})}{\rho_g(t_{i-1})} + P_G(t_{i-1}), P_G(0) = 150 \text{ MPa} \\ &i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right. \quad (38) \end{aligned}$$

5.3.2 模型的求解

求解的思路与问题二相同, 通过对凸轮的转动角速度进行循环遍历, 得到油管内压力的变化幅度较小的状态。

从 0 时刻起, 当高压油泵的压力大于油管内压力时, 进行注油工作, 直到柱塞运动至上止点时, 停止上升, 回到下止点自动充满柱塞腔, 通过该方式不断对油管进行注油。并考虑在时间间隔为 50ms 下, 两个相互交替喷油的喷油量, 对油管内压力的影响, 使压力维持在 100MPa 上下, 按照循环遍历的方式, 找寻合适的凸轮转动的角速度。结果

见表 4。

表 7 凸轮角速度下压力偏差情况

角速度	0.05	0.051	0.0513	0.0514	0.0515	0.52
平均偏差平方和	9.8027	1.8297	1.2216	1.2052	1.2829	3.1901

如表 4 所示，当角速度在 0.0514rad/ms 时，油管内的平均偏差较小，并做出该角速度下的油管压力的变化趋势图，如图 7。

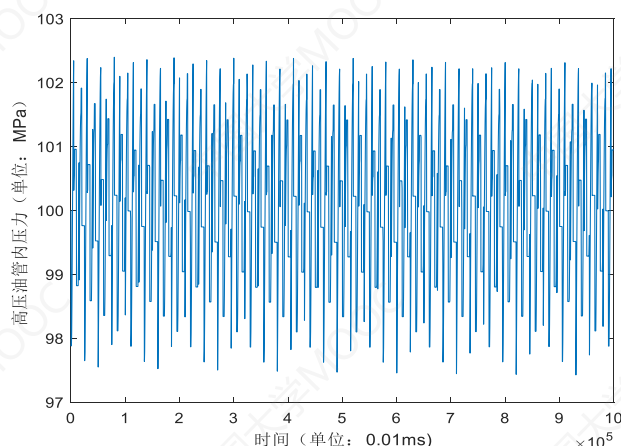


图 9 角速度为 0.0514rad/ms 时压力的变化趋势图

当增加喷油嘴的条件下，喷油嘴 B 和喷油嘴 C 的开始工作时间间隔为 50ms, 凸轮的角速度调整为 0.0514rad/ms。

5.3.3 增加减压阀的维持压力模型

增加减压阀的作用，使管内的压力波动尽量稳定，设置减压阀的减压临界值 P_D ，可将该减压阀等效看作无针阀的喷油器，减压阀 D 的喷油流量为：

$$Q_D(t_i) = \begin{cases} CA_d \sqrt{\frac{2(P_G(t_i) - P_0)}{\rho_g(t_i)}}, & P_G(t_i) > P_D \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (39)$$

其中 $P_0 = 0.1013 \text{ MPa}$ 为外界的大气压强。 $A_d = \pi r_d^2 = 1.5394 \text{ mm}^2$ 为减压阀的出口面积。

油管质量的变化是由两个喷嘴喷油的流量和减压阀的喷油的流量与注入端燃油的流量得到，即：

$$m_g(t_i) = m_g(t_{i-1}) + Q_A(t_i)\rho_a(t_{i-1})h - (Q_B(t_i) + Q_C(t_i) + Q_D(t_i))\rho_g(t_{i-1})h \quad (40)$$

在模型 (36) 的基础上，建立减压阀作用下的维持压力模型为：

决策变量为：

1) 凸轮转动的角速度：

$$\omega$$

2) 减压阀的临界值：

$$P_D$$

目标函数为：

维持油管内压力的变化，变化幅度的偏差最小：

$$\min Z = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_G(t_i) - 100)^2$$

在模型 (36) 的基础上，将公式 (34)、(35) 的约束条件更改为 (37)、(38) 的约束。综上建立增加减压阀作用下维持压力稳定的模型如下：

$$\begin{aligned}
\min Z &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_G(t_i) - 100)^2 \\
s.t. \quad & \begin{cases}
V_a(t_i) = V_a(0) - \pi \left(\frac{d_a}{2} \right)^2 \left(H(\theta_{t_i}) - H_{\min} \right), V_a(0) = 92.3230 \text{ mm}^3 \\
m_a(t_i) = \begin{cases} m_a(t_{i-1}) - Q_A(t_{i-1}) \rho_a(t_{i-1}) h, & V_a(t_i) > V_a(0) \\ m_a(0), & V_a(t_i) = V_a(0) \end{cases} \\
m_a(0) = \rho_a(0) V_a(0) \\
\rho_a(t_i) = \frac{m_a(t_i)}{V_a(t_i)}, \rho_a(0) = 0.8045 \text{ mg/mm}^3 \\
P_a(t_i) = (\rho_a(t_i) - \rho_a(t_{i-1})) \frac{E_a(t_{i-1})}{\rho_a(t_{i-1})} + P_a(t_{i-1}), P_a(0) = 0.5 \text{ MPa} \\
Q_A(t_i) = \begin{cases} CA_a \sqrt{\frac{2(P_a(t_i) - P_G(t_i))}{\rho_a(t_i)}}, & P_a(t_i) > P_G(t_i) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\
Q_B(t_i) = CA_b(t_i) \sqrt{\frac{2(P_G(t_{i-1}) - P_0)}{\rho_g(t_{i-1})}} \\
m_g(t_i) = m_g(t_{i-1}) + Q_A(t_i) \rho_a(t_{i-1}) h - (Q_B(t_i) + Q_C(t_i) + Q_D(t_i)) \cdot \rho_g(t_{i-1}) h \\
m_g(0) = \rho_g(0) \cdot V_g \\
\rho_g(t_i) = \frac{m_g(t_i)}{V_g}, \rho_g(0) = 0.85 \text{ mg/mm}^3 \\
Q_C(t_i) = CA_c(t_i) \sqrt{\frac{2(P_G(t_{i-1}) - P_0)}{\rho_g(t_{i-1})}} \\
Q_D(t_i) = \begin{cases} CA_d \sqrt{\frac{2(P_G(t_i) - P_0)}{\rho_g(t_i)}}, & P_G(t_i) > P_D \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\
P_G(t_i) = (\rho_g(t_i) - \rho_g(t_{i-1})) \frac{E(t_{i-1})}{\rho_g(t_{i-1})} + P_G(t_{i-1}), P_G(0) = 150 \text{ MPa} \\
i = 1, 2, \dots, n
\end{cases} \quad (41)
\end{aligned}$$

5.3.4 模型的求解

在增加减压阀 D 后，需要优化高压油泵的凸轮转速和减压阀 D 的临界情况，对减压阀 D 的临界值和凸轮的角速度进行遍历求解，得到结果见下表。

表 8 高压油泵与减压阀控制方案表

角速度 (rad/ms)	喷油嘴工作间隔(ms)	临界值(MPa)	偏差
0.094	50	101	0.7901

在增加单向减压阀后，管内的燃油压力更加稳定在 100MPa 附近，在该控制策略下，平均偏差平方和由 1.2052 减小到 0.7901，波动的范围显著减小，说明该控制方案较好。

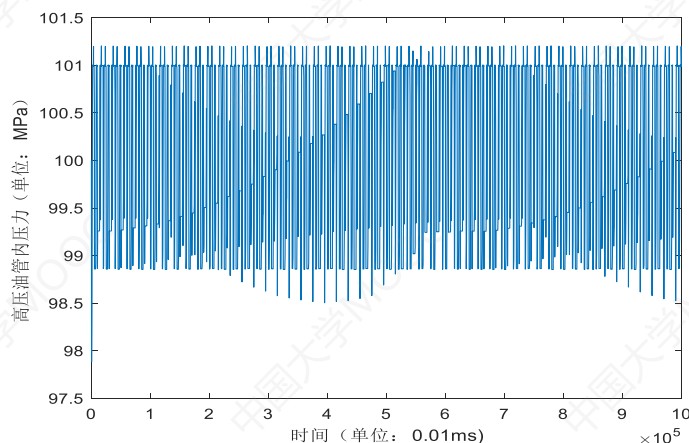


图 10 油管内压力的变化趋势图

六、灵敏度分析

6.1 问题一灵敏度分析

问题一中高压油泵在注油端 A 处提供压力为 160MPa，现对该压力进行调整，得到单向阀的开启工作时长以及压力的偏差情况，如下表。

表 9 问题一注油端的压力变化的灵敏度分析

高压油泵在注油端 A 处提供的恒定压力 (MPa)	130	140	150	160	170	180	190
单向阀开启的时长 (ms)	0.409	0.353	0.315	0.287	0.266	0.248	0.234
偏差	0.5426	0.5644	0.5786	0.5879	0.6267	0.6374	0.6282

根据上表可知，当提供的恒定压力增大，单向阀的开启工作时长减小并且减少趋势的放缓。

6.2 问题二灵敏度分析

问题二中注油口 A 端的直径为 1.44mm，现对直径进行改变，得到凸轮角速度和偏差的变化情况，如下表。

表 10 问题二注油端直径的灵敏度分析

注油口 A 端的直径 (mm)	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7
角速度(rad/ms)	0.0257	0.0257	0.0257	0.0257	0.0256	0.0255	0.0256
偏差	1.2222	1.225	1.2182	1.2373	1.2242	1.2374	1.2228

通过上表数据可知，在改变注油端的直径时，当压力稳定在 100MPa 时，凸轮的角速度无明显影响。

七、模型的评价与改进

6.1 模型的评价

6.1.1 模型的优点

1、本文建立的模型简单易懂，可行性高，能够给出可行的解，对生产实践有着重要参考意义。

2、在仿真模拟压力变化的过程中，迭代次数较多使得计算结果较为精确。

6.1.2 模型的缺点

1、本文在对模型进行求解时采用遍历算法，程序不够简洁，计算时间长。

2、本文在计算问题二、三时，喷油口外侧压强使用大气压强，而实际上对内燃机来说，喷油口外侧应接燃烧室，如果考虑燃烧室中的压强结果会更精确。在计算高压油泵中柱塞的升程时，本文直接采用了凸轮的极径与最小极径的差进行计算，这是不合理的，应考虑凸轮与柱塞的接触状况找到凸轮极径与柱塞升程的关系，从而得出柱塞的升程。

6.2 模型的改进

由于本文弹性模量与压力的关系是通过数据拟合得到，可以通过寻找二者之间的物理机理关系，对问题的研究更为精确。本文采用离散化迭代法，近似求得最优控制策略，将时间离散化，对结果会产生较大误差，因此，需要寻求更优的算法对模型进行求解，例如，模拟退火算法、蚁群算法以及遗传算法等对模型进行改进。

八、模型的应用与推广

本文建立的模型在内燃机的设计有着重要意义，广泛运用到流体力学相关知识以及离散迭代求解法，具有一定的实用性。

九、参考文献

- [1]姜启源，谢金星，叶俊. 数学模型(第三版) [M]. 北京：高等教育出版社，2003. 85-130.
- [2]蔺小林，计算方法. 西安：西安电子科技大学出版社，2009. 07

附录

MATLAB 软件版本: 2018a

拟合弹性模量和压力的代码:

%% 计算弹性

模量与压强的关系

clear

data=xlsread('C:\Users\13549\Desktop\附件 3.xlsx');

P=data(:,1);

E=data(:,2);

m=zeros(1,401);

m(201)=0.850;

for i=202:length(P)

 m(i)=m(i-1)*(P(i)-P(i-1))/E(i-1)+m(i-1);

end

for i=201:-1:2

 m(i-1)=m(i)*E(i-1)/(P(i)-P(i-1)+E(i-1));

end

fujian=[data,m'];

x=[ones(401,1) P P.^2 P.^3];

[b,bint,r,rint,stats]=regress(E,x);

y1=b(1)+b(2)*P+b(3)*P.^2+b(4)*P.^3;

plot(P,y1,'-',P,E,'*')

xlabel('压强/MPa')

ylabel('弹性模量/MPa')

问题 1:

计算压力维持 100MPa 单向阀每次开启的时长:

clear

data=xlsread('C:\Users\TANTE\Desktop\国赛\A-2019 中文\附件 3-弹性模量与压力.xlsx');

l=500; %油管长度

r=10; %油管内直径

r1=1.4; %入口 A 小口直径

c=0.85;

A=r1*r1/4*pi;

PA=160;

rouA=0.8711;%160Mpa 下对应的密度

%油管体积

V=r*r*pi*l/4;

rou0=0.85;%100Mpa 对应密度

P0=100;

m0=rou0*V;%油管初始质量

MinPiancha=inf;

Rec=[];

for tf=280:290

 E=2171.4;

 m(1)=m0+c*A*sqrt(2*(PA-P0)/rouA)*rou0/1000-0.1;

 rou(1)=m(1)/V;

 P(1)=(rou(1)-rou0)*E/rou0+P0;

```

for t=2:20000000 %步长 0.001ms, 总 20s
    a=floor(t/100000);
    if t<200+a*100000
        v=0.1*(t-a*100000);%喷嘴的单位时间流过小孔的燃油量 (mm3/ms)
    elseif t>=200+a*100000&& t<2200+a*100000
        v=20;
    elseif t<=2400+a*100000
        v=240-0.1*(t-a*100000);
    else
        v=0;
    end
    b=floor(t/(tf+10000));
    if t<=tf+b*(10000+tf)
        QA=c*A*sqrt(2*(PA-P(t-1))/rouA); %恒定油泵对应的单位时间流过小孔的
        燃油量 (mm3/ms)
    else
        QA=0;
    end
    E=1531.86840584878+5.47444434130963*P(t-1)-0.00108248139723348*P(t-
1)^2+0.000100037752198064*P(t-1)^3; %弹性模量与压力的拟合曲线
    m(t)=m(t-1)+QA*0.8713/1000-v/1000*rou(t-1);
    rou(t)=m(t)/V;
    P(t)=(rou(t)-rou(t-1))*E/rou(t-1)+P(t-1);
end
Piancha=sum((P-100).^2)/length(P); %偏差程度
if Piancha<MinPiancha %找出偏差程度最小的单向阀开启的时长
    MinPiancha=Piancha;
    Mintf=tf;
end
Rec=[Rec,tf,Piancha]
end
Mintf
MinPiancha

```

维持 100MPa 的压力变化趋势图:

```

clear
data=xlsread('C:\Users\TANTE\Desktop\国赛\A-2019 中文\附件 3-弹性模量与压力.xlsx');
l=500; %油管长度
r=10; %油管内直径
r1=1.4; %入口 A 小口直径
c=0.85;
A=r1*r1/4*pi;
rouA=0.8711;
%油管体积
V=r*r*pi*l/4;
rou0=0.85;
P0=100;
m0=rou0*V;

```

```

tf=287;
E=2171.4;
m(1)=m0+c*A*sqrt(2*(160-P0)/rouA)*rou0/1000-0.1;
rou(1)=m(1)/V;
P(1)=(rou(1)-rou0)*E/rou0+P0;
%%l_1 画图程序
for t=2:20000000 %步长 0.001ms, 总 20s
    a=floor(t/100000);
    if t<200+a*100000
        v=0.1*(t-a*100000);
    elseif t>=200+a*100000&& t<2200+a*100000
        v=20;
    elseif t<=2400+a*100000
        v=240-0.1*(t-a*100000);
    else
        v=0;
    end
    b=floor(t/(tf+10000));
    if t<=tf+b*(10000+tf)
        QA=c*A*sqrt(2*(160-P(t-1))/rouA);
    else
        QA=0;
    end
    E=1531.86840584878+5.47444434130963*P(t-1)-0.00108248139723348*P(t-1)^2+0.000100037752198064*P(t-1)^3;
    m(t)=m(t-1)+QA*0.8713/1000-v/1000*rou(t-1);
    rou(t)=m(t)/V;
    P(t)=(rou(t)-rou(t-1))*E/rou(t-1)+P(t-1);
end
plot(P)
xlabel('时间 (单位: 0.001ms)');
ylabel('高压油管内压力 (单位: MPa) ');
for i=1:200
    pmean(i)=sum(P(1+100000*(i-1):100000*i))/100000; %求 100ms 内的管内压强平均值,
    便于观察趋势
end
figure,plot(pmean)
xlabel('时间 (单位: 100ms)');
ylabel('100ms 内平均高压油管内压力 (单位: MPa) ');

```

计算 2s 升压的模拟过程代码：由于 5s 和 10s 的代码相似，详情在支撑材料中。

```

clear
data=xlsread('C:\Users\TANTE\Desktop\国赛\A-2019 中文\附件 3-弹性模量与压力.xlsx');
l=500; %油管长度
r=10; %油管内直径
r1=1.4; %入口 A 小口直径
c=0.85;
A=r1*r1/4*pi;

```

```

rouA=0.8711;
%油管体积
V=r*r*pi*l/4;
rou0=0.85;
P0=100;
m0=rou0*V;
tx=1000;
E=2171.4;
m(1)=m0+c*A*sqrt(2*(160-P0)/rouA)*rou0/100-1;
rou(1)=m(1)/V;
P(1)=(rou(1)-rou0)*E/rou0+P0;
%% 找到 2s 内能达到 150Mpa 的阀门开启时间
for tf=900:1000
    for t=2:2000000 %步长 0.001ms, 总 2s
        a=floor(t/100000);
        if t<200+a*100000
            v=0.1*(t-a*100000);%喷嘴的单位时间流过小孔的燃油量 (mm3/ms)
        elseif t>=200+a*100000&& t<2200+a*100000
            v=20;
        elseif t<=2400+a*100000
            v=240-0.1*(t-a*100000);
        else
            v=0;
        end
        b=floor(t/(tf+10000));
        if t<=tf+b*(10000+tf)
            QA=c*A*sqrt(2*(160-P(t-1))/rouA); %恒定油泵对应的单位时间流过小孔
            的燃油量 (mm3/ms)
        else
            QA=0;
        end
        E=1531.86840584878+5.47444434130963*P(t-1)-0.00108248139723348*P(t-
1)^2+0.000100037752198064*P(t-1)^3; %弹性模量与压力的拟合曲线
        m(t)=m(t-1)+QA*0.8713/1000-v/1000*rou(t-1);
        rou(t)=m(t)/V;
        P(t)=(rou(t)-rou(t-1))*E/rou(t-1)+P(t-1);
    end
    for i=1:20
        pmean(i)=sum(P(1+100000*(i-1):100000*i))/100000;
    end
    if pmean(20)>150
        break
    end
end
tf2=750;
for t=2000001:10000000 %步长 0.001ms, 总时长 2~10s
    a=floor(t/100000);
    if t<200+a*100000
        v=0.1*(t-a*100000);%喷嘴的单位时间流过小孔的燃油量 (mm3/ms)
    end
end

```

```

elseif t>=200+a*100000&& t<2200+a*100000
    v=20;
elseif t<=2400+a*100000
    v=240-0.1*(t-a*100000);
else
    v=0;
end
b=floor(t/(tf2+10000));
if t<=tf2+b*(10000+tf2)
    QA=c*A*sqrt(2*(160-P(t-1))/rouA); %恒定油泵对应的单位时间流过小孔
    的燃油量 (mm3/ms)
else
    QA=0;
end
E=1531.86840584878+5.47444434130963*P(t-1)-0.00108248139723348*P(t-
1)^2+0.000100037752198064*P(t-1)^3; %弹性模量与压力的拟合曲线
m(t)=m(t-1)+QA*0.8713/1000-v/1000*rou(t-1);
rou(t)=m(t)/V;
P(t)=(rou(t)-rou(t-1))*E/rou(t-1)+P(t-1);
end
for i=21:100
    pmean(i)=sum(P(1+100000*(i-1):100000*i))/100000;
end
%%画图
plot(P)
xlabel('时间 (单位: 0.001ms)');
ylabel('高压油管内压力 (单位: MPa) ');
figure,plot(pmean)
xlabel('时间 (单位: 100ms)');
ylabel('100ms 内平均高压油管内压力 (单位: MPa) ');

```

问题 2:
循环计算角速度的代码:

```

%% 第二题
clear
data3=xlsread('C:\Users\13549\Desktop\附件 3.xlsx'); %弹性模量与压力的关系
data2=xlsread('C:\Users\13549\Desktop\附件 2.xlsx'); %针阀运动曲线
data1=xlsread('C:\Users\13549\Desktop\附件 11.xlsx'); %凸轮边缘曲线
%% 喷油口 A 的初始状态
d1=5; %高压油的直径
Vc=20; %残余容积
Hs=max(data1(:,2)); %上止点
Hx=min(data1(:,2)); %下止点
Va=pi*(d1/2)^2*(Hs-Hx)+Vc; %油总容积
density_0=0.8045; %低压燃油密度
Ma=Va*density_0; %油总质量

```



```

C=0.85; %流量系数
Aa=1.4*0.6*pi/4; %横截面积
Pa0=0.5; %初始压强
Ea=1540.8;
%%% 高压油管初始状态
V=500*10*10/4*pi; %油管体积
P0=100; %初始压强
density_100=0.85; %燃油密度
M0=V*density_100; %初始管中油总质量
E=2171.4;
%%% t=0.01
h=0.01;
w=0.0257;
tf=2*pi/w;
theta=w*h; %凸轮转过角度
Ha=2.5633-0.97963*theta+2.65343*theta^2-0.79513*theta^3+0.0633*theta^4-Hx;
density_a(1)=Ma/(Va-d1*d1*pi*Ha/4); %当前高压油泵中燃油密度
Pa(1)=(density_a(1)-density_0)*Ea/density_a(1)+Pa0;
%判断单向阀是否开启
if Pa(1)>P0
    Qa(1)=C*Aa*sqrt(2*(Pa(1)-P0)/density_a(1));
else
    Qa(1)=0;
end
Hb(1)=1.2337E-06;
Ab=(2.5+(2.5+Hb(1)*sind(18)))*pi*sind(9)*Hb(1)/2;
Ab=min(Ab,1.5394);
Qb(1)=C*Ab*sqrt(2*(P0-0.1013)/density_100);
Ma=Ma-Qa(1)*density_100*h;
M(1)=M0+Qa(1)*density_100*h-Qb(1)*density_100*h; %当前管中燃油质量
density(1)=M(1)/V; %当前管中燃油密度
P(1)=(density(1)-density_100)*E/density(1)+P0; %当前管中压强
%%%
for i=2:500000*2
    t=i*h;
    E=1531.9+5.4744*P(i-1)-0.0011*P(i-1)^2+0.000100*P(i-1)^3;
    Ea=1531.9+5.4744*Pa(i-1)-0.0011*Pa(i-1)^2+0.000100*Pa(i-1)^3;
    %计算 A 口喷油速率
    a=floor(t/tf);
    theta=(t-a*tf)*w;
    Ha=2.5633-0.9796*theta+2.6534*theta^2-0.7951*theta^3+0.0633*theta^4-Hx;
    density_a(i)=Ma/(Va-d1*d1*pi*Ha/4);
    Pa(i)=(density_a(i)-density_a(i-1))*Ea/density_a(i)+Pa(i-1);
    if Pa(i)<0.5
        Ma=Va*density_0;
        Pa(i)=0.5;
    end
    if Pa(i)>P(i-1)

```

```

    Qa(i)=C*Aa*sqrt(2*(Pa(i)-P(i-1))/density_a(i));
else
    Qa(i)=0;
end
if ~isreal(Qa(i))
    break;
end
%计算 B 口喷油速率
b=floor(t/100);
for j=1:10001
    if abs(data2(j,1)-(t-b*100))<=0.0001
        Hb(i)=data2(j,2);
        break;
    end
end
if Hb(i)==0
    Qb(i)=0;
else
    Ab=(2.5+(2.5+Hb(i)*sind(18)))*pi*sind(9)*Hb(i)/2;
    Ab=min(Ab,1.5394);
    Qb(i)=C*Ab*sqrt(2*(P(i-1)-0.1013)/density(i-1));
end
Ma=Ma-Qa(i)*h*density_a(i-1);
M(i)=M(i-1)+Qa(i)*h*density_a(i-1)-Qb(i)*h*density(i-1);
density(i)=M(i)/V;
P(i)=(density(i)-density(i-1))*E/density(i)+P(i-1);
end
plot(P)
xlabel('时间 (单位: 0.01ms)');
ylabel('高压油管内压力 (单位: MPa) ');
s=sum((P-100).^2)/1000000 %计算平均偏差平方

```

问题 3:

第一问: 计算延时和角速度

%% 第三题_第一小问

clear

data3=xlsread('C:\Users\13549\Desktop\附件 3.xlsx'); %弹性模量与压力的关系

data2=xlsread('C:\Users\13549\Desktop\附件 2.xlsx'); %针阀运动曲线

data1=xlsread('C:\Users\13549\Desktop\附件 11.xlsx'); %凸轮边缘曲线

%% 喷油口 A 的初始状态

d1=5; %高压油的直径

Vc=20; %残余容积

Hs=max(data1(:,2)); %上止点

Hx=min(data1(:,2)); %下止点

Va=pi*(d1/2)^2*(Hs-Hx)+Vc; %油总容积

density_0=0.8045; %低压燃油密度

Ma=Va*density_0; %油总质量

```

C=0.85; %流量系数
Aa=1.4*1.4*pi/4; %横截面积
Pa0=0.5; %初始压强
Ea=1540.8;
%%% 高压油管初始状态
V=500*10*10/4*pi; %油管体积
P0=100; %初始压强
density_100=0.85; %燃油密度
M0=V*density_100; %初始管中油总质量
E=2171.4;
%%% t=0.01
h=0.01;
w=0.0514;
tf=2*pi/w;
delta=50; %延时
theta=w*h; %凸轮转过角度
Ha=2.5633-0.9796*theta+2.6534*theta^2-0.7951*theta^3+0.0633*theta^4-Hx;
density_a(1)=Ma/(Va-d1*d1*pi*Ha/4); %当前高压油泵中燃油密度
Pa(1)=(density_a(1)-density_0)*Ea/density_a(1)+Pa0;
%判断单向阀是否开启
if Pa(1)>P0
    Qa(1)=C*Aa*sqrt(2*(Pa(1)-P0)/density_a(1));
else
    Qa(1)=0;
end
Hb(1)=1.2337E-06;
Ab=(2.5+(2.5+Hb(1)*sind(18)))*pi*sind(9)*Hb(1)/2;
Ab=min(Ab,1.5394);
Qb(1)=C*Ab*sqrt(2*(P0-0.1013)/density_100);
Qc(1)=0;
Ma=Ma-Qa(1)*density_100*h;
M(1)=M0+Qa(1)*density_100*h-Qb(1)*density_100*h-Qc(1)*density_100*h; %当前管中
燃油质量
density(1)=M(1)/V; %当前管中燃油密度
P(1)=(density(1)-density_100)*E/density(1)+P0; %当前管中压强
%%%
for i=2:500000*2
    t=i*h;
    E=1531.9+5.4744*P(i-1)-0.0011*P(i-1)^2+0.000100*P(i-1)^3;
    Ea=1531.9+5.4744*Pa(i-1)-0.0011*Pa(i-1)^2+0.000100*Pa(i-1)^3;
    %计算 A 口喷油速率

    a=floor(t/tf);
    theta=(t-a*tf)*w;
    Ha=2.5633-0.9796*theta+2.6534*theta^2-0.7951*theta^3+0.0633*theta^4-Hx;
    density_a(i)=Ma/(Va-d1*d1*pi*Ha/4);
    Pa(i)=(density_a(i)-density_a(i-1))*Ea/density_a(i)+Pa(i-1);
    if Pa(i)<0.5

```

```

    Ma=Va*density_0;
    Pa(i)=0.5;
end
if Pa(i)>P(i-1)
    Qa(i)=C*Aa*sqrt(2*(Pa(i)-P(i-1))/density_a(i));
else
    Qa(i)=0;
end
if ~isreal(Qa(i))
    break;
end
%计算 B 口喷油速率
b=floor(t/100);
for j=1:10001
    if abs(data2(j,1)-(t-b*100))<=0.0001
        Hb(i)=data2(j,2);
        break;
    end
end
if Hb(i)==0
    Qb(i)=0;
else
    Ab=(2.5+(2.5+Hb(i)*sind(18)))*pi*sind(9)*Hb(i)/2;
    Ab=min(Ab,1.5394);
    Qb(i)=C*Ab*sqrt(2*(P(i-1)-0.1013)/density(i-1));
end
%计算 C 口喷油速率
for j=1:10001
    if t-b*100>=delta
        if abs(data2(j,1)-(t-b*100-delta))<=0.0001
            Hc(i)=data2(j,2);
            end
        else
            Hc(i)=0;
        end
    end
    if Hc(i)==0
        Qc(i)=0;
    else
        Ac=(2.5+(2.5+Hc(i)*sind(18)))*pi*sind(9)*Hc(i)/2;
        Ac=min(Ac,1.5394);
        Qc(i)=C*Ac*sqrt(2*(P(i-1)-0.1013)/density(i-1));
    end
    %计算高压管中压强变化
    Ma=Ma-Qa(i)*h*density_a(i-1);
    M(i)=M(i-1)+Qa(i)*h*density_a(i-1)-(Qb(i)+Qc(i))*h*density(i-1);
    density(i)=M(i)/V;
    P(i)=(density(i)-density(i-1))*E/density(i)+P(i-1);
end

```

```

plot(P)
xlabel('时间（单位：0.01ms)');
ylabel('高压油管内压力（单位：MPa）');
s=sum((P-100).^2)/1000000 %计算平均偏差平方
第三题第二问：
%%% 第三题_第二小问
clear
data3=xlsread('C:\Users\13549\Desktop\附件 3.xlsx'); %弹性模量与压力的关系
data2=xlsread('C:\Users\13549\Desktop\附件 2.xlsx'); %针阀运动曲线
data1=xlsread('C:\Users\13549\Desktop\附件 11.xlsx'); %凸轮边缘曲线
%%% 喷油口 A 的初始状态
d1=5; %高压油的直径
Vc=20; %残余容积
Hs=max(data1(:,2)); %上止点
Hx=min(data1(:,2)); %下止点
Va=pi*(d1/2)^2*(Hs-Hx)+Vc; %油总容积
density_0=0.8045; %低压燃油密度
Ma=Va*density_0; %油总质量
C=0.85; %流量系数
Aa=1.4*1.4*pi/4; %横截面积
Pa0=0.5; %初始压强
Ea=1540.8;
%%% 高压油管初始状态
V=500*10*10/4*pi; %油管体积
P0=100; %初始压强
density_100=0.85; %燃油密度
M0=V*density_100; %初始管中油总质量
E=2171.4;

%%%
s=100;
for number=101:102
    for w=0.09:0.001:0.097
        h=0.01;
        tf=2*pi/w;
        delta=50;
        theta=w*h; %凸轮转过角度
        Ha=2.5633-0.9796*theta+2.6534*theta^2-0.7951*theta^3+0.0633*theta^4-Hx;
        density_a(1)=Ma/(Va-d1*d1*pi*Ha/4); %当前高压油泵中燃油密度
        Pa(1)=(density_a(1)-density_0)*Ea/density_a(1)+Pa0;
        %判断单向阀是否开启
        if Pa(1)>P0
            Qa(1)=C*Aa*sqrt(2*(Pa(1)-P0)/density_a(1));
        else
            Qa(1)=0;
        end
    end
end

```

```

Hb(1)=1.2337E-06;
Ab=(2.5+(2.5+Hb(1)*sind(18)))*pi*sind(9)*Hb(1)/2;
Ab=min(Ab,1.5394);
Qb(1)=C*Ab*sqrt(2*(P0-0.1013)/density_100);
Qc(1)=0;
Qd(1)=0;
Ma=Ma-Qa(1)*density_100*h;
M(1)=M0+Qa(1)*density_100*h-Qb(1)*density_100*h-Qc(1)*density_100*h;    %
当前管中燃油质量
density(1)=M(1)/V;    %当前管中燃油密度
P(1)=(density(1)-density_100)*E/density(1)+P0;    %当前管中压强
for i=2:500000*2
    t=i*h;
    E=1531.9+5.4744*P(i-1)-0.0011*P(i-1)^2+0.000100*P(i-1)^3;
    Ea=1531.9+5.4744*Pa(i-1)-0.0011*Pa(i-1)^2+0.000100*Pa(i-1)^3;
    %计算 A 口喷油速率
    a=floor(t/tf);
    theta=(t-a*tf)*w;
    Ha=2.5633-0.9796*theta+2.6534*theta^2-0.7951*theta^3+0.0633*theta^4-Hx;
    density_a(i)=Ma/(Va-dl*dl*pi*Ha/4);
    Pa(i)=(density_a(i)-density_a(i-1))*Ea/density_a(i)+Pa(i-1);
    if Pa(i)<0.5
        Ma=Va*density_0;
        Pa(i)=0.5;
    end
    if Pa(i)>P(i-1)
        Qa(i)=C*Aa*sqrt(2*(Pa(i)-P(i-1))/density_a(i));
    else
        Qa(i)=0;
    end
    if ~isreal(Qa(i))
        break;
    end
    %计算 B 口喷油速率
    b=floor(t/100);
    for j=1:10001
        if abs(data2(j,1)-(t-b*100))<=0.0001
            Hb(i)=data2(j,2);
            break;
        end
    end
    if Hb(i)==0
        Qb(i)=0;
    else
        Ab=(2.5+(2.5+Hb(i)*sind(18)))*pi*sind(9)*Hb(i)/2;
        Ab=min(Ab,1.5394);
        Qb(i)=C*Ab*sqrt(2*(P(i-1)-0.1013)/density(i-1));
    end
    %计算 C 口喷油速率

```

```

for j=1:10001
    if t-b*100>=delta
        if abs(data2(j,1)-(t-b*100-delta))<=0.0001
            Hc(i)=data2(j,2);
        end
    else
        Hc(i)=0;
    end
end
if Hc(i)==0
    Qc(i)=0;
else
    Ac=(2.5+(2.5+Hc(i)*sind(18)))*pi*sind(9)*Hc(i)/2;
    Ac=min(Ac,1.5394);
    Qc(i)=C*Ac*sqrt(2*(P(i-1)-0.1013)/density(i-1));
end
%判断单向减压阀是否打开
Ad=Aa;
if P(i-1)>number
    Qd(i)=C*Ad*sqrt(2*(P(i-1)-0.1013)/density(i-1));
else
    Qd(i)=0;
end
%计算高压管中压强变化
Ma=Ma-Qa(i)*h*density_a(i-1);
M(i)=M(i-1)+Qa(i)*h*density_a(i-1)-(Qb(i)+Qc(i)+Qd(i))*h*density(i-1);
density(i)=M(i)/V;
P(i)=(density(i)-density(i-1))*E/density(i)+P(i-1);
end
%计算平均偏差平方
if s>=sum((P-100).^2)/1000000
    s=sum((P-100).^2)/1000000;
    ww=w;
    num=number;
end
end
end
end

```