

炉温曲线指标设定控制策略

摘要

本文研究的是回焊炉的温度与传送带运送电路板速度的最佳策略问题,通过建立电子元件和回焊炉内空气的热传导模型,求解得到不同条件和目标下的最优炉温曲线。

针对问题一:建立了两个热传导模型,首先对焊接区域建立三维热传导模型,得到焊接区域中心温度随时间变化的规律。由于电路板边界温度与炉内空气温度有关,将回焊炉内部分 10 个温度区域处理,对每个区域空气温度建立热传导模型,空气温度随位置变化的值作为焊接区域热传导模型的边界条件,建立分段模型。用有限差分法求解热传导模型的数值解,用最小二乘法处理附件数据确定模型中的每一段参数取值,由此求解得焊接区域中心温度随时间变化规律的数值解。最终求解得:小温区 3、6、7 中点温度分别为: 129.82°C 、 167.78°C 、 184.53°C ;小温区 8 结束处温度为: 209.41°C 。

针对问题二:在问题一的机理模型基础上,在满足制程界限的约束下,以过炉速度最大为目标,以制程界限为约束条件,通过控制速度参数对模型使用遍历算法,遍历得到速度 v 的最大值。最终求解得最大速度为: 78.26cm/min 。

针对问题三:由题意要求曲线中大于 217°C 的覆盖面积最小,曲线面积为时间对温度的积分。以该段函数面积最小为目标,满足制程界限为约束条件,建立优化模型。对每个小温区的温度和过炉速度进行循环遍历求解,得到满足目标以及约束的最优温度设定及过炉速度,并求出该初始参数下的最优炉温曲线。得到设定温度为:小温度 1~5: 169°C ;小温区 6: 180°C ;小温区 7: 240°C ;小温区 8~9: 216°C ,传送带过炉速度为: 85cm/min 时,炉温曲线上超过 217°C 到峰值温度所覆盖的面积最小为: 429.73 。

针对问题四:本题以达到温度峰值的时间作为对称轴,以对称轴两边对称性最好、超过 217°C 所覆盖面积最小为目标,建立双目标优化模型,对各小温区温度以及过炉速度进行循环遍历求解,找到各初始参数时所求炉温曲线为最优解。最终得到最优炉温曲线的各指标值为:设定温度为:小温度 1~5: 181°C ;小温区 6: 201°C ;小温区 7: 240°C ;小温区 8~9:。传送带过炉速度为: 97cm/min ,所覆盖的面积为 477.18 。

关键词: 热传导模型、优化模型、循环遍历求解、初始参数控制策略。

一、 问题的背景与重述

1.1 问题的提出

小型电子元件的不断出现,对焊接技术提出了更高的要求。利用回焊炉进行加热向电路板上焊接电子元件时,回焊炉的温度设置对最终的焊接产品质量有密切影响。回焊炉的温度控制与调整过程现阶段可通过机理模型来设置。

回焊炉的加热过程可理解为:电路板放置在传送带上进入炉内,依次经过回焊炉中由 11 个小温区构成的 4 个功能区(预热、恒温、回流、冷却)进行焊接。要得到质量优秀的产品,需分析研究如何设定各个温区的温度和传送带的速度,得到最优情况下的炉温曲线。

1.2 问题重述

现已知某种回焊炉内部的具体构造,生产车间的具体环境,各小温区温度设定与调整的范围与要求,试分析各温区的设定温度、传送带传送速度以及满足制程界限的炉温曲线。

- (1) 已知传送带过炉速度,建立焊接区域温度变化规律的数学模型,求出给定温度条件下的炉温曲线。
- (2) 已知各温区设定的温度,分析允许的最大传送带过炉速度。
- (3) 理想情况下,炉温曲线应使超过 217°C 到峰值温度的覆盖面积最小。求满足要求的最优炉温曲线;并给出此条件下的传送带速度与各温区的温度,求出覆盖面积。
- (4) 炉温曲线在满足制程界限下,还应使峰值温度两侧超过 217°C 的部分尽量对称。在此要求下,对问题 3 得到的结果进一步研究,求出改进后问题 3 的各项解及相应指标。

二、 问题分析

在回焊炉中进行焊接时,影响焊接质量的因素有:各温区的温度设定、传送带过炉速度。为了保证产品的生产要求,还应使得电路板在焊接过程中,焊接区域得炉温曲线满足制程界限。

2.1 问题 1 的分析

将 4 个大温区以温度分布类型为标准,细分为 10 个区域,对这些区域依次求解研究回焊炉内的温度分布。电路板外侧温度变化是由与回焊炉内空气温度热交换产生的。热交换主要有热传导,热对流和热辐射三种形式。本题中,主要体现为热传导的形式。因此,对电路板焊接区域建立三维热传导模型来求得稳定状态下的温度分布,并将三维热传导模型转化为一维热传导模型。

对焊接区域分段建立热传导模型,由于这些区域中的温度分布类型不同,因此,需对这些区域内部的空气温度进行分析或同样建立热传导方程,计算得到对焊接区域的边界条件。

利用附件数据,通过最小二乘法计算电路板热传导模型的参数 a^2 。逐步差分法对离散化后的热传导模型求解,探究给定温度与传送带温度的条件下,电路板的温度分布规律。具体求解流程如下:

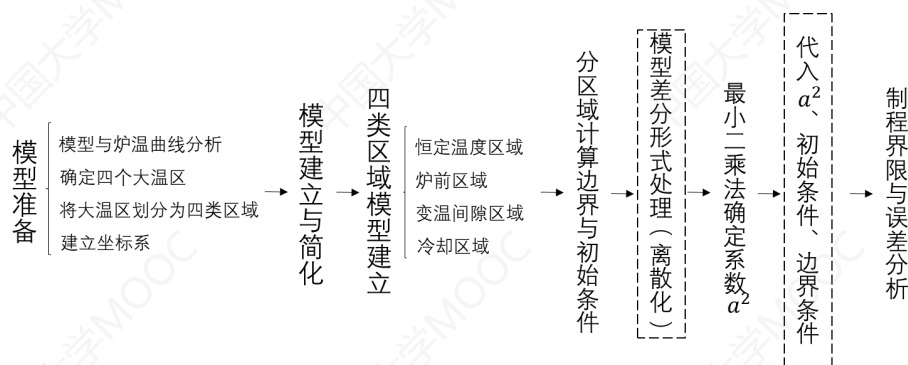


图 1 问题一求解流程

2.2 问题 2 的分析

问题二给出每个小温区的温度，需要求解满足制程界限的最大速度，首先找到 v 与时间的关系，通过时间与温度的关系建立目标函数，使电路板走过回焊炉的时间最短，时间与温度的关系的数值解由第一问求解得到。由题目给出的制程界限列出约束条件。将目标函数以及约束条件离散化，进行遍历算法求解。由遍历算法求出满足条件的最优解。

2.3 问题 3 的分析

问题三既没有给出每个小温区的温度，也没有给出过炉速度，即需要我们对所有的小温区温度进行循环遍历求解。首先写出炉温曲线超过 217°C 的面积表达式，通过曲线上面积与时间及温度的关系建立目标函数，在满足制程界限的前提下，通过遍历求解出使曲线超过 217°C 的面积最小的各小温区最优温度设定以及最优过炉速度。

2.4 问题 4 的分析

本问在第三题的基础上，找到满足制程界限的、超过 217°C 覆盖面积最小，且满足炉温曲线在 217°C 以上以峰值温度为中心线，两侧部分的曲线对称性最好的最优炉温曲线。

以炉温曲线满足覆盖面积最小、 217°C 以上图像关于 $x = t_c$ 轴尽量对称作为双目标，以各温区的温度 T ，传送带过炉速度 v 为决策变量的双目标规划模型；尽量对称的目标函数可表示为使曲线上到对称轴距离相等的点，温度差尽可能小。计算时利用问题三求得的结果将覆盖面积转化为约束，求解以对称作为单目标的规划模型。

三、 模型假设

- (1) 假设电路板与传送带之间无相对位移。
- (2) 假设炉内温度在垂直于传送带的运动方向上，温度相等。
- (3) 假设小温区供热稳定

四、 符号说明

符号	表示含义	单位
----	------	----

u	物体温度	$^{\circ}\text{C}$
T_n	回焊炉边界温度	$^{\circ}\text{C}$
x	沿传送带方向的横坐标	cm
y	垂直于传送带方向的纵坐标	cm
l	所焊接电路板的厚度	cm
v	传送带的过炉速度	cm/min
d	划定区域的长度	cm
s	焊接区域中心走过长度范围	cm
S	炉温曲线超过 217°C 到峰值温度的覆盖面积	cm^2

五、模型准备

5.1 附件数据处理

5.1.1 炉温曲线的绘制与温度变化分析

附件是某次实验在数值设定为表 1 的情况下，得到的炉温曲线数据：

表 1 附件数据温区温度与传送速度

温区	1~5	6	7	8~9	10~11
温度	175°C	195°C	235°C	255°C	25°C
传送带速度	$70\text{ cm}/\text{min}$				

对所给数据拟合（附录 1）得到图 2 所示的炉温曲线图和图 3 所示的温度变化率与时间的关系。

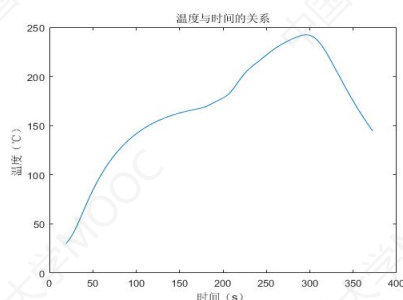


图 3 附件数据炉温曲线

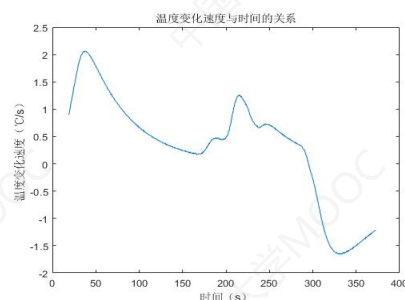


图 3 温度变化率与时间关系

5.1.2 大温区判断

回焊炉的大温区划分标准为焊接过程中的温度变化情况。预热区与回流区温度上升较快；恒温区温度趋于稳定，温差小；冷却区温度降低。

将图 3 的数据与温区坐标结合分析，温度变化率的最小取值为 $0.16\sim 0.28^{\circ}\text{C}/\text{s}$ ，出现在传送带运动 138s 之后， 166.5s 附近，此时电路板处于第五个小温区。由此判断第五个小温区为恒温区。同理，小温区 10、11 为冷却区。综上，得到回焊炉内部的大温区依次为：

表 2 大温区对应的各个小温区

预热区	恒温区	回流区	冷却区
1~4	5	6~9	10、11

5.2 温度区域分区处理

对焊接区域作以下分区域处理，建立分段函数表示每个区域的位置坐标，划分的区域类型如下：

1. 恒定温度区域，

(1) 若相邻小温区温度相同，则这些小温区间隙温度相同。因此，可分出 4 个区域分别为：小温区 1~5 及其间隙，8~9 及其间隙，小温区 6 和小温区 7。

2. 变温间隙，若相邻小温区的温度不同，则两者间隙中存在空气的热传导，且由题意“达到稳定”可知，这些间隙温度分布不再改变；分出 4 个区域。

3. 冷却温区，温区 9~10、其间隙、炉后区无热源加热，分为 1 个区域。

4. 炉前区域，炉前区域自身为 1 个区域。

综上所述，我们将 4 个大温区及炉前炉后区域分为了 10 个小区域，每个区域建立单独的模型进行计算。区域划以及炉内稳定后空气温度分布示意图如下：

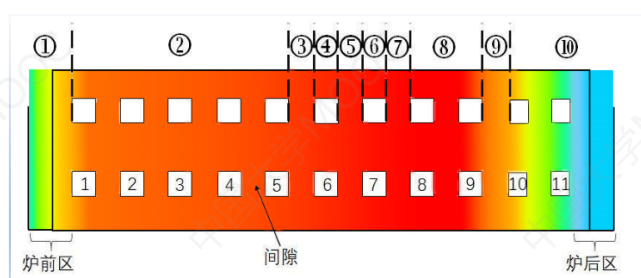


图 4 区域划以及炉内稳定后空气温度分布示意图

划分后的 10 个区域范围（与炉前区域起始位置的距离）为：

表 3 划分区域对应的位置范围

区域	1	2	3	4	5
位置	0~25	25~197.5	197.5~202.5	202.5~233	233~238
区域	6	7	8	9	10
位置	238~268.5	268.5~273.5	273.5~339.5	339.5~344.5	344.5~435.5

5.3 坐标系的建立

5.3.1 以电子元件为参考的坐标系（下称坐标系 1）

以电路板底边中心为原点，以竖直向上为正方向，建立坐标轴 y 轴。因此， y 轴是随电路板运动的坐标系。

5.3.2 以回焊炉为参考的坐标系（下称坐标系 2）

为了分析电路板随传送带以速度 v 运动时，在每个区域上被加热或冷却的边界条件，以炉前区域出发点为原点，以沿传送运动方向为正方向，建立坐标轴 x 轴。

所建坐标系如图所示，在 x 轴上确定区域及边界条件，在 y 轴上分析电路板的温度分布情况。

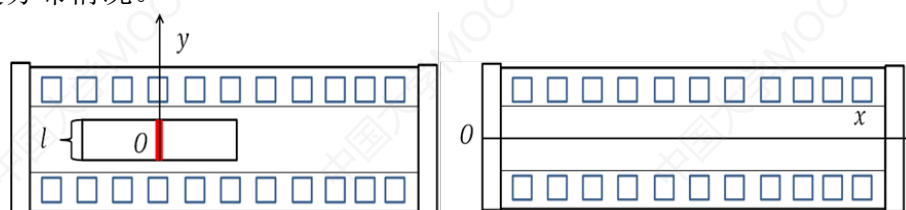


图 5 左图为对电路板建立坐标系

右图为对传送带建立坐标系

六、模型的建立与求解

6.1 问题一

6.1.1 焊接区域温度随时间变化的模型建立

电路板外侧温度变化是由与回焊炉内空气温度热交换产生的,而此过程可以由热传导进行描述,于是我们对电路板焊接区域建立三维热传导模型^[1]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

其中: a^2 为常系数, $a^2 = \frac{K}{c\rho}$;

u 表示温度的函数;

该模型表示电路板温度随时间和板内位置的变化情况。本题要求焊接区域温度变化规律模型。在三维空间中,由方程的连续性可得,沿电路板长、宽、高的任何一个方向计算几何中心点的温度相同。即从任意方向求解得到的几何中心温度相同。因此该题可化简为一维热传导问题,由于题中已给出厚度 $l = 0.15mm$,因此对焊接区域建立坐标系 1 内的一维热传导方程^[1]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1-1)$$

6.1.2 恒定温度区域的模型建立

由图 4, 恒定温度区域包含区域 2、4、6、8; 这些区域内部的温度可视为常量, 电路板处于恒定温度区域时, 可视为仅受恒温热源加热, 建立一维热传导模型:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

边界条件:

每个区域的边界条件为^[2]:

$$\begin{cases} u(0, t_n) = u(l, t_n) = T_n \\ t_n = t - \frac{x_n^0}{v} \end{cases} \quad (1-2)$$

其中: T_n 表示第 $n(n = 2, 4, 6, 8)$ 个温度分布区域下, 焊接区域的边界温度;

t_n 表示在第 n 个区域运动的时间

t 表示电路板运动总时间

s_n 表示第 n 个区域的位置范围

s_n^0 表示第 n 个区域的开始位置

初始条件:

每个区域的初始条件为:

$$\begin{aligned} u(y, t_n^0) &= T_n^0 \\ t_n^0 &= \frac{s_n^0}{v} \end{aligned} \quad (1-3)$$

其中： t_n^0 表示焊接区域刚进入第 n 个区域的初始时刻；

T_n^0 表示焊接中心进入第 n 个区域的初始温度，其值为上一个区域末状态的温度 T_{n-1}^* 。即： $T_n^0 = T_{n-1}^*$ 。

综上所述，结合公式(6-1)~(6-4)，建立恒定温度区域的数学模型^[1]：

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \begin{cases} u(0, t_n) = u(l, t_n) = T_n \\ u(y, t_n^0) = T_n^0 \\ T_n^0 = T_{n-1}^* \\ n = 2, 4, 6, 8 \end{cases} \end{aligned} \quad (1-4)$$

6.1.3 炉前区域的模型建立

炉前区域对电路板建立热传导模型

电路板在炉前区域即进入被加热状态，在厚度方向上的热传导模型同(1-4)：

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \begin{cases} u(0, t_n) = u(l, t_n) = T_n \\ u(y, t_n^0) = T_n^0 \\ n = 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (1-5)$$

其中： $T_1^0 = 25^\circ\text{C}$ ，为刚进入区域①时，焊接区域中心的温度。

T_1 为 y 方向上焊接区域边界的温度，其值需对炉前区空气进行热传导分析。

对炉前区空气建立热传导模型求解初始条件

由图 3，区域 1 为炉前区域，炉前区域最左侧温度为室温 25°C ，最右侧温度为区域②的温度 T_1 。炉前区域的温度分布稳定，但不相同。对空气建立在坐标系 2 内的一维热传导模型：

$$\frac{\partial U_n}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 U_n}{\partial x^2} \quad (1-6)$$

$$\begin{cases} U_n(0, t) = 25^\circ\text{C} \\ U_n(25, t) = T_1 \\ U_n(x, 0) = 25^\circ\text{C} \end{cases} \quad (1-7)$$

由式(1-7)可以求得温度随 x 轴坐标变化的函数 $u_{\text{炉前}}(x)$ ，将其作为电路板在炉前区的边界条件。综合式(1-2)~(1-7)，建立炉前区域的温度变化模型：

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\begin{cases} u(0, t_n) = u(l, t_n) = U_n(x) \\ u(y, t_n^0) = T_n^0 \\ n = 1 \end{cases} \quad (1-8)$$

6.1.4 变温间隙的模型建立

电路板边界条件的确定

变温间隙包含区域③、⑤、⑦，其空气温度分布模型的建立与 $u_n(x)$ 的求解与炉前区域相同，只需求得这几个区域的边界条件：

$$\begin{cases} T_n = U_n(x) \\ n = 3, 5, 7 \end{cases} \quad (1-9)$$

过间隙时焊接区域温度模型

设 T_n^0 表示焊接区域进入第 n 个区域的初始温度； T_n^* 表示第 n 各区域末边界的温度值，由于炉内空气会在短时间内达到稳定，即炉内空间某点的温度不再随时间发生变化，温度值连续。则第 $n+1$ 个区域的初始值可表示为上一个区域末边界的温度：

$$\begin{cases} T_{n+1}^0 = T_n^* \\ T_1^0 = 25^\circ\text{C} \end{cases} \quad (1-10)$$

设 d_n 为第 n 个区域的长度，建立的变温间隙的模型为：

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u(0, t_n) = u(l, t_n) = U_n(x) \\ u(y, t_n^0) = T_n^0 \\ n = 3, 5, 7 \end{cases} \quad (1-11)$$

6.1.5 冷却区模型建立

同先前模型，建立电路板的数学模型：

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u(0, t_n) = u(l, t_n) = U_n(x) \\ u(y, t_n^0) = T_n^0 \\ n = 9, 10 \end{cases} \quad (1-12)$$

由于小温区 10、11 温度为 25°C ，与室温相同，因此可以近似看作：当焊接区域刚过小温区 9 时，视为开始无热源加热。小温区 9 末端到炉后区最末端距离为 96cm ，可以认为炉后区末端温度为 25°C ，而其温度变化与 y 方向无关，因此对小温区 9 末端到炉后区末端空气建立与炉前温度类似的一维热传导模型：

于是得到：

$$\begin{cases} \frac{\partial U_n}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 U_n}{\partial x^2} \\ U_n(339.5, t) = T_n \\ U_n(435.5, t) = 25^\circ C \\ U_n(x, 0) = T_n \\ n = 8 \end{cases} \quad (1-13)$$

综合式(1-12)~(1-13)，建立炉后区域的温度变化模型：

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u(0, t_n) = u(l, t_n) = U_n(x) \\ u(y, t_n^0) = T_n^0 \\ n = 9, 10 \end{cases} \quad (1-14)$$

综上所述，总模型如下：
微分方程：

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial U_n}{\partial t} &= a^2 \frac{\partial^2 U_n}{\partial x^2} \end{aligned}$$

边界条件为：

$$\begin{cases} \begin{cases} u(0, t_n) = u(l, t_n) = U_n(x) \\ u(y, t_n^0) = T_n^0 \\ T_n^0 = T_{n-1}^{\text{末}} \end{cases} \\ \begin{cases} U_n(s_n^0, t) = T_n \\ U_n(s_n^{\text{末}}, t) = 25^\circ C \\ U_n(x, 0) = T_n \end{cases} & n = 1, 2, \dots, 10 \\ t_n^0 = \frac{s_n^0}{v} \\ t_n = t - \frac{s_n^0}{v} \end{cases} \quad (1-15)$$

6.1.6 有限差分法^[2]进行模型求解

1. 步长确定

取时间步长 $h = 0.5$ ，空间步长 p 。将电路板沿厚度方向分为 N_0 个小区间，电路板通过每个区域的所用的时间 $time_n$ 分为 N_n 个小区间，由式(1-2)~(1-3)得到电路板在每个区域的运动时间为：

$$time_n = \frac{s_n^{\text{末}} - s_n^0}{v}, (n=1,2,\dots,10) \quad (1-15)$$

所以，对 10 个小区域依次差分处理：

$$\begin{cases} y_i = ip, (i=1,2,\dots,N_0) \\ time_n = jh, (i=1,2,\dots,N_n) \end{cases}$$

由此固定网格划分。

2. 将模型离散化

设将温度离散化后，将 u 分为横向 i 个，纵向 j 层个微元为 u_i^j ，得到^[2]：

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{h} \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{u_i^{j+1} - u_{i-1}^j + u_{i+1}^{j+1} - u_{i-1}^{j+1}}{4p} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= \frac{u_{i+1}^j - 2u_i^j + u_{i-1}^j + u_{i+1}^{j+1} - 2u_i^{j+1} + u_{i-1}^{j+1}}{2p^2} \end{aligned} \quad (1-16)$$

边界条件为：

$$\begin{aligned} u(0, jh) &= u(l, jh) = T_n \\ u(ip, t_n^0) &= T_n^0 \end{aligned}$$

3. 差分处理

对式(1-1)进行差分得到^[2]：

$$\frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{h} = a^2 \frac{u_{i+1}^j - 2u_i^j + u_{i-1}^j + u_{i+1}^{j+1} - 2u_i^{j+1} + u_{i-1}^{j+1}}{2p^2} \quad (1-17)$$

于是得到：

$$\begin{aligned} u_i^{j+1} &= k(u_{i+1}^j - 2u_i^j + u_{i-1}^j + u_{i+1}^{j+1} - 2u_i^{j+1} + u_{i-1}^{j+1}) + u_i^j \\ &\begin{cases} u(0, jh) = u(l, jh) = T_n \\ u(ip, t_n^0) = T_n^0 \\ i = 1, 2, \dots, \frac{l}{p}; j = 1, 2, \dots, \frac{t}{h} \\ n = 1, 2, \dots, 10 \end{cases} \end{aligned} \quad (1-18)$$

其中， $k = \frac{a^2 h}{2p^2}$ 。

6. 1. 7 最小二乘法确定模型系数 a^2

建立热传导模型表示任意进入回焊炉的电路板温度随时间的变化情况，式中的 a^2 是一个给定温度下的确定参数，附件中的一组实验数据也适用于该模型。为

了解模型，需要确定参数 a 与各区域的边界条件。因此，利用附件给出的数据确定任意温度下参数 a 的值。

对厚度为 l ，焊接时长为 t 的焊接电路板，对(1-17)化简得：

$$u_i^{j+1} = k(u_{i+1}^j - 2u_i^j + u_{i-1}^j + u_{i+1}^{j+1} - 2u_i^{j+1} + u_{i-1}^{j+1}) + u_i^j \quad (1-19)$$

其中， $k = \frac{a^2 h}{2p^2}$ ， k 是一个随温度改变的常数，由上式分析，当 $k < 0.5$ 时收敛，利用 Matlab 逐步差分法对 $k \in [0.1, 0.5]$ 进行逐次差分迭代（程序见附录 3）求得该模型在任意时刻的理想温度值 U_j ，

利用最小二乘法进行拟合计算随温度改变的 k 值的实际值：

$$\min \sum_{i,j} (U_i^j - u_j)^2 \quad (1-20)$$

步骤如下：

- step1** 设时间步长 $h = 0.01$ ，空间步长 $p = 0.1$ ， k 值步长为 $q = 0.01$ ， $n = 1$ ；
- step2** 预测值 $k_\beta = 0.1 + \beta q$ ， $(\beta = 1, 2, \dots, 40)$ ；
- step3** 对第 i 个预测值，由公式(1-19)计算温度预测值 U_j^i ， U_j^i 表示由第 i 个 k 确定的各区域的温度预测值；
- step4** 计算 k_β 对应的 $\mu_j = \sum_{i,j} (U_i^j - u_j)^2$ ， $j = 1, 2, \dots, N_n$ ，并储存 μ_j 值；
- step5** 从储存的 μ 值中选取最小值 μ_{\max} ，其对应 k 值即为第 n 个区域所求 k ；
- step6** 若 $n = 10$ ，进行 **step7**；否则， $n = n + 1$ 并返回 **step2**；
- step7** 输出 10 个区域的 k 值。

6. 1. 8 模型求解结果与分析

1. 结果展示

最小二乘法求解得到求得 $n(n = 1, 2, \dots, 10)$ 个温度分布区域的每一段 k 值如下表所示（程序见附录 3）：

区域	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
k 值	0.476	0.5	0.49	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.296	0.192
拟合误差	0.04	0.18	0.02	0.07	0.01	0.01	0.10	0.06	0.07	0.03

将 k 值代入式(1-17)用有限差分法进行求解（程序见附录 4）得到炉温曲线如下图所示：

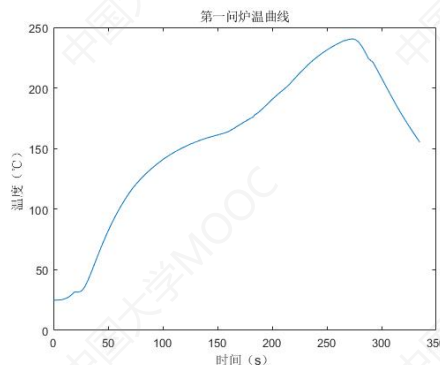


图 6 问题一的拟合炉温曲线

求解得各点温度如下表所示：

表 4 各小温区温度

所求点	小温区 3 中心点	小温区 6 中心点	小温区 7 中心点	小温区 8 末端点
温度	129.82℃	167.78℃	184.53℃	209.41℃

2. 结果分析

分析结果是否满足制程界限：

本题所求温度曲线中各限制结果与制程界限对比如下表所示：

表 5 第一问温度曲线中各限制结果与制程界限对比

界限	斜率	150℃~190℃时间	大于 217℃时间	温度峰值
制程界限	-3~3	60~120s	40~90s	240~250℃
所求曲线	-1.875~2.3262	84s	89s	240.43℃

由上表数据，本题求解结果均满足制程界限，且对图像的温度变化率分析，变化趋势与附件数据基本一致，为了判断数据的合理性，利用上述模型对附件数据进行温度拟合，并与真实值比较。

误差分析：

将实验数据当作条件代入进行求解，得到实验数据的炉温曲线的理论值，将其与实际值进行对比分析：

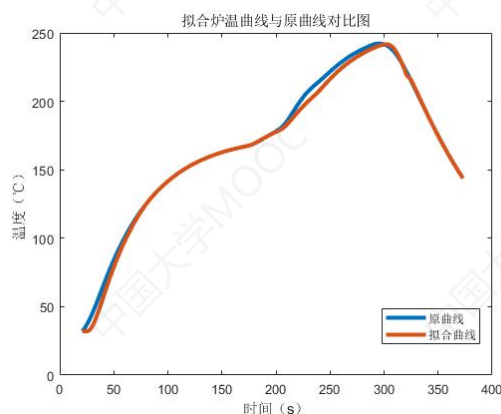


图 7 拟合炉温曲线与原曲线对比图

由图可以看出，两条曲线拟合效果较好，部分波段基本重合，但在炉前区与回流区的曲线差值较明显。对拟合炉温曲线与原曲线对比图进行误差分析，得到误差标准差为 1.18325，其值较小，因此仍可以认为两条曲线拟合程度较高，可以认为本模型求解的理论值对实际值的预测较为合理。

6.2 第二题

6.2.1 焊接中心温度随速度变化模型建立

由问题一模型，将初始参数代入求解每一个离散后每时刻下焊接区域中心的温度值 $u_i^j(\frac{1}{2}, t_j)$ 。本题要搜索的参数为速度，因此将速度作为求解目标，使用遍历算法进行求解。

首先建立目标函数即约束条件：

设焊接区域中心从起始点一直运动到终点所用的总时长 $t_{\text{总}}$ ，则速度为：

$$v = \frac{s}{t_{\text{总}}}$$

其中, s 为传送带最左端起始点到最右端终点的长度, $t_{\text{总}}$ 为电路板在炉内运动的总时长。即若要求速度最大值, 只要求满足条件的 $t_{\text{总}}$ 最小值。

6.2.2 最大速度控制模型建立

1. 决策变量与目标函数

决策变量: 需求出满足制程界限的传送带过炉速度 v

目标函数: 满足制程界限的最大速度:

$$\max v \quad (2-1)$$

其中: $v = \frac{s}{t_{\text{总}}}$

由此可见要求速度最大值, 只要求满足条件的 $t_{\text{总}}$ 最小值。

2. 约束条件

(1) 温度变化斜率为: $\frac{du}{dt}$, 要使温度上升斜率不超过 3, 下降斜率不低于 -3:

$$-3 \leq \frac{du}{dt} \leq 3$$

(2) 设电路板运动到坐标 x 处, 温度为 u 时的时间为 t_x^u , 使温度上升时温度在 $150^\circ\text{C} \sim 190^\circ\text{C}$ 区间内的时间不低于 60s 且不超过 120s :

$$60\text{s} \leq t^{150} - t^{190} \leq 120\text{s}$$

(3) 设温度从初始值升高到 217°C 的时刻为 t_a^{217} , 从初始值升高到峰值温度 u_{\max} 的时刻为 t_c^u , 从峰值温度下降到 217°C 的时刻为 t_b^{217} , 要使温度大于 217°C 的时长不低于 40s 且不超过 90s :

$$40\text{s} \leq t_b^{217} - t_a^{217} \leq 90\text{s}$$

(4) 要使峰值温度不低于 240°C , 不高于 290°C :

$$240^\circ\text{C} \leq u_{\max}(t) \leq 290^\circ\text{C}$$

综上所述, 得到速度控制模型为:

$$\begin{aligned} & \max v \\ & s.t. \begin{cases} -3 \leq \frac{du}{dt} \leq 3 \\ 60 \leq t^{190} - t^{150} \leq 120 \\ 240 \leq u_{\max}(t) \leq 290 \\ 40 \leq t_b^{217} - t_a^{217} \leq 90 \\ v = \frac{s}{t_{\text{总}}} \end{cases} \end{aligned} \quad (2-2)$$

6.2.3 模型求解

模型离散化

因 $u(t)$ 为 u 随时间变化的解析解, 无法进行求解, 因此将模型离散化, 用有限差分法进行数值求解。

取时间步长为 $h = 0.5s$ ，将 t 分为 $N = \frac{t_{\text{总}}}{h}$ 个小区间，则得到：

$$t_j = jh (j=1,2,\dots,N)$$

将温度离散化，将 $u(t)$ 分为 j 个小微元 u_j ，得到：

$$\frac{du}{dt} = \frac{u_{j+1} - u_j}{h}$$

于是需满足：

$$-3 \leq \frac{u_{j+1} - u_j}{h} \leq 3$$

由问题一的模型即方法可求解得到每个 u_j 的数值，则设 $j = j_0$ 时对应的温度为 u_{j_0} ，对应时间为 t_{j_0} ，而 t_{j_0} 为温度由初始值升高到 150°C 的时刻。同理设 $j = j_N$ 时对应的温度为 u_{j_N} ，对应时间为 t_{j_N} ，而 t_{j_N} 为温度由初始值升高到 190°C 的时刻，于是得：

$$60 \leq t_j^{190} - t_j^{150} \leq 120$$

同理可得，温度大于 217°C 的时间约束为：

$$40 \leq t_{jb}^{217} - t_{ja}^{217} \leq 90$$

$$j = 1, 2, \dots, N$$

使峰值温度不低于 240°C ，不高于 290°C ：

$$240^\circ\text{C} \leq u_{jc} \leq 290^\circ\text{C}$$

综上所述，得到速度控制离散模型为：

$$\begin{aligned} & \max v \\ & s.t. \begin{cases} -3 \leq \frac{u_{j+1} - u_j}{h} \leq 3 \\ 60 \leq t_j^{190} - t_j^{150} \leq 120 \\ 40 \leq t_{jb}^{217} - t_{ja}^{217} \leq 90 \\ 240^\circ\text{C} \leq u_{jc} \leq 290^\circ\text{C} \\ v = \frac{s}{Nh} \\ j = 1, 2, \dots, N \end{cases} \end{aligned} \quad (2-4)$$

6.2.4 遍历算法求解 v

本题用遍历算法寻找满足条件的最优速度值，遍历算法步骤如下：

step1 初始值 $v = 65$ ，设置速度变化步长 0.01 ；计算此温度下的初始条件；

step2 计算炉温曲线，并判断其是否满足支撑界限。满足，保存 v 值，不满足，进行 **step3**；

step3 $v = v + 0.01$; 判断 v 的值是否在(65, 100)内, 满足, 返回 **step1**; 否则, 输出储存 v 的最大值。
流程图如下:

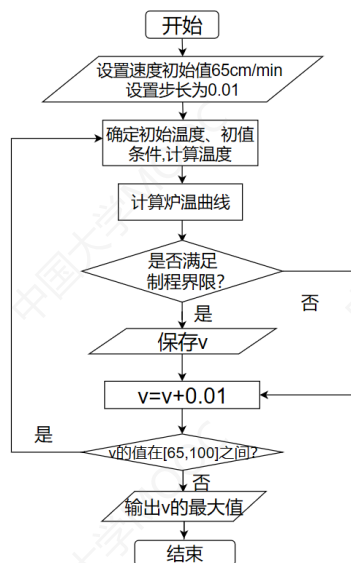


图 8 遍历算法流程图

6.2.5 结果展示及分析

由遍历算法求解(附录 5)得到, 当 $v = 78.26 \text{ cm/min}$, 为满足制程界限的最大速度。将题目所给各小温区温度以及所求得最优速度作为初始参数代入 Matlab 求解(画图程序见附录 6)得到满足过炉速度最大的时候的最优炉温曲线如下图所示:

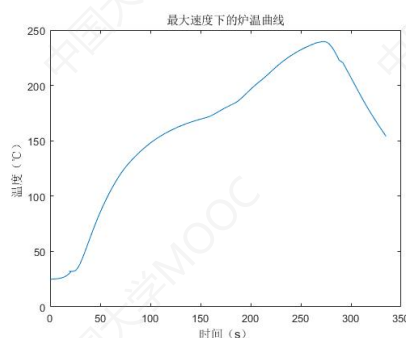


图 9 问题二炉温曲线

结果分析:

本题所求温度曲线中各限制结果与制程界限对比如下表所示:

表 6 第二问温度曲线中各限制结果与制程界限对比

界限	斜率	150°C~190°C时间	大于 217°C时间	温度峰值
制程界限	-3~3	60~120s	40~90s	240~250°C
所求曲线	-1.882~2.4668	87s	78s	240.56°C

6.3 问题三

6.3.1 决策变量与目标函数的确定

实际焊接过程中，理想的炉温曲线不仅要满足制程界限，还应使温度曲线在（217, 峰值）的部分与 $u = 217^\circ\text{C}$ 围成的面积（以下简称为覆盖面积）最小，覆盖面积示意图如下图所示：

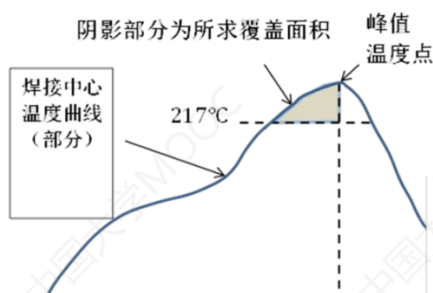


图 10 所求解的覆盖面积示意图

因此，最优炉温曲线应当为满足问题二的条件下，覆盖面积最小时的曲线。

模型所求的决策变量为传送带速度 v ，温区温度 T ；

设 S 表示覆盖面积，目标函数可以写为：

$$\min S$$

设炉温曲线 $u(t)$ 是时间变数的函数，炉温曲线与 $u = 217^\circ\text{C}$ 的交点为 $M_a(t_a, 217)$ ， $M_b(t_b, 217)$ ($t_a < t_b$)，温度峰值为 u_{\max} ，到达峰值所用时间为 t_c^{217} ，则利用定积分求覆盖面积：

$$S = \int_{t_a}^{t_c} (u(t) - 217) dt \quad (3-1)$$

6.3.2 约束条件

设花费的总时间为 $t_{\text{总}}$ ，则电路板运动在回焊炉中的时间可表示为 t_j ， t_i 表示曲线 i 时刻的温度在 217°C 以上，炉温曲线满足制程界限，约束条件同 6.2.2：

$$s.t. \begin{cases} -3 \leq \frac{du}{dt} \leq 3 \\ 60 \leq t^{190} - t^{150} \leq 120 \\ 240 \leq u_{\max}(t) \leq 290 \\ 40 \leq t_b^{217} - t_a^{217} \leq 90 \end{cases} \quad (3-2)$$

温区的设定温度范围在附件的实验温度基础上调整范围为 $\pm 10^\circ\text{C}$ ，设小温区 1~5、小温区 6、小温区 7、小温区 8~9 的温度依次为 T'_{1-5} 、 T'_6 、 T'_7 、 T'_{8-9} ，则这些温度会在 175°C 、 195°C 、 235°C 、 255°C 附近 $\pm 10^\circ\text{C}$ 的范围取值。

传送带过炉速度 v 会在 $65 \sim 100$ 范围内取到。

由表 3 判断在时间 t_i 时电路板所处区域： $x = vt_i$ ，利用问题一的方法计算该区域内以速度 v 运动时的温度。

6.3.3 模型建立

在边界约束基础上，建立优化模型求覆盖面积最小的最优炉温曲线：

$$\begin{aligned} \min S &= \int_{t_a}^{t_c} (u(t) - 217) dt \\ s.t. \quad &\begin{cases} -3 \leq \frac{du}{dt} \leq 3 \\ 60 \leq t^{190} - t^{150} \leq 120 \\ 40 \leq t_b - t_a \leq 90 \\ 240 \leq u_{\max}(t) \leq 290 \end{cases} \end{aligned} \quad (3-3)$$

6.3.4 模型求解

面积近似解计算：

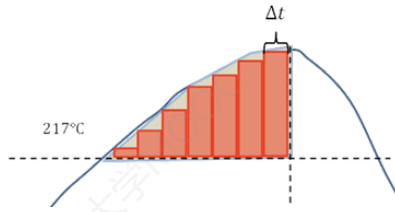


图 11 面积近似解示意图

将模型离散化，对(3-1)积分形式微元法处理：

$$dS = (u(t) - 217)dt$$

将区间 (t_a, t_c) 以时间步长 $0.01s$ 为单位分成 N 个区间

$$\begin{aligned} t_i &= t_a + 0.01i (i = 1, 2, \dots, N) \\ N &= \frac{t_c - t_a}{0.01} \end{aligned} \quad (3-4)$$

用高为 $u(t_i)$ ，底为 $\Delta t = 0.01s$ 的小矩形面积 ΔA 近似代替 ΔS 。

$$S = \sum_{i=1}^N \Delta S_i = \sum_{i=1}^N \Delta A_i = \sum_{i=1}^N [u(t_i) - 217](t_i - t_{i-1})$$

所以目标函数可以写为：

$$\min \sum_{i=1}^N [u(t_i) - 217] \Delta t \quad (3-5)$$

炉温曲线应满足制程界限。将电路板运动在回焊炉中的时间 t_j ，取时间步长为 $h = 0.5s$ ，时间离散化变为：

$$\begin{aligned} t_j &= hj (j = 1, 2, \dots, N') \\ N' &= \frac{t_{\text{总}}}{h} \end{aligned} \quad (3-6)$$

通过(3-4)、(3-6)，我们将电路板的运动时间离散为步长 0.5 的变量，便与求解温度；又对 217°C 以上到峰值这段内的时间再次细分成 0.01 的变量，使得覆盖面积的计算更加精确。

结合问题二的模型，得到离散化后的模型为：

$$\begin{aligned} & \min \sum_{i=1}^N [u(t_i) - 217] \Delta t \\ & s.t. \begin{cases} -3 \leq \frac{u_{j+1} - u_j}{h} \leq 3 \\ 60 \leq t^{190} - t^{150} \leq 120 \\ 40 \leq t_b - t_a \leq 90 \\ 240 \leq u_{\max}(t) \leq 290 \\ i = 1, 2, \dots, \frac{t_a - t_b}{\Delta t}; j = 1, 2, \dots, \frac{t_{\text{总}}}{h} \end{cases} \end{aligned} \quad (3-7)$$

利用 Matlab 循环遍历求解，由于所求温度与速度均为可调节的参数，且调节范围较大，对所有参数同时搜索求解计算量庞大，为了简化求解流程，我们对算法作分段优化：

为了保证焊接产品的质量，使其在设定温度值下，总是满足制程界限的要求，在小温区 1~6，控制温度参数，使产品经过这段区域，能达到较高的温度。保证后续回流过程的实际峰值满足最低要求。

同时，分析炉温曲线在四个大温区的温度变化规律，预热区平均温度变化率最高，回流区次之。对小温区 6、7，以温度尽量高为目标，寻找理想的温度设定值。在此小温区 8、9 内，我们对温度与传送带速度这两个参数同时分析，搜索满足覆盖面积最小的值。

6.3.5 模型结果

由 Matlab 循环遍历求解（程序见附录 7）得到满足条件的最优初始参数如下表所示：

表 7 第三题结果展示

初始参数	小温区 1~5	小温区 6	小温区 7	小温区 8~9	过炉速度	覆盖面积
最优解	169℃	185℃	240℃	261℃	85cm/min	429.73

将所求得各初始参数代入 Matlab 求解（画图程序见附录 8）得到最优炉温曲线如下图所示：

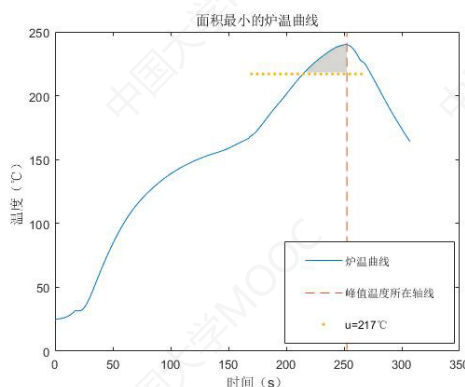


图 12 问题三炉温曲线

结果分析：

本题所求温度曲线中各限制结果与制程界限对比如下表所示：

表 8 第三问温度曲线中各限制结果与制程界限对比

界限	斜率	150°C~190°C时间	大于 217°C时间	温度峰值
制程界限	-3~3	60~120s	40~90s	240~250°C
所求曲线	-1.7289~2.2599	65.5s	58.5s	240.04°C

上表结果均满足制程界限，第三题求得的结果与第二题相比，前 7 个区域温度低，温区 8~9 温度高。在这样的温度下，图像在 217°C 之后达到峰值的时间较快，而峰值温度的差距却并不明显，由此分析，此结果较为合理。

6.4 问题四

6.4.1 决策变量与目标函数的确定

由问题三确定了满足覆盖面积最小的炉温曲线各参数，在实际焊接过程中，除了需要满足问题三的各项要求外，还希望炉温曲线在 217°C 以上以峰值温度为中心线，两侧部分的曲线尽量对称。

1. 决策变量

与问题三相同，决策变量为各温区的温度 T ，传送带过炉速度 v ；

2. 目标函数

以覆盖面积最小与曲线对称为目的，由式(3-5)建立目标函数：

$$\min \sum_{i=1}^N [u(t_i) - 217] \Delta t$$

t_c 为峰值温度所对应的时间，希望图像相对于 $x = t_c$ 轴尽量对称，有两种判断方式。

- (1) 使对称轴两侧温度值相同的点，对应的到对称轴的距离尽可能相等；
- (2) 使曲线上对称轴两侧到对称轴距离相等的时间坐标，相对应的温度值尽可能相等。

对以上两种方法，我们选择第二种。因问题一所求为离散化数值解，若采用第一种方法，可能会出现某点对称点无数值的问题。

设 t_a 与 t_b 为对称于 $x = t_c$ 的两点，其中： $|t_a - t_c| = |t_b - t_c|$

将区间 (t_a, t_b) 按照(3-2)的方式离散为 N 个时间变量，时间步长 $\Delta t = 0.01s$

$$\begin{cases} t_i = t_a + 0.01i (i = 1, 2, \dots, N) \\ N = \frac{t_a - t_b}{\Delta t} \end{cases}$$

设 u_i 为第 i 时刻的温度，则与 (t_i, u_i) 关于 $x = t_c$ 轴对称的点横坐标 t_i' 可写为：

$$\begin{cases} t_c = t_a + I \Delta t \\ t_i = t_a + i \Delta t \\ t_i' = 2t_c - t_i \end{cases}$$

化简得到：

$$\begin{cases} t_i = t_a + i \Delta t \\ t_i' = 2I \Delta t - i \Delta t \end{cases} \quad (4-1)$$

式中， I 表示峰值温度对应的时间离散点 t_c 的序数，即 (t_a, t_c) 间有 I 个点，可由前文模型直接求得。

我们使用平均差定量衡量 (t_a, t_b) 范围内曲线的对称性，反映相对 $x = t_c$ 轴对称点的平均对称度，对称点温度值尽可能相等即 u_i 与 u_i' 的差尽可能小。此时，在轴两侧部分的曲线尽量对称的**目标函数**可写为：

$$\min \frac{\sum_i^I |u_i - u_i'|}{I} \quad (4-2)$$

在 (t_a, t_b) 范围内覆盖面积尽可能小的目标函数为：

$$\min \sum_1^I [u(t_i) - 217] \Delta t \quad (4-3)$$

6.4.2 双目标规划模型的建立

本题所建立的模型是以炉温曲线满足覆盖面积最小、 217°C 以上图像关于 $x = t_c$ 轴尽量对称称为双目标，以各温区的温度 T ，传送带过炉速度 v 为决策变量的双目标规划模型。

约束条件同问题三：满足制程界限，求得的决策变量在各自的调整范围内。对称约束中的点可由式(3-2)、(4-1)求得。结合(4-2) (4-3)建立的模型为

$$\begin{aligned} & \min \sum_1^I [u(t_i) - 217] \Delta t \\ & \min \frac{\sum_i^I |u_i - u_i'|}{I} \\ & s.t. \begin{cases} -3 \leq \frac{u_{j+1} - u_j}{h} \leq 3 \\ 60 \leq t^{190} - t^{150} \leq 120 \\ 40 \leq t_b - t_a \leq 90 \\ 240 \leq u_{\max}(t) \leq 290 \\ t_i = t_a + i \Delta t \\ t_i' = 2I \Delta t - i \Delta t \\ i = 1, 2, \dots, \frac{t_a - t_b}{\Delta t}; j = 1, 2, \dots, \frac{t_{\text{总}}}{h} \end{cases} \end{aligned} \quad (4-3)$$

6.4.3 模型求解

对(4-3)模型求解使用主要目标法将双目标规划转换为以考虑对称性为单目标的规划模型。

为了同时兼顾两个目标，确定对称性为主要目标，把覆盖面积作为次要目标。在第三问的求解中得出了数组覆盖面积的解（部分见下表），将覆盖面积小于 480cm^2 作为约束条件，利用循环遍历法对每一组解分析对称性，求解其中对称性最好的解。

表 9 求解覆盖面积的部分数值展示

面积	温度 1	温度 2	温度 3	温度 4	过炉速度
429.7298	169	185	240	261	1.416667
430.2699	169	189	230	261	1.416667
431.0412	169	189	231	261	1.416667
433.6385	169	185	230	262	1.433333
433.7441	169	185	230	263	1.433333
433.7603	169	185	231	262	1.433333
.....					

综上，我们将模型(4-3)转换成了如下模型：

$$\min \frac{\sum_{i=1}^I |u_i - u_i'|}{I}$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_{i=1}^I [u(t_i) - 217] \Delta t \leq 480 \\ -3 \leq \frac{u_{j+1} - u_j}{h} \leq 3 \\ 60 \leq t^{190} - t^{150} \leq 120 \\ 40 \leq t_b - t_a \leq 90 \\ 240 \leq u_{\max}(t) \leq 290 \\ t_i = t_a + i \Delta t \\ t_i' = 2I \Delta t - i \Delta t \\ i = 1, 2, \dots, \frac{t_a - t_b}{\Delta t}; j = 1, 2, \dots, \frac{t_{\text{总}}}{h} \end{cases} \quad (4-4)$$

使用 Matlab 遍历求解（程序附录 9）得到的结果为：

表 10 求解最优结果

小温区 1~5	小温区 6	小温区 7	小温区 8~9	过炉速度	覆盖面积
181℃	201℃	240℃	265℃	97 cm/min	477.18

衡量对称性的目标函数值为 3.7691，即相应对称点的平均温度差值在 3.7℃ 左右。对此结果分析，由于对称轴两侧分别为回流区与冷却区，这两个大温区温度设置不同，与电路板间的热传导也不相同。使得我们只能尽量追求使图像趋于对称，而不能达到严格意义上的对称。由此，目标函数值 3.7691 是合理的。

最优解的炉温曲线图（画图程序附录 10）如下：

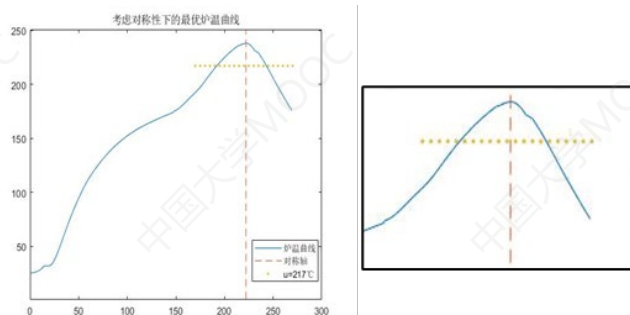


图 13 对称性分析

结果分析：

本题所求温度曲线中各限制结果与制程界限对比如下表所示：

表 11 第四问温度曲线中各限制结果与制程界限对比

界限	斜率	150℃~190℃时间	大于 217℃时间	温度峰值
制程界限	-3~3	60~120s	40~90s	240~250℃
所求曲线	-1.6730~2.5167	69s	55s	240.8996℃

由上表数据可看出，本题求解得结果均满足制程界限，因此所作炉温曲线较为准确，求解值较为合理。

七、 灵敏度分析

考虑同温间隙中温度变化对炉温曲线的影响

由于模型中认为同温间隙之间温度相同，因此我们考虑有同温区域间隙之间温度变化对炉温曲线的影响，求解得到拟合曲线如下：

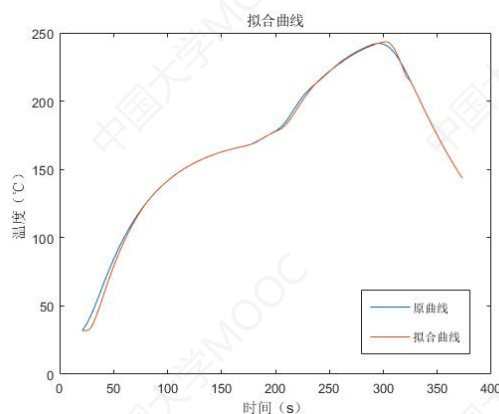


图 14 考虑同温区域间隙影响的炉温曲线

进行误差对比得下表：

表 12 误差对比

对比	考虑同温间隙中温度变化	不考虑同温间隙中温度变化
误差	1.18325	1.0916

由表 12 可知，考虑同温间隙中的温度变化后，误差仅减小了 0.0909，几乎可以忽略。究其原因是因为通过使用有限差分法对建立的模型进行求解，主要误差集中在进炉的过程中，因此忽略同温间隙中的温度变化是合理的。

八、 模型的评价与推广

7.1 模型的推广

模型推广：文中所建立的温度以及速度控制模型的方法，可以应用于其他温度控制问题中，如金属冶炼领域的温度控制；本文建立的控制模型也可应用于速度控制问题，如工厂流水线传送速度问题等。具有较好的推广性及普适性。

7.2 模型的评价与改进

模型优点：本文所建立的控制模型可以很好地求出回焊炉应设定的最佳温度以及传送的最佳速度，较好的预测实际情形中的炉温曲线，通过比较实验测试的温度曲线与设定的温度曲线，来修正焊接时的设定参数。模型具有较好的推广性。

模型采用的分区域求解温度的策略,充分的考虑了小温区之间间隙对于焊接过程的影响,在计算分层物体的温度时也有较好的推广性。循环遍历法计算较全面地展示了模型结果。

模型缺点:忽略了实际情况中空气的散热,也未考虑电路板运动会周围温度的影响,可能会导致求解值与真实值之间存在误差;而本题模型是由一次实验数据拟合计算得出的,需进一步分析模型的代表性,可使用多次实验数据进行拟合优化计算结果。

模型改进:考虑空气的热流量,由热传导以及热对流共同求解炉温曲线以及焊接区域中心温度随时间变化的规律。可在建立二维模型,避免论文中由于坐标系分离引起的坐标转换。

九、 参考文献

- [1] 杨世铭, 陶文铨. 传热学(第 4 版) [Heat Transfer][M]// 传热学(第 4 版) [Heat Transfer]. 高等教育出版社, 2006.
- [2] 李杉. 不同边界条件下热方程的解法与应用[D]. 山东大学, 2020.

附录

附录说明

1. datachuli.m 文件得到附件数据的炉温曲线图，以及附件数据的温度变化率
2. kongqi.m 文件求间隙以及炉前炉后空气温度分布
3. Q1_test.m 文件利用最小二乘法求出了参数 a 的取值，利用 a 的值求出题中所给条件下的炉温曲线，并与题中数据相对比
4. Q1_answer.m 文件利用有限差分法求出了第一问所给条件下的炉温曲线
5. Q2.m 文件对过炉速度进行了循环遍历，求得满足制程界限的速度最小值
6. pic2.m 文件画出了第二问的炉温曲线，并求出了各项参数
7. Q3.m 文件以所求面积最小为目标，对过炉速度速度和各个阶段的温度进行了遍历求解，求得了所求面积的最小值
8. pic3.m 文件画出了第三问的炉温曲线，并求出了各项参数
9. Q4.m 文件对 rel.xlsx 数据进行遍历求解，求得对称性最大的值
10. pic4.m 文件画出了第四题的炉温曲线，并列出了各项参数

附录 1

%%求每个小温区对应的时间

clear

S0=xlsread('C:\Users\APPLE\Desktop\CUMCM2020Probelms\A\附件.xlsx');

t1=S0(:,1);

u1=S0(:,2);

v=70/60;%初始化过炉速度

DELTA_t=0.5;%初始化时间间隔

L=30.5*11+5*10;%炉内长度

d=25;%炉前（后）区域长度

s1(1)=0;j=1;

for i=2:length(t1)

 s1(i)=t1(i)*v;%每个时刻运动的距离

 if s1(i)>=30.5*j+5*(j-1)+d && s1(i)<30.5*j+5*(j-1)+v*DELTA_t+d &&

 t1(i)*v<=L+d+v*DELTA_t

 p(j)=t1(i);%经过每个小温区的时间点

 j=j+1;

 end

end

%%求温度变化的速度

for i=1:length(t1)-1

 s2(i)=(u1(i+1)-u1(i))/DELTA_t;%每个时刻温度变化的速度

end

%作图查看关系

figure

plot(t1(1:708),s2)

xlabel('时间 (s)')

ylabel('温度变化速度 (°C/s)')


```

title('温度变化速度与时间的关系')
figure
plot(t1(1:708),u1(1:708))
xlabel('时间 (s)')
ylabel('温度 (℃)')
title('温度与时间的关系')

```

附录 2

```

clear
clear
L21=0.15;L31=250;
T01=4000;T11=19;%总时间
DELTAt01=0.1;DELTAx01=0.01;DELTAt11=0.1;DELTAx11=0.01;%步长
M0=T01/DELTAt01;M1=T11/DELTAt11;%时间网格数
N0=L31/DELTAx01;N1=L21/DELTAx11;%x 轴网格数
u01=25;u02=175;u11=25;%初始温度
uu0=zeros(N0+1,M0+1);uu0(1,:)=u01;uu0(N0+1,:)=u02;uu0(2:N0,1)=25;% 初
值条件
uu1=zeros(N1+1,M1+1);uu1(2:N1,1)=u11;
a0=0.0002;k01=a0*DELTAt01/DELTAx01^2;
S0=xlsread('C:\Users\DELL\Desktop\国赛!\A\附件.xlsx');%导入数据
t1=S0(:,1);u1=S0(:,2);
%% 有限差分法求空气温度分布
for j=2:M0+1
    for i=2:N0
        uu0(i,j)=uu0(i,j-1)+k01*(uu0(i+1,j-1)-2*uu0(i,j-1)+uu0(i-1,j-1));
    end
end
end

```

附录 3

```

clear
L21=0.15;L31=250;
T01=4000;T11=21;%总时间
DELTAt01=0.1;DELTAx01=0.01;DELTAt11=0.1;DELTAx11=0.01;%步长
M0=T01/DELTAt01;M1=T11/DELTAt11;%时间网格数
N0=L31/DELTAx01;N1=L21/DELTAx11;%x 轴网格数
u01=25;u02=175;u11=25;%初始温度
uu0=zeros(N0+1,M0+1);uu0(1,:)=u01;uu0(N0+1,:)=u02;uu0(2:N0,1)=25;% 初
值条件
uu1=zeros(N1+1,M1+1);uu1(2:N1,1)=u11;
a0=0.0002;k01=a0*DELTAt01/DELTAx01^2;
S0=xlsread('C:\Users\DELL\Desktop\国赛!\A\附件.xlsx');%导入数据
t1=S0(:,1);u1=S0(:,2);

```

```

%% 有限差分法求空气温度分布
for j=2:M0+1
    for i=2:N0

uu0(i, j)=uu0(i, j-1)+k01*(uu0(i+1, j-1)-2*uu0(i, j-1)+uu0(i-1, j-1));
        end
    end
u12=uu0(24769:24979, M0+1);
uul(1, :)=u12; uul(N1+1, :)=u12;%将不同位置的空气温度作为元件的边界条件
%% 有限差分法求元件的温度变化曲线
for n0=1:50
    a01=0.00001*n0;
    k02=a01*DELTAt11/DELTAx11^2;
    for j=2:M1+1
        for i=2:N1

uul(i, j)=uul(i, j-1)+k02*(uul(i+1, j-1)-2*uul(i, j-1)+uul(i-1, j-1));
                end
            end
            UU0=u1(1:5);
            UU1=uul(8, length(uul)-20:5:length(uul));
            for i=1:length(UU1)
                er0(i)=(UU0(i)-UU1(i))^2;
            end
            E0(n0)=sum(er0);
        end
        m1=find(E0==min(E0), 1);
        a1=0.00001*m1;
        k03=a1*DELTAt11/DELTAx11^2;
        for j=2:M1+1
            for i=2:N1

uul(i, j)=uul(i, j-1)+k03*(uul(i+1, j-1)-2*uul(i, j-1)+uul(i-1, j-1));
                    end
                end
                UU1=uul(8, 1:1/2/DELTAt11:length(uul));
                tt1=0:0.5:T11;
                %% 炉内区域初值
                v=70/60;%初始化过炉速度
                DELTAt0=0.5;%初始化时间间隔
                L=30.5*11+5*10;%炉内长度
                d=25;%炉前（后）区域长度
                p=floor([25 55.5 60.5 91 96 126.5 131.5 162 167 197.5 202.5 233 238 268.5
                273.5 304 309 339.5 344.5 375 380 410.5 435.5]/v);

```

```

%% 最小二乘法求 a 的值
for ii=1:length(p)-1
    L2=15;%元件厚度
    T0=p(ii);%初始时间
    T1=p(ii+1);%总时间
    DELTAt=0.01;%时间步长
    M=(T1-T0)/DELTAt;%时间网格数
    DELTAx=0.1;%x 轴步长
    N=L2/DELTAx;%x 轴网格数
    u=zeros(N+1,M+1);
    if ii<=9
        u0=175;%初始温度
    elseif ii<=11
        u0=195;
    elseif ii<=13
        u0=235;
    elseif ii<=18
        u0=255;
    elseif ii<=length(p)
        u0=25;
    end
    o1=find(t1==p(ii));o2=find(t1==p(ii+1));
    if ii==1
        u(1,:)=u0;u(N+1,:)=u0;u(2:N,1)=UU1(end);%u(2:N,1)=u1(o1);% 初
值条件
    else
        u(1,:)=u0;u(N+1,:)=u0;u(2:N,1)=uu(2:N,1);
    end
    for m=1:400
        a=0.1+0.001*m;
        k=a*DELTAt/DELTAx2;
        for j=2:M+1
            for i=2:N
                u(i,j)=u(i,j-1)+k*(u(i+1,j-1)-2*u(i,j-1)+u(i-1,j-1));
            end
        end
        U0=u1(o1:o2);
        U1=u(N/2+1,1:50:M+1);
        for i=1:length(U1)
            er(i)=(U0(i)-U1(i))2;
        end
        E(m)=sum(er);
    end
    n(ii)=find(E==min(E),1);

```

```

a1(ii)=0.1+0.001*n(ii);
k1(ii)=a1(ii)*DELTAt1/DELTAx2;
for j=2:M+1
    for i=2:N

u(i,j)=u(i,j-1)+k1(ii)*(u(i+1,j-1)-2*u(i,j-1)+u(i-1,j-1));
        end
    end
uu(2:N,1)=u(2:N,M+1);
if ii==1
    uuu=u(N/2+1,1:50:length(u));
else
    uuu=[uuu,u(N/2+1,51:50:length(u))];
end
end
%% 将求得的曲线代入，与所给数据进行比较
o1=find(t1==p(1));
o2=find(t1==p(ii+1));
U0=u1(1:o2);
figure
plot(t1(1:o2),U0)
hold on
xlabel('时间 (s)')
ylabel('温度 (℃)')
title('温度与时间的关系')
U1=[U0,uuu];
plot([t1,t1(o1:o2)],U1)
hold on

```

附录 4

```

clear
clear
L21=0.15;L31=250;
T01=4000;T11=19;%总时间
DELTAt01=0.1;DELTAx01=0.01;DELTAt11=0.1;DELTAx11=0.01;%步长
M0=T01/DELTAt01;M1=T11/DELTAt11;%时间网格数
N0=L31/DELTAx01;N1=L21/DELTAx11;%x 轴网格数
u01=25;u02=175;u11=25;%初始温度
uu0=zeros(N0+1,M0+1);uu0(1,:)=u01;uu0(N0+1,:)=u02;uu0(2:N0,1)=25;% 初
值条件
uu1=zeros(N1+1,M1+1);uu1(2:N1,1)=u11;
a0=0.0002;k01=a0*DELTAt01/DELTAx012;
S0=xlsread('C:\Users\DELL\Desktop\国赛!\A\附件.xlsx');%导入数据
t1=S0(:,1);u1=S0(:,2);

```

```

%% 有限差分法求空气温度分布
for j=2:M0+1
    for i=2:N0

uu0(i, j)=uu0(i, j-1)+k01*(uu0(i+1, j-1)-2*uu0(i, j-1)+uu0(i-1, j-1));
        end
    end
u12=uu0(24789:24979, M0+1);
uul(1, :)=u12; uul(N1+1, :)=u12;%将不同位置的空气温度作为元件的边界条件
%% 有限差分法求元件的温度变化曲线
for n0=1:50
    a01=0.00001*n0;
    k02=a01*DELTAt11/DELTAx11^2;
    for j=2:M1+1
        for i=2:N1

uul(i, j)=uul(i, j-1)+k02*(uul(i+1, j-1)-2*uul(i, j-1)+uul(i-1, j-1));
                end
            end
            UU0=u1(1:5);
            UU1=uul(8, length(uul)-20:5:length(uul));
            for i=1:length(UU1)
                er0(i)=(UU0(i)-UU1(i))^2;
            end
            E0(n0)=sum(er0);
        end
        m1=find(E0==min(E0), 1);
        a1=0.00001*m1;
        k03=a1*DELTAt11/DELTAx11^2;
        for j=2:M1+1
            for i=2:N1

uul(i, j)=uul(i, j-1)+k03*(uul(i+1, j-1)-2*uul(i, j-1)+uul(i-1, j-1));
                    end
                end
                UU1=uul(8, 1:1/2/DELTAt11:length(uul));
                tt1=0:0.5:T11;
                v=78/60;%初始化过炉速度
                DELTAt0=0.5;%初始化时间间隔
                L=30.5*11+5*10;%炉内长度
                d=25;%炉前（后）区域长度
                s1(1)=0; j1=1; j2=1;
                p=floor([25 55.5 60.5 91 96 126.5 131.5 162 167 197.5 202.5 233 238 268.5
                273.5 304 309 339.5 344.5 375 380 410.5 435.5]/v);

```

```

%% 求炉温曲线的值
for ii=1:length(p)-1
    L2=15;%元件厚度
    T0=p(ii);%初始时间
    T1=p(ii+1);%总时间
    DELTAt1=0.01;%时间步长
    M=(T1-T0)/DELTAt1;%时间网格数
    DELTAx=0.1;%x 轴步长
    N=L2/DELTAx;%x 轴网格数
    u=zeros(N+1,M+1);
    if ii<=9
        u0=173;%初始温度
    elseif ii<=11
        u0=198;
    elseif ii<=13
        u0=230;
    elseif ii<=18
        u0=257;
    elseif ii<=length(p)-1
        u0=25;
    end
    if ii==1
        u(1,:)=u0;u(N+1,:)=u0;u(2:N,1)=UU1(end);%初值条件
    else
        u(1,:)=u0;u(N+1,:)=u0;u(2:N,1)=uu(2:N,1);
    end

a=[0.5,0.5,0.5,0.491,0.455,0.466,0.457,0.457,0.458,0.5,0.490,0.5,0.5,
0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.296,0.108,0.239,0.228];
k=a(ii)*DELTAt1/DELTAx2;
for j=2:M+1
    for i=2:N
        u(i,j)=u(i,j-1)+k*(u(i+1,j-1)-2*u(i,j-1)+u(i-1,j-1));
    end
end
U1=u(N/2+1,1:50:M+1);
k1(ii)=a(ii)*DELTAt1/DELTAx2;
for j=2:M+1
    for i=2:N
        u(i,j)=u(i,j-1)+k1(ii)*(u(i+1,j-1)-2*u(i,j-1)+u(i-1,j-1));
    end
end
uu(2:N,1)=u(2:N,M+1);

```

```

    su=size(u);
    if ii==1
        uuu=u(N/2+1,1:50:su(2));
    else
        uuu=[uuu,u(N/2+1,51:50:su(2))];
    end
end
o1=find(t1==p(1));
o2=find(t1==p(ii+1));
U1=[UU1,uuu];
plot([tt1,t1(o1:o2)],U1)
hold on
xlabel('时间 (s)')
ylabel('温度 (℃)')
title('温度与时间的关系')
max(U1)
附录 5
clear
S0=xlsread('C:\Users\DELL\Desktop\国赛!\A\附件.xlsx');%导入数据
t1=S0(:,1);u1=S0(:,2);
DELTAt0=0.5;%初始化时间间隔
L=30.5*11+5*10;%炉内长度
d=25;%炉前（后）区域长度
s1(1)=0;j1=1;j2=1;c=1;
for v=65/60:0.001:100/60
    p=floor([25 55.5 60.5 91 96 126.5 131.5 162 167 197.5 202.5 233 238
268.5 273.5 304 309 339.5 344.5 375 380 410.5 435.5]/v);
    for ii=1:20
        L2=15;%元件厚度
        T0=p(ii);%初始时间
        T1=p(ii+1);%总时间
        DELTAt1=0.01;%时间步长
        M=(T1-T0)/DELTAt1;%时间网格数
        DELTAx=0.1;%x 轴步长
        N=L2/DELTAx;%x 轴网格数
        u=zeros(N+1,M+1);
        if ii<=9
            u0=182;%初始温度
        elseif ii<=11
            u0=203;
        elseif ii<=13
            u0=237;
        elseif ii<=18
            u0=254;

```

```

elseif ii<=20
    u0=25;
end
if ii==1
    u(1,:)=u0;u(N+1,:)=u0;u(2:N,1)=32.04;
else
    u(1,:)=u0;u(N+1,:)=u0;u(2:N,1)=uu(2:N,1);%初值条件
end

a=[0.5,0.5,0.5,0.5,0.461,0.45,0.458,0.455,0.458,0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.5];
k=a(ii)*DELTAt/DELTAx2;
for j=2:M+1
    for i=2:N
        u(i,j)=u(i,j-1)+k*(u(i+1,j-1)-2*u(i,j-1)+u(i-1,j-1));
    end
end
U1=u(N/2+1,1:50:M+1);
k1(ii)=a(ii)*DELTAt/DELTAx2;
for j=2:M+1
    for i=2:N
        u(i,j)=u(i,j-1)+k1(ii)*(u(i+1,j-1)-2*u(i,j-1)+u(i-1,j-1));
    end
end
uu(2:N,1)=u(2:N,M+1);
un=u(N/2+1,1:50:length(u));
if ii==1
    uuu=un;
else
    uuu=[uuu,u(N/2+1,51:50:length(u));];
end
for i=2:length(un)
    if abs((un(i)-un(i-1))/0.5)>3
        continue
    end
end
end
if isempty(find(uuu>=190,1)-find(uuu>=150,1))==1 ||
1/2*(find(uuu>=190,1)-find(uuu>=150,1))<60 ||
1/2*(find(uuu>=190,1)-find(uuu>=150,1))>120
    continue
end
if isempty(find(uuu>=217,1,'last')-find(uuu>=217,1))==1 ||

```



```

(find(uuu>=217,1,'last')-find(uuu>=217,1))*0.5>90
(find(uuu>=217,1,'last')-find(uuu>=217,1))*0.5<40
    continue
end
if max(uuu)<240 || max(uuu)>250
    continue
end
V(c)=v;
c=c+1;
end
VE=max(V)*60;
fprintf('速度的最大值为: %8.5fcm/min\n',VE)

```

附录 6

```

clear
L21=0.15;L31=250;
T01=5000;T11=21;%总时间
DELTA t01=0.1;DELTA x01=0.01;DELTA t11=0.1;DELTA x11=0.01;%步长
M0=T01/DELTA t01;M1=T11/DELTA t11;%时间网格数
N0=L31/DELTA x01;N1=L21/DELTA x11;%x 轴网格数
u01=25;u02=182;u11=25;%初始温度
uu0=zeros(N0+1,M0+1);uu0(1,:)=u01;uu0(N0+1,:)=u02;uu0(2:N0,1)=25;% 初
值条件
uu1=zeros(N1+1,M1+1);uu1(2:N1,1)=u11;
a0=0.0002;k01=a0*DELTA t01/DELTA x01^2;
S0=xlsread('C:\Users\DELL\Desktop\国赛!\A\附件.xlsx');%导入数据
t=S0(:,1);u=S0(:,2);
%%有限差分法求空气温度分布
for j=2:M0+1
    for i=2:N0
        uu0(i,j)=uu0(i,j-1)+k01*(uu0(i+1,j-1)-2*uu0(i,j-1)+uu0(i-1,j-1));
    end
end
u12=uu0(24554:24764,M0+1);
uu1(1,:)=u12;uu1(N1+1,:)=u12;%将不同位置的空气温度作为元件的边界条件
%%有限差分法求元件的温度变化曲线
for n0=1:50
    a01=0.00001*n0;
    k02=a01*DELTA t11/DELTA x11^2;
    for j=2:M1+1
        for i=2:N1
            uu1(i,j)=uu1(i,j-1)+k02*(uu1(i+1,j-1)-2*uu1(i,j-1)+uu1(i-1,j-1));

```

```

        end
    end
    UU0=u(1:5);
    UU1=uu1(8,length(uu1)-20:5:length(uu1));
    for i=1:length(UU1)
        er0(i)=(UU0(i)-UU1(i))^2;
    end
    E0(n0)=sum(er0);
end
m1=find(E0==min(E0),1);
a1=0.00001*m1;
k03=a1*DELTAt11/DELTAx11^2;
for j=2:M1+1
    for i=2:N1

uu1(i,j)=uu1(i,j-1)+k03*(uu1(i+1,j-1)-2*uu1(i,j-1)+uu1(i-1,j-1));
        end
    end
    UU1=uu1(8,1:1/2/DELTAt11:length(uu1));
    tt1=0:0.5:T11;
    v=78/60;%初始化过炉速度
    DELTAt0=0.5;%初始化时间间隔
    L=30.5*11+5*10;%炉内长度
    d=25;%炉前（后）区域长度
    s1(1)=0;j1=1;j2=1;
    p=floor([25 55.5 60.5 91 96 126.5 131.5 162 167 197.5 202.5 233 238 268.5
273.5 304 309 339.5 344.5 375 380 410.5 435.5]/v);
    %% 求炉温曲线的值
    for ii=1:length(p)-1
        L2=15;%元件厚度
        T0=p(ii);%初始时间
        T1=p(ii+1);%总时间
        DELTAt1=0.01;%时间步长
        M=(T1-T0)/DELTAt1;%时间网格数
        DELTAx=0.1;%x 轴步长
        N=L2/DELTAx;%x 轴网格数
        u=zeros(N+1,M+1);
        if ii<=9
            u0=182;%初始温度
        elseif ii<=11
            u0=203;
        elseif ii<=13
            u0=237;
        elseif ii<=18

```

```

        u0=254;
    elseif ii<=length(p)-1
        u0=25;
    end
    if ii==1
        u(1,:)=u0;u(N+1,:)=u0;u(2:N,1)=UU1(end);%初值条件
    else
        u(1,:)=u0;u(N+1,:)=u0;u(2:N,1)=uu(2:N,1);
    end

a=[0.5,0.5,0.5,0.491,0.455,0.466,0.457,0.457,0.458,0.5,0.490,0.5,0.5,
0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.296,0.108,0.239,0.228];
    k=a(ii)*DELTAt/DELTAx2;
    for j=2:M+1
        for i=2:N
            u(i,j)=u(i,j-1)+k*(u(i+1,j-1)-2*u(i,j-1)+u(i-1,j-1));
        end
    end
    U1=u(N/2+1,1:50:M+1);
    k1(ii)=a(ii)*DELTAt/DELTAx2;
    for j=2:M+1
        for i=2:N
            u(i,j)=u(i,j-1)+k1(ii)*(u(i+1,j-1)-2*u(i,j-1)+u(i-1,j-1));
        end
    end
    uu(2:N,1)=u(2:N,M+1);
    su=size(u);
    if ii==1
        uuu=u(N/2+1,1:50:su(2));
    elseif ii<=12
        uuu=[uuu,u(N/2+1,51:50:su(2))];
    elseif ii<=length(p)-1
        uuu=[uuu,u(N/2+1,51:50:su(2))+1];
    end
    un=u(N/2+1,1:50:length(u));
    for i=2:length(un)
        x1(ii,i)=(un(i)-un(i-1))/0.5;
    end
end
o1=find(t==p(1));
o2=find(t==p(ii+1));
U1=[UU1,uuu];
plot([tt1,t(o1:o2)'],U1)

```

```

hold on
xlabel('时间 (s)')
ylabel('温度 (°C)')
title('最大速度下的炉温曲线')
fprintf('峰值温度为: %8.5f\n', max(uuu))
fprintf('温度上升斜率最大为: %8.5f\n', max(max(x1)))
fprintf('温度下降斜率最小为: %8.5f\n', min(min(x1)))

```

附录 7

```

clear
S0=xlsread('C:\Users\DELL\Desktop\国赛!\A\附件.xlsx');%导入数据
t1=S0(:,1);u1=S0(:,2);
DELTAt0=0.5;%初始化时间间隔
L=30.5*11+5*10;%炉内长度
d=25;%炉前（后）区域长度
s1(1)=0;j1=1;j2=1;c=1;
for v=65/60:0.01:90/60
    p=floor([25 55.5 60.5 91 96 126.5 131.5 162 167 197.5 202.5 233 238
268.5 273.5 304 309 339.5 344.5 375 380 410.5 435.5]/v);
    for u0=165:4:185
        for u1=195:4:200
            for u2=225:245
                for u3=245:265
                    for ii=1:length(p)-1
                        L2=15;%元件厚度
                        T0=p(ii);%初始时间
                        T1=p(ii+1);%总时间
                        DELTAt1=0.01;%时间步长
                        M=(T1-T0)/DELTAt1;%时间网格数
                        DELTAx=0.1;%x 轴步长
                        N=L2/DELTAx;%x 轴网格数
                        u=zeros(N+1,M+1);
                        u0=180;u1=200;u4=25;
                        if ii==1
                            u(1,:)=u0;u(N+1,:)=u0;u(2:N,1)=32;
                        elseif ii<=9
                            u(1,:)=u0;u(N+1,:)=u0;u(2:N,1)=uu(2:N,1);
                        elseif ii<=11
                            u(1,:)=u1;u(N+1,:)=u1;u(2:N,1)=uu(2:N,1);
                        elseif ii<=12
                            u(1,:)=u2;u(N+1,:)=u2;u(2:N,1)=uu(2:N,1);
                        elseif ii<=17
                            u(1,:)=u3;u(N+1,:)=u3;u(2:N,1)=uu(2:N,1);
                        elseif ii<=length(p)-1
                            u(1,:)=u4;u(N+1,:)=u4;u(2:N,1)=uu(2:N,1);

```

```

end

a=[0.5, 0.5, 0.5, 0.491, 0.455, 0.466, 0.457, 0.457, 0.458, 0.5, 0.490, 0.5, 0.5,
0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.296, 0.108, 0.239, 0.228];
k=a(ii)*DELTAt/DELTAx2;
for j=2:M+1
    for i=2:N

u(i, j)=u(i, j-1)+k*(u(i+1, j-1)-2*u(i, j-1)+u(i-1, j-1));
        end
    end
    uu(2:N, 1)=u(2:N, M+1);
    un=u(N/2+1, 1:length(u));
    if ii==1
        uuu=un;
        uuuu=un;
    else
        uuu=[uuu, u(N/2+1, 51:50:length(u));];
        uuuu=[uuuu, u(N/2+1, 2:length(u));];
    end
    for i=2:length(un)
        if abs((un(i)-un(i-1))/0.5)>3
            continue
        end
    end
end
    if isempty(find(uuu>190, 1)-find(uuu>=150, 1))==1 ||
1/2*(find(uuu>190, 1)-find(uuu>=150, 1))<60 ||
1/2*(find(uuu>190, 1)-find(uuu>=150, 1))>120
        continue
    end
    if
isempty(find(uuu>=217, 1, 'last')-find(uuu>=217, 1))==1 ||
(find(uuu>=217, 1, 'last')-find(uuu>=217, 1))*0.5>90 ||
(find(uuu>=217, 1, 'last')-find(uuu>=217, 1))*0.5<40
        continue
    end
    if max(uuu)<240 || max(uuu)>250
        continue
    end
    V(c)=v; UU2(c)=u2; UU3(c)=u3;
    A=find(uuuu>=217, 1); B=find(uuuu==max(uuuu));
    C=B-A+1; S=0;
    for jj=1:C

```

```

        S(jj)=(uuuu(A+jj-1)-217)*DELTAt1;
    end
    SS(c)=sum(S);
    c=c+1;
end
end
end
end
SS0=sort(SS);
for I=1:find(SS0<=480,1,'last')
    AA(I)=find(SS==SS0(I));
    UUU0(I)=u0;
    UUU1(I)=u1;
    UUU2(I)=UU2(AA(I));
    UUU3(I)=UU3(AA(I));
    VV(I)=V(AA(I));
end
RE=[SS0(1:find(SS0<=480,1,'last'))',UUU0',UUU1',UUU2',UUU3',VV'];
xlswrite('rel.xlsx',RE)

```

附录 8

```

clear
L21=0.15;L31=250;
T01=5000;T11=17;%总时间
DELTAt01=0.1;DELTAx01=0.01;DELTAt11=0.1;DELTAx11=0.01;%步长
M0=T01/DELTAt01;M1=T11/DELTAt11;%时间网格数
N0=L31/DELTAx01;N1=L21/DELTAx11;%x 轴网格数
u01=25;u02=169;u11=25;%初始温度
uu0=zeros(N0+1,M0+1);uu0(1,:)=u01;uu0(N0+1,:)=u02;uu0(2:N0,1)=25;% 初
值条件
uu1=zeros(N1+1,M1+1);uu1(2:N1,1)=u11;
a0=0.0002;k01=a0*DELTAt01/DELTAx012;
S0=xlswrite('C:\Users\DELL\Desktop\国赛!\A\附件.xlsx');%导入数据
t=S0(:,1);u=S0(:,2);
%%有限差分法求空气温度分布
for j=2:M0+1
    for i=2:N0
        uu0(i,j)=uu0(i,j-1)+k01*(uu0(i+1,j-1)-2*uu0(i,j-1)+uu0(i-1,j-1));
    end
end
u12=uu0(24594:24764,M0+1);
uu1(1,:)=u12;uu1(N1+1,:)=u12;%将不同位置的空气温度作为元件的边界条件

```

```

%%有限差分法求元件的温度变化曲线
for n0=1:50
    a01=0.00001*n0;
    k02=a01*DELTAt11/DELTAx11^2;
    for j=2:M1+1
        for i=2:N1

uul(i,j)=uul(i,j-1)+k02*(uul(i+1,j-1)-2*uul(i,j-1)+uul(i-1,j-1));
            end
        end
        UU0=u(1:5);
        UU1=uul(8,length(uul)-20:5:length(uul));
        for i=1:length(UU1)
            er0(i)=(UU0(i)-UU1(i))^2;
        end
        E0(n0)=sum(er0);
    end
    m1=find(E0==min(E0),1);
    a1=0.00001*m1;
    k03=a1*DELTAt11/DELTAx11^2;
    for j=2:M1+1
        for i=2:N1

uul(i,j)=uul(i,j-1)+k03*(uul(i+1,j-1)-2*uul(i,j-1)+uul(i-1,j-1));
            end
        end
        UU1=uul(8,1:1/2/DELTAt11:length(uul));
        tt1=0:0.5:T11;
        v=85/60;%初始化过炉速度
        DELTAt0=0.5;%初始化时间间隔
        L=30.5*11+5*10;%炉内长度
        d=25;%炉前（后）区域长度
        s1(1)=0;j1=1;j2=1;
        p=floor([25 55.5 60.5 91 96 126.5 131.5 162 167 197.5 202.5 233 238 268.5
273.5 304 309 339.5 344.5 375 380 410.5 435.5]/v);
        %% 求炉温曲线的值
        for ii=1:length(p)-1
            L2=15;%元件厚度
            T0=p(ii);%初始时间
            T1=p(ii+1);%总时间
            DELTAt1=0.01;%时间步长
            M=(T1-T0)/DELTAt1;%时间网格数
            DELTAx=0.1;%x 轴步长
            N=L2/DELTAx;%x 轴网格数

```

```

u=zeros(N+1,M+1);
if ii<=9
    u0=169;%初始温度
elseif ii<=11
    u0=185;
elseif ii<=13
    u0=240;
elseif ii<=18
    u0=261;
elseif ii<=length(p)-1
    u0=25;
end
if ii==1
    u(1,:)=u0;u(N+1,:)=u0;u(2:N,1)=UU1(end);%初值条件
else
    u(1,:)=u0;u(N+1,:)=u0;u(2:N,1)=uu(2:N,1);
end

a=[0.5,0.5,0.5,0.491,0.455,0.466,0.457,0.457,0.458,0.5,0.490,0.5,0.5,
0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.296,0.108,0.239,0.228];
k=a(ii)*DELTA t1/DELTA x^2;
for j=2:M+1
    for i=2:N
        u(i,j)=u(i,j-1)+k*(u(i+1,j-1)-2*u(i,j-1)+u(i-1,j-1));
    end
end
U1=u(N/2+1,1:50:M+1);
k1(ii)=a(ii)*DELTA t1/DELTA x^2;
for j=2:M+1
    for i=2:N
        u(i,j)=u(i,j-1)+k1(ii)*(u(i+1,j-1)-2*u(i,j-1)+u(i-1,j-1));
    end
end
uu(2:N,1)=u(2:N,M+1);
su=size(u);
un=u(N/2+1,1:50:length(u));
if ii==1
    uuu=u(N/2+1,1:50:su(2));
elseif ii<=12
    uuu=[uuu,u(N/2+1,51:50:su(2))];
elseif ii<=length(p)-1
    uuu=[uuu,u(N/2+1,51:50:su(2))+1];
end

```



```

        for i=2:length(un)
            x1(ii,i)=((un(i)-un(i-1))/0.5);
        end
    end
    o1=find(t==p(1));
    o2=find(t==p(ii+1));
    U1=[UU1,uuu];
    plot([tt1,p(1):0.5:t(o2)],U1)
    hold on
    xlabel('时间 (s)')
    ylabel('温度 (℃)')
    title('最大速度下的炉温曲线')
    max(uuu)
    max(max(x1))
    min(min(x1))
附录 9
clear
A=xlsread('rel.xlsx');
sz=size(A);
DELTAt0=0.5;%初始化时间间隔
L=30.5*11+5*10;%炉内长度
d=25;%炉前（后）区域长度
for jj=1:sz(1)
    v=A(jj,6);%初始化过炉速度
    p=floor([25 55.5 60.5 91 96 126.5 131.5 162 167 197.5 202.5 233 238
268.5 273.5 304 309 339.5 344.5 375 380 410.5 435.5]/v);
    for ii=1:length(p)-1
        L2=15;%元件厚度
        T0=p(ii);%初始时间
        T1=p(ii+1);%总时间
        DELTAt1=0.01;%时间步长
        M=(T1-T0)/DELTAt1;%时间网格数
        DELTAx=0.1;%x 轴步长
        N=L2/DELTAx;%x 轴网格数
        u=zeros(N+1,M+1);
        if ii<=9
            u0=A(jj,2);%初始温度
        elseif ii<=11
            u0=A(jj,3);
        elseif ii<=13
            u0=A(jj,4);
        elseif ii<=18
            u0=A(jj,5);
        elseif ii<=length(p)-1

```

```

        u0=25;
    end
    if ii==1
        u(1,:)=u0;u(N+1,:)=u0;u(2:N,1)=32;%初值条件
    else
        u(1,:)=u0;u(N+1,:)=u0;u(2:N,1)=uu(2:N,1);
    end

a=[0.5,0.5,0.5,0.491,0.455,0.466,0.457,0.457,0.458,0.5,0.490,0.5,0.5,
0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.296,0.108,0.239,0.228];
k=a(ii)*DELTAt/DELTAx2;
for j=2:M+1
    for i=2:N
        u(i,j)=u(i,j-1)+k*(u(i+1,j-1)-2*u(i,j-1)+u(i-1,j-1));
    end
end
U1=u(N/2+1,1:50:M+1);
k1(ii)=a(ii)*DELTAt/DELTAx2;
for j=2:M+1
    for i=2:N
        u(i,j)=u(i,j-1)+k1(ii)*(u(i+1,j-1)-2*u(i,j-1)+u(i-1,j-1));
    end
end
uu(2:N,1)=u(2:N,M+1);
su=size(u);
if ii==1
    uuu=u(N/2+1,1:50:su(2));
elseif ii<=12
    uuu=[uuu,u(N/2+1,51:50:su(2))];
elseif ii<=length(p)-1
    uuu=[uuu,u(N/2+1,51:50:su(2))+1];
end
un=u(N/2+1,1:50:length(u));
for i=2:length(un)
    x1(ii,i)=(un(i)-un(i-1))/0.5);
end
end
AA1=find(uuu>=217,1);AA2=find(uuu>=217,1,'last');
MAX=find(uuu==max(uuu));
if MAX-AA1>=AA2-MAX
    for i=1:AA2-MAX
        subt(i)=abs(uuu(MAX+i)-uuu(MAX-i));
    end
end

```

```

else
    for i=1:MAX-AA1
        subt(i)=abs(uuu(MAX+i)-uuu(MAX-i));
    end
end
div(jj)=sum(subt)/length(subt);
A(jj,7)=div(jj);
end
%% 将求得的曲线代入，与所给数据进行比较
o1=find(t1==p(1));
o2=find(t1==p(ii+1));
U0=u1(o1:o2);
% figure
% plot(t1(o1:o2),U0)
% hold on
% xlabel('时间 (s)')
% ylabel('温度 (°C)')
% title('拟合炉温曲线与原曲线对比图')

```

附录 10

```

clear
clear
L21=0.15;L31=250;
T01=5000;T11=21;%总时间
DELTAt01=0.1;DELTAx01=0.01;DELTAt11=0.1;DELTAx11=0.01;%步长
M0=T01/DELTAt01;M1=T11/DELTAt11;%时间网格数
N0=L31/DELTAx01;N1=L21/DELTAx11;%x 轴网格数
u01=25;u02=182;u11=25;%初始温度
uu0=zeros(N0+1,M0+1);uu0(1,:)=u01;uu0(N0+1,:)=u02;uu0(2:N0,1)=25;% 初
值条件
uul=zeros(N1+1,M1+1);uul(2:N1,1)=u11;
a0=0.0002;k01=a0*DELTAt01/DELTAx01^2;
S0=xlsread('C:\Users\DELL\Desktop\国赛!\A\附件.xlsx');%导入数据
t=S0(:,1);u=S0(:,2);
%%有限差分法求空气温度分布
for j=2:M0+1
    for i=2:N0
        uu0(i,j)=uu0(i,j-1)+k01*(uu0(i+1,j-1)-2*uu0(i,j-1)+uu0(i-1,j-1));
    end
end
u12=uu0(24554:24764,M0+1);
uul(1,:)=u12;uul(N1+1,:)=u12;%将不同位置的空气温度作为元件的边界条件
%%有限差分法求元件的温度变化曲线
for n0=1:50

```

```

a01=0.00001*n0;
k02=a01*DELTAt11/DELTAx112;
for j=2:M1+1
    for i=2:N1

uul(i,j)=uul(i,j-1)+k02*(uul(i+1,j-1)-2*uul(i,j-1)+uul(i-1,j-1));
        end
    end
    UU0=u(1:5);
    UU1=uul(8,length(uul)-20:5:length(uul));
    for i=1:length(UU1)
        er0(i)=(UU0(i)-UU1(i))2;
    end
    E0(n0)=sum(er0);
end
m1=find(E0==min(E0),1);
a1=0.00001*m1;
k03=a1*DELTAt11/DELTAx112;
for j=2:M1+1
    for i=2:N1

uul(i,j)=uul(i,j-1)+k03*(uul(i+1,j-1)-2*uul(i,j-1)+uul(i-1,j-1));
        end
    end
    UU1=uul(8,1:1/2/DELTAt11:length(uul));
    tt1=0:0.5:T11;
    v=97/60;%初始化过炉速度
    DELTAt0=0.5;%初始化时间间隔
    L=30.5*11+5*10;%炉内长度
    d=25;%炉前（后）区域长度
    s1(1)=0;j1=1;j2=1;
    p=floor([25 55.5 60.5 91 96 126.5 131.5 162 167 197.5 202.5 233 238 268.5
273.5 304 309 339.5 344.5 375 380 410.5 435.5]/v);
    %% 求炉温曲线的值
    for ii=1:length(p)-1
        L2=15;
        T0=p(ii);%初始时间
        T1=p(ii+1);%总时间
        DELTAt1=0.01;%时间步长
        M=(T1-T0)/DELTAt1;%时间网格数
        DELTAx=0.1;%x 轴步长
        N=L2/DELTAx;%x 轴网格数
        u=zeros(N+1,M+1);
        if ii<=9

```

```

        u0=185;%初始温度
    elseif ii<=11
        u0=189;
    elseif ii<=13
        u0=230;
    elseif ii<=18
        u0=265;
    elseif ii<=length(p)-1
        u0=25;
    end
    if ii==1
        u(1,:)=u0;u(N+1,:)=u0;u(2:N,1)=32;%初值条件
    else
        u(1,:)=u0;u(N+1,:)=u0;u(2:N,1)=uu(2:N,1);
    end

a=[0.5000000000000000,0.5000000000000000,0.5000000000000000,0.4910000000
00000,0.4550000000000000,0.4660000000000000,0.4570000000000000,0.4570000
00000000,0.4580000000000000,0.5000000000000000,0.4900000000000000,0.5000
000000000000,0.5000000000000000,0.5000000000000000,0.5000000000000000,0.5
0000000000000000,0.5000000000000000,0.5000000000000000,0.2960000000000000,
0.1080000000000000,0.2390000000000000,0.2280000000000000];
    k=a(ii)*DELTA t1/DELTA x^2;
    for j=2:M+1
        for i=2:N
            u(i,j)=u(i,j-1)+k*(u(i+1,j-1)-2*u(i,j-1)+u(i-1,j-1));
        end
    end
    U1=u(N/2+1,1:50:M+1);
    k1(ii)=a(ii)*DELTA t1/DELTA x^2;
    for j=2:M+1
        for i=2:N
            u(i,j)=u(i,j-1)+k1(ii)*(u(i+1,j-1)-2*u(i,j-1)+u(i-1,j-1));
        end
    end
    uu(2:N,1)=u(2:N,M+1);
    su=size(u);
    if ii==1
        uuu=u(N/2+1,1:50:su(2));
    elseif ii<=12
        uuu=[uuu,u(N/2+1,51:50:su(2))];
    elseif ii<=length(p)-1
        uuu=[uuu,u(N/2+1,51:50:su(2))+3];
    end
end

```

```

end
un=u(N/2+1,1:50:length(u));
for i=2:length(un)
    x1(ii,i)=((un(i)-un(i-1))/0.5);
end
end
o1=find(t==p(1));
o2=find(t==p(ii+1));
U1=[UU1(14:43),uuu];
TT1=[tt1(1):0.5:p(1)-0.5,p(1):0.5:t(o2)'];
plot(TT1,U1)
hold on
plot(TT1(find(U1==max(U1)))*ones(1,250),[1:250],'--')
hold on
plot([170:5:270],217*ones(1,21),'.')
xlabel('时间 (s)')
ylabel('温度 (℃)')
title('考虑对称性下的最优炉温曲线')
fprintf('峰值温度为: %8.5f\n',max(uuu))
fprintf('温度上升斜率最大为: %8.5f\n',max(max(x1)))
fprintf('温度下降斜率最小为: %8.5f\n',min(min(x1)))

```