

# 实验三 RC 电路频率特性的研究

19 组 朱云沁 PB20061372 赵明宇 PB19061383

## 实验题目：

RC 电路频率特性的研究

## 实验目的：

熟悉正弦稳态分析中相量的基本概念；掌握 RC 低通、高通电路和串并联选频电路的频率特性；掌握用示波器测量同频率正弦信号相位差的方法。

## 实验器材：

函数信号发生器、交流毫伏表、示波器、数字万用表、电阻 2 个(标称值 2.2kΩ)、电容 2 个(标称值 0.1μF)、导线若干。

## 实验原理：

### 1) RC 低通电路

图 1 (a)所示电路为 RC 低通电路。其输出电压有效值相量为

$$\dot{U}_o = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} \dot{U}_i = \frac{\dot{U}_i}{1 + j\omega RC}$$

定义转移函数为

$$H(j\omega) \triangleq \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \angle -\text{tg}^{-1}(\omega RC) = |H(j\omega)| \angle \varphi(\omega)$$

则幅频特性为

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \leq 1$$

相频特性为

$$\varphi(\omega) = -\text{tg}^{-1}(\omega RC) < 0$$

故输出电压滞后于输入电压。定义 $|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 时的频率为截止频率。由于 $f = \frac{\omega}{2\pi}$ ,

求得截止频率为

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

幅频特性曲线、相频特性曲线分别如图 1 (b)、(c)所示。若将电阻 $R$ 两端电压作为输出电压，类似有 RC 高通电路，由于本次实验选用 RC 低通电路，此处不再赘述。

### 2) RC 串并联选频电路

图 2 (a)所示电路为 RC 串并联选频电路。其输出电压有效值相量为

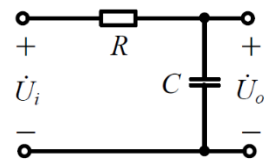
$$\dot{U}_o = \frac{\frac{R_2}{j\omega R_2 C_2 + 1}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{R_2}{j\omega R_2 C_2 + 1}} \dot{U}_i$$

故转移函数为

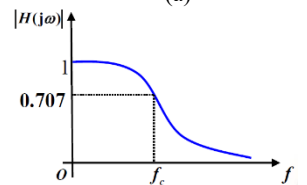
$$H(j\omega) = \frac{1}{\left(1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}\right) + j\left(\omega R_1 C_2 - \frac{1}{\omega R_2 C_1}\right)} = |H(j\omega)| \angle \varphi(\omega)$$

幅频特性为

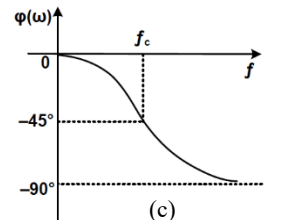
$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}\right)^2 + \left(\omega R_1 C_2 - \frac{1}{\omega R_2 C_1}\right)^2}}$$



(a)

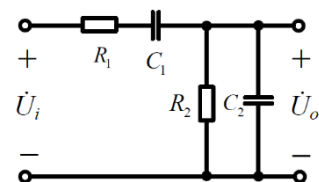


(b)

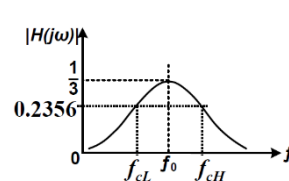


(c)

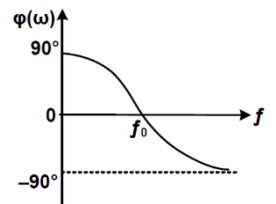
图 1 RC 低通电路及其频率特性曲线



(a)



(b)



(c)

图 2 RC 串并联选频电路及其频率特性曲线

相频特性为

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{\omega R_1 C_2 - \frac{1}{\omega R_2 C_1}}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}} \right)$$

当  $\omega = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$  时,  $|H(j\omega)|$  取最大值  $\frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}}$  且  $\varphi(\omega) = 0$ 。定义此时的频率为谐振频率, 求得

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

定义  $|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}}$  时的频率为截止频率, 求得

$$f_{cL} = \frac{\sqrt{(R_2 C_1 + R_1 C_1 + R_2 C_2)^2 + 4R_1 R_2 C_1 C_2} - R_2 C_1 - R_1 C_1 - R_2 C_2}{4\pi R_1 R_2 C_1 C_2}$$

$$f_{cH} = \frac{\sqrt{(R_2 C_1 + R_1 C_1 + R_2 C_2)^2 + 4R_1 R_2 C_1 C_2} + R_2 C_1 + R_1 C_1 + R_2 C_2}{4\pi R_1 R_2 C_1 C_2}$$

当  $R_1 = R_2$  且  $C_1 = C_2$  时, 幅频特性曲线、相频特性曲线分别如图 2 (b)、(c) 所示。

### 3) 李萨如图形法测相位差

为了测量示波器 CH1、CH2 输入的同频率交流信号的相位差, 切换时基模式为 XY, 如图 3 所示。

设 CH1、CH2 信号分别为

$$\begin{cases} u_i = \sqrt{2}U_i \cos(\omega t + \varphi_i) \\ u_o = \sqrt{2}U_o \cos(\omega t + \varphi_o) \end{cases}$$

其中,  $-\pi < \varphi_i, \varphi_o \leq \pi$ 。消去  $t$ , 得李萨如图形的解析式为

$$\left( \frac{u_i}{\sqrt{2}U_i} \right)^2 + \left( \frac{\frac{u_i}{\sqrt{2}U_i} \cos(\varphi_o - \varphi_i) - \frac{u_o}{\sqrt{2}U_o}}{\sin(\varphi_o - \varphi_i)} \right)^2 = 1$$

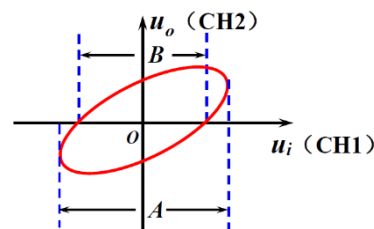


图 3 李萨如图形法测相位差

令  $\frac{du_i}{du_o} = 0$ , 求得在横轴上的投影长度为

$$A = 2\sqrt{2}U_i$$

令  $u_o = 0$ , 求得与横轴的两交点距离为

$$B = 2|\sqrt{2}U_i \sin(\varphi_o - \varphi_i)|$$

故相位差角的绝对值为

$$|\varphi_o - \varphi_i| = \sin^{-1} \left( \frac{B}{A} \right)$$

相位差角的正负, 即 CH2 信号是滞后还是超前于 CH1 信号, 可在标准时基模式下通过波形来判断。

### 实验内容:

#### 1) RC 低通电路频率特性研究

测量电阻  $R$ 、电容  $C$ , 按图 4 搭建好电路。设定信号源电压为  $1.000V_{rms}$ , 用毫伏表精确测得输入电压有效值  $U_i$ 。

在  $50Hz \sim 5kHz$  范围内改变信号源频率, 对每个频率  $f$ , 用毫伏表测量输出电压有效值  $U_o$ , 用示波器光标测量李萨如图形上  $A/2$ 、 $B/2$  点, 共记录 10 组数据, 并找出  $U_o = \frac{1}{\sqrt{2}}U_i$  时的截止频率  $f_c$ 。实验中, 当  $A/2$  随频率产生较大变化时, 应当

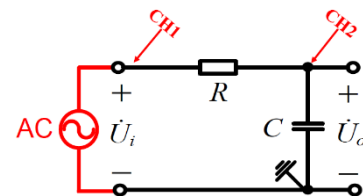


图 4 RC 低通电路频率特性研究电路图

及时调节信号源电压, 使得输入电压大小测量值保持不变。

为了判断输出电压是滞后还是超前于输入电压, 观察标准时基模式下示波器显示的波形, 并画下  $f = f_c$  时的波形图。

实验数据

$f/\text{Hz}$	50.00	100.00	200.00	300.00	708.00	1000.00	2000.00	3000.00	4000.00	5000.00
$U_o$	0.994V	0.988V	0.962V	0.919V	0.709V	0.591V	0.365V	248.2mV	190.3mV	154.2mV
$ H(j\omega) $	0.991	0.985	0.959	0.916	0.707	0.589	0.364	0.247	0.190	0.154
$B/2$	72.00mV	168.00mV	348.00mV	501.00mV	928.50mV	1.08100V	1.26775V	1.31675V	1.33400V	1.33975V
$A/2$	1.39200V	1.39200V	1.39200V	1.39200V	1.39200V	1.39150V	1.39150V	1.39150V	1.39150V	1.39150V
$\varphi(\omega)$	-2.96°	-6.93°	-14.48°	-21.09°	-41.84°	-50.97°	-65.65°	-71.13°	-73.47°	-74.33°
$R = 2.1988\text{k}\Omega$			$C = 0.103\mu\text{F}$				$U_i = 1.003\text{V}$			

表 1 RC 低通电路频率特性研究-实验数据

数据处理

根据表 1 数据及示波器波形(见附录)，由 $|H(j\omega)| = \frac{U_o}{U_i}$ 、 $|\varphi(\omega)| = \sin^{-1} \frac{B/2}{A/2}$ ，算得各组数据的 $|H(j\omega)|$ 、 $\varphi(\omega)$ ，填入表 1 中。

根据表 1 数据，作得实验电路的幅频特性曲线、相频特性曲线，并标注截止频率 $f_c$ ，如图 5、6 所示。

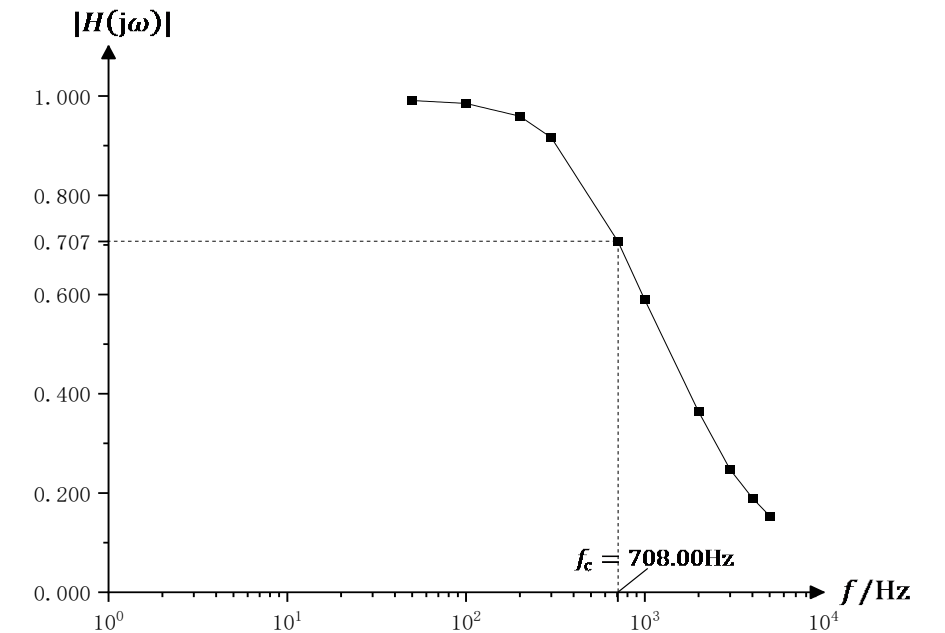


图 5 RC 低通电路频率特性研究-幅频特性曲线

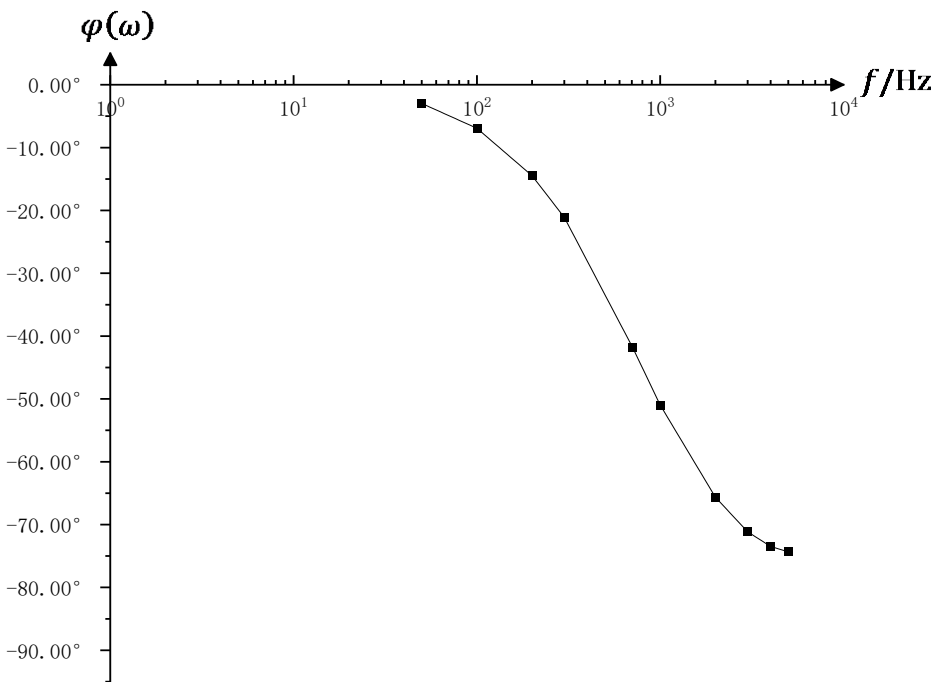


图 6 RC 低通电路频率特性研究-相频特性曲线

截止频率 $f_c$ 的测量值为

$$f_c = 708.00\text{Hz}$$

·误差分析

由 $|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$ 、 $\varphi(\omega) = -\text{tg}^{-1}(\omega RC)$ ，算得各频率下 $|H(j\omega)|$ 、 $\varphi(\omega)$ 的理论值和相对误差，如表 2 所示。

$f/\text{Hz}$		50.00	100.00	200.00	300.00	708.00	1000.00	2000.00	3000.00	4000.00	5000.00
$ H(j\omega) /V$	测量值	0.991	0.985	0.959	0.916	0.707	0.589	0.364	0.247	0.190	0.154
	理论值	0.997	0.990	0.962	0.920	0.704	0.575	0.332	0.228	0.173	0.139
	相对误差	0.65%	0.50%	0.28%	0.38%	0.34%	2.48%	9.78%	8.50%	9.65%	10.46%
$\varphi(\omega)$	测量值	-2.96°	-6.93°	-14.48°	-21.09°	-41.84°	-50.97°	-65.65°	-71.13°	-73.47°	-74.33°
	理论值	-4.07°	-8.10°	-15.89°	-23.12°	-45.21°	-54.90°	-70.64°	-76.82°	-80.04°	-82.00°
	相对误差	27.15%	14.41%	8.87%	8.75%	7.47%	7.16%	7.06%	7.40%	8.20%	9.36%

表 2 RC 低通电路频率特性研究-实验误差：

此外，考虑截止频率的测量误差：

截止频率 $f_c$ 的理论值为

$$f_{c\text{理}} = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi \times 2.1988\text{k}\Omega \times 0.103\mu\text{F}} = 702.744\text{Hz}$$

相对误差为

$$\left| \frac{f_{c\text{理}} - f_c}{f_{c\text{理}}} \right| \times 100\% = \left| \frac{708.00 - 702.744}{702.744} \right| \times 100\% = 0.75\%$$

总体上看， $|H(j\omega)|$ 的测量值偏大，频率较高时误差更大； $|\varphi(\omega)|$ 的测量值偏小且误差较大。截止频率的测量值偏大。造成误差的因素可能有：

测量电容和电阻时，导线老化、接触不良等原因导致 $R_1$ 、 $C_1$ 的测量值偏大，因而计算出 $|H(j\omega)|$ 、 $f_c$ 的理论值偏小， $|\varphi(\omega)|$ 的理论值偏大；

信号源频率升高时，其输出电压有波动，监测该信号的实验者调整不当，导致被测网络的输入电压大于初始值。

2) RC 串并联选频电路频率特性研究

测量电阻 $R_1$ 、 $R_2$ ，电容 $C_1$ 、 $C_2$ ，按图 7 搭建好电路。设定信号源电压为 1.000Vrms，用毫伏表精确测得输入电压有效值 $U_i$ 。

在 50Hz~5kHz 范围内改变信号源频率，对每个频率 $f$ ，用毫伏表测量输出电压有效值 $U_o$ ，用示波器光标测量李萨如图形上A/2、B/2点，共记录 10 组数据，并找出 $\varphi(\omega) = 0$ 时的谐振频率 $f_0$ 以及 $U_o = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{U_i}{1 + \frac{R_1 + C_2}{R_2 + C_1}}$ 时的截止频率

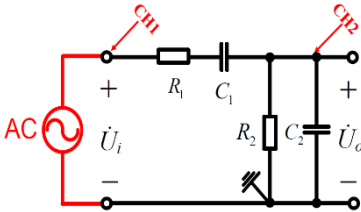


图 7 RC 串并联选频电路频率特性研究电路图

$f_{cL}$ 、 $f_{cH}$ 。实验中，当A/2随频率产生较大变化时，应当及时调节信号源电压，使得输入电压大小测量值保持不变。

为了判断输出电压是滞后还是超前于输入电压，观察标准时基模式下示波器显示的波形，并分别画下 $f = f_{cL}$ 时和 $f = f_{cH}$ 时的波形图。

·实验数据

$f/\text{Hz}$	50.00	100.00	<b>215.50</b>	300.00	<b>716.00</b>	1000.00	<b>2449.00</b>	3000.00	4000.00	5000.00
$U_o$	69.6mV	131.8mV	<b>236.4mV</b>	279.5mV	<b>0.339V</b>	319.1mV	<b>236.4mV</b>	220.7mV	179.4mV	150.7mV
$ H(j\omega) $	0.069	0.131	<b>0.236</b>	0.279	<b>0.338</b>	0.318	<b>0.236</b>	0.220	0.179	0.150
B/2	1.34550V	1.24800V	<b>981.50mV</b>	763.75mV	<b>0</b>	240.50mV	<b>936.00mV</b>	1.04650V	1.17000V	1.21875V
A/2	1.40075V	1.40076V	<b>1.40077V</b>	1.40078V	<b>1.40079V</b>	1.40080V	<b>1.40081V</b>	1.40082V	1.40083V	1.40084V
$\varphi(\omega)$	73.85°	62.99°	<b>44.48°</b>	33.04°	<b>0.00°</b>	-9.89°	<b>-41.93°</b>	-48.34°	-56.64°	-60.47°
$R_1 = 2.1988\text{k}\Omega \quad R_2 = 2.2420\text{k}\Omega \quad C_1 = 0.103\mu\text{F} \quad C_2 = 98.4\text{nF} \quad U_i = 1.003\text{V}$										

表 3 RC 低通电路频率特性研究-实验数据

·数据处理

根据表 3 数据及示波器波形(见附录)，由 $|H(j\omega)| = \frac{U_o}{U_i}$ 、 $|\varphi(\omega)| = \sin^{-1} \frac{B/2}{A/2}$ ，算得各组数据的 $|H(j\omega)|$ 、 $\varphi(\omega)$ ，填入表 3 中。

根据表 3 数据，作得实验电路的幅频特性曲线、相频特性曲线，并标注谐振频率 $f_0$ ，截止频率 $f_{cL}$ 、 $f_{cH}$ ，如图 8、9 所示。

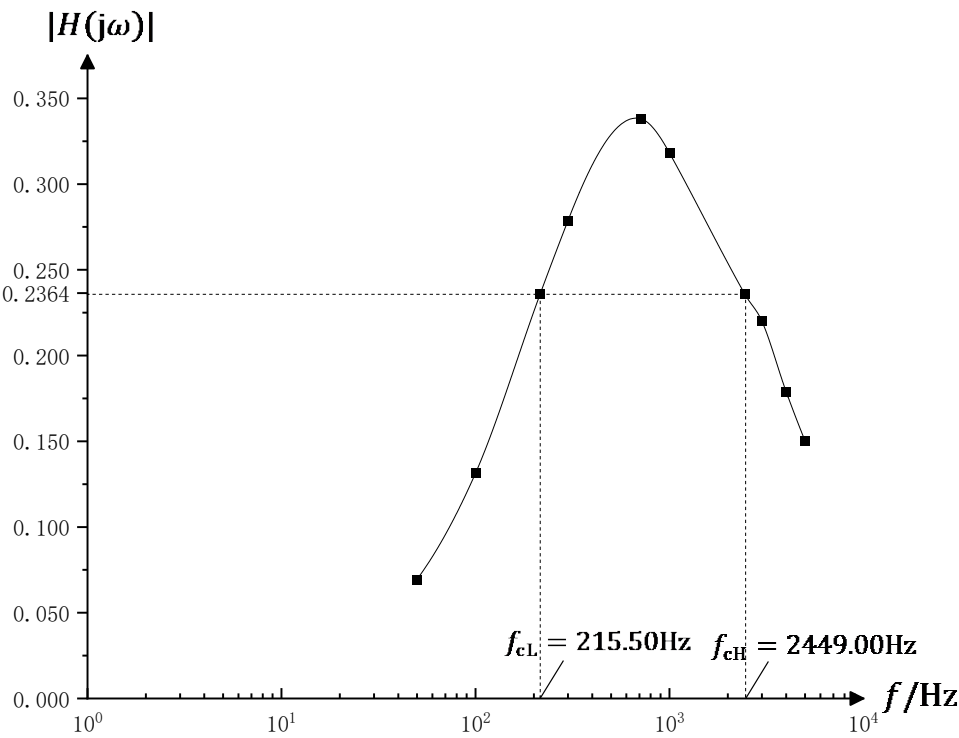


图 8 RC 串并联选频电路频率特性研究-幅频特性

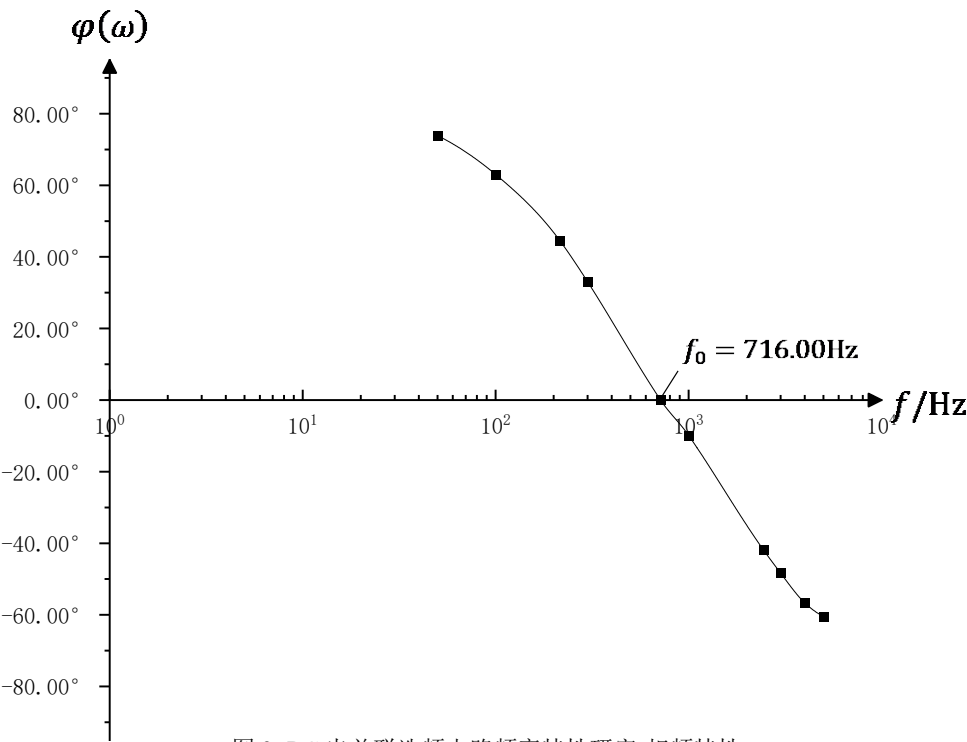


图 9 RC 串并联选频电路频率特性研究-相频特性

谐振频率 $f_0$ 的测量值为
 

$f_0 = 716.00\text{Hz}$

截止频率 $f_{cL}$ 、 $f_{cH}$ 的测量值为
 

$f_{cL} = 215.50\text{Hz}$   
 $f_{cH} = 2449.00\text{Hz}$

·误差分析

由 $|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}\right)^2 + \left(\omega R_1 C_2 - \frac{1}{\omega R_2 C_1}\right)^2}}$ 、 $\varphi(\omega) = -\operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{\omega R_1 C_2 - \frac{1}{\omega R_2 C_1}}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}}\right)$ ，算得各频率下 $|H(j\omega)|$ 、 $\varphi(\omega)$ 的理论值和

相对误差，如表 4 所示。

$f/\text{Hz}$		50.00	100.00	215.50	300.00	716.00	1000.00	2449.00	3000.00	4000.00	5000.00
$ H(j\omega) /V$	测量值	0.069	0.131	0.236	0.279	0.338	0.318	0.236	0.220	0.179	0.150
	理论值	0.071	0.136	0.242	0.286	0.341	0.332	0.236	0.207	0.166	0.137
	相对误差	2.67%	3.20%	2.65%	2.70%	0.76%	4.19%	0.25%	6.51%	7.83%	9.35%
$\varphi(\omega)$	测量值	73.85°	62.99°	44.48°	33.04°	0.00°	-9.89°	-41.93°	-48.34°	-56.64°	-60.47°
	理论值	77.92°	66.51°	44.70°	32.76°	-0.21°	-12.86°	-46.07°	-52.66°	-60.86°	-66.21°
	相对误差	5.22%	5.29%	0.48%	0.85%	100.00%	23.12%	8.99%	8.20%	6.92%	8.67%

表 4 RC 串并联选频电路频率特性研究-实验误差

此外，考虑谐振频率、截止频率的测量误差：

谐振频率 $f_0$ 的理论值为

$$f_{0\text{理}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} = \frac{1}{2\pi \times \sqrt{2.1988\text{k}\Omega \times 2.2420\text{k}\Omega \times 0.103\mu\text{F} \times 98.4\text{nF}}} = 712.022\text{Hz}$$

相对误差为

$$\left| \frac{f_{0\text{理}} - f_0}{f_{0\text{理}}} \right| \times 100\% = \left| \frac{712.022 - 716.00}{712.022} \right| \times 100\% = 0.56\%$$

截止频率 $f_{\text{CL}}$ 、 $f_{\text{CH}}$ 的理论值分别为

$$f_{\text{CL理}} = \frac{\sqrt{(R_2 C_1 + R_1 C_1 + R_2 C_2)^2 + 4R_1 R_2 C_1 C_2} - R_2 C_1 - R_1 C_1 - R_2 C_2}{4\pi R_1 R_2 C_1 C_2} = 213.610\text{Hz}$$

$$f_{\text{CH理}} = \frac{\sqrt{(R_2 C_1 + R_1 C_1 + R_2 C_2)^2 + 4R_1 R_2 C_1 C_2} + R_2 C_1 + R_1 C_1 + R_2 C_2}{4\pi R_1 R_2 C_1 C_2} = 2373.372\text{Hz}$$

相对误差为

$$\left| \frac{f_{\text{CL理}} - f_{\text{CL}}}{f_{\text{CL理}}} \right| \times 100\% = \left| \frac{213.610 - 215.50}{213.610} \right| \times 100\% = 0.88\%$$

$$\left| \frac{f_{\text{CH理}} - f_{\text{CH}}}{f_{\text{CH理}}} \right| \times 100\% = \left| \frac{2373.372 - 2449.00}{2373.372} \right| \times 100\% = 3.19\%$$

总体上看，频率较低时， $|H(j\omega)|$ 的测量值偏小，频率较高时偏大且误差更大； $\varphi(\omega)$ 的测量值偏小且误差较大。谐振频率、截止频率的测量结果均略有偏大。造成误差的因素可能有：

测量电容和电阻时，导线老化、接触不良等原因导致 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $C_1$ 、 $C_2$ 的测量值偏大，因而计算出 $|H(j\omega)|$ 、 $f_{\text{CL}}$ 、 $f_{\text{CH}}$ 、 $f_0$ 的理论值偏小， $\varphi(\omega)$ 的理论值偏大或偏小；

信号源频率升高时，其输出电压有波动，监测该信号的实验者调整不当，导致被测网络的输入电压大于初始值，因而测得 $U_0$ 偏大。

另外，由谐振频率的测量误差较小可见，根据相位差为 0 来判断谐振频率点，准确度较高。

**思考题：**

1) 两个不同频率的正弦量，能否测量其相位差？为什么？

不能。

设两个正弦量的表达式分别为

$$A(t) = A_m \sin(\omega_1 t + \varphi_{10})$$

$$B(t) = B_m \sin(\omega_2 t + \varphi_{20})$$

则其相位之差为

$$\Delta\varphi = (\omega_1 - \omega_2)t + (\varphi_{10} - \varphi_{20})$$

当 $\omega_1 \neq \omega_2$ 时， $\Delta\varphi$ 为时间 $t$ 的函数(不恒为常数)，即当两个正弦量频率不同时，相位之差为变化量，因此不

能用一般方法测量。

若通过示波器等仪器测得 $\omega_1$ 、 $\omega_2$ ，则 $t$ 前的系数 $\omega_1 - \omega_2$ 可以确定；但 $\varphi_{10} - \varphi_{20}$ 与初始时间 $t = 0$ 的选取有关，因此 $\Delta\varphi$ 的函数式不唯一，测量 $\Delta\varphi$ 无意义。

2) 据你所知，测量频率、振幅和相位差有哪些方法？

#### 测量频率

对于满足条件的电信号，使用数字万用表(Freq 档)、示波器(Meas 功能)、频谱仪、频率计等仪器直接测量；

对于一般情况，从原理上讲，有无源测频法(谐振法、电桥法等)、有源测频法(拍频法、差频法等)、电子计数法等。

#### 测量振幅

对于满足条件的电信号，使用示波器(Meas 功能)、交流毫伏表(Vp-p 按键)等仪器测量峰峰值，计算得振幅；

对于特定波形，还可用数字万用表、交流毫伏表等仪器测量有效值，换算得振幅。

#### 测量相位差

对于满足条件的电信号，使用相位计(相位-电压转换式或相位-时间转换式)等仪器直接测量；

对于同频率正弦信号，使用示波器进行测量时，主要有时域法和李萨如图形法(不能确定符号)。

3) 根据实验结果说明选频电路的作用？

对于 RC 低通电路，由表 1 原始数据和图 5 幅频特性知，低频信号的电压放大倍数较高且趋近于 1，输入、输出信号的相位趋近相同；而高频信号的电压放大倍数较低且趋近于 0，相位差较大。其通带为 $0 \sim f_c$ 。从效果上看，该电路选取低频信号，衰减高频信号，因此起到低通滤波器的作用。对于 RC 高通电路，低频信号被衰减，高频信号顺利通过，起到高通滤波器的作用。

对于 RC 串并联选频电路，由表 3 原始数据和图 8 幅频特性知，信号频率越接近 $f_0$ ，电压放大倍数越高，输入、输出信号的相位差越小；频率在通带 $f_{CL} \sim f_{CH}$ 范围之外的信号，电压放大倍数较低且趋近于 0，相位差较大。从效果上看，该电路使接近谐振频率的信号顺利通过(相位近似不变、幅值减小的倍数最少)，衰减其他频率的信号，因此可用于选取一定频率的信号。