

自由落体法测重力加速度

PB20061372 朱云沁 2021/4/5

实验题目：

自由落体法测重力加速度

实验目的：

利用自由落体运动的公式规律，测量本地的重力加速度 g ，比较使用不同物体进行实验对实验误差的影响，并学习利用最小二乘法进行线性拟合的数据处理方法。

实验原理：

采用图表 1 所示装置进行实验。光电门1的位置固定，使得物体通过光电门1时的速度 v_0 保持不变。设光电门1与光电门2的高度差为 h ，物体通过光电门1与光电门2的时间差为 t ，根据牛顿运动定律，有

$$h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

两边同时乘 $\frac{2}{t}$ ，得

$$\frac{2h}{t} = 2v_0 + g t$$

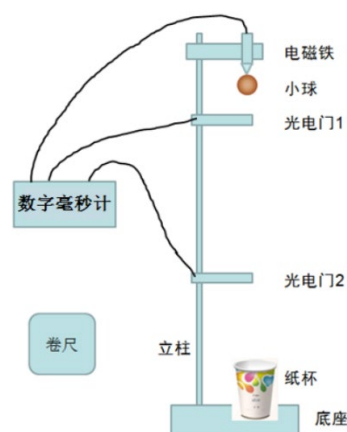
改变光电门2的位置，测出系列 h 、 t ，作出 $\frac{2h}{t} - t$ 散点图，利用最小二乘法进行线性拟合，所得直线斜率即为当地重力加速度 g 。

实验装置：

如图表 1 所示。电磁铁一旦断电，物体将做自由落体运动。电磁铁剩磁导致物体下落初始时间不准确， $\Delta_{tB} \approx 20ms$ 。光电门可上下移动，其位置用卷尺测量。数字毫秒计显示从电磁铁断电到物体分别通过光电门1、2的时间差以及物体通过两个光电门的时间差，单位为 ms 。所用物体除图中小球外，还有大球、圆柱。

实验步骤：

- 1、 调节螺栓使立柱竖直，将光电门1固定在卷尺刻度10cm处。
- 2、 将光电门2固定在卷尺刻度30cm处，打开电源，令电磁铁吸住小球，待小球平稳后，断开电源，记录数字毫秒计读数。将光电门2分别固定在卷尺刻度40cm、50cm、60cm、70cm、80cm处，重复上述过程。
- 3、 将小球分别换为大球、圆柱，重复步骤2。
- 4、 整理仪器，打乱底座平衡。
- 5、 利用线性拟合求出当地的重力加速度 g 。



图表 1 自由落体实验装置

实验数据：

物体	序号	光电门位置/cm		两光电门高度 <i>h</i> /cm	从电磁铁断电到物体通过光电门的时间差/ms		物体通过两光电门时间差 <i>t</i> /ms
		光电门 1	光电门 2		光电门 1	光电门 2	
小球	1	10.0	30.0	20.0	134.6	243.3	108.7
	2	10.0	40.0	30.0	134.5	282.1	147.6
	3	10.0	50.0	40.0	134.5	316.3	181.8
	4	10.0	60.0	50.0	134.8	347.5	212.7
	5	10.0	70.0	60.0	134.6	375.7	241.1
	6	10.0	80.0	70.0	134.3	401.6	267.3
大球	1	10.0	30.0	20.0	130.7	240.4	109.7
	2	10.0	40.0	30.0	130.7	279.7	149.0
	3	10.0	50.0	40.0	130.5	313.8	183.3
	4	10.0	60.0	50.0	130.1	344.5	214.4
	5	10.0	70.0	60.0	130.5	373.1	242.6
	6	10.0	80.0	70.0	130.2	399.2	269.0
圆柱	1	10.0	30.0	20.0	135.1	243.5	108.4
	2	10.0	40.0	30.0	135.3	282.7	147.4
	3	10.0	50.0	40.0	135.6	317.3	181.7
	4	10.0	60.0	50.0	135.4	347.7	212.3
	5	10.0	70.0	60.0	135.8	376.7	240.9
	6	10.0	80.0	70.0	135.3	402.3	267.0

图表 2 原始数据

数据处理：

根据使用小球测得的原始数据，作出 $\frac{2h}{t}-t$ 散点图并线性拟合，如图表 3 所示。

由最小二乘法计算得斜率

$$g = \frac{\overline{2h} - \frac{\overline{2h}}{\bar{t}} \cdot \bar{t}}{\frac{4\overline{h^2}}{\bar{t}^2} - \frac{\overline{2h}^2}{\bar{t}^2}} = 9.804m/s^2$$

相关系数为

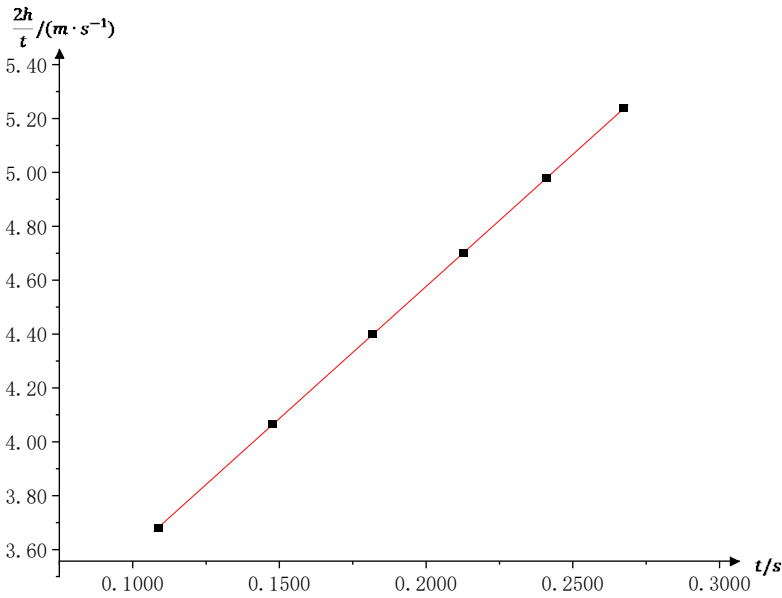
$$r = \frac{\overline{2h} - \frac{\overline{2h}}{\bar{t}} \cdot \bar{t}}{\sqrt{(\frac{4\overline{h^2}}{\bar{t}^2} - \frac{\overline{2h}^2}{\bar{t}^2})(\bar{t}^2 - \bar{t}^2)}} = 0.99999$$

斜率的标准差为

$$s_g = \sqrt{\frac{1}{r^2} - 1} \cdot g = 0.016m/s^2$$

故重力加速度的最终表达式为

$$g = (9.804 \pm 0.016)m/s^2$$



图表 3 使用小球进行实验得到的散点图及其线性拟合

根据使用大球测得的原始数据，作出 $\frac{2h}{t}-t$ 散点图并线性拟合，如图表 4 所示。

由最小二乘法计算得斜率

$$g = \frac{\overline{2h} - \frac{\overline{2h}}{\bar{t}} \cdot \bar{t}}{\frac{4\overline{h^2}}{\bar{t}^2} - \frac{\overline{2h}^2}{\bar{t}}} = 9.786 \text{m/s}^2$$

相关系数为

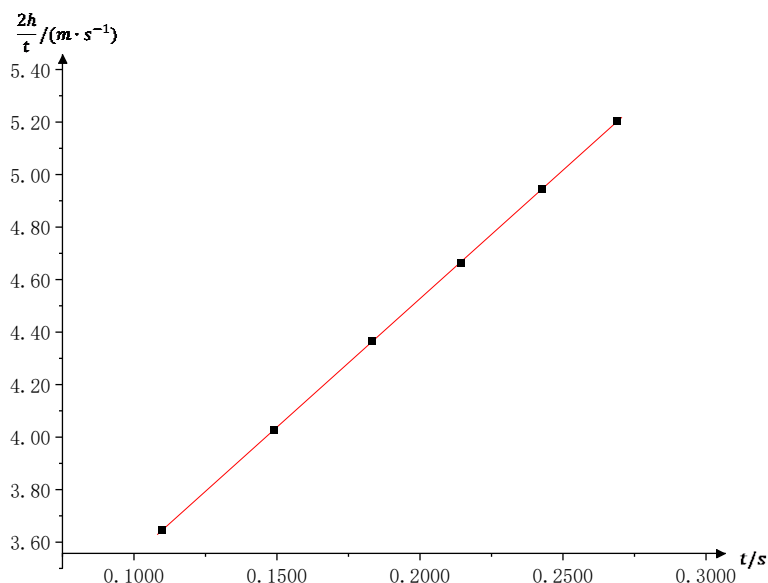
$$r = \frac{\overline{2h} - \frac{\overline{2h}}{\bar{t}} \cdot \bar{t}}{\sqrt{(\frac{4\overline{h^2}}{\bar{t}^2} - \frac{\overline{2h}^2}{\bar{t}})(\bar{t}^2 - \bar{t}^2)}} = 0.99998$$

斜率的标准差为

$$s_g = \sqrt{\frac{1}{r^2} - 1} \cdot g = 0.022 \text{m/s}^2$$

故重力加速度的最终表达式为

$$g = (9.786 \pm 0.022) \text{m/s}^2$$



图表 4 使用大球进行实验得到的散点图及其线性拟合

根据使用圆柱测得的原始数据，作出 $\frac{2h}{t}-t$ 散点图并线性拟合，如图表 5 所示。

由最小二乘法计算得斜率

$$g = \frac{\overline{2h} - \frac{\overline{2h}}{\bar{t}} \cdot \bar{t}}{\frac{4\overline{h^2}}{\bar{t}^2} - \frac{\overline{2h}^2}{\bar{t}}} = 9.787 \text{m/s}^2$$

相关系数为

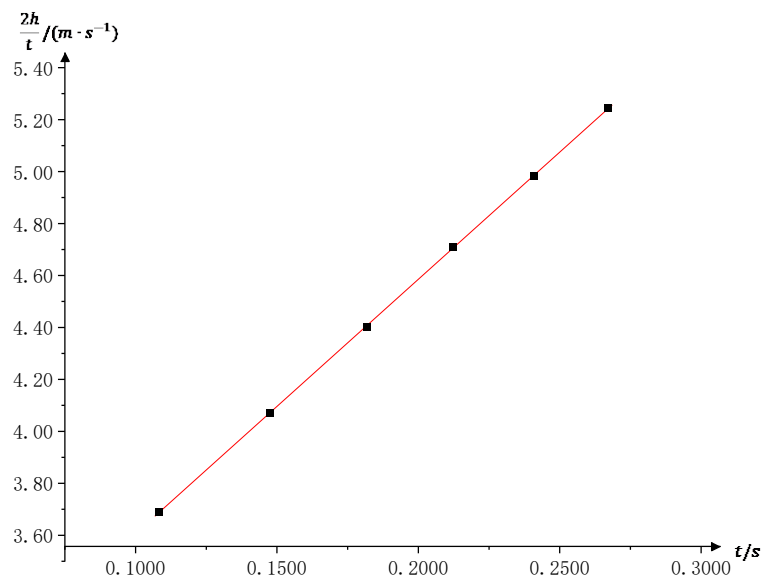
$$r = \frac{\overline{2h} - \frac{\overline{2h}}{\bar{t}} \cdot \bar{t}}{\sqrt{(\frac{4\overline{h^2}}{\bar{t}^2} - \frac{\overline{2h}^2}{\bar{t}})(\bar{t}^2 - \bar{t}^2)}} = 0.99996$$

斜率的标准差为

$$s_g = \sqrt{\frac{1}{r^2} - 1} \cdot g = 0.029 \text{m/s}^2$$

故重力加速度的最终表达式为

$$g = (9.787 \pm 0.029) \text{m/s}^2$$



图表 5 使用圆柱进行实验得到的散点图及其线性拟合