

实验四 一阶电路的研究

19 组 朱云沁 PB20061372 赵明宇 PB19061383

实验目的：

1. 测定一阶电路零输入响应和零状态响应曲线。
2. 掌握测定一阶电路零时间常数的方法。
3. 掌握利用 RC 电路实现微分、积分运算和脉冲分压电路。
4. 熟悉示波器等仪器的使用方法。

实验原理：

实验电路如图 1(a)所示，信号发生器提供图 1(b)所示的矩形脉冲信号，通过二极管的整流得到图 1(c)所示不过零的方波信号，记为 $P(t)$ ，其脉冲宽度 $t_p = \frac{T}{2}$ 。

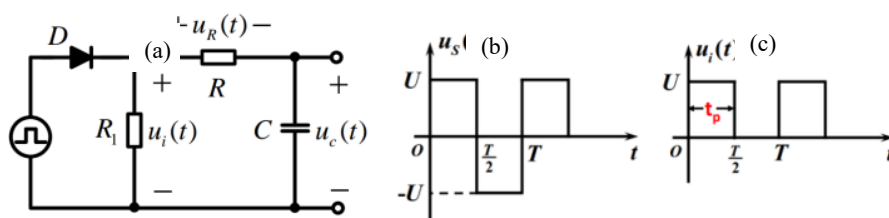


图 1 零状态响应、零输入响应实验原理 (a) 实验电路图 (b) 信号源波形 (c) 整流波形

1. 零状态响应： 电路中储能元件的原始储能为零，仅独立电源作用引起的响应。

若输入阶跃电压 $u_i(t) = U_p u(t)$ ，则解一阶电路微分方程有：

$$u_c(t) = U_p(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

当时间 $t = RC$ 时，电容电压 $u_c(t) = 0.632U_p$ 。

令 $\tau = RC$ ，称为此一阶电路时间常数。

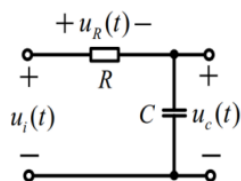
2. 零输入响应： 换路后无独立电源的电路中，仅由储能元件原始储能引起的响应。

电容的初始储能为 $U_c = \frac{T}{2} U_p$ ，则解一阶电路微分方程有：

$$u_c(t) = U_p e^{-\frac{t}{(R_1+R)C}}$$

同理，此时时间常数 $\tau = (R_1 + R)C$ ，电容电压 $u_c(t) = 0.368U_p$ 。

3. ①积分电路： 如图 2 所示。



当 $t_p \ll \tau = RC$ 时，则有： $u_R(t) \approx P(t)$

$$u_R(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_c dt \approx \frac{1}{RC} \int_0^t P(t) dt = \frac{1}{\tau} \int_0^t P(t) dt$$

即从电容上输出电压 $u_c(t)$ 为输入电压 $P(t)$ 的积分除以时间常数 τ 。

图 2 积分电路

②微分电路：如图 3 所示。

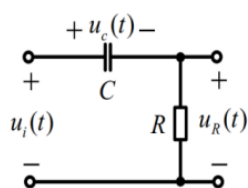


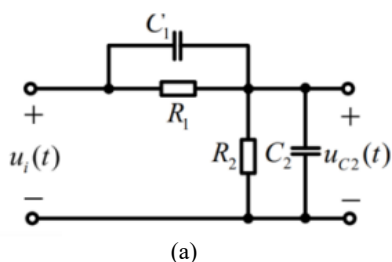
图 3 微分电路

当 $tP \gg \tau = RC$ 时，则有： $u_R(t) \approx P(t)$

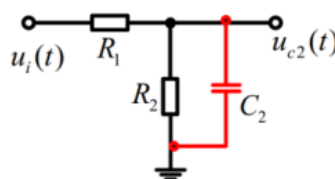
$$u_R(t) \approx RC \frac{du_c(t)}{dt} = \tau \frac{d}{dt} P(t)$$

即从电阻上输出电压 $u_R(t)$ 为输入电压 $P(t)$ 的微分形式除以时间常数 τ 。

③脉冲分压电路：



(a)



(b)

图 4 脉冲分压电路 (a) 实验电路图 (b) 输出端等效电容示意

在脉冲电路中，常常要将脉冲信号经过电阻分压后再传输到下一级，而在下一级电路中存在着各种形式的寄生电容，这就相当于在输出端接上一个等效电容 C_2 ，如图 4(b) 所示。

输出端电容 C_2 的存在使得输出电压 $U_{C2}(t)$ 需要一定的上升时间，不能紧随输入电压同步跳变，从而使输出波形的边沿变坏。为了克服这一缺点，使输出波形紧跟输入波形一起跳变，所采取的措施是在电阻 R_1 上并联一个具有合适容抗的电容 C_1 ，如图 4(a) 所示。当输入电压 U_i 突然上跳时，输出电压由 C_1 和 C_2 的分压决定。

当输入电压 U_i 突然上跳时，输出电压由 C_1 和 C_2 的分压决定。

输出电压为：

$$U_o = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_i$$

当电容充电结束后，输出电压将由 R_1 和 R_2 的分压决定。

此时输出电压为：

$$U_o' = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_i$$

当 C_1 选择合适时，输出波形的起始值 U_o 等于终止值 U_o' ，即： $C_1 R_1 = C_2 R_2$

若 C_1 太小，加速作用不足，输出波形的边沿仍不好；若 C_1 过大，加速作用过强，压倒了 C_2 的延缓作用，输出波形出现超过稳态值的尖顶过冲，如图(5)所示。

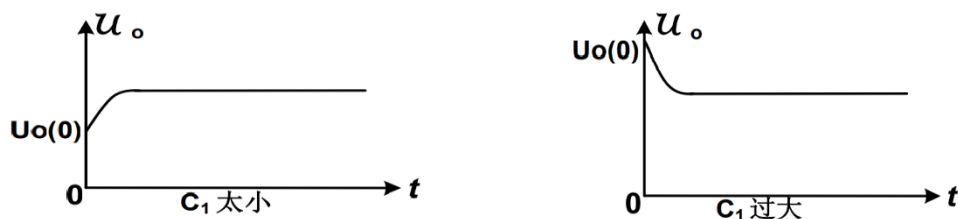


图 5 脉冲分压电路可能的输出波形

实验内容：

1. 测量 RC 一阶电路零状态响应&零输入响应曲线

实验所用电路如下：

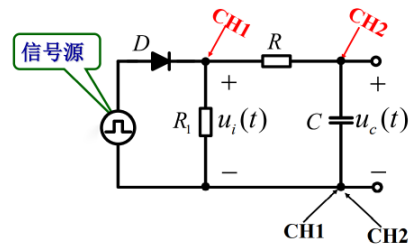


图 6 零状态响应&零输入响应-实验电路

示波器测得波形图如下：($U_p = 5V$)

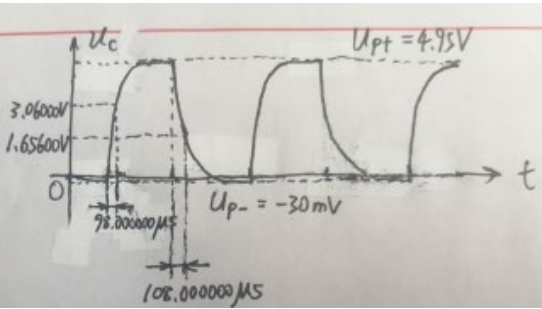


图 7 零状态响应&零输入响应-波形图

实验数据：

	$f(\text{Hz})$	$R(\text{k}\Omega)$	$R_1(\Omega)$	$C(\mu\text{F})$
标称值		1	100	0.1
测量值	500.00	0.98847	101.90	0.099

表 1 零状态响应&零输入响应-信号频率及各电阻电容的标称值与实际测量值

由表 1 中测得数据，经过计算可得 τ_1 ， τ_2 理论值：

$$\tau_1 = RC = 0.98847 \times 0.099 = 0.098\text{ms}$$

$$\tau_2 = (R + R_1)C = (0.98847 + 101.90 \times 10^{-3}) \times 0.099 = 0.108\text{ms}$$

用示波器进一步测得数据如下：

	$U_{p+}(\text{V})$	$U_{p-}(\text{mV})$	$U_{\tau_1}(\text{V})$	$U_{\tau_2}(\text{V})$
测量值	4.95	-30	3.06000	1.65600

表 2 零状态响应&零输入响应-电压峰值及 τ_1 ， τ_2 对应电压测量值

数据处理：

代入理论值，得到各测量值的理论值计算：

$$U_{\tau_1} = 0.632(U_{p+} - U_{p-}) = 3.14736\text{V}$$

$$U_{\tau_2} = 0.368(U_{p+} - U_{p-}) = 1.83624\text{V}$$

误差分析：

t取经过计算得到的 τ_1 ， τ_2 实际值时，测得 u_c 与理论值的相对误差为：

$$\delta_1 = \frac{3.14736 - 3.06000}{3.14736} \times 100\% = 2.7757\%$$

$$\delta_1 = \frac{1.83624 - 1.65600}{1.83624} \times 100\% = 9.8157\%$$

测量 RC 一阶电路零输入响应曲线的实验中，从原始数据中的波形图可以看出，信号发生器产生的方波信号并非严格的方波，因此响应曲线需要经过一段时间后才开始到达初始值，此时已经造成较大误差

2. RC 组成的积分电路

实验所用电路如下：

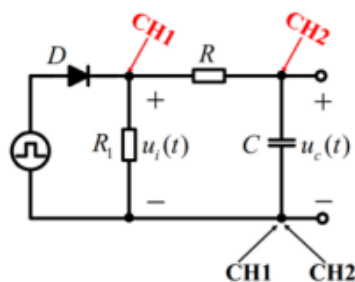


图 8 RC 积分电路-实验电路

示波器测得波形图如下：

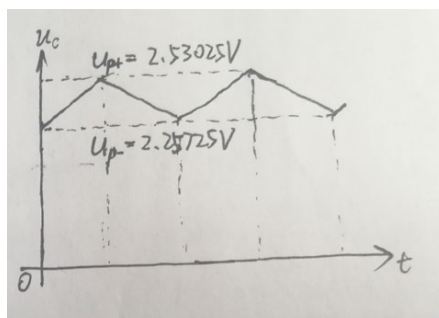


图 9 RC 积分电路-波形图

实验数据：

	$f(\text{Hz})$	$R(\text{k}\Omega)$	$R_1(\Omega)$	$C(\mu\text{F})$
标称值		51	100	0.1
测量值	1000.00	51.501	101.90	0.099

表 3 积分电路-信号频率及各电阻电容的标称值与实际测量值

由表 3 中测得的实际值经过计算可得 τ_1 ， τ_2 实际值：

$$\tau_1 \approx \tau_2 = RC = 51.501 \times 0.099 = 5.1\text{ms}$$

	$U_1(\text{V})$	$U_2(\text{V})$
测量值	2.53025	2.25725

表 4 积分电路-电压峰值测量值

数据处理：

代入理论值，得到各测量值的理论值计算：

对于积分电路，电路达到相对稳态之后，则：

对于前半周，由电路方程有：

$$RC \cdot \frac{du}{dt} + U = U_p$$

$$U(0^-) = 0$$

得方程：

$$u_c = U_p + (U_2 - U_p)e^{-\frac{t}{RC}}$$

对于后半周，由电路方程有：

$$-(R_1 + R)C \cdot \frac{du}{dt} = U$$

$$U(0^-) = U_1$$

得方程：

$$u_c = U_1 e^{-\frac{t}{(R_1+R)C}}$$

联立解得：

$$U_1 = \frac{U_p(1 - e^{-\frac{t}{RC}})}{1 - e^{-[\frac{t}{RC} + \frac{t}{(R_1+R)C}]}}$$

$$U_2 = U_1 e^{-\frac{t}{(R_1+R)C}}$$

代入理论值 $t = 0.500ms$ ， $R = 51 k\Omega$ ， $R_1 = 100\Omega$ ， $U_p = 4.99V$ ，得 U_1 ， U_2 理论值为：

$$U_1 = \frac{4.99 \times (1 - e^{-\frac{0.5}{5.1}})}{1 - e^{-[\frac{0.5}{5.1} + \frac{0.5}{5.11}]} V = 2.6195V$$

$$U_2 = 2.6195 \times e^{-\frac{0.5}{5.11}} V = 2.3754V$$

误差分析：

U_1 的相对误差为：

$$\delta_1 = \frac{2.6195 - 2.53025}{2.6195} \times 100\% = 3.4071\%$$

U_2 的相对误差为：

$$\delta_2 = \frac{2.3754 - 2.25725}{2.3754} \times 100\% = 4.9738\%$$

RC 组成的积分电路的实验中，由于电路中含有二极管电容、非理想元件等电路器件，会对测量值和测量精度造成影响，从而造成误差。

3. RC 组成的微分电路

实验所用电路如下：

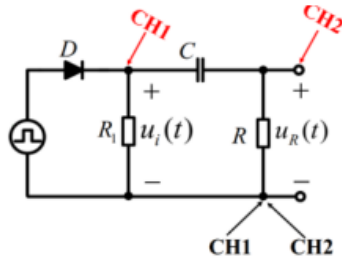


图 10 RC 微分电路-实验电路

实验测得波形图如下：($U_{ip} = 4.99V$)

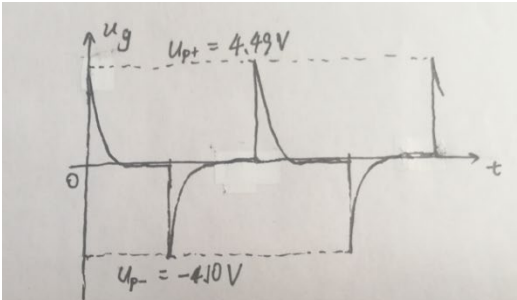


图 11 RC 微分电路-波形图

实验数据：

	$f(\text{Hz})$	$R(\Omega)$	$R_1(\Omega)$	$C(\mu\text{F})$
标称值		430	100	0.1
测量值	1000.00	431.11	101.90	0.099

表 5 微分电路-信号频率及各电阻电容的标称值与实际测量值

	$U_1(\text{V})$	$U_2(\text{V})$
测量值	4.49	-4.10

表 6 微分电路-电压峰值测量值

数据分析：

理论上，方波信号由 0 跃变到高电平或由高电平跃变到 0 时，输出的微分值将趋于无穷大，但实际中方波信号变化存在上升沿和下降沿，并不是突变的，并且没有恒定部分的输出，因此输出信号每周期有两个脉冲尖，且脉冲尖的电压大小小于等于输入电压，实验结果与理论相符。

4. 脉冲分压电路

实验所用电路如下：

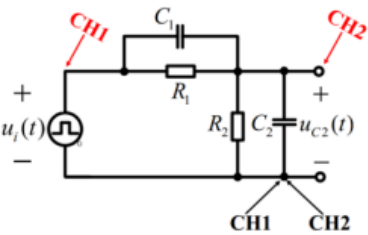


图 12 脉冲分压-实验电路

实验测得波形图如下: ($U_{ip} = 6.02V$)

1. 输入波形

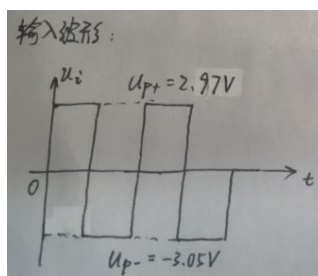


图 13 脉冲分压-输入波形图

2. 正好补偿: $R_1 = 20k\Omega$, $C_1 = 0.01\mu F$ 串联 $0.022\mu F$, $R_2 = 10k\Omega$, $C_2 = 0.02\mu F$

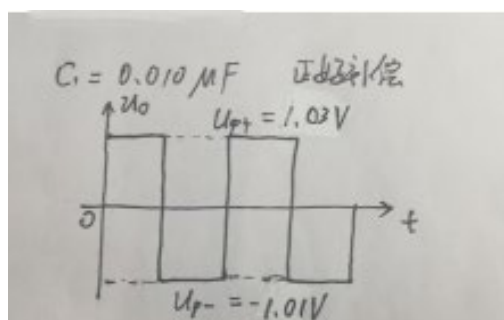


图 14 脉冲分压-正好补偿波形图

3. 欠补偿: $R_1 = 20k\Omega$, $C_1 = 0.01\mu F$ 串联 $0.022\mu F$, $R_2 = 10k\Omega$, $C_2 = 0.02\mu F$

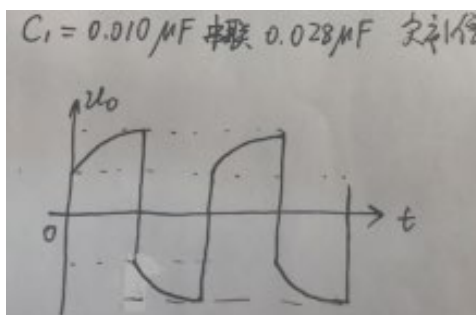


图 15 脉冲分压-欠补偿波形图

4. 过补偿: $R_1 = 20k\Omega$, $C_1 = 0.022\mu F$, $R_2 = 10k\Omega$, $C_2 = 0.02\mu F$

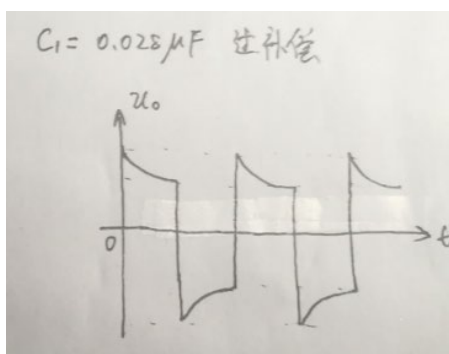


图 16 脉冲分压-过补偿波形图

实验数据:

	$f(\text{Hz})$	$R_1(\text{k}\Omega)$	$R_2(\text{k}\Omega)$	$C_1(\mu\text{F})$	$C_2(\mu\text{F})$	$C_0(\mu\text{F})$
标称值		20	10	0.1	0.2	0.022
测量值	1000.00	19.56	9.901	0.010	0.020	0.028

表 7 脉冲分压电路-信号频率及各电阻电容的标称值与实际测量值

	$U_{i1}(\text{V})$	$U_{i2}(\text{V})$	$U_{o1}(\text{V})$	$U_{o2}(\text{V})$
测量值	2.97	-3.05	1.03	-1.01

表 8 脉冲分压电路-输入电压、输出电压(正好补偿时)测量值

数据处理:

正好补偿时, 输出电压的理论值为:

$$U_{o1} = U_{C2}(\infty) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{i1} = \frac{9.901}{19.56 + 9.901} \times 2.97 = 0.998\text{V}$$

$$U_{o2} = U_{C2}(\infty) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{i2} = \frac{9.901}{19.56 + 9.901} \times (-3.05) = -1.025\text{V}$$

误差计算:

U_{o1} 的相对误差为:

$$\delta_1 = \frac{1.03 - 0.998}{0.998} \times 100\% = 3.2\%$$

U_{o2} 的相对误差为:

$$\delta_2 = \frac{1.025 - 1.01}{1.025} \times 100\% = 1.5\%$$

总体误差分析:

总体上看, 实验数据相对良好, 数据处理结果相对误差很小。较好的拟合了 RC 一阶电路零输入响应曲线, 微分电路, 积分电路的波形图, 并且或定量或定性的研究了脉冲分压电路的波形图。

测量 RC 一阶电路零输入响应曲线的实验中, 可以采取确定 τ 读取电压的方法, 也可以采取确定电压, 读取 τ 的方法。但是实际读数过程中确定电压, 读取 τ 的方法读数时误差相对更大, 故采取确定 τ , 读取电压的方法。

RC 组成的微分电路的实验中, τ_1 与 τ_2 理论上并不完全相同, 存在较小的差值, 为了获得更精确的理论值, 理论计算时并没有把两者视为相同而是各自代入理论值计算, 使得实验结果更具有可信度。

另外, 通过代入实验所用的电路器件的理论值, 经过计算得到几个实验所测各组数据的理论值, 与实际测量值做对比, 除个别数据外, 数据相对误差均控制在 5% 以内。

针对本次实验存在的微小误差, 可能导致这些误差的共性原因有:

(1) 利用示波器读数时会造成误差, 例如在脉冲分压电路判断完全补偿时, 通过观察示波器信号波形判断是否实现完全补偿, 可能会造成一定误差。

(2) 实验所用的导线也存在内阻, 且导线接头可能存在松动, 可能造成导线接线不良, 从而使得整个电路总电阻变大, 对应电阻两端的电压发生变化。

思考题:

1. (1) 零输入: 电路中, 换路后无独立电源, 仅由储能元件原始储能引起响应
(2) 零状态: 电路中, 储能元件的原始储能为零, 换路后仅独立电源作用引起响应。
(3) 全响应: 电路中, 储能元件具有一定原始储能, 且换路后仍有独立电源作用, 是零输入和零状态叠加的结果。
2. R_1 的接入是为了在二极管处于截止时给 RC 串联电路提供一个闭合回路, 使电容上的电压在放电时存在一个回路放电, 从而观察电路的零输入响应。
3. 一阶电路是指在一个电路简化后只含有一个电容或电感元件的电路, 即电路可以用一阶微分方程来描述。对于该电路:

$$\frac{U_{C1}}{R_1} + C_1 \frac{dU_{C1}}{dt} = \frac{U_{C2}}{R_2} + C_2 \frac{dU_{C2}}{dt}$$

由基尔霍夫电压方程:

$$U = U_{C1} + U_{C2}$$

联立可得方程:

$$(C_1 + C_2) \frac{dU_{C2}}{dt} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) U_{C2} = \frac{U}{R_2}$$

得到关于 U_{C2} 的一阶微分方程, 同理也可得到关于 U_{C1} 的一阶微分方程。即动态电路的阶数与描述电路的微分方程的最高阶数相等, 故虽然含有两个电容元件, 但电路仍然是一阶电路。

4. 不能用毫伏表测电压。本次实验中利用函数信号发生器产生矩形脉冲信号, 所测电压信号多为方波电压信号。而毫伏表是一种测量正弦电压有效值的测量仪器, 若要测量方波电压需要经过复杂的整流过程, 故本次实验不采用毫伏表测电压。

实验总结:

此次实验完成了对一阶电路零输入响应、微分电路、积分电路和脉冲分压电路的波形的观察, 测量了一阶电路重要的参数时间常数, 同时掌握了实现微分电路、积分电路的条件, 并且或定性或定量的研究了脉冲分压电路正好补偿, 欠补偿, 过补偿的电压输入输出信号, 达到了本次的实验目的。