清華大学 Tsinghua University

系统工程导论

开课单位：清华大学自动化系
主讲教师：胡坚明 副教授

清華大学 Tsinghua University

模块一：系统建模

定性建模方法

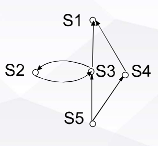
解释结构模型方法（ISM）

■本章内容
- 引言
- 解释结构建模（Interpretive Structure Modeling, ISM）
- 应用举例

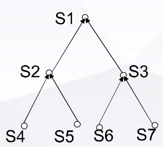
■背景
- 系统由要素构成，要素之间存在逻辑关系（支持，包含，制约等等），并可以用一定的数学模型描述
- 要了解系统中各要素之间的关系，需要建立系统的结构模型
- 补充材料：
  - http://en.wikipedia.org/wiki/Class_diagram
  - 第三章-能力数据结构化描述与建模方法分析.pdf

■结构模型
- 定义：

使用有向连接图来描述系统各要素间的关系，以表示一个作为要素集合体的系统的模型。



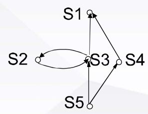
有向图



树图

■结构模型
- 基本性质：
  - 结构模型是一种几何模型。结构模型使用由节点和有向边构成的图来描述一个系统的结构。
    - ① 节点——系统要素，有向边——要素之间的关系。
    - ② “关系”可以是“影响”、“取决于”、“先于”、“需要”、“导致”等
  - 结构模型是一种以定性分析为主的模型。

■结构模型
- 基本性质：
  - 结构模型还可以用矩阵形式来描述。



有向图

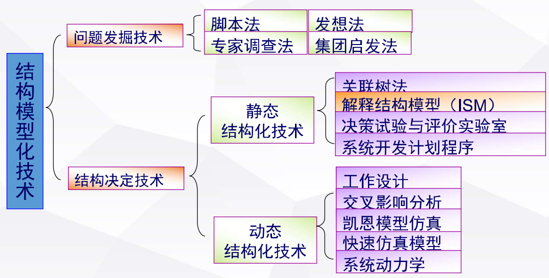
$$\begin{array}{c|ccccc} & S1 & S2 & S3 & S4 & S5 \\ \hline S1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ S3 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ S4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S5 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

矩阵表示

  - 结构模型作为对系统进行描述的形式，处在数学模型和逻辑分析两种形式之间。因此，可用于处理宏观或微观，定性或定量，抽象或具体的有关问题

■结构模型化技术
- 结构模型化技术是指建立结构模型的方法论。
- 几种描述：
  - John Warfield(1974)：结构模型法是“在仔细定义的模型中，使用图形和文字来描述一个复杂事件（系统或研究领域）的结构的一种方法论。”
  - Mick Mclean & P. Shephed (1976)：结构模型“着重于一个模型组成部分的选择和清楚地表示出各组成部分间的相互作用。”
  - Dennis Cearlock (1977)：结构模型强调“确定变量之间是否有联结以及其连接的相对重要性，而不是建立严格的数学关系以及精确地确定其系数。”

■结构模型化技术



■解释结构模型法（ISM）
- 基本解释结构模型法概述
- ISM解决的问题及问题定义
- 有向图的矩阵表示
- 有向图的可达矩阵
- 基于可达矩阵对变量做层次划分
- 分块确定骨架图

■ISM方法

- ISM是美国John Warfield教授于1973年开发的
- 主要功能：分析复杂的社会经济系统
- 特点：把复杂的系统分解为若干子系统(要素)，利用人们的实践经验和知识，以及计算机的帮助，最终将系统构造成一个多级递阶的结构模型。
- 可以把模糊不清的思想、看法转化为直观的具有良好结构关系的模型。

■图的基本概念

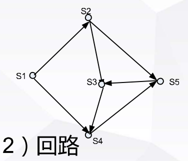
- 瑞士数学家欧拉（Euler）于1736年发表首篇图论方面的论文。
- 图论已被广泛应用于运筹学、管理科学、系统工程等领域

（1）有向连接图

- 指由若干节点和有向边连接而成的图形。
- 节点的集合是S，有向边的集合为E，则可以将有向连接图表示为：

■图的基本概念

（1）有向连接图



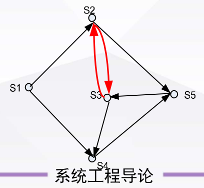
$G=\{S,E\}$

$S=\{S_i|i=1,2,3,4,5\}$

$E=\{[S_1,S_2],[S_1,S_4],[S_2,S_3],\dots,[S_5,S_3]\}$

（2）回路

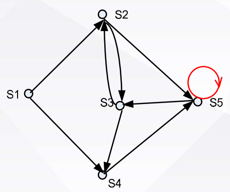
- 在有向连接图的两个节点之间的边多于一条时，则该两节点的边构成回路。



■图的基本概念

（3）环

- 某节点的有向边直接与该节点相连接，则构成环。



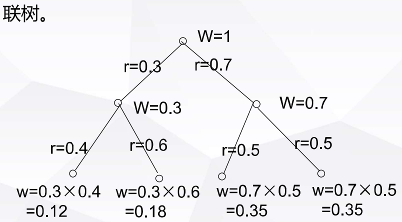
（4）树

- 在图论中，树（Tree）是一种无向图（undirected graph），其中任意两个顶点间存在唯一一条路径。或者说，只要没有回路的连通图就是树。

■图的基本概念

（5）关联树

- 在节点上带有加权值 W，而在边上有关联值 r 的树称作关联树。



■图的矩阵表示法

（1）邻接矩阵(adjacency matrix)

- 这是图的基本的矩阵表示，它用来描述图中各节点两两之间的关系。邻接矩阵 A 的元素a_{ij}定义为：

$$a_{ij}=\begin{cases}1 & S_i \mathbf{R} S_j \quad \mathbf{R}\text{表示 } S_i \text{与} S_j \text{有关系}\\ 0 & S_i \bar{\mathbf{R}} S_j \quad \bar{\mathbf{R}}\text{表示 } S_i \text{与} S_j \text{没有关系}\end{cases}$$

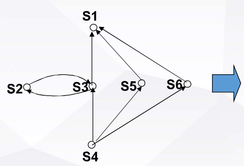
■图的矩阵表示法

（1）邻接矩阵(adjacency matrix)

- 矩阵 A 的元素全为零的行所对应的节点称为汇点，即只有有向边进入而没有离开该节点。如S1。
- 矩阵 A 的元素全为零的列所对应的节点称为源点，即只有有向边离开而没有进入该节点。如S4。
- 对应每一节点的行中，其元素值为1的数量，就是离开该节点的有向边数。
- 对应每一节点的列中，其元素值为1的数量，就是进入该节点的有向边数。

■图的矩阵表示法

（1）邻接矩阵(adjacency matrix)



$$\mathbf{A}=[a_{ij}]_{6\times6}=\begin{array}{c} \\ S_1\\ S_2\\ S_3\\ S_4\\ S_5\\ S_6\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6\end{array}\\ \begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&1&1\\1&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0\end{bmatrix}\end{array}$$

■图的矩阵表示法

（2）可达矩阵(reachability matrix)

- 是指用矩阵形式来描述有向连接图各节点之间，经过一定长度的通路后可以到达的程度。
- 可达矩阵具有推移律特性

即：当 S_i 经过长度为 1 的通路直达S_k，而 S_k 经过长度为 1 的通路直达 S_j，那么，S_i 经过长度为 2的通路必可到达 S_j。

■问题实例

例1：建立系统工程问题的目标体系

和基本目的有关的具体目标可能很多

目标1　目标2　目标3　目标4

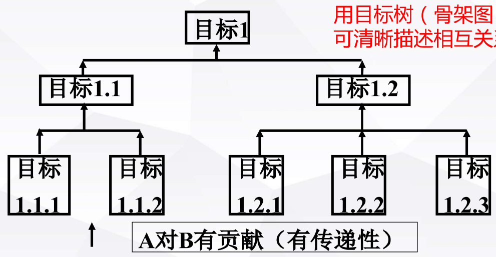
目标5　目标6　目标7　目标8

某些目标对其它目标有贡献

■问题实例

例1：建立系统工程问题的目标体系

用目标树（骨架图）可清晰描述相互关系



■问题实例

例2：制定人口控制综合策略模型

影响人口增长的因素很多，经专家小组讨论，确定以下因素：

（1）社会保障（2）老年服务（3）生育欲望

（4）平均寿命（5）医疗保健水平（6）生育能力

（7）计划生育政策（8）社会思想习惯

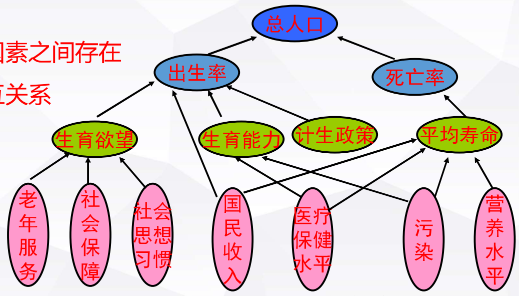
（9）营养水平（10）污染（11）国民收入

（12）出生率（13）死亡率（14）总人口

各因素直接存在什么关系？什么结构？

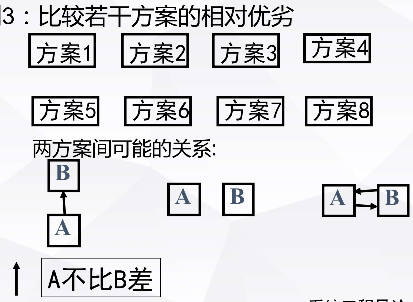
■问题实例

各因素之间存在相互关系



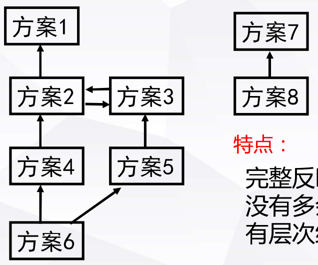
■问题实例

例3：比较若干方案的相对优劣



■问题实例

可能的骨架图

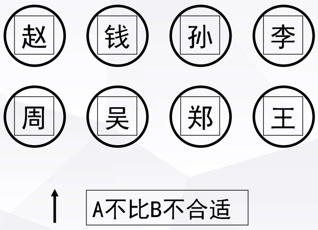


特点：

完整反映全部关系
没有多余箭头
有层次结构

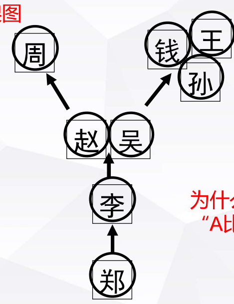
■问题实例

例4：挑选合适人选



■问题实例

可能的骨架图



为什么不把关系定义为“A比B合适”？

■ISM问题一般提法

给定： 一组变量

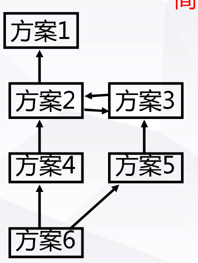
一种满足传递性的有向关系

要求：确定完全表示其相互关系的骨架图

该方法并不涉及如何具体确定两个变量间的关系，只是辅助确定并清晰地表示所有变量间的关系。

■ISM问题一般提法

辅助作用： 将全面分析变量间的关系简化成两两比较变量间的关系

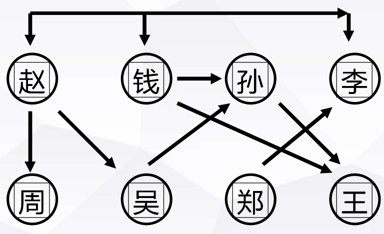


只比较方案3和6可能看不出6不比3差，但所有变量两两比较后可以推导出6不比3差（由于传递性）

最大限度地减轻了方案比较的工作量

■ISM问题一般提法

对候选人问题两两比较得到以下结果：



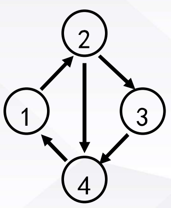
在此基础上如何获得骨架图？

■**思考题**

- 下列哪些项目的运动员不适宜用解释性结构建模方法来排序？
  - ① 乒乓球
  - ② 跑步
  - ③ 跳高
  - ④ 举重
  - ⑤ 围棋

■**确定骨架图的步骤**

- 确定邻接矩阵
- 计算可达矩阵
- 做层次划分
- 确定骨架图



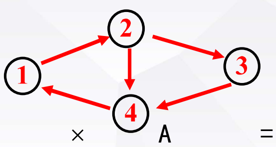
图

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & & & & \\ 2 & & & & \\ 3 & & & & \\ 4 & & & & \end{array}\qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

邻接矩阵

邻接矩阵运算规则

矩阵运算	+	逻辑乘（取小）	+	逻辑加（取大）
矩阵乘		$1\times1=1$		$1+1=1$
矩阵加		$1\times0=0$		$1+0=1$
		$0\times1=0$		$0+1=1$
A + A = ？		$0\times0=0$		$0+0=0$

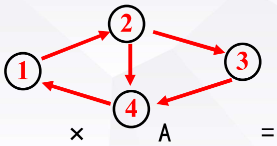


A × A = A²

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A^2的元素为1，相应变量间有二次通道

A^2的元素为0，相应变量间无二次通道



A² × A = A³

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

A^3的元素为1，相应变量间有三次通道

A^3的元素为0，相应变量间无三次通道

结论

A^k的元素为1，在相应元素间有k次通路

A^k的元素为0，在相应元素间无k次通路

问题

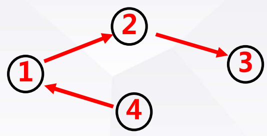
k不断增加，A^k会怎样？

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\qquad A^2=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

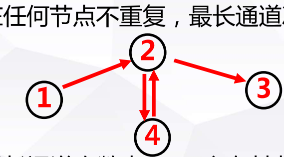
$$A^3=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}\qquad A^4=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A^4的非对角线上没有首次为1的元素

原因



若在任何节点不重复，最长通道次数为3



若最长通道次数大于3，必在某节点有进出抵消，此时必有比该次数至少少2次的通道

结论　n个变量的邻接矩阵A，当k大于或等于n后，A^k的非对角线上不会有首次为1的元素。

所以　n个变量的有向图，若两个变量间没有1, 2, ..., n-1次通道, 它们之间就不会有通道。

所以　研究变量间有无通道，只需看

$$A,\ A^2,\cdots,\ A^{n-1}$$

■**有向图的可达矩阵R**

$$I=\begin{bmatrix}1 & & & \\ & 1 & & 0 \\ & & 1 & \\ 0 & & & 1\end{bmatrix}$$

$$R=I+A+A^2+\cdots+A^{n-1}$$

只要变量间存在通道，R 的相应元素为 1

若变量间不存在通道，R 的相应元素为 0

■**有向图的可达矩阵R**

因为 $(I+A)^2=(I+A)\times(I+A)$

$=I+A+A+A^2=I+A+A^2$

$(I+A)^3=(I+A)^2\times(I+A)$

$=(I+A+A^2)\times(I+A)$

$=I+A+A^2+A+A^2+A^3$

$=I+A+A^2+A^3$

所以 $R=(I+A)^{n-1}$

■**有向图的可达矩阵R**

如果有$m<n$-1满足

$$(I+A)^m=(I+A)^{m+1}$$

则： $R=(I+A)^m$

因为 $(I+A)^m=(I+A)^{m+1}=(I+A)^m(I+A)$

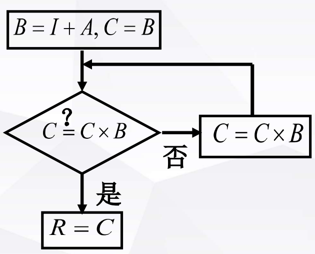
$=(I+A)^{m+1}(I+A)=(I+A)^{m+2}$

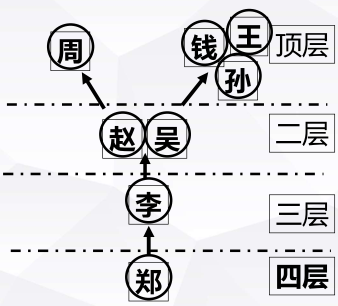
$=\cdots=(I+A)^{n-1}$

所以 $R=(I+A)^m$

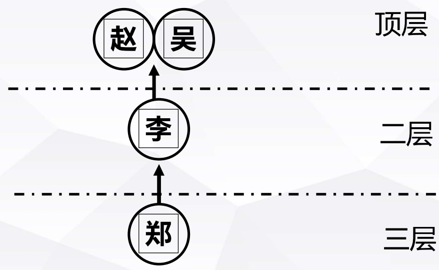
■**有向图的可达矩阵R**

计算可达矩阵





去掉原来的顶层



依次可得

再利用以下规则就可确定骨架图

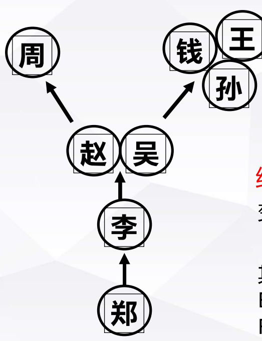
（1）同层变量或者互通或者不通
（根据可达矩阵判断）

（2）每层变量仅指向相邻的上层变量
（根据可达矩阵判断）

（3）每层变量不指向下层变量

求骨架图 $\Longleftrightarrow$ 反复求顶层变量

如何求顶层变量？



顶层变量特征

（1）不达到其他变量；

（2）如能达到某个变量，则该变量也能达到它。

结论

变量 i 是顶层变量当且仅当其满足

$$E(i)\subset F(i)$$

其中

E(i)表示变量 i 能达到的变量的集合

F(i)表示能达到变量 i 的变量的集合

例5：由可达矩阵求骨架图

$$\begin{array}{c|c}
 & \begin{matrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8\end{matrix} \\
\begin{matrix}1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\end{matrix} & \begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}
\end{array}$$

否

E(1)={1,2,3,5,6,8} F(1)={1,4,6,7}

解释性结构建模——层次划分

$$
\begin{array}{c|cccccccc|c}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & \\
\hline
1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 否\\
2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 是\\
3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \\
4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & \\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \\
6 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & \\
7 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \\
8 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 &
\end{array}
$$

E(2)={2,3,8}　F(2)={1,2,3,4,6,7,8}

解释性结构建模——层次划分

$$
\begin{array}{c|cccc|c}
 & 1 & 4 & 6 & 7 & \\
\hline
1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 是\\
4 & 1 & 1 & 1 & 0 & \\
6 & 1 & 0 & 1 & 0 & \\
7 & 1 & 1 & 1 & 1 &
\end{array}
$$

E(1)={1,6}　F(1)={1,4,6,7}

解释性结构建模——层次划分

$$
\begin{array}{c|cccccccc|c}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & \\
\hline
1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 否\\
2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 是\\
3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 是\\
4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & \\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \\
6 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & \\
7 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \\
8 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 &
\end{array}
$$

E(3)={2,3,8}　F(3)={1,2,3,4,6,7,8}

解释性结构建模——层次划分

$$
\begin{array}{c|cccc|c}
 & 1 & 4 & 6 & 7 & \\
\hline
1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 是\\
4 & 1 & 1 & 1 & 0 & 否\\
6 & 1 & 0 & 1 & 0 & \\
7 & 1 & 1 & 1 & 1 &
\end{array}
$$

E(4)={1,4,6}　F(4)={4,7}

解释性结构建模——层次划分

$$
\begin{array}{c|cccccccc|c}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & \\
\hline
1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 否\\
2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 是\\
3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 是\\
4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 否\\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \\
6 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & \\
7 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \\
8 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 &
\end{array}
$$

E(4)={1,2,3,4,5,6,8}　F(4)={4,7}

解释性结构建模——层次划分

$$
\begin{array}{c|cccc|c}
 & 1 & 4 & 6 & 7 & \\
\hline
1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 是\\
4 & 1 & 1 & 1 & 0 & 否\\
6 & 1 & 0 & 1 & 0 & 是\\
7 & 1 & 1 & 1 & 1 & 否
\end{array}
$$

解释性结构建模——层次划分

$$
\begin{array}{c|cccccccc|c}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & \\
\hline
1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 否\\
2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 是\\
3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 是\\
4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 否\\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 是\\
6 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 否\\
7 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 否\\
8 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 是
\end{array}
$$

解释性结构建模——层次划分

2　3　5　8　顶层

1　6　二层

4　三层

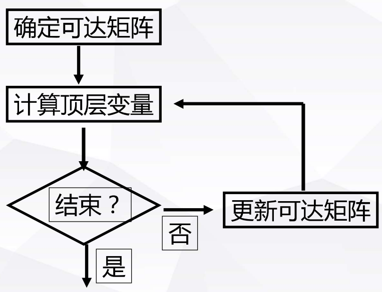
7　四层

解释性结构建模——层次划分

$$
\begin{array}{c|cccccccc|c}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & \\
\hline
1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 否\\
2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 是\\
3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 是\\
4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 否\\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 是\\
6 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 否\\
7 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 否\\
8 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 是
\end{array}
$$

解释性结构建模——层次划分

通过计算顶层变量进行层次划分



■**基本步骤**

① 选择参考变量

② 将所有变量逐个和参考变量比较

③ 考虑间接影响

④ 对所有变量分类

⑤ 以分析方法确定骨架图

例6：建立17个目标的结构模型

变量：17个目标项目 1 ... 17

关系：A不比B差 →

任务: 确定项目相对优劣 求骨架图

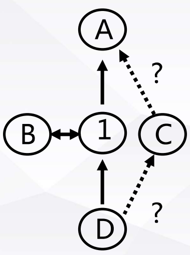
第一步：选择项目1为参考变量

第二步：将其它项目和项目1比较

1 ←?→ k

>	1 → k	A(1)={6,7,8,9}
×	1 ↔ k	B(1)={2,3,4,5}
o	1 k	C(1)={10,11,12,13}
<	1 ← k	D(1)={14,15,16,17}

第三步：确定可达矩阵的部分元素



$$
\begin{array}{c|c}
\begin{matrix} A & B & 1 & C & D \end{matrix} & \\
\begin{bmatrix} M_{AA} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ M_{CA} & 0 & 0 & M_{CC} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & M_{DC} & M_{DD} \end{bmatrix} & \begin{matrix} A \\ B \\ 1 \\ C \\ D \end{matrix}
\end{array}
$$

第四步：确定对角块 M_{AA}, M_{CC}, M_{DD}

(1) 确定 M_{AA}

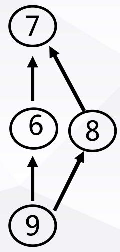
选择项目6作参考变量，将其和项目7, 8, 9比较，得到

$$
M_{AA} = \begin{array}{c|c}
\begin{matrix} 7 & 6 & 8 & 9 \end{matrix} & \\
\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ M_{87} & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & M_{98} & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 7 \\ 6 \\ 8 \\ 9 \end{matrix}
\end{array}
$$

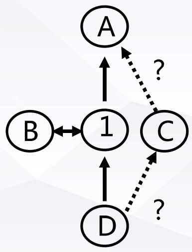
$A_A(6)$={7},
$B_A(6)$={ }
$C_A(6)$={8},
$D_A(6)$={9}

最后，将项目8和项目7比较，将项目9和项目8比较，得到

$$
M_{AA} = \begin{array}{c|c}
\begin{matrix} 7 & 6 & 8 & 9 \end{matrix} & \\
\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 7 \\ 6 \\ 8 \\ 9 \end{matrix}
\end{array}
$$

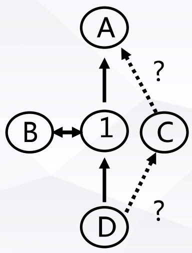


（2）确定 M_{CC}



$$
\begin{array}{c|c}
\begin{matrix} A & B & 1 & C & D \end{matrix} & \\
\begin{bmatrix} M_{AA} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ M_{CA} & 0 & 0 & M_{CC} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & M_{DC} & M_{DD} \end{bmatrix} & \begin{matrix} A \\ B \\ 1 \\ C \\ D \end{matrix}
\end{array}
$$

（3）确定 M_{DD}

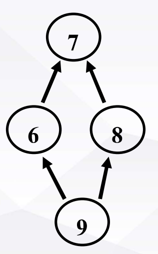


$$
\begin{array}{c|c}
\begin{matrix} A & B & 1 & C & D \end{matrix} & \\
\begin{bmatrix} M_{AA} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ M_{CA} & 0 & 0 & M_{CC} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & M_{DC} & M_{DD} \end{bmatrix} & \begin{matrix} A \\ B \\ 1 \\ C \\ D \end{matrix}
\end{array}
$$

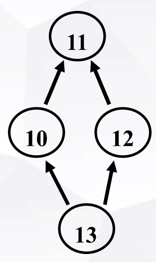
（3）确定 M_{DD}

$$
M_{DD} = \begin{array}{c|c}
\begin{matrix} 15 & 14 & 16 & 17 \end{matrix} & \\
\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 15 \\ 14 \\ 16 \\ 17 \end{matrix}
\end{array}
$$

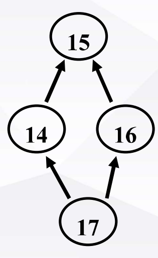
得到M_{AA}, M_{CC}, M_{DD} 的骨架图



M_{AA}

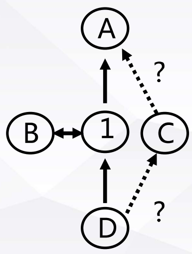


M_{CC}



M_{DD}

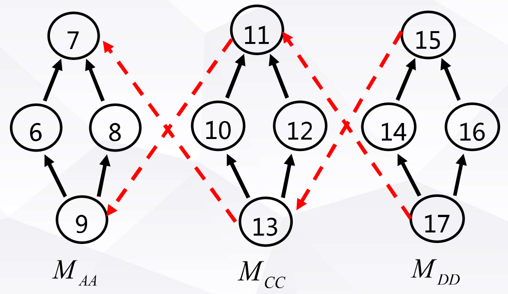
第五步：确定非对角块 M_{CA}, M_{DC}

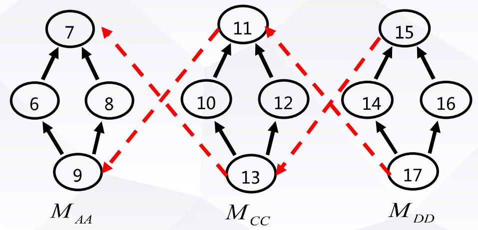


$$\begin{array}{c} \\ \end{array}\begin{array}{ccccc} A & B & 1 & C & D \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} \begin{bmatrix} M_{AA} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ M_{CA} & 0 & 0 & M_{CC} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & M_{DC} & M_{DD} \end{bmatrix} & \begin{matrix} A \\ B \\ 1 \\ C \\ D \end{matrix} \end{array}$$

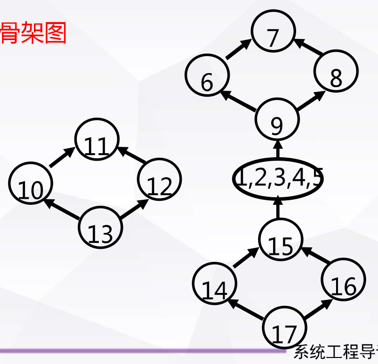
先比较11和9，13和7，15和13或17和11有效





如果11不比9差，则不需比较其他C和A中方案。
如果13与7无关，则也不需比较C和A中方案。
这是最理想的情况。

最终获得骨架图



同时获得可达矩阵

$$\begin{array}{c|ccccc} & A(1) & B(1) & 1 & C(1) & D(1) \\ \hline A(1) & M_{AA} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B(1) & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ C(1) & M_{CA} & 0 & 0 & M_{CC} & 0 \\ D(1) & 1 & 1 & 1 & M_{DC} & M_{DD} \end{array}$$

某系统有9个变量。已知：
① 从x(5)只能达到x(3)和x(7)，而能达到x(5)的只有x(2)、x(6)、x(7)和x(9)；
② 从x(6)只能达到x(3)、x(5)和x(7)，能达到x(6)的只有x(2)；
③ 从x(1)只能达到x(3)，能达到x(1)的只有x(4)和x(8)。
请确定系统的骨架图。如果信息不够，可以自己补充。

A(5)={3}	A(6)={3,5,7}	A(1)={3}
B(5)={7}	B(6)={ }	B(1)={ }
C(5)={1,4,8}	C(6)={1,4,8,9}	C(1)={2,5,6,7,9}
D(5)={2,6,9}	D(6)={2}	D(1)={4,8}

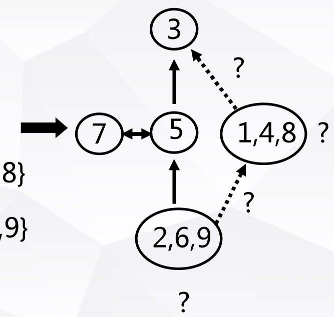
解：

A(5)={3}

B(5)={7}

C(5)={1,4,8}

D(5)={2,6,9}

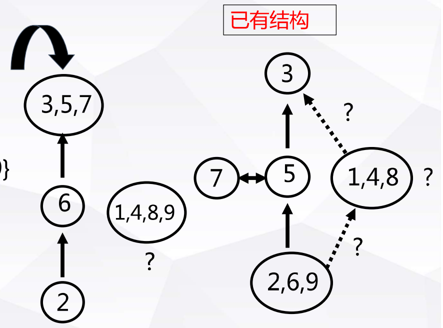


A(6)={3,5,7}

B(6)={ }

C(6)={1,4,8,9}

D(6)={2}

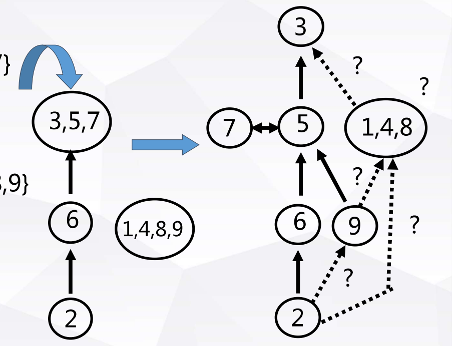


A(6)={3,5,7}

B(6)={ }

C(6)={1,4,8,9}

D(6)={2}

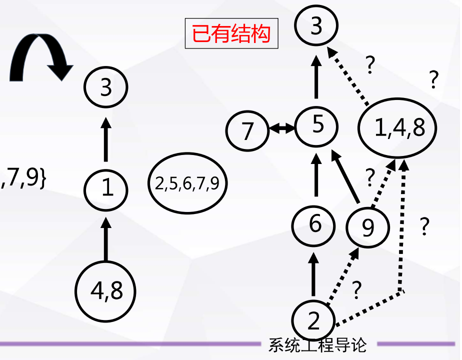


A(1)={3}

B(1)={ }

C(1)={2,5,6,7,9}

D(1)={4,8}

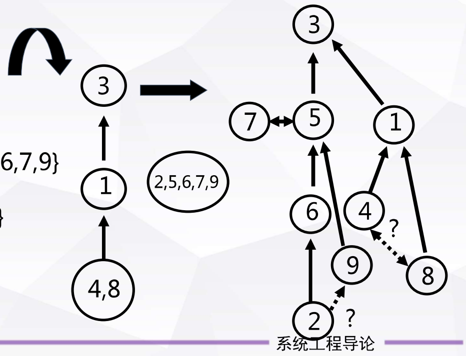


A(1)={3}

B(1)={ }

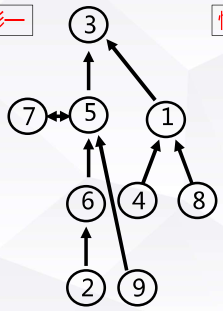
C(1)={2,5,6,7,9}

D(1)={4,8}



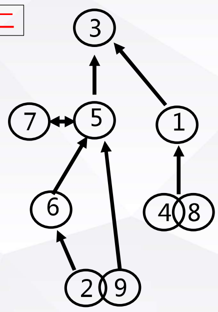
解释性结构建模——应用举例

情形一



都不可达

情形二



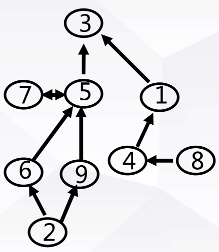
都可达

系统工程导论

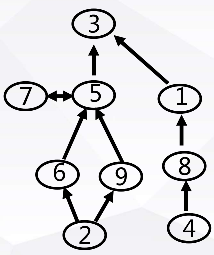
解释性结构建模——应用举例

对2和9、4和8 再做补充假设，分多种情形。

其中两种情形举例



（1）2达9，8达4
反之不可达



（2）2达9，4达8
反之不可达

系统工程导论