

# 2023 年中国地质大学（武汉）数学建模培训模拟竞赛题目

(请先阅读“全国大学生数学建模竞赛论文格式规范”)

## B 题 无人机定点投放问题

随着科学技术的不断发展，无人机在许多领域都有着广泛的应用。对于空中执行定点投放任务的无人机，其投放精度不仅依赖于无人机的操作技术，而且还与无人机执行任务时所处状态和环境有关，例如在接近投放点时无人机的高度、速度，无人机所处位置的风速、投放点周围地理环境等因素。在本题中仅考虑喷气式无人机，请查阅相关资料，研究以下问题：

**问题 1：** 假设无人机以平行于水平面的方式飞行，在空中投放物资（物资为球形，半径 20cm，重量 50kg）到达地面指定位置。

(1) 建立数学模型，给出无人机投放距离（投放物资时无人机与地面物资指定落地点之间的直线距离）与无人机飞行高度、飞行速度、空气阻力等之间的关系。

(2) 假设无人机的飞行高度为 300m，飞行速度为 300km/h，风速为 5m/s，风向与水平面平行。建立数学模型，分别给出无人机飞行方向与风向相同（夹角为 0 度）、相反（夹角为 180 度）、垂直（夹角为 90 度）情况下无人机的投放距离。

**问题 2：** 无人机不仅能定点投放物资，而且还可以通过安装在无人机前端的发射筒发射爆炸物疏通河道。其大致过程是：无人机首先水平飞行接近障碍物所处区域，然后俯冲找准时机发射爆炸物，发射结束后无人机随即拉升飞走。现有一处河流被冰块堆积阻断，需要用无人机发射爆炸物（爆炸物为球形，半径 8cm，重量 5kg）对目标进行爆破。假设无人机的初始点到目标的水平距离为 10000m。受环境影响，无人机必须俯冲发射，并且发射方向与无人机的飞行方向一致。

(1) 建立数学模型，给出无人机发射距离（发射点与目标的直线距离）与无人机的飞行高度、飞行速度、俯冲角度及发射速度等因素之间的关系。

(2) 假设风速为 6m/s，无人机接近目标时的飞行高度为 800m、飞行速度为 300km/h，爆炸物的发射速度为 600km/h（相对于无人机的速度）。要求发射爆炸物时无人机与目标的距离在 1000 m-3000 m 之间，且无人机的高度不低于

300m，请给出无人机击中目标的发射策略。

**问题 3：**无人机发射爆炸物命中目标的精度与无人机飞行的稳定性有很大关系。相同条件下，无人机发射爆炸物时越稳定，命中目标的精度越高。开始俯冲后，无人机操控员需要不断调整无人机的飞行姿态以修正风向、风速对无人机的影响。

(1) 在飞行速度、发射速度一定的情况下，综合考虑各种因素，建立数学模型，量化无人机飞行的稳定性，给出稳定性与命中精度之间的关系，并利用数值仿真等方法对无人机的稳定性进行分析验证。

(2) 假设风速为 6m/s，无人机的飞行速度范围为 300 km/h -400 km/h，爆炸物的发射速度为 500km/h（相对于无人机的速度）。无人机在 800m 高度开始俯冲，初始俯冲角度为  $45^\circ$ ，发射爆炸物时的飞行高度不低于 300m，请给出为尽量保持无人机稳定而采取的飞行姿态最优调整策略。