

# 高压油管压力控制

## 摘要

研究燃机内燃油的压力控制，是一项经久不衰的研究方向，其对燃机内壁材料的选择有非常重要的指导性意义。

针对**问题一**，首先，根据附件 3 得到弹性模量和压力的关系，然后根据燃油压力变量和密度变化量的关系，得到高压油管内压力变化量与进出高压油管流量之间的数学模型（见公式（12））。最后利用所建数学模型，通过差分法得到不同高压油管内燃油压力稳定情形下，单向阀每次开启的时长。具体结果为：（1）高压油管内燃油压力稳定在 100Mpa 时，在一个工作周期 100 毫秒中单向阀开启时间为 0.28ms；（2）经过 2s、5s 和 10s 调整过程后高压油管内燃油压力稳定在 150Mpa 时，单向阀开启时间分别为：0.82ms、0.66ms 和 0.65ms。

针对**问题二**，与问题一不同的是，高压油泵提供的压力由恒定压力变为由凸轮带动的变压力，同时喷油嘴油量由针阀升程控制。首先，根据凸轮转动引起柱塞腔内体积变化的方程得到凸轮角速度与高压油泵内压强变化的数学模型，从而得到油管 A 处燃油量数学表达式。然后，通过喷油嘴中针阀的升程与问题一喷油嘴流量关系建立喷油嘴流量数学表达式。最后利用燃油压力变化量与密度变量的关系，得到高压油管内压力变化的数学模型（见公式（22））。最后对数学模型采用有限差分法进行求解，同时对凸轮角速度采用定步长离散搜索，最终得到在所给条件下，凸轮的角速度为 0.0269rad/ms。

针对**问题三**，与问题二不同的是，在高压油管上增加喷油嘴或安放单向减压阀。为此，我们需要对问题二所建数学模型考虑增加喷油嘴的流量表达式或增加因加压阀引起的流量泄露表达式。在不同情形下，分别建立了高压油管内压力随时间变化的数学模型（见公式（35）和公式（43））。具体控制方案：（1）对增加一个喷油嘴的情形下，利用差分法进行求解，同时对凸轮角速度和喷油嘴每秒工作次数采用定步长离散搜索得到了最佳策略为：喷油嘴喷油频率为 10Hz，凸轮最佳角速度为 0.0341rad/ms；（2）对增加一个喷油嘴和一个减压阀的情形下，假定减压阀能瞬间将燃油放出，可以得到高压油泵和加压阀的控制方案为对于任意给定凸轮角速度都有一对应减压阀和高压油泵的工作策略图，我们取凸轮角速度为 0.157rad/ms 时，可以得到对应减压阀和高压油泵的工作策略图（图 12）。

本文综合根据高压油泵、高压油管及喷油嘴系统的物理结构，差分法，迭代法，区间搜索法，结合 MATLAB，SBSS，Excel，对喷油嘴与高压油泵的控制方案进行了多角度分析。为验证模型的稳定性，对问题一中高压油泵与高压油管连接处小孔的半径进行扰动，求出扰动时高压油泵一个工作周期的时长，与问题一中答案进行对比。本文最后对所建模型进行了客观的评价，并提出改进意见。

**关键词：**燃油压力控制 差分法 迭代法 区间搜索法

# 一、问题重述

## 1.1 背景

在各种内燃机中，燃油的压缩和燃油喷射系统都是至关重要的。如何控制内燃机高压油泵中燃油进入高压油管的流量与泵入燃油的时间及时间间隔是生活中极具实际价值的问题。

## 1.2 需要解决的问题

(1) 已知高压油泵的工作压力恒为 $160\text{Mpa}$ ，供油入口处小孔直径为 $1.4\text{mm}$ ，单向阀每次打开后需关闭 $10\text{ms}$ ，高压油管内腔长度为 $500\text{mm}$ ，内直径为 $10\text{mm}$ ，管内初始压力大小为 $100\text{Mpa}$ ，及喷油嘴喷油速率随时间变化的函数和高压油泵的工作时间间隔 $10\text{ms}$ 。要求求出使高压油管内压力尽可能稳定为 $100\text{Mpa}$ 时高压油泵中单向阀单次开启时间，并求出分别通过 $2\text{s}$ ， $5\text{s}$ 和 $10\text{s}$ 的调整，使高压油管内压力到达并保持在 $150\text{Mpa}$ 时高压油泵单次工作时间。

(2) 在问题一的条件下，给出凸轮边缘曲线（附件 1）和针阀的运动曲线（附件 2），及柱塞腔和喷油嘴工作原理。求高压油管内压力尽量保持在 $100\text{Mpa}$ 时，凸轮的角速度。

(3) 在问题二的条件下，首先在高压油管中再次增加一个用针阀控制的喷油嘴。求出在尽可能让高压油管的压力保持在 $100\text{Mpa}$ 时，如何调整喷油和供油策略。再整加一个减压阀，使得当高压油管中压力过高时将一部分燃油压回邮箱中。讨论如何通过调整高压油泵和减压阀控制方案，使得高压油管的压力保持在 $100\text{Mpa}$ 。

# 二、模型假设

(1) 假设喷油嘴和高压油泵是同时开启。

(2) 问题三中两喷油嘴是同时开启，两喷油嘴完全一样。

(3) 问题中不考虑设备漏油，气密性，燃油中气泡，蒸发等问题，题目中装置和燃油都是理想的。

### 三、符号说明

$Q_{out}^{(1)}$	问题一中喷出的燃油流量
$Q_{in}^{(1)}$	问题一中高压油泵泵入燃油流量
$P$	高压油管内燃油压力
$t_{in(2)}$	单向阀开启时间
$\rho_{160Mpa}$	在160Mpa时燃油密度
$V_R$	高压油管体积
$k$	运行完成的周期数
$P_P^{(2)}$	问题二中高压油泵中燃油压力
$V_P^0$	高压油泵的最大体积
$V_P(t)^{(2)}$	高压油泵中压缩体积随升程而减小的 体积
$h_P(\omega, t)$	塞柱的升程函数
$\omega^{(2)}$	问题二中凸轮角速度
$\theta_0$	极径最小时所对应的极角
$Q_{out}^{(2)}$	问题二中喷出的燃油流量
$Q_{in}^{(2)}$	问题二中高压油泵泵入燃油流量
$P_R^{(2)}$	问题二中高压油泵中燃油压力
$E$	弹性模量
$\rho_{泵}$	高压油泵中燃油的密度
$\rho_{100Mpa}$	在100Mpa时燃油密度
$S_1$	圆台的侧面积

$S_2$	喷油嘴喷油口的面积
$l_{min}$	最小的极径
$\theta$	凸轮转动的角度
$P_{out}$	外界压强
$Q_{out(2)}^{(3)}$	新增喷油口的喷油流量
$P_R^{(3)}$	问题三中高压油管中压力
$Q_{out}^{(3)}$	问题三中喷出的燃油流量
$Q_{in}^{(3)}$	问题三中高压油泵泵入燃油流量
$Q_{out(1)}^{(3)}$	问题一中喷油口的喷油流量
$P_P^{(3)}$	问题三中高压油泵中压力
$Q_{减}$	减压阀的放出燃油的流量
$\omega^{(3)}$	问题三中凸轮角速度

## 四、模型建立与求解

### 4.1 问题一

#### 4.1.1 问题分析

问题一的第一个问题要求在高压油管内的压力尽可能保持在 $100\text{Mpa}$ 的时候，确定高压油泵的单向阀单次开启时长。由于喷油嘴每秒工作 10 次，我们在 $100\text{ms}$ 内考虑问题，只需在 $100\text{ms}$ 内使高压油管内压力尽量稳定在 100 MPa 左右，即可使得高压油管内压力尽可能稳定在 100 MPa 左右。为此，我们建立高压油管内压力随时间变化的方程。对于压力方程中的进入流量，可通过流量公式进行计算；对于喷油流量，可利用题中图 2 得到喷油流量随时间变化的关系，进而建立关于进入流量和喷油流量的高压管内压力方程。可利用差分迭代方法结合高压管内压力稳定在 100 MPa 左右条件对方程进行求解，从而得到单次开阀时间。

问题一中的第二个问题要求在分别经过约 $2\text{s}$ ， $5\text{s}$ 和 $10\text{s}$ 的调整后，将高压油

管内压力调整到 $150\text{Mpa}$ 左右并尽量保持稳定的情况下，确定单向阀的开启时间。

#### 4.1.2 模型建立

##### (1) 高压油管中压力与燃油密度关系求解

我们可以得到高压油管中压力与燃油密度的一个方程

$$\Delta P = \frac{E}{\rho} \Delta \rho \quad (1)$$

其中， $\Delta P$  为压力变化量， $\Delta \rho$  为密度变化量， $E$  为弹性模量。

可利用改进的欧拉方程来求解常微分方程，改进的欧拉方程形式如下

$$P_P = P_n + sf(P_n, \rho_n) \quad (2)$$

$$P_C = P_n + sf(P_{n+1}, \rho_n) \quad (3)$$

$$P_{n+1} = \frac{1}{2} (P_P + P_C) \quad (4)$$

将 $P_{100\text{Mpa}}$  定为初值，令步长 $s$ 为 0.5，可以得到高压油管中压力 $P$ 与高压油管内燃油密度 $\rho$ 的关系 $\rho = f(P)$ ，如图 1 所示，其表达式为

$$\rho = -7 \times 10^{-7} P^2 + 0.0005P + 0.8043 \quad (5)$$

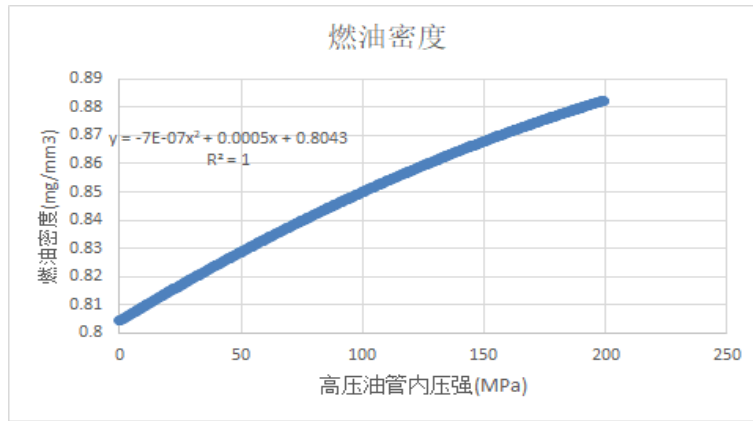


图 1 压强与密度变化关系图

##### (2) 高压油管进油流量与喷油流量的求解

高压油管进油时，高压侧密度为 $\rho_{160\text{Mpa}}$ ，可得进油流量

$$Q_{in}^1 = CA \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho_{160\text{Mpa}}}} \quad (6)$$

高压油管喷油时，可通过题中图 2 求得喷油量

$$Q^1_{out} = \begin{cases} 100t & 0 \leq t < 0.2 \\ 20 & 0.2 \leq t < 2.2 \\ -100 + 240 & 2.2 \leq t < 2.4 \\ 0 & 2.4 \leq t \leq 100 \end{cases} \quad (7)$$

### (3) 高压油管中压力方程的建立

首先由压力变化量和密度变化量的关系（公式 1）可以得到

$$\frac{dP}{d\rho} = \frac{E}{\rho} \quad (8)$$

假设短时间内燃油的质量不发生改变，则有

$$\frac{dV}{V} = \frac{d\left(\frac{m}{\rho}\right)}{\frac{m}{\rho}} = -\frac{d\rho}{\rho} \quad (9)$$

由高压油泵泵入流量 $Q^1_{in}$ 与燃油喷出流量 $Q^1_{out}$ 引起燃油的流量变化，则有

$$\frac{dV}{dt} = -Q^1_{in} + Q^1_{out} \quad (10)$$

此时，将公式（8）和公式（9）带入公式（7），可以得到燃油的密度关于高压油泵泵入流量 $Q^1_{in}$ 与燃油喷出流量 $Q^1_{out}$ 之间的关系

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{E}{V_R}(-Q^1_{in} + Q^1_{out}) \quad (11)$$

最后将公式（5），公式（6）代入公式（10）可得高压油管中压力 $P$ 与时间 $t$ 之间的关系的方程

$$\frac{dP}{dt} = \frac{E}{V_R} \left( CA \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho_{160Mpa}}} - Q^1_{out} \right) \quad (12)$$

## 4.1.3 问题解答

### (1) 保持高压油管内的压力为100Mpa时油泵单向阀开启的策略求解

我们利用差分迭代的方法来求解 $P(t)$ ，差分形式如下，

$$\frac{P(t+s) - P(t)}{s} = \frac{E(\rho)}{V_R} \left( CA \sqrt{\frac{2(160 - P(t))}{\rho_{160Mpa}}} - Q^1_{out} \right) \quad (13)$$

利用 MATLAB，将步长 $s$ 设为 0.01，可以得到对应公式（11）中图像，如下图所示

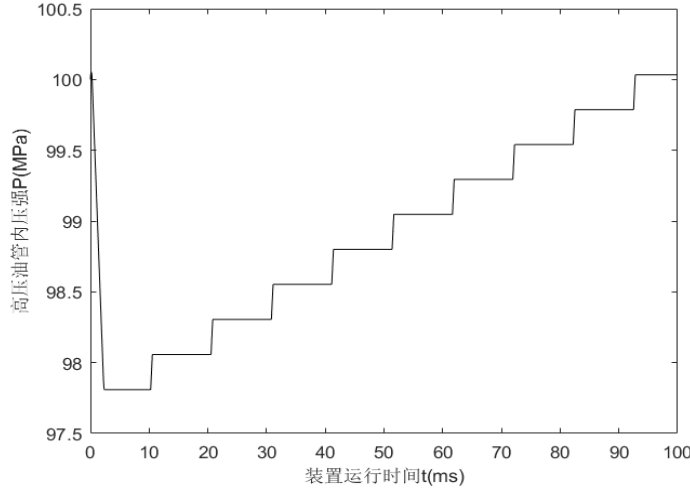


图 2 一个周期内压力随时间变化图

由表 1 可以得出在步长 $s$ 为 0.01，一个周期 $100ms$ 的时候，同时打开喷油口与高压油泵中的单向阀，在  $0.28ms$  的时候关闭单向阀，即可使高压油管内的压强为 $100Mpa$ ，此后每一周期都重复上一周期的动作。

设打开单向阀为 1，关闭单向阀为 0，可得单向阀开关情况，如公式（14）所示

$$\begin{cases} 1 & k < t \leq 2.87 + 100k \\ 0 & 2.87 + 100k \leq t \leq 100(k+1) \end{cases} \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (14)$$

其中 $k$ 代表运行完成的周期数。

## （2）分别经过 $2s$ ， $5s$ 和 $10s$ 到达 $150MPa$ 并稳定时单向阀开启时长求解

$2s$ ， $5s$ 和 $10s$ 内，高压油管内压力保持在 $150Mpa$ 单向阀开启的策略可按如下步骤求解，

**步骤 1：** 确定高压油管内初态压强和单次开阀时间以及单次工作时间为 $100ms$ ；

**步骤 2：** 使用差分法求解 $t$ 下高压油管内压强；

**步骤 3：** 根据喷油嘴流量与 $t$ 的函数求解高压管内的压强；

**步骤 4：** 求解一个工作周期内，开启单向阀时间，分别使得系统工作 $2s$ 到

达  $150\text{MPa}$  并稳定,  $5\text{s}$  到达  $150\text{MPa}$  并稳定和  $10\text{s}$  到达  $150\text{MPa}$  并稳定;

**步骤 5:** 判断高压油管内压力是否接近  $150\text{MPa}$ , 如符合判断函数则停止, 否则再次确定高压油管内初态压强和单次开阀时间, 重复上述步骤 1,2,3,4。

具体求解流程图如图 3 所示。

按流程图进行计算可以得到在  $2\text{s}$  到达  $150\text{MPa}$  并稳定条件下高压油管内的压力变化示意图, 如图 4 所示, 可得在恒定周期单向阀开启定时长时, 可以得到按要求在  $2\text{s}$  内达到  $150\text{Mpa}$  并稳定的单周期单向阀开启时间为  $0.82\text{ms}$ , 在达到平衡状态后单周期单向阀的开启时间为  $0.65\text{ms}$ 。

按流程图进行计算可以得到在  $5\text{s}$  到达  $150\text{MPa}$  并稳定条件下高压油管内的压力变化示意图, 如图 5 所示, 可得在恒定周期单向阀开启定时长时, 可以得到按要求在  $5\text{s}$  内达到  $150\text{Mpa}$  并稳定的单周期单向阀开启时间为  $0.66\text{ms}$ , 在达到平衡状态后单周期单向阀的开启时间为  $0.65\text{ms}$ 。



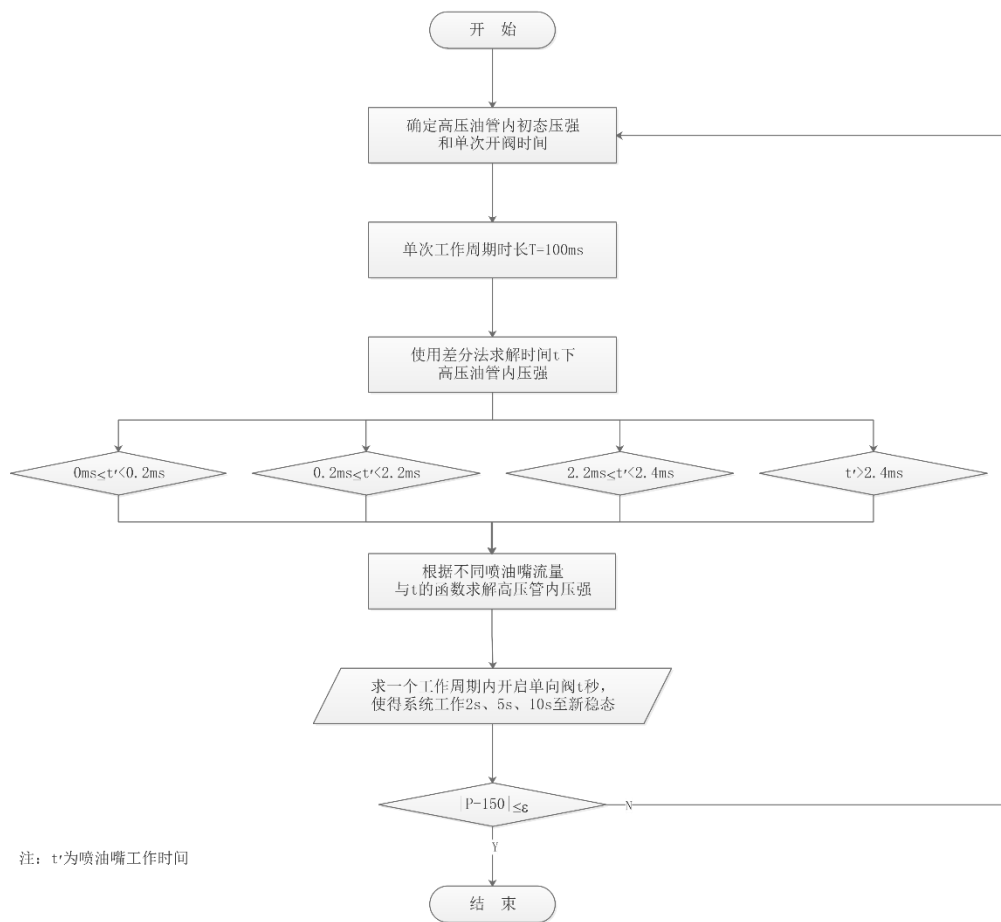


图 3 求解流程图

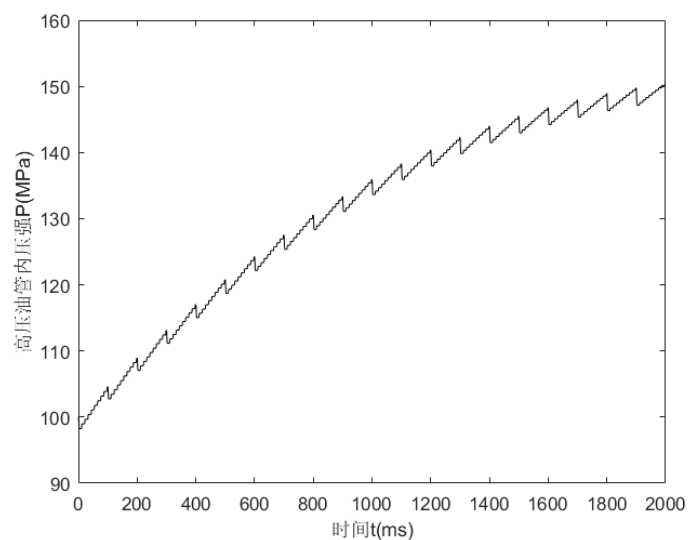


图 4 2s 达到 150Mpa 并稳定压强变化图

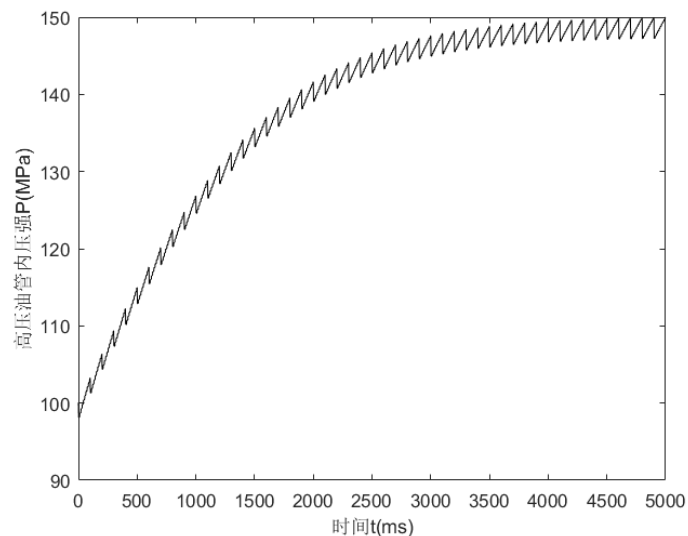


图 5 5s 达到 150MPa 并稳定压强变化图

按流程图进行计算可以得到在10s 到达 150MPa 并稳定条件下高压油管内的压力变化示意图，如图 6 所示，可得在恒定周期单向阀开启定时长时，可以得到按要求在 10s 内达到150Mpa 并稳定的单周期单向阀开启时间为 0.65ms，在达到平衡状态后单周期单向阀的开启时间为 0.65ms。

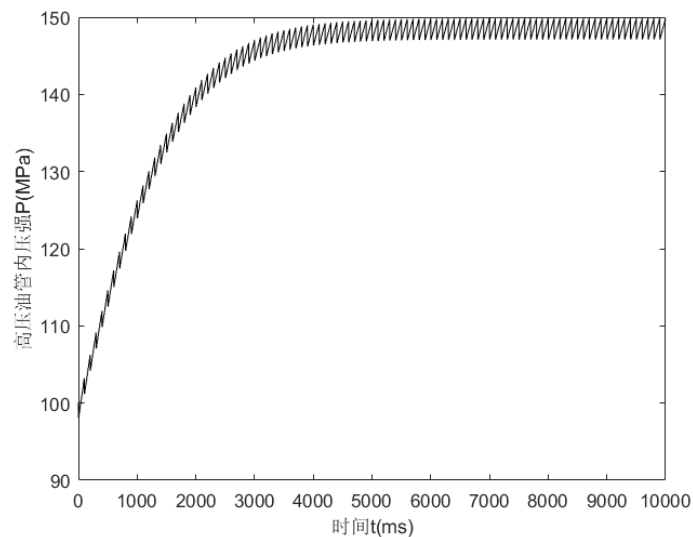


图 6 10s 达到 150MPa 并稳定压强变化图

## 4.2 问题二

### 4.2.1 问题分析

问题二与问题一在高压油管进油处和喷油嘴出油处都有所不同。在高压油管进油处的不同在于问题二将高压油泵内的恒压力变为由凸轮带动柱塞压缩燃油产生的变压力，当高压油泵内变压力大于高压油管内压力，高压油泵就向高压油

管内泵油。在高压油管喷油嘴出油处的不同在于将喷油器的恒体积喷油变为由针阀控制的喷油。在高压油泵处，我们通过所给凸轮的极坐标数据（附件 1），结合题目条件建立高压油泵内压力方程。在喷油嘴出油处，我们通过所给的针阀升程数据（附件 2），建立喷出燃油量随针阀升程变化关系。最后可结合问题一中所建立的高压油管中压力随时间变化的数学模型将以上所建立的两个数学模型联系起来，建立一个关于凸轮转动角速度和时间以及高压油管内压力的数学模型，再结合高压油管压力尽量稳定在 100 MPa 左右的条件，确定凸轮转动角速度。

#### 4.2.2 模型建立

##### （1）高压油泵内压力方程的建立

###### ① 柱塞升程的计算

我们以极径最小时刻作为时间起点，此时的极角记作  $\theta_0$ ，当凸轮以恒定角速度  $\omega$  转动时，极角值为  $\theta_0 + \omega t$ ，则可得到升程函数

$$h_p(\omega^{(2)}, t)^{(2)} = h_p(\omega^{(2)}, t + 2\pi)^{(2)} = l(\theta_0 + \omega^{(2)}t) - l_{\min} \quad (15)$$

###### ② 高压泵流出流量的计算

对于高压油管进出流量，有计算公式

$$Q = CA\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \quad (16)$$

其中， $C$  为流量系数， $A$  为小孔的面积， $\Delta P$  为小孔两边的压力差， $\rho$  为高压侧燃油的密度。

在本文中，只有当高压油泵的压力大于高压油管内的压力，燃油才会由高压油泵泵入高压油管，因而高压油泵的泵入燃油流量可用一个分段函数表示，

$$Q_{in}^{(2)} = \begin{cases} 0 & P_P^{(2)} < P_R^{(2)} \\ CA\sqrt{\frac{2(P_P^{(2)} - P_R^{(2)})}{\rho_{\text{泵}}}} & P_P^{(2)} > P_R^{(2)} \end{cases} \quad (17)$$

其中， $Q_{in}^{(2)}$  为高压油泵的泵入燃油流量， $P_R^{(2)}$  为高压油管内压力， $P_P^{(2)}$  为高压油泵燃油压力， $\rho_{\text{泵}}$  为高压油泵内燃油密度。

###### ③ 建立高压泵内压力方程

我们可得高压油泵中压力  $P_P^{(2)}$  随凸轮角速度变化的关系函数<sup>[1]</sup>，

$$\begin{cases} \frac{dP_P^{(2)}}{dt} = \frac{E(P_P^{(2)})}{V_P^0 - V_P(t)} \left[ A_p \cdot \frac{\omega}{2\pi} \cdot \frac{d(h_P(\theta_0 + \omega t))}{d(Q_0 + \omega t)} - Q_{in}^{(2)} \right] \\ V_P(t)^{(2)} = A_P \cdot h_P \cdot (\theta + \omega^{(2)} t) \\ h_P(\omega^{(2)}, t)^{(2)} = h_P(\omega^{(2)}, t + 2\pi)^{(2)} = l(\theta_0 + \omega^{(2)} t) - l_{\min} \end{cases} \quad (18)$$

其中,  $V_P(t)^{(2)}$  为高压油泵随升程而减小的体积,  $h_P(\omega, t)$  为塞柱的升程函数,

$\theta_0$  为极径最小时所对应的极角,  $\omega^{(2)}$  为凸轮转动角速度。

## (2) 喷出燃油流量计算

### ① 喷油面积的计算

对于喷油嘴喷出的燃油量  $Q_{out}^{(2)}$ , 考虑到喷出燃油的方向与密封座内壁的平行<sup>[2]</sup>, 高压油管内的燃油喷到锥口的喷油面积实际上是图 7 中圆台的侧面积, 而当圆台侧面积大于下端小孔面积时, 我们认为此时的喷油面积为下端小孔面积, 因此, 我们可以得到喷油嘴喷油面积

$$\begin{cases} S_1 = \pi [(h(t) \cos 9^\circ \tan 9^\circ + 1.25)^2 - 1.25^2] / \cos 9^\circ \\ S_2 = 0.7^2 \pi \end{cases} \quad (19)$$

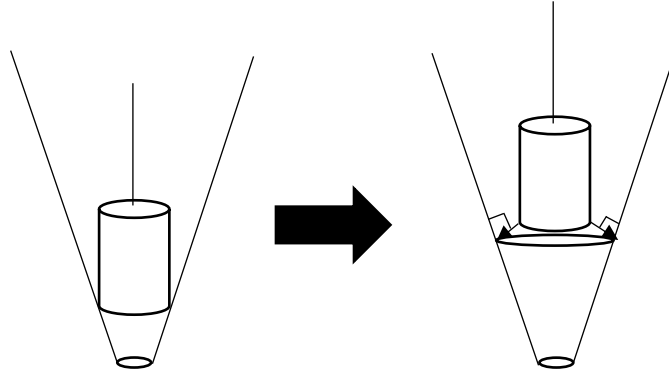


图 7 燃油流向面示意图

### ② 计算喷油嘴喷油流量

将公式 (19) 代入公式 (16) 中, 我们可以得到喷油嘴的喷出燃油量,

$$Q_{out}^{(2)} = \begin{cases} CS_1 \sqrt{\frac{2(P_R^{(2)} - P_{out})}{\rho_{(管)}}} & 0 < t < t_1 \\ CS_2 \sqrt{\frac{2(P_R^{(2)} - P_{out})}{\rho_{(管)}}} & t_1 < t < t_2 \\ CS_1 \sqrt{\frac{2(P_R^{(2)} - P_{out})}{\rho_{(管)}}} & t_2 < t < 2.45 \\ 0 & t > 2.45 \end{cases} \quad (20)$$

其中  $Q_{out}^{(2)}$  为喷油嘴的喷出燃油量,  $S_1$  为圆台的侧面积,  $S_2$  为喷油嘴喷油口的面积,  $P_R^{(2)}$  为高压油管内压力,  $\rho_{管}$  为高压油管内燃油密度,  $P_{out}$  为喷油管外压力,  $t_1$  和  $t_2$  为下端圆孔面积与图 7 中圆台侧面积相等时, 升程函数对应的时间。

### (3) 高压管内压力方程的建立

由参考文献[1]我们可以得到高压油管内压力随时间变化率的函数, 可以得到

$$\frac{dP_R^{(2)}}{dt} = \frac{E(P_R^{(2)})}{V_R} (Q_{in}^{(2)} - Q_{out}^{(2)}) \quad (21)$$

其中,  $P_R^{(2)}$  为高压油管内压力,  $E(P_R^{(2)})$  为弹性模量,  $V_R$  为高压油管内体积,  $Q_{out}^{(2)}$  为喷油嘴的喷出燃油量,  $Q_{in}^{(2)}$  为高压油泵的泵入燃油流量。

### (4) 凸轮角速度与高压油管内压力模型的建立

我们得到高压泵内压力方程 (公式 18)、喷油嘴喷油流量 (公式 20) 和高压油管内压力方程 (公式 21) 后, 将其联立, 就可以得到凸轮角速度与高压油管内压力模型,

$$\begin{cases} \frac{dP_P^{(2)}}{dt} = \frac{E(P_P^{(2)})}{V_P^0 - V_P(t)} \left[ A_p \cdot \frac{\omega}{2\pi} \cdot \frac{d(h_P(\theta_0 + \omega t))}{d(Q_0 + \omega t)} - Q_{in}^{(2)} \right] \\ \frac{dP_R^{(2)}}{dt} = \frac{E(P_R^{(2)})}{V_R} (Q_{in}^{(2)} - Q_{out}^{(2)}) \\ V_P(t)^{(2)} = A_p \cdot h_P \cdot (\theta + \omega^{(2)} t) \\ h_P(\omega^{(2)}, t)^{(2)} = h_P(\omega^{(2)}, t + 2\pi)^{(2)} = l(\theta_0 + \omega^{(2)} t) - l_{\min} \end{cases} \quad (22)$$

## 4.2.3 问题解答

### (1) 喷油嘴外压力计算

公式 (20) 的  $P_{out}$  为喷油嘴外界压强, 由于题目中没有详细给出, 考虑到此处压力大小一定不是大气压。而问题一中的喷油嘴速率也是由流量公式  $Q = CA\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}$  得出。于是我们选择使用问题一中的喷油嘴的外界压力来代替问题二题中的外界压强  $P_{out}$ , 可得,

$$20 = CS\sqrt{\frac{2(Pp - P_{out})}{\rho_{管}}} \quad (23)$$

即

$$P_{out} = 100 - \frac{\rho_{\text{管}}}{2} \left( \frac{Q}{SC} \right)^2 \quad (24)$$

其中， $\rho_{\text{管}}$  为高压管内燃油密度， $S$  为喷油嘴尖端小孔面积。

代入数据，可求得喷油嘴外压力  $P_{out} = 0.7MPa$ 。

### (2) 模量与压力关系计算

我们对附件 2 中弹性模量与压力关系表中的数据进行了多项式拟合，得到弹性模量模量与压力关系为

$$\rho = -7 \times 10^{-7} P^2 + 0.0005P + 0.8043 \quad (25)$$

### (3) 凸轮极径与极角关系的计算

我们对附件 1 中凸轮边缘曲线表中数据进行了拟合，得到极径与极角关系为

$$r = (4.826 + 2.413\cos(t) - (2.676 \times 10^{-6}\sin(t))) \quad (26)$$

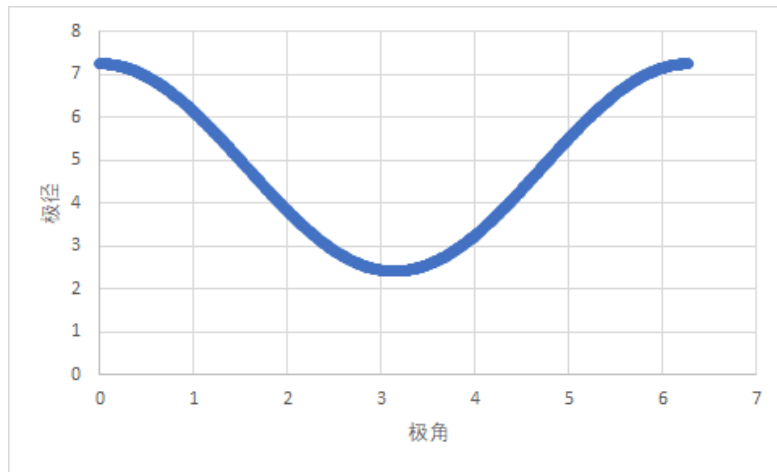


图 8 极径和极角关系图

### (4) 角速度的求解

我们通过给定不同的  $\omega$ ，采用差分方程对模型求解，直到  $P_R^{(2)}$  稳定在  $100MPa$  时停止求解，利用方差比较不同的  $\omega$  时， $P_R^{(2)}$  的稳定性，选取最稳定  $\omega$  的作为我们的解。

对公式 (22) 采用差分方程求解，具体表达形式如公式 (27) 所示。

$$\left\{ \begin{array}{l} P_P^{(2)}(t+s)_{(1)} = P_P^{(2)}(t) + \frac{E(P_P^{(2)})}{V_P^0 - V_P(t)} \left[ A_p \cdot \frac{\omega}{2\pi} \cdot \frac{d(h_P(\theta_0 + \omega t))}{d(Q_0 + \omega t)} - Q_{in}^{(2)} \right] \cdot s \\ P_P^{(2)}(t+s)_{(2)} = P_P^{(2)}(t) + \frac{E(P_P^{(2)})}{V_P^0 - V_P(t+s)} \left[ A_p \cdot \frac{\omega}{2\pi} \cdot \frac{d(h_P(\theta_0 + \omega(t+s)))}{d(Q_0 + \omega(t+s))} - Q_{in}^{(2)} \right] \\ P_{P_0}^{(2)}(t) = P_P^{(2)}(t+s)_{(1)} + P_P^{(2)}(t+s)_{(2)} \\ P_R^{(2)}(t+s)_{(1)} = P_R^{(2)}(t) + \frac{E(P_R^{(2)})}{V_R} (Q_{in}^{(2)}(t) - Q_{out}^{(2)}(t)) \cdot s \\ P_R^{(2)}(t+s)_{(2)} = P_R^{(2)}(t) + \frac{E(P_R^{(2)})}{V_R} (Q_{in}^{(2)}(t+s) - Q_{out}^{(2)}(t+s)) \cdot s \\ P_{R_0}^{(2)}(t+s) = P_R^{(2)}(t+s)_{(1)} + P_R^{(2)}(t+s)_{(2)} \end{array} \right. \quad (27)$$

**步骤 1:** 给定 $\omega$ 初值,  $P_R^{(2)}$ 初值,  $P_P^{(2)}$ 初值;

**步骤 2:** 对公式(27)取步长为 0.01 进行采取差分迭代;

**步骤 3:** 当 $P_P^{(2)}$ 稳定在 100 左右时, 停止差分迭代, 计算 $P_P^{(2)}$ 在 100 附近的方差;

**步骤 4:** 改变 $\omega$ 值, 重复步骤 1, 步骤 2, 步骤 3, 得到不同 $\omega$ 值下 $P_P^{(2)}$ 在 100 附近的方差;

**步骤 5:** 比较不同 $\omega$ 值下 $P_P^{(2)}$ 在 100 附近的方差, 取方差最小时的 $\omega$ 值作为我们的解。

具体流程图如图 9 所示。

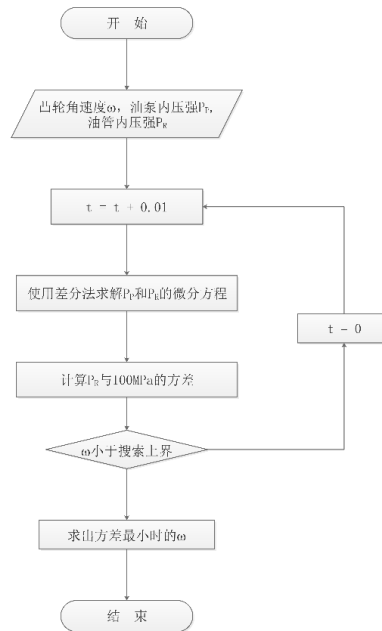


图 9 求解流程图

我们利用 MATLAB 对公式 (22) 进行了如上流程的求解, 最终得到解为  $0.0269rad/ms^\circ$

### 4.3 问题三

#### 4.3.1 问题分析

问题 3 分为两个小问, 第一小问要求在问题 (2) 的条件下, 在高压油管中增加一个与原始喷油嘴结构完全相同的新喷油嘴, 要求在尽可能让高压油管内的压力保持在  $100Mpa$  的情况下, 调整两个喷油嘴喷出燃油的时间间隔与高压油泵与喷油嘴喷出燃油的时间间隔。我们通过固定喷油嘴同时喷油, 且喷油频率都为  $10Hz$ , 可以建立新的喷油嘴中流量随时间的数学模型。此时, 喷出油量为新旧两喷油嘴决定。再由公式 22, 此时可以建立高压油管内燃油的压力与时间变化关系的数学模型。最后通过所给模型, 得到凸轮转速的最佳转速。

第二小问要求在上一个小问的条件下, 增加一个减压阀。使高压油舱内燃油压力大小高于  $100Mpa$  的时候将减压阀打开, 将燃油放出, 使得高压油舱内的燃油压力保持  $100Mpa$  不变。本题要求给出一个减压阀的开放策略, 使得高压油管内燃油的压力保持在  $100Mpa$ , 此时可以通过喷出的油量由新旧两喷油嘴, 与减压阀放出的油量决定, 建立高压油泵中压强随放出总油量的数学模型。然后, 由公式 , 并固定喷油嘴同时喷油, 且喷油频率都为  $10Hz$ , 假设在高压油管内压力大于  $100Mpa$  的情况下, 减压阀能瞬间将燃油放出, 此时可以得到在一确定凸轮角速度时, 减压阀和高压油泵的工作策略图。

#### 4.3.2 模型建立

##### (1) 新增一喷油嘴后减压阀和高压油泵的工作策略

##### ① 高压油泵内压力方程的建立

##### (a) 柱塞升程的计算

我们以极径最小时刻作为时间起点, 此时的极角记作  $\theta_0$ , 当凸轮以恒定角速度  $\omega$  转动时, 极角值为  $\theta_0 + \omega t$ , 则可得到升程函数

$$h_p(\omega^{(2)}, t)^{(2)} = h_p(\omega^{(2)}, t + 2\pi)^{(2)} = l(\theta_0 + \omega^{(2)}t) - l_{\min} \quad (28)$$

##### (b) 高压泵流出流量的计算



由题目条件可得高压油管进出流量计算公式

$$Q = CA\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \quad (29)$$

其中,,  $C$ 为流量系数,  $A$ 为小孔的面积,  $\Delta P$ 为小孔两边的压力差,  $\rho$ 为高压侧燃油的密度。在本文中, 只有当高压油泵的压力大于高压油管内的压力, 燃油才会由高压油泵泵入高压油管, 因而高压油泵的泵入燃油流量可用一个分段函数表示,

$$Q_{in}^{(3)} = \begin{cases} 0 & P_P^{(3)} < P_R^{(3)} \\ CA\sqrt{\frac{2(P_P^{(3)} - P_R^{(3)})}{\rho_{\text{泵}}}} & P_P^{(3)} > P_R^{(3)} \end{cases} \quad (30)$$

其中,  $Q_{in}^{(2)}$ 为高压油泵的泵入燃油流量,  $P_R^{(2)}$ 为高压油管内压力,  $P_P^{(2)}$ 为高压油泵燃油压力,  $\rho_{\text{泵}}$ 为高压油泵内燃油密度。

(c) 建立高压泵内压力方程

由参考文献[3]可知, 高压油泵中压力 $P_P^{(2)}$ 随凸轮角速度变化的关系函数,

$$\begin{cases} \frac{dP_P^{(3)}}{dt} = \frac{E(P_P^{(3)})}{V_P^0 - V_P(t)} \left[ A_p \cdot \frac{\omega}{2\pi} \cdot \frac{d(h_P(\theta_0 + \omega t))}{d(\theta_0 + \omega t)} - Q_{in}^{(3)} \right] \\ V_P(t)^{(3)} = A_P \cdot h_P \cdot (\theta + \omega^{(3)}t) \\ h_P(\omega^{(3)}, t)^{(3)} = h_P(\omega^{(3)}, t + 2\pi)^{(3)} = l_{\max} - l(\theta_0 + \omega^{(3)}t) \end{cases} \quad (31)$$

其中,  $V_P(t)^{(2)}$ 为高压油泵随升程而减小的体积,  $h_P(\omega, t)$ 为塞柱的升程函数,

$\theta_0$ 为极径最小时所对应的极角,  $\omega^{(2)}$ 为凸轮转动角速度。

## ② 喷出燃油流量计算

(a) 喷油面积的计算

对于喷油嘴喷出的燃油量 $Q_{out}^{(2)}$ , 考虑到喷出燃油的方向与密封座内壁的平行<sup>[2]</sup>, 高压油管内的燃油喷到锥口的喷油面积实际上是图 7 中圆台的侧面积, 而当圆台侧面积大于下端小孔面积时, 我们认为此时的喷油面积为下端小孔面积, 因此, 我们可以得到喷油嘴喷油面积

$$\begin{cases} S = \pi[(h(t)\cos 9^\circ \tan 9^\circ + 1.25)^2 - 1.25^2]/\cos 9^\circ \\ S = 0.7^2\pi \end{cases} \quad (32)$$

(b) 计算喷油嘴喷油流量

在两个喷油嘴时, 喷油的总流量 $Q_{out}^{(3)}$ , 即为新旧两喷油嘴的总喷油量<sup>[4]</sup>。

$$Q_{out_{(1)}}^{(3)} = \begin{cases} CS_1 \sqrt{\frac{2(100 - P_{out})}{\rho_{(100Mpa)}}} & 0 < t < t_3 \\ CS_2 \sqrt{\frac{2(100 - P_{out})}{\rho_{(100Mpa)}}} & t_3 < t < t_4 \\ CS_1 \sqrt{\frac{2(100 - P_{out})}{\rho_{(100Mpa)}}} & t_4 < t < 2.45 \\ 0 & t > 2.45 \end{cases} \quad (33)$$

$$Q_{out_{(2)}}^{(3)} = \begin{cases} CS_1 \sqrt{\frac{2(100 - P_{out})}{\rho_{(100Mpa)}}} & 0 < t < t_5 \\ CS_2 \sqrt{\frac{2(100 - P_{out})}{\rho_{(100Mpa)}}} & t_5 < t < t_6 \\ CS_1 \sqrt{\frac{2(100 - P_{out})}{\rho_{(100Mpa)}}} & t_6 < t < 2.45 \\ 0 & t > 2.45 \end{cases} \quad (34)$$

其中,  $Q_{out_1}^{(3)}$  为原始喷油嘴喷出的燃油流量,  $Q_{out_2}^{(3)}$  为新增喷油嘴喷出的燃油流量。  $S_1$  为圆台的侧面积,  $S_2$  为喷油嘴喷油口的面积,  $P_R^{(3)}$  为高压油管内压力,  $\rho_{管}$  为高压油管内燃油密度,  $P_{out}$  为喷油管外压力。

### ③ 高压管内压力方程的建立

由参考文献[4]可知, 高压油管内压力随时间变化率的函数, 可以得到

$$\frac{dP_R^{(3)}}{dt} = \frac{E(P_R^{(3)})}{V_R} (Q_{in}^{(3)} - Q_{out_{(1)}}^{(3)} - Q_{out_{(2)}}^{(3)}) \quad (35)$$

其中,  $P_R^{(3)}$  为高压油管内压力,  $E(P_R^{(3)})$  为弹性模量, 其中,  $P_R^{(3)}$  为高压油管内压力,  $E(P_R^{(3)})$  为弹性模量,  $Q_{out_{(1)}}^{(3)}$  为原始喷油嘴的喷出燃油量,  $Q_{out_{(2)}}^{(3)}$  为新增喷油嘴的喷出燃油量,  $Q_{in}^{(3)}$  为高压油泵的泵入燃油流量。

### ④ 凸轮角速度与高压油管内压力模型的建立

我们得到高压泵内压力方程、喷油嘴喷油流量和高压油管内压力方程后, 将其联立, 就可以得到凸轮角速度与高压油管内压力模型,

$$\begin{cases} \frac{dP_P^{(3)}}{dt} = \frac{E(P_P^{(3)})}{V_P^0 - V_P(t)} \left[ A_p \cdot \frac{\omega^{(3)}}{2\pi} \cdot \frac{d(h_P(\theta_0 + \omega^{(3)}t))}{d(Q_0 + \omega^{(3)}t)} - Q_{in}^{(3)} \right] \\ \frac{dP_R^{(3)}}{dt} = \frac{E(P_R^{(3)})}{V_R} (Q_{in}^{(3)} - Q_{out(1)}^{(3)} - Q_{out(2)}^{(3)}) \\ h_P(\omega^{(3)}, t)^{(3)} = h_P(\omega^{(3)}, t + 2\pi) = l_{\max} - l(\theta_0 + \omega^{(3)}t) \\ V_P(t)^{(3)} = A_p \cdot h_P \cdot (\theta + \omega^{(3)}t) \end{cases} \quad (36)$$

### (1) 增加减压阀后减压阀和高压油泵的工作策略

#### ① 柱塞升程的计算

我们以极径最小时刻作为时间起点，此时的极角记作 $\theta_0$ ，当凸轮以恒定角速度 $\omega$ 转动时，极角值为 $\theta_0 + \omega t$ ，则可得到升程函数

$$h_p(\omega^{(2)}, t)^{(2)} = h_p(\omega^{(2)}, t + 2\pi)^{(2)} = l(\theta_0 + \omega^{(2)}t) - l_{\min} \quad (37)$$

#### ② 高压泵流出流量的计算

高压油管进出流量其计算公式

$$Q = CA\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \quad (38)$$

其中， $C$ 为流量系数， $A$ 为小孔的面积， $\Delta P$ 为小孔两边的压力差， $\rho$ 为高压侧燃油的密度。在本文中，只有当高压油泵的压力大于高压油管内的压力，燃油才会由高压油泵泵入高压油管，因而高压油泵的泵入燃油流量可用一个分段函数表示，

$$Q_{in}^{(3)} = \begin{cases} 0 & P_P^{(3)} < P_R^{(3)} \\ CA\sqrt{\frac{2(P_P^{(3)} - P_R^{(3)})}{\rho_{\text{泵}}}} & P_P^{(3)} > P_R^{(3)} \end{cases} \quad (39)$$

其中， $Q_{in}^{(2)}$ 为高压油泵的泵入燃油流量， $P_R^{(2)}$ 为高压油管内压力， $P_P^{(2)}$ 为高压油泵燃油压力， $\rho_{\text{泵}}$ 为高压油泵内燃油密度。

#### ③ 建立高压泵内压力方程

由参考文献[5]可知，高压油泵中压力 $P_P^{(2)}$ 随凸轮角速度变化的关系函数，

$$\begin{cases} \frac{dP_P^{(3)}}{dt} = \frac{E(P_P^{(3)})}{V_P^0 - V_P(t)} \left[ A_p \cdot \frac{\omega}{2\pi} \cdot \frac{d(h_P(\theta_0 + \omega t))}{d(\theta_0 + \omega t)} - Q_{in}^{(3)} \right] \\ V_P(t)^{(3)} = A_p \cdot h_P \cdot (\theta + \omega^{(3)}t) \\ h_P(\omega^{(3)}, t)^{(3)} = h_P(\omega^{(3)}, t + 2\pi)^{(3)} = l_{\max} - l(\theta_0 + \omega^{(3)}t) \end{cases} \quad (40)$$

其中， $V_P(t)^{(2)}$ 为高压油泵随升程而减小的体积， $h_P(\omega, t)$ 为塞柱的升程函数，

$\theta_0$ 为极径最小时所对应的极角， $\omega^{(2)}$ 为凸轮转动角速度。

#### ④ 喷出燃油流量计算

在两个喷油嘴时，喷油的总流量，即为新旧两喷油嘴的总喷油量与减压阀所放出的油量。

$$Q_{out(1)}^{(3)} = \begin{cases} CS_1 \sqrt{\frac{2(100 - P_{out})}{\rho_{(100Mpa)}}} & 0 < t < t_3 \\ CS_2 \sqrt{\frac{2(100 - P_{out})}{\rho_{(100Mpa)}}} & t_3 < t < t_4 \\ CS_1 \sqrt{\frac{2(100 - P_{out})}{\rho_{(100Mpa)}}} & t_4 < t < 2.45 \\ 0 & t > 2.45 \end{cases} \quad (41)$$

$$Q_{out(2)}^{(3)} = \begin{cases} CS_1 \sqrt{\frac{2(100 - P_{out})}{\rho_{(100Mpa)}}} & 0 < t < t_5 \\ CS_2 \sqrt{\frac{2(100 - P_{out})}{\rho_{(100Mpa)}}} & t_5 < t < t_6 \\ CS_1 \sqrt{\frac{2(100 - P_{out})}{\rho_{(100Mpa)}}} & t_6 < t < 2.45 \\ 0 & t > 2.45 \end{cases} \quad (42)$$

其中， $Q_{out_1}^{(3)}$ 为原始喷油嘴喷出的燃油流量， $Q_{out_2}^{(3)}$ 为新增喷油嘴喷出的燃油流量。 $S_1$ 为圆台的侧面积， $S_2$ 为喷油嘴喷油口的面积， $P_R^{(3)}$ 为高压油管内压力， $\rho_{管}$ 为高压油管内燃油密度， $P_{out}$ 为喷油管外压力。

#### ⑤ 高压管内压力方程的建立

由参考文献[6]可知，高压油管内压力随时间变化率的函数，可以得到

$$\frac{dP_R^{(3)}}{dt} = \frac{E(P_R^{(3)})}{V_R} (Q_{in}^{(3)} - Q_{out(1)}^{(3)} - Q_{out(2)}^{(3)} - Q_{减}) \quad (43)$$

其中， $P_R^{(3)}$ 为高压油管内压力， $E(P_R^{(3)})$ 为弹性模量， $Q_{out(1)}^{(3)}$ 为原始喷油嘴的喷出燃油量， $Q_{out(2)}^{(3)}$ 为新增喷油嘴的喷出燃油量， $Q_{in}^{(3)}$ 为高压油泵的泵入燃油流量， $Q_{减}$ 为减压阀喷出的油量。

#### ⑥ 凸轮角速度与高压油管内压力模型的建立

我们得到高压泵内压力方程、喷油嘴喷油流量和高压油管内压力方程后，将

其联立，就可以得到凸轮角速度与高压油管内压力模型，

$$\begin{cases} \frac{dP_P^{(3)}}{dt} = \frac{E(P_P^{(3)})}{V_P^0 - V_P(t)} \left[ A_p \cdot \frac{\omega^{(3)}}{2\pi} \cdot \frac{d(h_P(\theta_0 + \omega^{(3)}t))}{d(\theta_0 + \omega^{(3)}t)} - Q_{in}^{(3)} \right] \\ \frac{dP_R^{(3)}}{dt} = \frac{E(P_R^{(3)})}{V_R} (Q_{in}^{(3)} - Q_{out(1)}^{(3)} - Q_{out(2)}^{(3)} - Q_{减}) \\ h_P(\omega^{(3)}, t)^{(3)} = h_P(\omega^{(3)}, t + 2\pi) = l_{max} - l(\theta_0 + \omega^{(3)}t) \\ V_P(t)^{(3)} = A_p \cdot h_P \cdot (\theta + \omega^{(3)}t) \end{cases} \quad (44)$$

### 4.3.3 问题解答

#### (1) 新增一喷油嘴后减压阀和高压油泵的工作策略

##### ① 角速度的求解

我们通过给定不同的 $\omega$ ，采用差分方程对公式（44）求解，直到 $P_R^{(3)}$ 稳定在100MPa时停止求解，利用方差比较不同的 $\omega$ 时， $P_R^{(3)}$ 的稳定性，选取最稳定 $\omega$ 的作为我们的解。公式（44）的差分形式如公式（45）所示。

$$\begin{cases} P_P^{(3)}(t+s)_{(1)} = P_P^{(3)}(t) + \frac{E(P_P^{(3)})}{V_P^0 - V_P(t)} \left[ A_p \cdot \frac{\omega}{2\pi} \cdot \frac{d(h_P(\theta_0 + \omega t))}{d(\theta_0 + \omega t)} - Q_{in}^{(3)} \right] \cdot s \\ P_P^{(3)}(t+s)_{(2)} = P_P^{(3)}(t) + \frac{E(P_P^{(3)})}{V_P^0 - V_P(t+s)} \left[ A_p \cdot \frac{\omega}{2\pi} \cdot \frac{d(h_P(\theta_0 + \omega(t+s)))}{d(\theta_0 + \omega(t+s))} - Q_{in}^{(3)} \right] \cdot s \\ P_{P_0}^{(3)}(t) = P_P^{(3)}(t+s)_{(1)} + P_P^{(3)}(t+s)_{(2)} \\ P_R^{(3)}(t+s)_{(1)} = P_R^{(3)}(t) + \frac{E(P_R^{(3)})}{V_R} (Q_{in}^{(3)}(t) - Q_{out}^{(3)}(t)) \cdot s \\ P_R^{(3)}(t+s)_{(2)} = P_R^{(3)}(t) + \frac{E(P_R^{(3)})}{V_R} (Q_{in}^{(3)}(t+s) - Q_{out}^{(3)}(t+s)) \cdot s \\ P_{R_0}^{(3)}(t+s) = P_R^{(3)}(t+s)_{(1)} + P_R^{(3)}(t+s)_{(2)} \end{cases} \quad (45)$$

**步骤 1:** 给定 $\omega$ 初值， $P_R^{(3)}$ 初值， $P_P^{(2)}$ 初值；

**步骤 2:** 取步长为 0.01 进行采取差分方程（45）迭代求解；

**步骤 3:** 当 $P_P^{(3)}$ 稳定在 100 左右时，停止差分迭代，计算 $P_P^{(2)}$ 在 100 附近的方差；

**步骤 4:** 改变 $\omega$ 值，重复步骤 1，步骤 2，步骤 3，得到不同 $\omega$ 值下 $P_P^{(3)}$ 在 100 附近的方差；

**步骤 5:** 比较不同 $\omega$ 值下 $P_P^{(3)}$ 在 100 附近的方差，取方差最小时的 $\omega$ 值作为我们的解。

我们利用 MATLAB 对公式 进行了如上流程的求解，最终得到解为

$0.0341\text{rad/ms}$ （程序见附录），高压油泵的压强随时间变化图，和高压油管中压强随时间变化的图像见下图所示

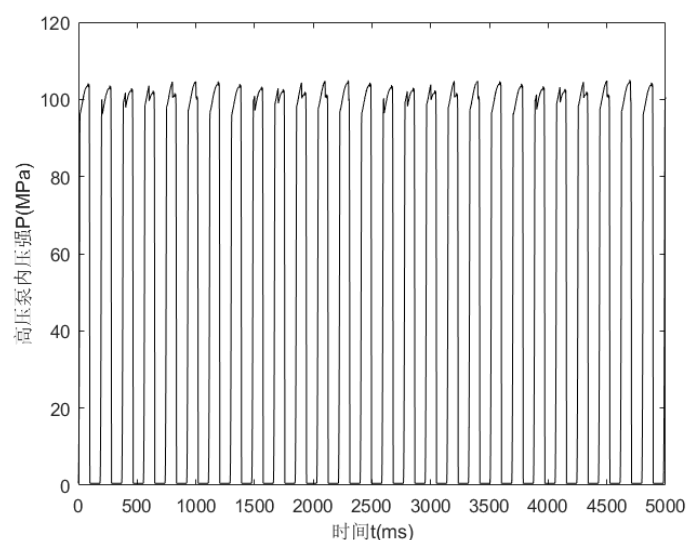


图 10 高压油泵的压力随时间变化图

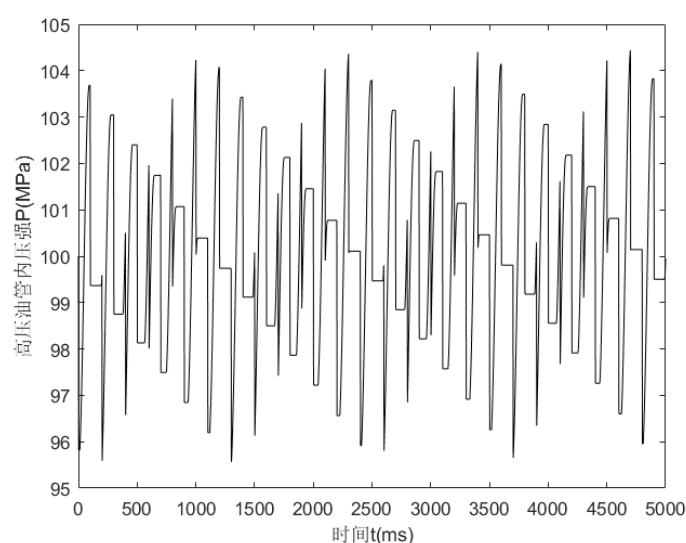


图 11 高压油管的压力随时间变化图

由图 10 可以得出在凸轮转速为 $0.0341\text{rad/ms}$ 的条件下，高压油罐内燃油压力随时间变化均匀，且有周期性。

## （2）增加减压阀后减压阀和高压油泵的工作策略

由于此时减压阀开启的一瞬间就可以让高压油泵内压力变为 $100\text{Mpa}$ ，此时对任意凸轮角速度，都能给出一种对应图像作为减压阀和高压油泵的工作策略，这里我们假设 $\omega^{(3)} = 0.157\text{rad/ms}$ ，代入公式（44）。我们利用 MATLAB 进行了如上流程的求解，所得结果如图 12 所示。

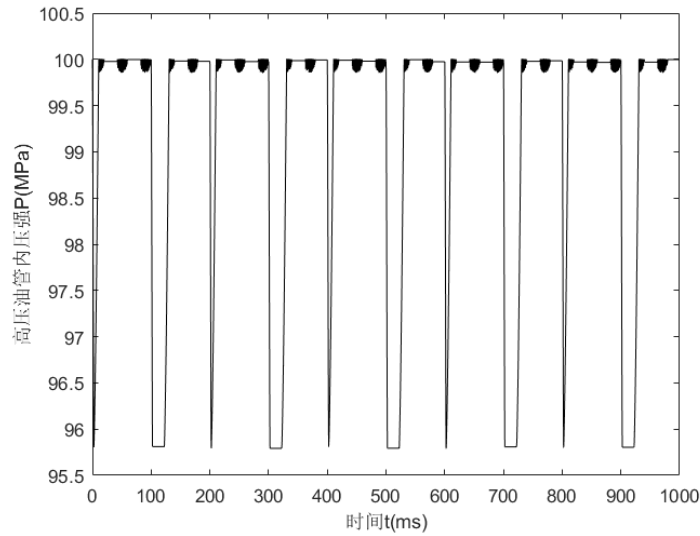


图 12 减压阀和高压油泵的工作策略

从图 12 可知，在  $\omega^{(3)} = 0.157 \text{ rad/ms}$  的条件下，按图 12 所示的方案开启减压阀时，可以得到使高压油管的压力尽可能不变。

## 五、模型的稳定性检验

问题一中我们研究了高压油管内燃油压力随时间变化的数学模型，而问题一所建模型是否稳定，影响了问题一求解的精确性，同样也是问题二，问题三求解的基础。

为了研究高压油管内燃油压力随时间变化的数学模型是否稳定，本文研究了在扰动高压油泵与高压油管的连接处小孔  $A$  的直径  $R$  时，模型的稳定性。

在对直径的扰动范围为 1% 时，高压油泵中单向阀在一个周期  $100 \text{ ms}$  中需要打开的时间为  $27 \text{ ms}$ ，扰动百分比为 3.5%。

在对直径的扰动范围为 5% 时，高压油泵中单向阀在一个周期  $100 \text{ ms}$  中需要打开的时间为  $25 \text{ ms}$ ，扰动百分比为 10.7%。

我们可以看到在扰动后，所得到的结果的误差较大，但还在我们能接受的范围内。可以说，在精度要求不高的情况下，模型稳定性较好。在精度要求较高的条件下，该模型稳定性较弱。

## 六、 模型评价与改进

### 6.1 模型的优点

#### (1) 泛用性强

我们建立的模型条件比较简单，考虑了很多实际问题，可以解决恒，变两种高压油泵和喷油条件下的实际问题，结果较为精确，结果确定。

#### (2) 模型比较简单

我们建立的模型在具体的推算过程中，使用的是在参考文献中的简化公式所得，在具体的体积，流量等核心参数的推导过程中运用了基础物理学原理和几何学原理，没有特别复杂的运算。

### 6.2 模型的缺点

#### (1) 运算量大

由于我们在寻找泵入燃油的时候，使用的是按步长遍历的方法搜索泵入燃油时间 $t$ ，由于步长为 0.01 毫秒，使运算量较大，程序更精确的时候会面临运算时间过长的問題。

#### (2) 问题简化程度高

为了方便计算，我们假设喷油嘴和高压油泵是同时开启的，没有考虑喷油嘴和高压油泵之间的时间间隔问题；对于问题三中两个喷油嘴的时候，也假设两喷油嘴是同时开启的。

## 七、 参考文献

- [1]欣白宇. GDI 发动机的轨压控制研究[D].吉林大学,2012.
- [2]蔡梨萍. 基于 MATLAB 的柴油机高压喷油过程的模拟计算[D].华中科技大学,2005.
- [3]温厚鸿. 电控汽油喷射发动机的喷油量控制[J]. 客车技术与研究,1996(03):151-156+184.
- [4]吕晓辰. 高压共轨系统高压管路压力波动特性仿真研究及结构优化[D].北京交通大学,2016.
- [5]杨贤. 两次喷射下高压共轨系统压力波动对喷油特性的影响研究[D].天津大学,2016.
- [6]田丙奇. 柴油机高压共轨喷油系统动态特性研究[D].哈尔滨工程大学,2014.



## 八、 附录清单

附录一：使用改进的欧拉公式求解燃油压强与密度的关系并用多次项进行拟合

附录二：使用差分法求解微分方程计算问题一中系统运行过程中单次开阀时间

附录三：以定时长开启单向阀计算问题一中 2s、5s 和 10s 时管内压强 100MPa 至 150MPa 的过渡阶段的单次开阀时间

附录四：使用差分法求解问题二中凸轮运动的角速度，使得高压管内压强稳定在 100MPa 左右

附录五：使用差分法求解问题三中的双喷油嘴放油情况下的凸轮运动的角速度使得管内压强稳定在 100MPa

附录六：求解问题一中定初值状态下管内压强随时间变化的函数值

附录七：求解问题一中变初值状态下管内压强随时间变化的函数值

附录八：问题二中求解从高压泵至高压油管内流量关于时间的函数

附录九：问题二中求解喷嘴处流量关于时间的函数

附录十：求解不同燃油压强值下的燃油密度值

附录十一：问题三种增加减压阀后减压阀流量函数

附录十二：改进后的欧拉法求解差分方程

## 九、 程序附录

### 附录一

文件名 main1.m

```
%% 清空环境变量

clc

clear

close all

%% 调用改进的欧拉公式进行求解微分方程在[100,200]的解
tic;

[x1,y1] = eulerpro('fun',100,200,0.850,0.5);

t1 = toc

%%使用 R-K45 进行拟合优度的验证
tic;

[x2,y2] = ode45('fun',[100,200],0.850);

t2 = toc

%% 将求解得到的离散压强与燃油密度值进行绘制图像
plot(x1,y1,'r:',x2,y2,'b+');
xlabel('燃油压强');ylabel('燃油密度');

%% 对使用改进的欧拉公式求解出来的压强和密度进行拟合
p = polyfit(x1,y1,1)           %1 阶拟合;
p2 = polyfit(x1,y1,2)          %2 阶拟合;
p3 = polyfit(x1,y1,3)          %3 阶拟合;
R= dot(y1-polyval(p,x1),y1-polyval(y1,x1)) %计算 1 阶拟合残差
R2= dot(y1-polyval(p2,x1),y1-polyval(p2,x1)) %计算 2 阶拟合残差
R3= dot(y1-polyval(p3,x1),y1-polyval(p3,x1)) %计算 3 阶拟合残差

%% 绘制原始数据和拟合曲线图像
figure;

hold on;

xlabel('压强');                %设置横坐标名
```

```

ylabel('燃油密度');      %设置纵坐标名
grid on                  %网格线
plot(x1,y1,'r+',x1,polyval(p,x1))
plot(x1,polyval(p2,x1))
plot(x1,polyval(p3,x1))
legend('压强与燃油密度关系','一阶拟合曲线','二阶拟合曲线','三阶拟合曲线');

```

## 附录二

文件名: main2.m

%微分方程数值解法----欧拉法测试

%% 清空环境变量

```
clc;
```

```
clear all;
```

```
close all;
```

%%

```
N = 10000;
```

```
t_s = 0;
```

```
t_e = 100;
```

```
dt = (t_e-t_s)/N;
```

```
n = 1;
```

```
t = t_s:dt:n*t_e-dt;
```

%%

```
P(1) = 100;
```

```
for tt = 20:30
```

```
    pp = [];
```

```
    for n = 1:n
```

```
        for i=2:N
```

```
            if mod(i,1000+tt)<=tt
```

```
                if i<=20
```

```
                    P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
```

```
                    (0.85*pi*0.735^2*sqrt(2*(160-P(i-1))/0.871) - 1*i)+P(i-1));
```

```

elseif i<=220
    P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
    (0.85*pi*0.735^2*sqrt(2*(160-P(i-1))/0.871) - 20)+P(i-1));
elseif i<=240
    P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
    (0.85*pi*0.735^2*sqrt(2*(160-P(i-1))/0.871) - 240+i)+P(i-
1));
else
    P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
    (0.85*pi*0.735^2*sqrt(2*(160-P(i-1))/0.871))+P(i-1));
end
else
    if i<=20
        P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
        (0 - 1*i)+P(i-1));
    elseif i<=220
        P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
        (0 - 20)+P(i-1));
    elseif i<=240
        P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
        (0 - 240+i)+P(i-1));
    else
        P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
        (0)+P(i-1));
    end
end
end
end

```

```

pp = [pp,P];
end
hold on
plot(t,pp,'k-');
xlabel('装置运行时间 t(ms) ');
ylabel('高压油管内压强 P(MPa) ');
end

```

### 附录三

文件名: main3.m

```

%% 清空环境变量

clc
clear
close all

%% 思路
% 使用定时长的方法计算 2、5、10s 时增加至 150MPa 稳态时单次开启单向阀的时间

%% 当 T 为 2 时
t = 2000;
n = t/100;
for t_b = 80:90
    t_b = 82;
    P0=100;
    for i = 1:n
        P{i} = pt2(P0,t_b);
        P0=P{1,i}(1,size(P{i},2)-1);
    end
    if abs(P0-150)<=0.2
        break;
    end
end

PP = P{1};

```

```

for i = 2:20
    PP = [PP,P{i}];
end
figure;plot(0.01:0.01:2000,PP,'k');
xlabel('时间 t(ms)');ylabel('高压油管内压强 P(MPa)')

%% 当T为5时
t = 5000;
n = t/100;
for t_b = 65:68
    % t_b = 660;
    P0=100;
    for i = 1:n
        P{i} = pt2(P0,t_b);
        P0=P{1,i}(1,size(P{i},2)-1);
    end
    if abs(P0-150)<=0.2
        break;
    end
end
PP = P{1};
for i = 2:50
    PP = [PP,P{i}];
end
figure;plot(0.01:0.01:5000,PP,'k');
xlabel('时间 t(ms)');ylabel('高压油管内压强 P(MPa)');

%% 当T为10时
t = 10000;
n = t/100;
for t_b = 60:68
    % t_b = 672;
    P0=100;
    for i = 1:n

```

```

        P{i} = pt2(P0,t_b);
        P0=P{1,i}(1,size(P{i},2)-1);
    end
    if abs(P0-150)<=0.2
        break;
    end
end
end

PP = P{1};
for i = 2:100
    PP = [PP,P{i}];
end
figure;plot(0.01:0.01:10000,PP,'k');
xlabel('时间 t(ms)');ylabel('高压油管内压强 P(MPa)');

```

附录四：

文件名：main4.m

```

%% 清空环境变量
clc
clear
close all

%% 计算面积相等时上升距离

h = 1.1685305384;

%% 通过上升距离求解上升的时间
for x1 = 0:0.0001:0.44
    y = -799.09*x1^5 + 597.19*x1^4 - 106.03*x1^3 + 10.208*x1^2 -
0.3637*x1 + 0.0024;
    if abs(y-h)<=0.001
        break;
    end
end

```

```

end

for x2 = 2.01:0.0001:2.45
    y = 799.4714617842907*x2^5 - 9194.072456392938*x2^4 +
42220.87583330501*x2^3 - 96759.84023987757*x2^2 +
110643.0728853096*x2 - 50489.73091306278;
    if abs(y-h)<=0.001
        break;
    end
end
end

```

%% 通过时间确定流量变化函数（分段函数）

%% 使用差分法求解微分方程组

```

% Pp(1) = 0.5;
% t0 = 0;
% Pp_temp = 0.5;
% Pr_temp = 100;
% pp = [];pr=[];
% Pr(1) = 100;
% sita0 = pi;
% omg = 0.0170;
% T = 2*pi/omg;
% for n = 1:50
%     Pp(1) = Pp_temp;
%     Pr(1) = Pr_temp;
% for i=2:10000
%     Pp(i) = 0.01 * (((0.0001*Pp(i-1)^3 - 0.0011*Pp(i-1)^2 +
5.4744*Pp(i-1) + 1531.9)/...
%
%         (114.758208375-19.6349375*hp(sita0+omg*(i+(n-
1)*10000)/100)))*(19.6349375*(omg/2*pi)*...
%
%         (hp_dao(sita0+omg*(i+(n-1)*10000)/100))-q1(Pp(i-1),Pr(i-
1))))+Pp(i-1);
%     if Pp(i)<0.5

```



```

%      Pp(i) = 0.5;
%      end
%      Pr(i) = 0.01*(((0.0001*Pr(i-1)^3 - 0.0011*Pr(i-1)^2 +
5.4744*Pr(i-1) + 1531.9)/...
%      (500*pi*5^2))*(q1(Pp(i-1),Pr(i-1))-q2(i/100,Pr(i-
1),t0)))+Pr(i-1);
% end
% Pp_temp = Pp(10000);
% Pr_temp = Pr(10000);
% pp = [pp,Pp];
% pr = [pr,Pr];
% end
% figure;plot(0.01:0.01:5000,pp)
% figure;plot(0.01:0.01:5000,pr)
% wending = mean((pr-100).^2);
% % n = 1000/T;
k = 1;
t0 = 0;
for omg = 0.016:0.0001:0.018
Pp(1) = 0.5;
Pp_temp = 0.5;
Pr_temp = 100;
pp = [];pr=[];
Pr(1) = 100;
sita0 = pi;
T = 2*pi/omg;
for n = 1:50
    Pp(1) = Pp_temp;
    Pr(1) = Pr_temp;
for i=2:10000
    Pp(i) = 0.01 * (((0.0001*Pp(i-1)^3 - 0.0011*Pp(i-1)^2 +
5.4744*Pp(i-1) + 1531.9)/...
    (114.758208375-19.6349375*hp(sita0+omg*(i+(n-
1)*10000)/100)))*(19.6349375*(omg/2*pi)*...

```

```

        (hp_dao(sita0+omg*(i+(n-1)*10000)/100))-q1(Pp(i-1),Pr(i-
1))))+Pp(i-1);
    if Pp(i)<0.5
        Pp(i) = 0.5;
    end
    Pr(i) = 0.01*((0.0001*Pr(i-1)^3 - 0.0011*Pr(i-1)^2 +
5.4744*Pr(i-1) + 1531.9)/...
        (500*pi*5^2))*(q1(Pp(i),Pr(i-1))-q2(i/100,Pr(i-
1),t0)))+Pr(i-1);
end
Pp_temp = Pp(10000);
Pr_temp = Pr(10000);
pp = [pp,Pp];
pr = [pr,Pr];
end
fangcha(k) = mean((pr-100).^2);
k = k+1;
figure;plot(0.01:0.01:5000,pp)
figure;plot(0.01:0.01:5000,pr)
end
[x,i] = min(fangcha);
omg = 0.016+0.0001*i

```

附录五:

文件名: **main5.m**

```

%% 清空环境变量
clc
clear
close all

%% 使用差分法求解微分方程组
Pp(1) = 0.5;
t0 = 0;
Pp_temp = 0.5;

```

```

Pr_temp = 100;
pp = [];pr=[];
Pr(1) = 100;
sita0 = pi;
omg = 0.01084*pi;
T = 2*pi/omg;
for n = 1:50
    Pp(1) = Pp_temp;
    Pr(1) = Pr_temp;
for i=2:10000
    Pp(i) = 0.01 * (((0.0001*Pp(i-1)^3 - 0.0011*Pp(i-1)^2 +
5.4744*Pp(i-1) + 1531.9)/...
    (114.758208375-19.6349375*hp(sita0+omg*(i+(n-
1)*10000)/100)))*(19.6349375*(omg/2*pi)*...
    (hp_dao(sita0+omg*(i+(n-1)*10000)/100))-q1(Pp(i-1),Pr(i-
1)))))+Pp(i-1);
    if Pp(i)<0.5
        Pp(i) = 0.5;
    end
    Pr(i) = 0.01*((0.0001*Pr(i-1)^3 - 0.0011*Pr(i-1)^2 +
5.4744*Pr(i-1) + 1531.9)/...
    (500*pi*5^2)*(q1(Pp(i),Pr(i-1))-2*q2(i/100,Pr(i-
1),t0)))+Pr(i-1);
end
Pp_temp = Pp(10000);
Pr_temp = Pr(10000);
pp = [pp,Pp];
pr = [pr,Pr];
end
figure;plot(0.01:0.01:5000,pp,'k');xlabel('时间 t (ms)');ylabel('高压
泵内压强 P (MPa)');
figure;plot(0.01:0.01:5000,pr,'k');xlabel('时间 t (ms)');ylabel('高压
油管内压强 P (MPa)');

```

```

%% %% 使用差分法求解微分方程组

% clear

%

% Pp(1) = 0.5;

% t0 = 0;

% Pp_temp = 0.5;

% Pr_temp = 100;

% pp = [];pr=[];

% Pr(1) = 100;

% sita0 = pi;

% omg = 0.0216*pi;

% T = 2*pi/omg;

% for n = 1:100

%     Pp(1) = Pp_temp;

%     Pr(1) = Pr_temp;

% for i=2:5000

%     Pp(i) = 0.01 * (((0.0001*Pp(i-1)^3 - 0.0011*Pp(i-1)^2 +
5.4744*Pp(i-1) + 1531.9)/...

%             (114.758208375-19.6349375*hp(sita0+omg*(i+(n-
1)*5000)/100))) * (19.6349375*(omg/2*pi)*...

%             (hp_dao(sita0+omg*(i+(n-1)*5000)/100)) - q1(Pp(i-1),Pr(i-
1)))) + Pp(i-1);

%     if Pp(i)<0.5

%         Pp(i) = 0.5;

%     end

%     Pr(i) = 0.01*((0.0001*Pr(i-1)^3 - 0.0011*Pr(i-1)^2 +
5.4744*Pr(i-1) + 1531.9)/...

%             (500*pi*5^2)*(q1(Pp(i),Pr(i-1))-2*q2(i/100,Pr(i-
1),t0)))) + Pr(i-1);

% end

% Pp_temp = Pp(5000);

% Pr_temp = Pr(5000);

% pp = [pp,Pp];

```

```

% pr = [pr,Pr];
% end
% figure;plot(0.01:0.01:5000,pp)
% figure;plot(0.01:0.01:5000,pr)
%
%
% %% 使用差分法求解微分方程组
% clear
%
% Pp(1) = 0.5;
% t0 = 0;
% Pp_temp = 0.5;
% Pr_temp = 100;
% pp = [];pr=[];
% Pr(1) = 100;
% sita0 = pi;
% omg = 0.0054*pi;
% T = 2*pi/omg;
% for n = 1:50
%     Pp(1) = Pp_temp;
%     Pr(1) = Pr_temp;
% for i=2:20000
%     Pp(i) = 0.01 * (((0.0001*Pp(i-1)^3 - 0.0011*Pp(i-1)^2 +
5.4744*Pp(i-1) + 1531.9)/...
%                 (114.758208375-19.6349375*hp(sita0+omg*(i+(n-
1)*20000)/100)))*(19.6349375*(omg/2*pi)*...
%                 (hp_dao(sita0+omg*(i+(n-1)*20000)/100))-q1(Pp(i-1),Pr(i-
1)))))+Pp(i-1);
%     if Pp(i)<0.5
%         Pp(i) = 0.5;
%     end
%     Pr(i) = 0.01*((0.0001*Pr(i-1)^3 - 0.0011*Pr(i-1)^2 +
5.4744*Pr(i-1) + 1531.9)/...
%                 (500*pi*5^2)*(q1(Pp(i),Pr(i-1))-2*q2(i/100,Pr(i-

```

```

1),t0)))+Pr(i-1);
% end
% Pp_temp = Pp(20000);
% Pr_temp = Pr(20000);
% pp = [pp,Pp];
% pr = [pr,Pr];
% end
% figure;plot(0.01:0.01:10000,pp)
% figure;plot(0.01:0.01:10000,pr)

%% 使用差分法求解微分方程组
Pp(1) = 0.5;
t0 = 0;
Pp_temp = 0.5;
Pr_temp = 100;
pp = [];pr=[];
Pr(1) = 100;
sita0 = pi;
omg = 0.05*pi;
T = 2*pi/omg;
for n = 1:10
    Pp(1) = Pp_temp;
    Pr(1) = Pr_temp;
for i=2:10000
    Pp(i) = 0.01 * (((0.0001*Pp(i-1)^3 - 0.0011*Pp(i-1)^2 +
5.4744*Pp(i-1) + 1531.9)/...
(114.758208375-19.6349375*hp(sita0+omg*(i+(n-
1)*10000)/100)))*(19.6349375*(omg/2*pi)*...
(hp_dao(sita0+omg*(i+(n-1)*10000)/100))-q1(Pp(i-1),Pr(i-
1)))))+Pp(i-1);
    if Pp(i)<0.5
        Pp(i) = 0.5;
    end
    Pr(i) = 0.01*((0.0001*Pr(i-1)^3 - 0.0011*Pr(i-1)^2 +

```

```

5.4744*Pr(i-1) + 1531.9)/...
        (500*pi*5^2)*(q1(Pp(i-1),Pr(i-1))-2*q2(i/100,Pr(i-
1),t0)))-q_jian(Pr(i-1))+Pr(i-1);
end
Pp_temp = Pp(10000);
Pr_temp = Pr(10000);
pp = [pp,Pp];
pr = [pr,Pr];
end

figure;plot(0.01:0.01:1000,pp,'k');xlabel('时间 t (ms)');ylabel('
高压泵内压强 P (MPa)');

figure;plot(0.01:0.01:1000,pr,'k');xlabel('时间 t (ms)');ylabel('
高压油管内压强 P (MPa)');

m = mean((pr-100).^2);

```

附件六:

文件名: **pt.m**

```

function [P,ind] = pt(chuzhi,N,pingheng)
dt = 100/N;
%%
P(1) = chuzhi;
tt = 28;
for i=2:N
    if mod(i,1028)<=tt
        if i<=20
            P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
            (0.85*pi*0.7^2*sqrt(2*(160-P(i-1))/0.871) - 1*i)+P(i-1));
        elseif i<=220
            P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
            (0.85*pi*0.7^2*sqrt(2*(160-P(i-1))/0.871) - 20)+P(i-1));
        elseif i<=240
            P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +

```

```

5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
    (0.85*pi*0.7^2*sqrt(2*(160-P(i-1))/0.871) - 240+i)+P(i-1));
else
    P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
    (0.85*pi*0.7^2*sqrt(2*(160-P(i-1))/0.871))+P(i-1));
end
else
    if i<=20
        P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
        (0 - 1*i)+P(i-1));
    elseif i<=220
        P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
        (0 - 20)+P(i-1));
    elseif i<=240
        P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
        (0 - 240+i)+P(i-1));
    else
        P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
        (0)+P(i-1));
    end
end
end
ind = find(P==pingheng,10,'first');
end

```

附件七:

文件名: pt2.m

```

function P = pt2(chuzhi,t_b)
dt = 100/10000;

```



```

P(1) = chuzhi;
i = 2;
while i<=10000
    if mod(i,1000+t_b)<=t_b
        if i<=20
            P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
(0.85*pi*0.7^2*sqrt(2*(160-P(i-1))/0.871) - 1*i)+P(i-1));
        elseif i<=220
            P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
(0.85*pi*0.7^2*sqrt(2*(160-P(i-1))/0.871) - 20)+P(i-1));
        elseif i<=240
            P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
(0.85*pi*0.7^2*sqrt(2*(160-P(i-1))/0.871) - 240+i)+P(i-1));
        else
            P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
(0.85*pi*0.7^2*sqrt(2*(160-P(i-1))/0.871))+P(i-1));
        end
    else
        if i<=20
            P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
(0 - 1*i)+P(i-1));
        elseif i<=220
            P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
(0 - 20)+P(i-1));
        elseif i<=240
            P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
(0 - 240+i)+P(i-1));

```

```

else
    P(i) = (dt * ((0.0001*P(i-1)^3 - 0.0011*P(i-1)^2 +
5.4744*P(i-1) + 1531.9)/(500*pi*5^2)) *...
    (0)+P(i-1));
end
end
i = i+1;
end

```

## 附件八

文件名: q1.m

```

function Q = q1(Pp,Pr)
if Pp<=Pr
    Q = 0;
else
    Q = 0.85*0.7^2*pi*sqrt(2*(Pp-Pr)/ROU(Pp));
end
end

```

## 附件九

文件名: q2.m

```

function Q = q2(t,Pr,t0)
% t0 = 20;
if t<=t0
    Q = 0;
elseif t<=t0+0.3329
    Q = 0.85*sqrt(2*(Pr-0.7)/(ROU(Pr)))*S(t-t0);
elseif t<=t0+2.1165
    Q = 0.85*sqrt(2*(Pr-0.7)/(ROU(Pr)))*0.49*pi;
elseif t<=t0+2.45
    Q = 0.85*sqrt(2*(Pr-0.7)/(ROU(Pr)))*S(t-t0);
else
    Q = 0;
end

```

end

```
function s = S(t)
```

```
if t<0.3329 || t>2.1165
```

```
    s = pi*h(t)*sin(pi/20)*(h(t)*sin(pi/20)*cos(pi/20)+2.5);
```

```
else
```

```
    s = 0.49*pi;
```

```
end
```

```
end
```

```
function H = h(t)
```

```
if t<=0.44
```

```
    H = 2.016*exp(-(t-0.4551)/0.1661)^2);
```

```
elseif t<=2
```

```
    H = 2;
```

```
elseif t<=2.45
```

```
    H = 2.017*exp(-(t-1.994)/0.1661)^2);
```

```
else
```

```
    H = 0;
```

```
end
```

```
end
```

## 附件十

文件名: ROU.m

```
function rou = ROU(p)
```

```
rou = 0.804298-6.5551E-7*p^2+0.000523*p;
```

```
end
```

## 附件十一

文件名: q\_jian.m

```
function Q = q_jian(Pr)
```

```
if Pr - 100<=0
```

```
    Q = 0;
```

```
else
```

```

        Q = 0.85*0.7^2*pi*sqrt((2*(Pr-100))/ROU(Pr));
end
end

```

## 附件十二

文件名: **eulorpro.m**

```

function [x,y] = eulorpro(fun,x0,xf,y0,h)
% 支撑材料，来自书本 MATLAB 与科学计算实践的程序
% 改进的欧拉法
n=fix((xf-x0)/h);
y(1)=y0;
x(1)=x0;
x(n)=0;y(n)=0;
for i=1:(n-1)
x(i+1)=x0+i*h;
y1=y(i)+h*feval(fun,x(i),y(i));
y2=y(i)+h*feval(fun,x(i+1),y1);
y(i+1)=(y1+y2)/2;
end

```