

基于退火的量子计算的组合优化电力流

Thomas Morstyn ^{ID}, IEEE高级会员

摘要—本文提出使用基于退火的量子计算来解决组合最优功率流问题。量子退火器提供了一个物理计算平台，利用量子相变来解决特定类别的组合问题。这些设备在规模和性能上有了快速增长，现在正接近于它们在工业应用中的价值。本文展示了一个包含线性多相网络建模、离散能源灵活性、可再生能源发电地点/规模和网络升级决策的最佳电力流问题如何被表述为一个二次无约束的二元优化问题，这可以通过量子退火来解决。使用D-Wave Systems的5760量子比特优势量子处理单元和混合量子-经典求解器，实现了与IEEE欧洲低压测试馈线集成的这些组件的案例研究。

Index Terms—Distribution network, D-Wave, electric vehicle, optimal power flow, power system planning, quantum annealing, quantum computing, Smart charging.

I. 简介

优化部署和运行新的发电来源和灵活性，对于实现以下目标至关重要

低成本过渡到可靠和去碳化的电力系统[1]。由于分布式能源资源（DER）的出现，包括中小规模的可再生能源和灵活的负载，再加上变电站和用户级传感和通信的出现，优化规划和运行的范围已经大大扩展[2]。然而，由此产生的协调挑战的巨大潜在规模引起了对未来计算要求的关注[3]。

最佳电力流（OPF）问题涉及为可控电源寻找集合点，以最小的成本满足需求，同时满足资源和网络的限制[4]。一般来说，电力网络的非线性特征使这一问题具有挑战性，这也促使人们对其进行研究。

2022年2月17日收到稿件；2022年6月10日和8月14日修订。

2022年；2022年8月17日接受。出版日期2022年8月22日；当前版本日期2023年2月20日。这项工作得到了英国工程和物理科学研究委员会（EPSRC）项目EP/S000887/2、项目EP/S031901/1和项目EP/T028564/1的支持。论文编号。TSG-00227-2022。

作者是英国爱丁堡大学工程学院，爱丁堡EH8 9YL，（电子邮件：thomas.morstyn@ed.ac.uk）。

本文中一个或多个数字的彩色版本可在

<https://doi.org/10.1109/TSG.2022.3200590>。

数字对象标识符10.1109/TSG.2022.3200590

授权许可使用仅限于：清华大学。于2023年3月2日06:08:52 UTC从IEEE Xplore下载。限制条件适用。

线性近似[5]和凸松弛[6]的发展，在特定条件下是准确的，并允许OPF问题在多项式时间内被解决。随着DER的兴起，已经有大量的工作考虑到OPF在配电系统层面上的特殊性，包括不平衡电压、损耗和无功功率流[7], [8], [9]。

组合OPF是一类更具挑战性的问题，当OPF需要与额外的离散决策一起解决时就会出现，例如当资源具有离散的灵活性时[10]，以及在资源安置和网络投资决策需要考虑固定成本和有限的尺寸选择时[11]。在实践中，许多DER只提供离散的灵活性，包括电动车充电器[12]和热泵[13]的开/关控制，以及固定操作周期的可调度电器[14]。此外，即使电源转换器允许连续控制DER，低运行功率往往与低效率有关，因此最好规定一个最小开启功率。[15]。组合OPF与配电系统运营商（DSO）直接相关，他们希望通过有针对性的网络加固和DER的主动管理相结合，增加清洁能源技术的承载能力。[16]。

组合优化问题可以用穷举搜索和动态编程来解决，但维度的诅咒意味着计算负担随着决策变量的数量呈指数级增长。[17]。混合整数线性编程（MILP）可以应用于目标和约束条件可以被制定为离散变量的线性函数的情况下[18]。在解决大型MILP方面已经取得了重大进展，达到了合理的精度水平，但总的来说，它们仍然是com-putally密集型的[19]。拉格朗日松弛法[20]和代理拉格朗日松弛法[21]是适合于那些可以通过放松有限数量的耦合约束分解成一组类似子问题的迭代方法。组合问题也可以用元启发式方法解决，包括遗传算法[22]、粒子群优化[23]、塔布搜索[24]和模拟退火[25]。然而，可扩展性仍然是一个挑战，因为元启发式方法的收敛时间也随着问题维度的增加而增加[26]。

在过去的20年里，量子设备的发展取得了重大进展，与经典的数字硅基计算机相比，它提供了一个基本的新计算架构。一个重要的里程碑是实现了

1949-3053

2022年IEEE。允许个人使用, 但再版/转发需经IEEE许可。更多信息见

□c

<https://www.ieee.org/publications/rights/index.html>。

这就是最近用一个54量子比特的设备实现了量子至尊, 即实际演示了量子计算机解决了一个对经典计算机来说不可行的问题 [27]。对于电力系统, 在 [28], [29]中提出了基于门的量子计算算法, 用于发电机组承诺。然而, 要将通用的基于门的量子计算机扩展到可以广泛用于工业应用的程度, 仍然存在重大挑战 [30]。

扩大基于门的量子计算机的规模所面临的挑战, 促使我们开发更多的可扩展的量子硬件架构, 以解决特定的计算问题。量子退火器是目前最大的量子计算设备, 能够解决一类特殊的组合优化问题, 即无约束的二元优化 (QUBO) 问题 [31]。量子退火

探测器包含一个可以控制偏压和耦合的量子比特晶格。以量子绝热定理为基础、

量子比特晶格被控制, 使其物理地演化到一个低能量状态, 代表了一个优化问题的解决方案。这有点类似于模拟退火所复制的过程, 但物理量子波动取代了模拟热波动 [32]。另外, 应该注意的是, 在开发基于退火的量子处理器之前, 量子退火是指模拟退火的一种变体, 具有模拟的

量子波动 [33]。

从理论上论证噪声量子退火何时比经典替代方法具有明确的优势是具有挑战性的 [34], 但性能优势已经被证实。

为具体的应用进行论证 [35], [36]。此外, 量子退火硬件仍在量子比特的数量和噪声水平方面迅速提高 [37]。这促使人们对一系列应用进行调查, 包括蛋白质折叠 [38]、机器学习 [39] 和无线基站解码 [40]。[41] 中指出了量子退火应用于电力系统的机会, 但没有详细的调查。在 [42] 中, 量子退火被证明用于发电机组的承诺, 但没有考虑电力流建模和网络约束。量子退火的其他电力系统应用包括电网分区 [43] 和相位测量单元安置 [44]。

本文的新贡献是提出并展示了基于退火的量子计算在组合式OPF中的应用。鉴于量子退火硬件的规模和发展性质仍然相对有限, 我们的重点是它对电力系统的适用性, 而不是用目前的硬件进行加速的潜力。为此, 我们提出了一个新的QUBO公式, 用于解决具有可控开/关EV充电的线性多相OPF问题。在此过程中, 我们可以使用以下方法来解决: 1. 将可

量子退火。案例研究在D-Wave系统的5,760量子比特 Advantage量子处理器上实现, 以研究所需的量子比特数量如何随电动车数量和网络约束而变化。然后使用D-Wave的混合量子-古典二元二次模型求解器

对于一个更大规模的问题, 它强调了共同优化配电网升级和可再生能源发电投资与运营灵活性的价值。

本文的其余部分组织如下: 第二节简要介绍了D-Wave的量子退火的实现及其在QUBO问题上的应用。在第三节中, 提出了Combinatorial OPF的QUBO公式。第四节中介绍了案例研究结果。第五节是本文的结论。

II. 量子退火

本节概述了量子退火, 由D-Wave的量子处理器实现。如前所述, 一个关键的应用是解决QUBO问题, 它可以以下方式描述

$$\text{Min} \sum_{(i,j) \in E} Q_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in X} c_i x_{ii}, \quad (1)$$

其中, $x_i \in \{0, 1\}$, $i \in X := \{1, \dots, N\}$ 为二元决策变量, $E := \{(i, j) | i, j \in X, i \neq j\}$ 。 $Q_{ij} \in \mathbb{R}$, $(i, j) \in E$ 是二次QUBO目标函数系数, $c_i \in \mathbb{R}$, $i \in X$ 是线性QUBO目标函数系数。QUBO问题可以等效地表示为

$$\text{Min} \sum_{(i,j) \in E} J_{ij} y_{ij} + \sum_{i \in X} h_i y_{ii}, \quad (2)$$

$$J_{ij} = -\frac{1}{4} Q_{ij}, \quad h_i = -\frac{1}{2} c_i + \sum_{j \in X} Q_{ij},$$

其中自旋值 $y_i \in \{-1, 1\}$, $i \in X$ 。

量子退火是基于以下的自然行为

耦合的量子比特来寻求基态 (最低能量状态)。量子退火过程可以用一个时间变化的哈密顿 $H(s)$ 来描述 [34]

$$H(s) = A(s)H_I - B(s)H_P, \quad (3)$$

其中 $A(s)$ 和 $B(s)$ 是退火路径函数, 定义在归一化退火时间 $s = t/t_a$ 。这些函数被设计为: 最初 $A(0) = 1$, $B(0) = 0$, 退火后 $A(1) = 0$, $B(1) = 1$ 。

初始哈密顿 H_I 被选择, 以便它有一个已知的易于制备的基态, 例如 [34]。

$$H_I = \sum_i \sigma_i^x, \quad (4)$$

其中 σ^x 是应用于量子比特 i 的 Pauli-x 算子。问题哈密顿 H_P 由 [34] 给出

$$H_P = \sum_{ij} J_{ij} \sigma_i^z \sigma_j^z + \sum_i h_i \sigma_i^z. \quad (5)$$

其中 σ^z 是应用于量子比特 i 的 Pauli-z 算子。这个哈密顿的特征向量对应于 Ising 模型 (2) 的解。

量子退火器首先初始化一个量子比特晶格的叠加态, 使 $H(0) = H_I$ 。量子比特的耦合为

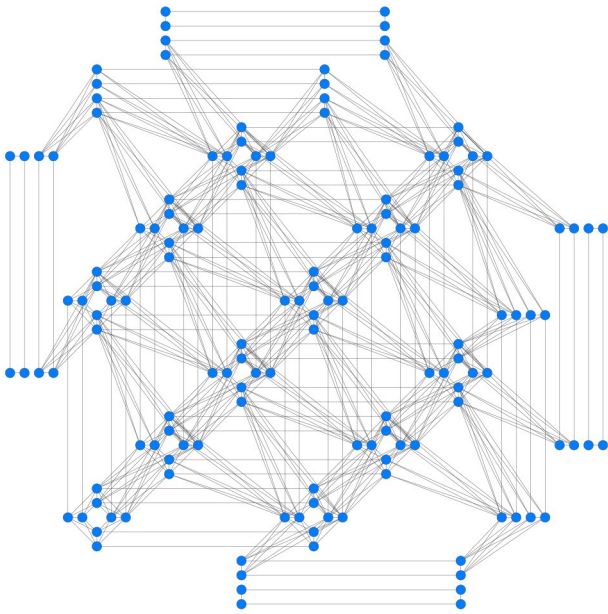


图1. 一个3乘3单元的例子 (144个量子比特) Pegasus拓扑结构。D-Wave的优势处理器是16乘16的单元 (5760个量子比特)。

然后在退火时间内进行操作, 使系统向问题哈密顿演化。Dwave的设备使用射频超导量子干涉装置 (rf-SQUID) 量子比特 [45]。D-Wave的量子处理器所使用的基本物理机制在 [46]中有更详细的描述。根据量子计算的绝热定理, 如果退火时间足够长, 时间变化的哈密顿将始终保持在基态。问题哈密顿体具有经典的特征值---ues, 因此在 $H(1)=H_p$ 的自旋值将是经典值 (即 $y_i \in \{-1, 1\}$), 这些将与伊辛模型的最优解相对应。

一个额外的复杂性是, D-Wave的量子处理器内的物理量子比特格子是稀疏连接的。2020年9月, D-Wave发布了其 "优势" 处理器, 有5760个量子比特以Pegasus拓扑结构连接, 其中大多数量子比特与15个邻居连接。图1显示了Pegasus拓扑结构的144量子位版本 [47]。Advantage处理器可以处理比其前身D-Wave 2000Q大得多的问题, D-Wave 2000Q有2,048个量子比特, 大多数量子比特与6个邻居相连接。有限的连接性意味着伊辛模型必须被翻译成与处理器的物理量子比特晶格兼容的等效模型。这个转换过程被称为次要嵌入, 涉及到用单个物理量子比特或强耦合的物理量子比特链来表示原始模型的每个逻辑量子比特。 [48]

。一个例子显示在图2中。最佳的次要嵌入本身就是一个计算密集型的问题, 但是适合大型问题的启发式工具已经被开发出来 [49]。此外, 嵌入可以在具有相同耦合决策变量的问题之间重复使用, 即使线性和二次重量是不同的。

对于那些对目前的量子程序来说过于庞大的问题, D-Wave提供了基于云的混合求解器、

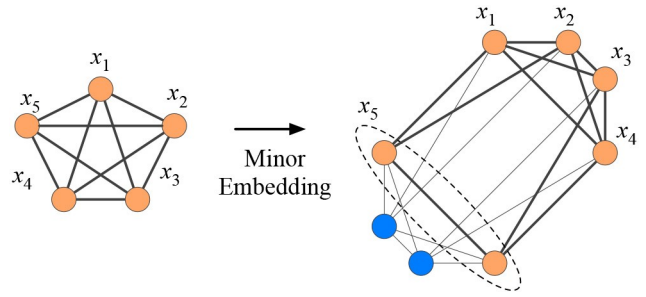


图2. 代表一个简单的QUBO问题的5量子比特逻辑网络, $\min (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)^2$, 以及Pegasus拓扑结构的一段上的6量子比特嵌入。

它可以解决多达一百万个变量的QUBO模型[48]。解算器代码是专有的, 被描述为利用经典CPU和GPU上的并行计算, 将查询发送到量子处理器, 以帮助指导解决空间的探索 [50]。

III. 问题的制定

本节介绍了所提出的组合式OPF问题的 QUBO公式。为了提供一个具体的环境, 该公式侧重于一个DSO, 该DSO的目标是优化安排电动汽车的可控开/关充电, 同时对不可调度的可再生能源发电和配电网升级的位置和大小做出决定。请注意, 经过相当小的修改, 该公式可以被更新, 以解决输电网 (例如, 通过用直流线性功率流模型取代这里使用的以配电为重点的多相线性功率流模型[9][51]) 和更广泛的时间耦合的灵活负载, 如智能加热和可调度电器 [52]。

首先, 为组合问题提出了一个受限的非线性二进制公式, 然后用来发展所提出的QUBO公式, 它可以用量子退火来解决。考虑一个有一组节点 $N=\{0, \dots, N\}$ 的配电网, 其中节点0是与主电网的连接点。该网络具有以下阶段

$\Phi = \{a, b, c\}$ 。优化范围内的区间集合为 $T = \{1, \dots, T\}$, 其中每个区间的持续时间为 τ 。对于区间 $t \in T$, 电网连接点的能源价格为 λ_{0t} 。 $V = \{1, \dots, V\}$ 是电动汽车的集合, $G = \{1, \dots, G\}$ 是潜在的可再生能源发电站的集合, $U = \{1, \dots, U\}$ 是电网的互斥潜在计划的集合。升级。

组合式OPF包括在运行前的长期投资决定和优化范围内的运行调度。计算上的限制通常要求优化范围考虑一个代表长期运行的缩短期 (例如, 一天或多天)。这里只考虑了一组投资决策, 但一个潜在的扩展是考虑投资和运营的多个阶段 (例如, 每年)。由于时间尺度的不同, 资产投资成本需要根据相对于其生命周期的优化期限进行折现和调整 (例如, 见 [53])。相等的成本

C_{equ} , 对有前期投资的优化区间进行分析。
投资成本 C_{inv} 给出的是

$$C_{equ} = C_{inv} \frac{1 - (1+r)^{-L}}{r} \quad (6)$$

其中, T_v 是一年中的优化区间的数量,
 T 是以年为单位的使用寿命, r 是贴现率。

对于 $EV \ i \in V$, $T_i \subseteq T$ 是区间的子集, 当
电动车插上电源, 可以充电, $x^{ev} \in \{0, 1\}$ 代表 $t \in T$ 的开/关充
电决定, x^{ev} 是

η^{ev} 是充电效率、
的额定充电功率, E^{ev} 是到达时的能量, 以及
 E_i^{ev} 是最大能量。DER和负载可能有单

或多相连接, 但为了便于表述, 它是
假设它们是怀表连接。 W^v , 是指节点 i 的集合。

电动汽车 i 连接的相位对 (例如, 如果连接在节点 n 的 a 和
 b 相位, 那么 $W^v = \{ (n, a) \} \cup \{ (n, b) \}$)。

每个潜在的可再生能源发电站 $j \in G$, 都有一个集合
规模的 S_j , 可以安装发电机, 这决定了
矿井的额定功率 ρ^j 和成本 c^g $s \in S$ (折算和

根据与寿命有关的优化范围的持续时间来调整)。决定安
装尺寸为
 s 表示的是 $x^g \in \{0, 1\}$ 。假设可再生能源
资源是不可调度的 (例如, 不受控制的太阳能或风能)。

在运行期间, 由DSO负责)。因此, 每个来源都在时间范
围内以正常化的发电概况进行运作、
 $p_j^g = (\hat{p}_1^g, \dots, \hat{p}_{T_j}^g)$, 所以总的输出功率向量为 $\rho^g \ p^g \ o_j T_j s_j$

使用[9]中的线性多相功率流模型和一组时间范围内的
额定运行点, 可以得到与时间有关的系数 $A\psi\omega_t$, 将节点-
相位对 ω 的实际功率注入与净值的变化联系起来。

松弛节点上的实际功率输入。同样, 可以得到一个系数
 $K\psi\omega_t$, 它将节点相对 ψ 的功率注入的影响与另一个节点相
对 ω 的电压幅值联系起来。对于节点相对 ω , 让 $v_{\omega t}$ 是额定
工作点的电压幅值, 允许的上限和下限为 v_{ω} 和 v_{ω} 。

网络升级计划 $k \in U$ 的选择是由 $x^u \in \{0, 1\}$ 来表示的。计
划是相互排斥的, 每个计划都与一组特定的线路升级计划
相关。

变压器, 从而产生新的功率流模型系数、
 $A\psi_{kt}$ 和 $K\psi_{\omega kt}$ 。升级 k 的贴现和时间跨度调整成本为 c^u 。
让 $\Delta_{kt}^A = A\psi_{\omega t} - A\psi_{\omega t}$ 和 $\Delta_{kt}^K = K\psi_{\omega kt} - K\psi_{\omega kt}$ 。另外, 对于时间 t , 让其影响
对净进口功率进行升级 k , 并将其置于名义运行状态。
给定

在节点-相位对 ω 的幅度由 $\Delta\omega_{kt}$ 给出。

组合优化问题的形式可以是
被称为

闽

授权许可使用仅限于: 清华大学。于2023年3月2日06:08:52 UTC从IEEE Xplore下载。限制条件适用。

$$- \sum_{i \in V} \sum_{j \in G} \tau \eta_i \rho_i^{ev} x_i^{ev} + \sum_{j \in G} \sum_{s \in S_j} c_s^g x_s^g + \sum_{i \in V} c^u x^u + \sum_{t \in T} p_0^u x^u, \quad (7a)$$

$$\text{s.t. } E^{ev} \leq \sum_{t \in T} \tau \eta_i \rho_i^{ev} x_i^{ev} \leq E_i^{ev} \text{ for } i \in V, \quad (7b)$$

$$v_{\omega} \leq v_{\omega t} + \sum_{i \in V} \frac{1}{|W_i^{ev}|} \sum_{j \in W_i^{ev}} \rho_j^{ev} \Delta\omega_{kt}^{ev} - K\psi_{\omega t} + \sum_{k \in U} \Delta K\psi_{\omega kt} x_k^u + \Delta\omega_{kt} x_k^g - \sum_{j \in G} \frac{1}{\rho^g} \sum_{k \in U} \Delta K\psi_{\omega kt} x_k^u + \sum_{j \in G} \frac{1}{\rho^g} \sum_{k \in U} \Delta K\psi_{\omega kt} x_k^g \leq v_{\omega} \text{ for } \omega \in \Delta, t \in T, \quad (7c)$$

$$\sum_{j \in G} x_j^g \leq 1, \text{ 对于 } j \in G, \quad \sum_{s \in S} x_s^g \leq 1, \quad (7d)$$

$$x^{ev}, x^u, x^g \in \{0, 1\}. \quad (7e)$$

决策变量为 x^{ev}, x^u, x^g , 它们都是二进制的
价值不
菲。

目标(7a)是最小化系统净成本, 其中包括购买/销售上游
能源的成本/收入, 从电动汽车充电获得的效用, 更新的
成本, 以及对电动汽车的投资。

能发电的投资和网络升级的成本。约束条件 (7b) 限制了
电动汽车的最大能量水平。约束条件 (7c) 限制了每个节
点-相位对的最大和最小电压幅值 $\omega \in \Delta$ 。(7d)中的约束条件
规定, 每个节点-相的单一安装尺寸可以选择
可再生能源发电站, 并且最多可以选择一个网络升级计划
。约束条件 (7e) 规定了决策变量是二进制的。

该问题必须被重新表述为QUBO, 才能用量子退火法解
决。组合式OPF问题 (7a) 的目标函数是由二元决策变量
的线性和二次项组成的, 因此可以直接纳入QUBO公式中
。然而, 由于约束条件不能直接纳入, 目标必须包括等效
的惩罚项, 当违反约束条件时, 惩罚项为高, 而在可行的
情况下, 惩罚项为零。

解决方案是一个一般的线性不等式约束的形式是 $Ax \leq$
可以通过一个等价的惩罚条款来强制执行[34]

$$P(Ax - b) + \delta \sum_{l=0}^2 \frac{1}{2} \|Ax - b\|_2^2, \text{ 其中 } \delta = \frac{s}{2Y-1}. \quad (8)$$

P 是一个惩罚标量, 它将确保约束条件得到满足。

$$W_{\psi}^{ev} = \frac{A\psi_t + \frac{\Delta\psi}{k} U}{t \otimes T_i}$$

如果足够大的话，就能达到最佳状态，尽管过大的惩罚会增加求解时间。 [5 4] 中讨论了选择惩罚的权衡和经验法则。辅助性

$$-T\lambda \eta \rho_{0t}^{ev} \sum_{i \in \mathcal{I}} \frac{1}{W_i} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{A\psi_t + \frac{\Delta\psi}{k} U}{t \otimes T_i} \sum_{s \in \mathcal{S}_j} \sum_{g \in \mathcal{G}} \frac{g}{x_{jst} \lambda \rho_{jst}^{ev}}$$

松弛变量 $y_l \in \{0, 1\}$, $l \in \{0, \dots, Y-1\}$ 被引入以执行作为等个而进个严展，这些变量被约束条件的保守性不大于 δ ，鉴于所需的松弛量不大于 s 。

对于特定的线性约束,有更简单的等价罚则,它们利用了二进制的特性。特别是,对于 $x \in \{0, 1\}$, $i \in N = \{1, \dots, N\}$, 一个线性约束 $\sum_{i \in N} x_i \leq 1$ 可以通过以下方式强制执行

$$P \sum_{\substack{x_{ij} \\ i, j \in N, i \neq j}} x \quad (9)$$

由于网络的升级, (7) 也有二次不等式---。它的约束。为了将这些内容整合到QUBO中, 需要做到以下几点

惩罚条款被提出来, 以强制执行 $z = xy$ 的关系。

$x, y, z \in \{0, 1\}$ 之间、

$$P(xy - 2zx - 2zy + 3z) \quad (10)$$

如果 $z = xy$, 这个惩罚将是0, 而大于或等于

否则, 使用 (8), 强制执行EV最大-的不等式约束。

在QUBO问题中, 可以使用等效的惩罚条款, 将um能级 (7b) 纳入QUBO问题中, 这些惩罚条款如下所示

$$P_{ev} \sum_{i \in V} \sum_{l=0}^{Y^v-1} y_{il}^{ev} + \sum_{i \in T_i} \sum_{l=0}^{Y^v-1} 2 y_{il}^{ev} \quad (11)$$

P_{ev} 是惩罚标量, $y_{il}^{ev} \in \{0, 1\}$, $l \in \{0, \dots, Y^v - 1\}$ 是二元辅助松弛变量, 将该约束作为一个不等式来执行。 δ^{ev} 是约束的最大保守性。

(7c) 中每个节点-相对的最大电压幅值约束也可以用等效的惩罚条款来执行, 具体如下

$$P_v \sum_{t \in T} \sum_{\omega \in \Omega} \left(\frac{1}{|W_i|} \sum_{\psi \in W_i^{ev}} \sum_{t \in T_i} \rho_{\psi \omega}^{ev} K_{\psi \omega}^{u, ev} + \sum_{k \in U} \Delta_{\psi \omega k}^v x_k \right) + \sum_{j \in G} \sum_{s \in S} \left(\frac{1}{|W_j|} \sum_{\psi \in W_j^{ev}} \sum_{s \in S_j} K_{\psi \omega}^{g, s} + \sum_{k \in U} \Delta_{\psi \omega k}^v x_k \right) + \sum_{l=0}^{Y^v-1} 2 y_{il}^{ev} \quad (12)$$

P_v 是惩罚标量, $y_{il}^{ev} \in \{0, 1\}$, $l \in \{0, \dots, Y^v - 1\}$ 为辅助性的松弛变量, 将约束条件作为 "一个" 来执行。不等式, 而 δ^{ev} 是最大的约束保守---。

(7c) 中的最小电压幅值约束的等效惩罚项由以下内容给出

$$P_v \sum_{t \in T} \sum_{\omega \in \Omega} \left(\frac{1}{|W_i|} \sum_{\psi \in W_i^{ev}} \sum_{t \in T_i} \rho_{\psi \omega}^{ev} K_{\psi \omega}^{u, ev} + \sum_{k \in U} \Delta_{\psi \omega k}^v x_k \right) + \sum_{j \in G} \sum_{s \in S} \left(\frac{1}{|W_j|} \sum_{\psi \in W_j^{ev}} \sum_{s \in S_j} K_{\psi \omega}^{g, s} + \sum_{k \in U} \Delta_{\psi \omega k}^v x_k \right) + \sum_{l=0}^{Y^v-1} 2 y_{il}^{ev} \quad (14)$$

$y_{il}^{ev} \in \{0, 1\}$, $l \in \{0, \dots, Y^v - 1\}$ 是辅助的松弛变量---。的能力。由于最高和最低电压限值具有相似的特征, 所以相同的惩罚标量、辅助变量的数量和保守性参数被用于都是。

最后, 利用 (9), 等效的惩罚条款为CON---。

(7d) 中的约束条件, 规定每个可再生能源发电站可以选择的网络升级计划, 由以下公式给出

$$P_g \sum_{j \in G} \sum_{s \in S} x_{js}^g + P_u \sum_{k \in U} x_k^u \quad (15)$$

其中 P_g 和 P_u 是惩罚标量。

将原来的目标函数 (7a) 和用于约束执行的等效惩罚项结合起来

(11)-(15), 提议的(7)的等效QUBO公式由以下公式给出

$$\min (7a) + (11) + (12) + (13) + (14) + (15)$$

QUBO问题有决策变量 x^{ev} , x^u , x^g , $x^{u, ev}$, x_{kjs} , y^{ev} , y_{il}^{ev} , $y_{\omega t}$, 这些都是二进制值。

所提出的公式侧重于具有离散灵活性的DER, 这需要组合优化。该可以扩展到包括连续的

基于小的离散控制步长和连续的输出功率的可控DER, 由多个不同类型的控制单元组成。

二元决策变量 (以二元扩展方式排列)。对于例如, 考虑一个可控的发电源, 其输出为功率 p^c , 以 $0 \leq p^c \leq p^c$ 为限。设控制步长为

为 δ^c , 额外的二元决策变量为 x^c 。

$x_{u, ev}$ 和 $x_{u, g}$ 是二元辅助变量，它们是

介绍套例管理 (7c) 中的二次项。使用 (10)、所需关系 $x_{u, ev} = x_{u, ev}$ 和 $x_{u, g} = x_{u, g}$ 可通过引入额外的惩罚条款来强制执行，这些条款由以下公式给出

$$P_{u, ev} + P_{u, g} \sum_{i \in V} \sum_{k \in U} \sum_{j \in G} \left(x_{u, ev}^2 - 2x_{u, ev}x_{u, g} - 2x_{u, g}x_{u, ev} - 3x_{u, g}^2 \right), \quad (13)$$

其中 $P_{u, ev}$ 和 $P_{u, g}$ 是惩罚标量。

$\{0, 1\}$, $m \in \{0, \dots, N-1\}$, 其中 $N = \text{ceil}\{\log_2(\frac{1097}{\delta})\}$ 。

DER的输出功率将是 $p^c = \delta^c \sum_{m=1}^{N-1} x_{mc}$, 即可将其纳入《公约》的目标和惩罚条款。QUBO问题。

IV. 案例研究

在本节中，介绍了一些案例研究，展示了

落实拟议的QUBO配方。案例研究使用了IEEE欧洲低电压测试系统。

馈线[55], 如图3所示，具有可控制的开/关EV

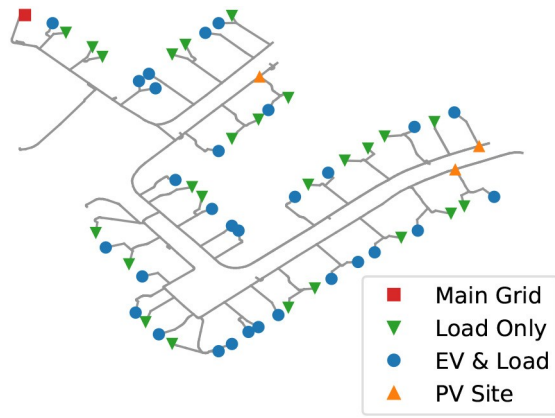


图3.用于案例研究的配电馈线, 显示了主要电网连接的位置, 55个家庭负荷, 其中30个可能有电动汽车充电, 以及3个可以安装光伏发电的地点。

充电、光伏发电安置/规模和网络升级决策。

该网络有55个单相家用负载, 以及多达30辆电动车, 配有单相7.2千瓦充电器, 电池容量为75、85或100千瓦时。电动车到达和离开的时间是正态分布。平均到达时间为下午6点, 平均离开时间为上午8点, 两者的标准差为2小时。该网络有3个光伏发电站, 它们有三相连接, 可以支持25或50kWp。有两个网络升级计划, 分别将变压器和线路的阻抗减少一半或四分之三。案例研究考虑了从晚上12点到第二天12点的24小时优化范围, 持续时间间隔为1小时。

这里, 选择了间隔1小时的单日运行, 因为重点是展示所提出的QUBO公式的可实施性, 但它可以通过考虑多个代表日和更大的调度来完善(以增加计算负担为代价)。上游能源价格被假定为遵循一个标准的

英国 "经济7" 关税, 早上6点到晚上11点的能源价格为0.15英镑/千瓦时, 晚上11点到早上6点的能源价格为0.07英镑/千瓦时 [56]。来自英国客户主导的网络革命项目的智能电表数据被用于家庭负荷 [57]。与规模有关的光伏安装成本是使用 [58] 的数据计算的, 假设使用寿命为25年, 贴现率为5%。网络升级成本使用 [59] 中的数据计算, 假设使用期限为35年, 折扣率为5%。电压幅值限制假定为 0.95 和 1.05 pu。其他案例研究参数见表1。

A. 量子处理器的实现

建议的QUBO问题在D-Wave的5,760个量子比特的 Advantage量子处理器上实现, 以研究所需的量子比特数量如何随问题的大小而变化。为此, 该问题针对不同数量的电动车和节点-相位对实施, 其中电压的上限和下限是强制执行的。添加额外的电动车会增加

表一
其他案例研究参数

u_i^{ev}	0.50	£/kWh	η_i^{ev}	90	%
c_{1j}^g	8.42	£	c_{2j}^g	16.41	£
c_1^u	26.32	£	c_2^u	78.96	£
I_{ev}	0.5		Y_{ev}	4	
δ_i^{ev}	6	kWh	P_v	2	
Y_v	5		$\delta_{v,t}^v$	0.003	pu
P_g	240		P_u	300	
$P_{u,ev}$	10		$P_{u,g}$	240	

决策变量的数量(时间范围内的电动车充电决策, 电动车能量约束松弛变量, 以及与网络升级相关的辅助变量), 并在变量之间增加新的二次关系, 这也可能增加量子比特, 以便在Pegasus topology上实现轻微嵌入。增加额外的电压约束也同样增加了决策变量和二次方关系的数量。当在不包括网络升级的情况下, 用单一的电动汽车和3个节点-相对的电压限制来实现时, QUBO公式有746个决策变量。当包括网络升级决策时, 这个数字增加到792。考虑到3个节点相对的电压限制, 在没有网络升级的情况下, 每个额外的电动汽车平均增加了17个决策变量, 而在网络升级的情况下, 额外的电动汽车平均增加了44个决策变量(注意, 额外的决策变量的数量取决于每个电动汽车可用于充电的间隔时间)。考虑到单一的电动汽车, 在一个额外的节点-相位对上强制执行电压限制会增加240个决策变量, 无论如何

的是否考虑网络升级。

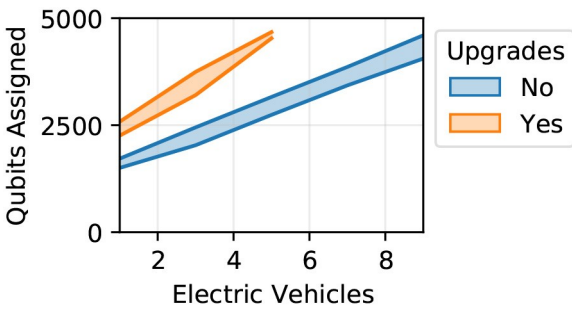
图4a显示了在3个节点-相位对强制执行电压限制的情况下, 不同数量的电动汽车的分配量; 图4b显示了单一电动汽车和不同数量的节点-相位对的电压限制的分配量。对于每个问题的大小, 图中显示了由D-Wave的启发式次要嵌入工具提供的20次运行的分配量子比特的范围, 与平均值的变化最多只有±9.4%。在不包括网络约束的情况下, 分配的量子比特数量大约线性增加

到9个电动车和8个有电压限制的节点-相位对, 超过这个范围就不能经常找到可行的嵌入。类似的关系也出现在网络升级中, 但在超过5个电动车和7个节点-相位对的电压限制时, 不经常发现可行的嵌入。线性扩展表明, 随着更大的基于退火的量子处理器的出现, 所提出的配方应该有意义地受益。然而, 目前的最大问题规模是限制性的, 即使是相对小规模的应用。

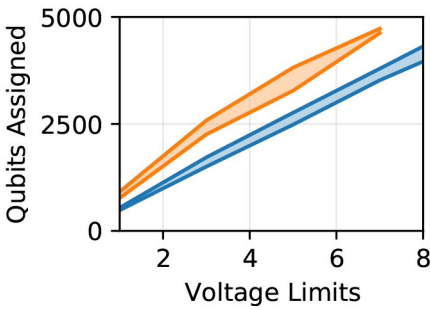
为了研究量子退火与经典计算相比的性能, 使用D-Wave的 Advantage处理器和模拟退火来解决所提出的QUBO问题, 模拟退火是组合优化问题的最先进的经典方法 [60]。对于量子退火, 该问题是用100个样本和100μs的退火时间来解决的。对于模拟退火, 该问题是用dwave-

neal Python包实现的[61]，并使用2.3 GHz的8核Intel Core i9解决。

表一



(a)



(b)

图4. D-Wave的Pegasus拓扑结构上分配的量子比特数量为
(a) 不同数量的电动车, 给定3个节点-相对的电压限制, 以及
(b) 在有和没有网络升级决定的情况下, 在不同数量的节点-相位对上执行的电压限制, 给定一个电动汽车。

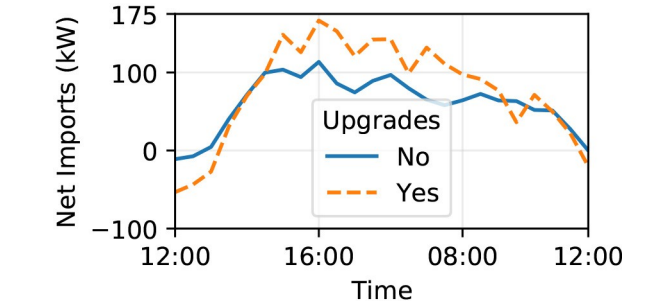
处理器和16GB的内存。为了能够比较两种方法的计算时间, 模拟退火法以一次重复和两次扫描的方式实施, 发现其结果是能量相似的解决方案 (即包括惩罚条款的QUBO目标)。表二比较了两种方法的平均计算时间、平均净效用和平均能量, 当问题是由不同数量的电动汽车、3个节点-相位的电压限制和不考虑网络升级决策而制定的。平均数是通过使用每种方法对每个方案进行10次求解得到的。如图所示, 对于单一的电动汽车, 量子退火具有较低的平均计算时间, 较高的平均净效用和较低的平均能量。另外, 在量子退火法下, 计算时间只在下列情况下略有增加 1个EV的49.9毫秒, 到9个EV的52.2毫秒, 而模拟退火的编译时间从56.4毫秒增加到 121.5毫秒。使用量子退火法的平均净效用也一直较高。每种方法都产生类似的平均QUBO能量, 主要由轻微的违反约束条件驱动。然而, 对于模拟退火来说, 不同问题大小的平均能量更加一致, 而使用量子退火, 随着问题大小的增加有上升的趋势, 这可能表明未来的扩展挑战。

B. 混合求解器的实现

D-Wave的混合量子-经典二元二次方模型求解器可以解决具有实际意义的较大问题。为了证明这一点, 对30辆电动车进行了案例研究, 这些电动车对当地的电力有很大的

表二
平均计算时间、平均
当QUBO问题使用模拟退火 (SA) 和量子退火 (QA) 解决10次时,
净效用和平均QUBO能量。QUBO问题是
在不同数量的电动车的情况下, 制定了不同的电压限制。
3个节点-相位对和没有网络升级的决定

No. EVs	Avg. Time (ms)		Avg. Net Utility (£)		Avg. Energy ($\times 10^3$)	
	SA	QA	SA	QA	SA	QA
1	56.4	49.9	-78.9	-70.4	2.03	1.70
3	84.9	50.0	-47.6	-40.5	2.00	2.24
5	94.9	51.2	-14.1	-4.6	2.15	2.25
7	105.7	51.4	-3.2	13.6	1.91	2.40
9	121.5	52.2	25.5	37.4	2.10	2.47



影响。

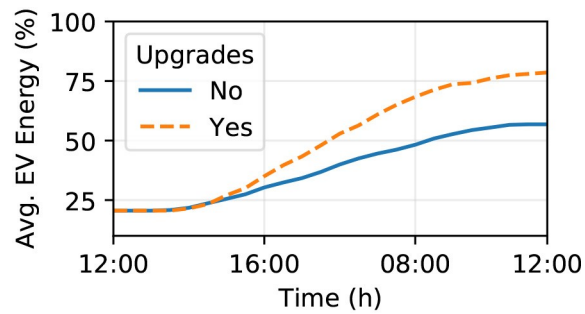
图5.使用D-Wave的混合二元二次方求解器，在有和没有网络升级决定的情况下，30辆电动车的案例研究的净实际进口功率，时间限制为120秒。

表二

图6.使用D-Wave的混合二元二次方求解器，在有和没有网络升级决定的情况下，30辆电动车的案例研究的平均电动车能量，时间限制为120秒。

需求和网络电压。对分布在整个网络中的12个节点-相位对规定了电压的上限和下限。对有无网络升级潜力的案例研究进行了比较，以显示共同优化运行灵活性和网络投资决策的额外价值。混合求解器是启发式的，在指定的时间限制内反复利用经典和量子计算，然后返回给出最低总能量的解决方案（QUBO目标）。

首先，在120秒的时间限制下，完成了有网络升级和无网络升级的案例研究。图5显示了每种情况下从主电网输入的净功率，图6显示了30辆电动汽车的平均能量。图7显示了三个相位上的电压幅度。在允许网络升级的情况下，混合求解器返回的解决方案指定了适度的网络升级计划（减少一半的阻抗）和100千瓦的



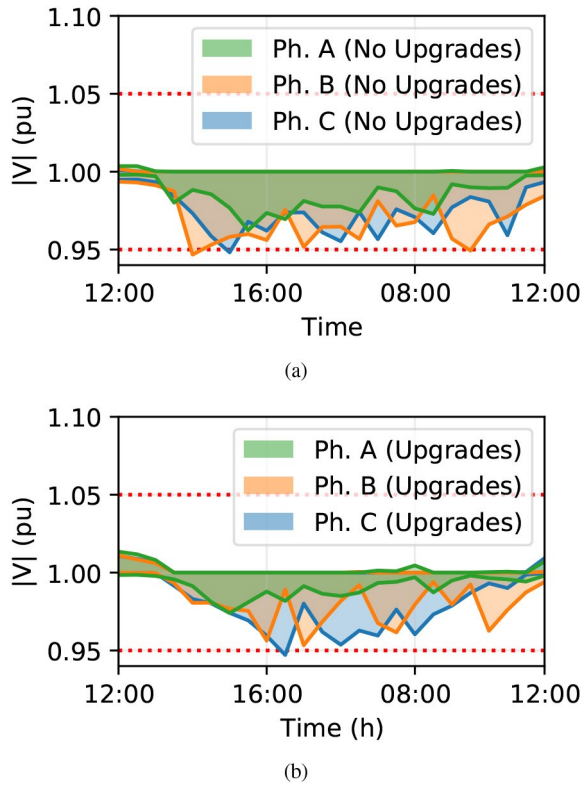


图7.使用D-Wave的混合二元二次方程求解器,在30辆电动汽车的情况下,每个阶段的电压幅值范围为0.95 pu和1.05 pu。显示了(a)没有网络升级决定的情况和(b)有网络升级决定的情况下的电压幅值范围。

光伏发电(在三个潜在地点之间分配)。如果不进行网络升级,只安装50千瓦的光伏发电,在最接近主电网的地方。

如图5所示,允许网络升级导致了更大的最大输入和输出功率,从图6可以看出,电动汽车达到了更高的最终平均能量水平(78.6%,而不是56.8%)。启用网络升级后,一天的总净效用为452英镑,比没有网络升级的净效用(254英镑)高78%。对于明确执行电压限制的节点-相位对,在没有网络升级的情况下,达到的最低电压幅度为0.958 pu,而在有网络升级的情况下为0.951。从图7(a)和7(b)中可以看出,在没有执行限制的节点上有轻微的违规行为,在两种情况下达到的最低电压幅度为0.947 pu。

接下来,为了显示混合求解器时间限制的影响,在有无网络升级决定的情况下,对QUBO问题进行了30次求解,范围限制在15秒到120秒之间。请注意,D-Wave的混合求解器根据其对问题复杂性的评估施加了一个最小的时间限制,这个时间限制在12秒左右,所以15秒被选为一个一致的起始点。图8a和图8b中的方框图显示了QUBO能量(返回的目标函数值)和净效用的分布情况。如图8a所示,增加时间限制减少了QUBO能量,在60秒以上开始出现收益递减。

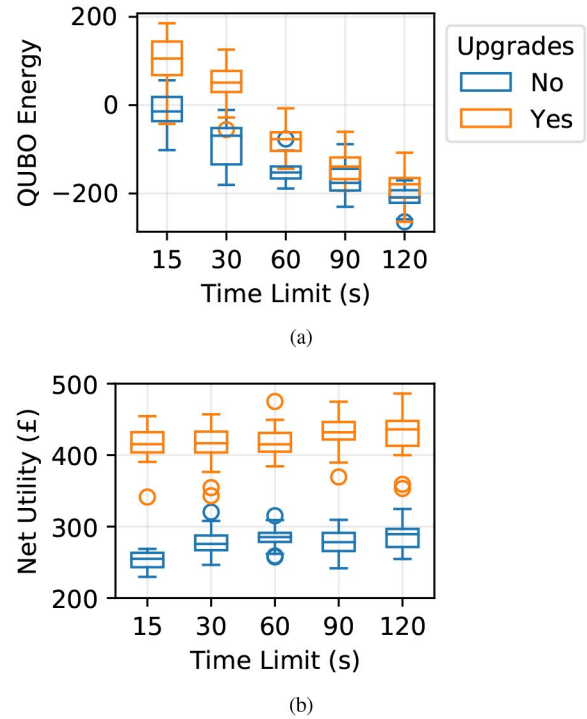


图8.在有和没有网络升级决定的情况下,对QUBO问题进行30次求解的结果,范围混合求解器时间限制。图中显示了(a) QUBO能量和(b)净效用值的分布情况。箱形图显示了中位数(中心线)、四分位数范围(方框)、方框上方/下方1.5倍的四分位数范围(晶须)和离群值(圆圈)。

混合求解器的启发式性质从净效用的变化中显而易见,但可以看出,即使考虑到异常值,允许网络升级的情况下的净效用也一直高于不允许的情况。

V. 结论

基于退火的量子计算提供了一个新的计算硬件平台,具有有效解决大规模组合优化问题的未来潜力。这对电力部门来说是非常有价值的,特别是对旨在将DER灵活性纳入网络规划和投资决策的网络运营商来说。为了证明这个机会,我们开发了一个新的QUBO公式,可以用量子退火法解决一个线路多相OPF问题,包括可控的电动汽车充电、可再生能源发电安置/规模和网络升级决策。基于IEEE欧洲低压测试馈线的案例研究在D-Wave的5760量子比特优势量子处理器上实现,以显示问题的大小如何影响所需的量子比特数量。虽然发现量子处理器对于配电规模的应用来说太小了,但观察到量子比特的数量随着电动汽车的数量和网络电压约束的数量而线性增长,这表明鉴于基于退火的量子处理器的技术逻辑发展速度,未来存在着很好的机会。

D-Wave的混合量子-经典二元二次模型求解器还被用于解决有30辆电动汽车的大型案例研究, 其中电动汽车充电的灵活性对配电网电力流有重大影响。在这种情况下, 电动车灵活性发电和网络投资决策的组合优化被证明具有重大价值。本文把重点放在确定性的组合OPF上, 作为第一步, 但在实践中, 由于可再生能源发电的天气依赖性和灵活负载的行为依赖性, 网络规划和调度应用可能涉及重大不确定性。未来工作的一个重要领域是研究如何在量子退火器的量子位限制下实现稳健的运算方法(例如, 见 [62])。未来工作的另一个重要领域是惩罚项的优化选择, 这些惩罚项对于拟议的模拟中的约束处理是必要的, 但如果选择不当, 可能会影响计算时间和解决方案的质量。

Technol. 欧洲 (ISGT-Europe), 2019年9月、pp.1-5.

参考文献

- [1] L.N. Ochoa, F. Pilo, A. Keane, P. Cuffe, and G. Pisano, "拥抱一个适应性强的灵活姿态: 确保未来的欧洲配电网准备好发挥更积极的作用", *IEEE Power Energy Mag.*, vol. 14, no.5, pp. 16-28, Sep./Oct. 2016.
- [2] A.Dimeas 等人, "智能电网中的智能房屋: 开发一个交互式网络", *IEEE Electrific.Mag.*, vol.2, no.1, pp.81-93, Mar. 2014.
- [3] F.Alexander 等人, "Exascale 应用: 游戏中的皮肤", *Philos.Trans.Royal Soc. A, Math. 物理工程. Sci.*, vol. 378, no. 2166, Mar. 2020, Art. no. 20190056.
- [4] H.W. Dommel和W. F. Tinney, "最佳电力流解决方案", *IEEE Trans.Power App.Syst.*, vol. PAS-87, no. 10, pp.1866-1876, Oct. 1968.
- [5] J.Momoh, R. Adapa, and M. El-Hawary, "A review of selected optimal power flow literature to 1993.I. Nonlinear and quadratic programming approaches," *IEEE Trans.Power Syst.*, vol.14, no.1, pp.96-104, Feb.1999.
- [6] J.Lavaei 和 S. H. Low, "Zero duality gap in optimal power flow problem," *IEEE Trans.Power Syst.*, vol. 27, no. 1, pp. 92-107, Feb. 2012.
- [7] S.Gill, I. Kockar, and G. W. Ault, "Dynamic optimal power flow for active distribution networks," *IEEE Trans.Power Syst.*, vol. 29, no. 1, pp.121-131, Jan. 2014.
- [8] L.Gan, N. Li, U. Topcu, and S. H. Low, "Exact convex relaxation of optimal power flow in radial networks," *IEEE Trans.Autom. 控制*, 第60卷, 第1期, 第72-87页, 2015年1月。
- [9] A.Bernstein, C. Wang, E. DallAnese, J. -Y.Le Boudec, and C. Zhao, "Load Flow in multiphase distribution networks : Existence, uniqueness, non-singularity and linear models," *IEEE Trans.Power Syst.*, vol. 33, no. 6, pp. 5832-5843, Nov. 2018.
- [10] M.Khonji, S. C. K. Chau, and K. Elbassioni, "Combinatorial optimization of AC optimal power flow with discrete demands in radial networks," *IEEE Trans.Control Netw.Syst.*, vol. 7, no. 2, pp. 887-898, Jun. 2020.
- [11] D.Ernst, M. Glavic, G. Stan, S. Mannor, and L. Wehenkel, "The cross-entropy method for power system combinatorial optimization problems," in *Proc. IEEE Lausanne Power Tech*, Jul. 2007, pp.1290-1295.
- [12] B.Sun, Z. Huang, X. Tan, and D. H. K. Tsang, "Optimal scheduling for electric vehicle charging with discrete charging levels in distribution grid," *IEEE Trans.Smart Grid*, vol. 9, no. 2, pp. 624-634, Mar. 2018.
- [13] M.Zhang, Q. Wu, T. B. H. Rasmussen, X. Yang, and J. Wen, "热泵在丹麦: 提供频率控制辅助服务的现状," *CSEE J. Power Energy Syst.*, vol. 8, no.3, pp.769-779, 2022年5月。
- [14] D.Papadaskalopoulos和G. Strbac, "灵活负载的分布式管理的非线性和随机化定价", *IEEE Trans.Smart Grid*, vol. 7, no. 2, pp. 1137-1146, Mar. 2016.
- [15] C.Crozier, M. Deakin, T. Morstyn, and M. McCulloch, "将充电器效率纳入电动汽车充电优化," 在 *Proc. IEEE PES Innov.Smart Grid*
授权许可使用仅限于: 清华大学。于2023年3月2日06:08:52 UTC从IEEE Xplore下载。限制条件适用。

Morstyn: 基于退火法的量子计算, 用于组合优化功率流

- [16] D.Apostolopoulou, S. Bahramirad, and A. Khodaei, "The interface of power: 迈向配电系统运营商", *IEEE Power Energy Mag.*, 第14卷, no.3, pp. 46-51, Jun. 2016.
- [17] P.S. Georgilakis 和 N. D. Hatzigargyriou, "配电网络中的最佳分布式发电机安置: 模型、方法和未来研究", *IEEE Trans.Power Syst.*, vol. 28, no.3, pp. 3420-3428, Aug. 2013.
- [18] P.You, Z. Yang, M. -Y.Chow, and Y. Sun, "Optimal cooperative charging strategy for a smart charging station of electric vehicles," *IEEE Trans.Power Syst.*, vol. 31, no.4, pp. 2946-2956, Jul. 2016.
- [19] L.Liberti, "Undecidability and hardness in mixed-integer nonlinear programming," *RAIRO Oper.Res.*, vol. 53, no. 1, pp. 81-109, Jan. 2019.
- [20] X.Zhao, P. B. Luh, and J. Wang, "Surrogate gradient algorithm for lagrangian relaxation," *J. Optim. Theory Appl.Theory Appl.*, vol. 100, no.3, pp.699-712, Mar. 1999.
- [21] M.L. Fisher, "解决整数编程问题的拉格朗日松弛法", *Manage.Sci.*, vol. 50, no. 12S, pp. 1861-1871, Dec. 2004.
- [22] S.Zhou et al., "The combinatorial optimization by genetic algorithm and neural network for energy storage system in solar energy electric vehicle", *Proc.World Congr.Intell.Control Autom. (WCICA)*, pp.2838-2842, Jun. 2008, doi: [10.1109/WCICA.2008.4593375](https://doi.org/10.1109/WCICA.2008.4593375).
- [23] J.Soaes, Z. Vale, B. Canizes, and H. Morais, "Multi-objective parallel particle swarm optimization for day-ahead vehicle-to-grid scheduling," in *Proc. IEEE Symp. 计算. Intell.Appl. Smart Grid*, 2013, pp.138-145.
- [24] H.Mori and S. Sudo, "Strategic tabu search for unit commitment in power systems," *IFAC Proc.Vol.*, 36, no. 20, pp. 485-490, Sep. 2003.
- [25] N.Deeb, "电力系统中的模拟退火", 在 *Proc. IEEE Int.Conf.Syst.Man Cybern.*, 1992年1月, pp.1086-1089.
- [26] S.Chen, J. Montgomery, and A. Bolufé-Röhler, "Measuring the curse of dimensionality and its effects on particle swarm optimization and differential evolution," *Appl. Intell.*, vol. 42, no.3, pp. 514-526, Apr. 2015.
- [27] F.Arute 等人, "Quantum supremacy using a programmable superconducting processor," *Nature*, vol. 574, no. 7779, pp. 505-510, Oct. 2019.
- [28] F.Feng, P. Zhang, M. A. Bragin, and Y. Zhou, "Novel resolution of unit commitment problems through quantum surrogate Lagrangian relaxation," *IEEE Trans.Power Syst.*, Early Access, Jun. 10, 2022, doi: [10.1109/TPWRS.2022.3181221](https://doi.org/10.1109/TPWRS.2022.3181221).
- [29] N.Nikmehr, P. Zhang, and M. A. Bragin, "Quantum distributed unit commitment," *IEEE Trans.Power Syst.*, vol. 37, no.5, pp. 3592-3603, Sep. 2022.
- [30] J.Preskill, "NISQ时代及以后的量子计算" *Quantum*, vol. 2, p. 79, Aug. 2018.
- [31] P.Hauke, H. G. Katzgraber, W. Lechner, H. Nishimori, and W. D. Oliver, "Perspectives of quantum annealing: 方法和实现", *Rep. Progr.Phys.*, vol. 83, no.5, May 2020, Art. No.54401.
- [32] S. E. Venegas-Andraca, W. Cruz-Santos, C. McGeoch, and M.Lanzagorta, "A cross-disciplinary introduction to quantum annealing-based algorithms," *Contemp. Phys.*, vol. 59, no. 2, pp.174-197, 2018.
- [33] T.Kadowaki和H. Nishimori, "横向等效模型中的量子退火", *Phys. Rev. E, Stat.Phys. Plasmas Fluids Relat.Interdiscip.Top.*, vol. 58, no.5, pp. 5355-5363, Nov. 1998.
- [34] C.C. McGeoch, "基于退火的量子计算中的理论与实践", *Theor.Comput.Sci.*, vol. 816, pp. 169-183, Jan. 2020.
- [35] T.Albasha and D. A. Lidar, "Demonstration of a scaling advantage for a quantum annealer over simulated annealing," *Phys. Rev. X*, vol. 8, no.3, Jul. 2018, Art. No.31016.[在线]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevX.8.031016>
- [36] A.D. King 等人, "在几何受挫磁体的量子模拟中, 比路径积分蒙特卡洛更有规模优势", *Nat.Comm.*, vol. 12, no. 1, pp. 1-6, Feb. 2021.
- [37] E.J. Crosson和D. A. Lidar, "Prospects for quantum enhancement with adiabatic quantum annealing," *Nat. Rev. Phys.*, vol. 3, no.Rev. Phys., vol. 3, no. 7, pp. 466-489, Jul. 2021.
- [38] A.Perdono-Ortiz, N. Dickson, M. Drew-Brook, G. Rose, and A.Asperu-Guzik, "Finding low-energy conformations of lattice protein models by quantum annealing," *Sci. Rep.*, vol. 2, pp. 1-7, Aug. 2012.
- [39] J.Biamonte, P. Wittek, N. Pancotti, P. Rebentrost, N. Wiebe, and S.Lloyd, "Quantum machine learning," *Nature*, vol. 549, no. 7671, pp.195-202, 2017.
- [40] M.Kim, D. Venturelli, and K. Jamieson, "Leveraging quantum anneal-

ing for large MIMO processing in centralized radio access networks," in *Proc.Conf.ACM Special Interest Group Data Commun.*, 2019, pp.241-255.

- [41] R.Eskandarpour, K. J. B. Ghosh, A. Khodaei, A. Paaso, and L. Zhang, "未来的量子增强型电网: A primer," *IEEE Access*, vol. 8, pp.188993-189002, 2020.
- [42] A.Ajagekar和F. You, "量子计算用于能源系统优化: 挑战与机遇", 《能源》, 第179卷, 第607期, pp.76-89, Jul. 2019.
- [43] D.Wang, K. Zheng, Q. Chen, Z. Li, and S. Liu, "Quantum annealing computing for grid partition in large-scale power systems," in *Proc. IEEE 5th Int.Electr.Energy Conf. (CIEEC)*, 2022年, 第2004-2009页。
- [44] E.B. Jones 等人, "On computational viability of quantum optimization for PMU placement," in *Proc. IEEE Power Energy Soc. Gen. Meeting (PESGM)*, 2020, pp.
- [45] M.Kjaergaard 等人, "超导量子比特: 目前的状况", *Annu.Rev. Condens.Matter Phys.*, vol. 11, no. 1, pp. 369-395, Mar. 2020.
- [46] R.哈里斯 等人, "稳健和可扩展的量子比特的实验证明", *Phys. Rev. B, Condens.Matter Condens.Matter Mater.Phys.*, 第81卷, 第13期, 第1-20页, 2010年4月。
- [47] K.Boothby, P. Bunyk, J. Raymond, and A. Roy, "Next-generation topology of D-wave quantum processor," D-Wave Technical Report Series, D-Wave Syst., Burnaby, BC, Canada, Rep. 14-1026A-C, 2020.[在线]。见: dwavesys.com/learn/publications
- [48] C.McGeoch和P. Farré, "D-Wave优势系统: 概述", D-Wave技术报告系列, D-Wave Syst., Burnaby, BC, Canada, Rep. 14-1049A-A, 2020。[在线]。见: dwavesys.com/learn/publications
- [49] Y.Sugie 等, "Minor-embedding heuristics for large-scale annealing processors with sparse hardware graphs of up to 102,400 nodes," *Soft Comput.*, vol. 25, no.3, pp. 1731-1749, 2021.
- [50] W.Bernoudy, C. McGeoch, and P. Farr, "D-Wave混合求解器服务+优势: 技术更新", D-Wave技术报告系列, D-Wave Syst., Burnaby, BC, Canada, Rep. 14-1048A-A, 2020。[在线]。见: dwavesys.com/learn/publications
- [51] B.Stott, J. Jardim, and O. Alsaç, "DC power flow revisited," *IEEE Trans.Power Syst.*, vol. 24, no.3, pp. 1290-1300, Aug. 2009.
- [52] L.Barth, N. Ludwig, E. Mengelkamp, and P. Staudt, "A comprehensive modelling framework for demand side flexibility in smart grids," *Comput.Sci. Res.Develop.*, vol. 33, nos. 1-2, pp. 13-23, Feb. 2018.
- [53] C.Huang, C. Wang, N. Xie, and Y. Wang" "Robust coordination expansion planning for active distribution network in deregulated retail power market," *IEEE Trans. 智能电网*, 第11卷, 第2期, 第1476-1488页, 2020年3月。
- [54] F.Glover, G. Kochenberger, and Y. Du, "量子桥分析法I: A tutorial on formulating and using QUBO models," *4OR*, vol. 17, no.4, pp.335-371, Dec. 2019.
- [55] "欧洲低电压测试馈线"。访问了: 2022年2月1日。[在线]。见: cmte.ieee.org/pes-testfeeders
- [56] "经济7的完整指南以及它是如何工作的"。访问了: 2022年2月1日。[在线]。Available: uswitch.com/gas-electricity/guides/economy-7
- [57] "加强对使用太阳能光伏发电的国内客户的分析。"客户主导的网络革命。已访问: 2022年2月1日。[在线]。见: networkrevolution.co.uk
- [58] D.Feldman, V. Ramasamy, R. Fu, A. Ramdas, J. Desai, and R. Margolis, "美国太阳能光伏系统和储能成本基准: Q1 2020," Nat.Renew.Energy Lab., Golden, CO, USA, Rep. NREL/TP- 6A20-77324, Sep. 2021.
- [59] D.Cartlidge, *Spon's Mechanical and Electrical Services Price Book*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2018.
- [60] S.V. Isakov, I. N. Zintchenko, T. F. Rønnow, and M. Troyer, "Optimised simulated annealing for Ising spin glasses," *Comput.Phys. Commun.*, vol. 192, pp. 265-271, Jul. 2015.
- [61] "Dwave-neal文件"。D-Wave系统。2022.[在线]。可用: docs.ocean.dwavesys.com
- [62] D.Bertsimas, D. B. Brown, and C. Caramanis, "Theory and applications of robust optimization," *SIAM Rev.*, vol. 53, no.3, pp. 464-501, 2011.



Thomas Morstyn (IEEE高级会员) 于2011年获得墨尔本大学电气工程学士(荣誉)学位, 并于2016年获得新南威尔士大学电气工程博士学位。

他是爱丁堡大学工程学院电力电子和智能电网的讲师。他也是苏格兰能源技术伙伴关系的能源分配和基础设施的副冠军。他的研究兴趣包括多代理控制和

将分布式能源资源纳入电力系统运行的市场设计。他是IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS的副编辑。