

目录:

第一章：问题重述 1

 一、题目内容： 1

第二章：有限元法手工求解 2

 一、平面两单元离散化 2

 二、单元分析 2

 三、单元组装 5

 四、边界条件引入及组装总体方程 5

 五、求解整体刚度方程，计算节点 2 的位移和转角..... 6

 六、求节点 1、3 支撑反力 6

 七、设定数据，求解结果 6

 八、绘制轴力图、弯矩图、剪力图 7

第三章、matlab 编程求解： 9

 一、总体流程图绘制： 9

 二、输入数据： 9

 三、计算单元刚度矩阵： 10

 四、建立总体刚度矩阵： 10

 五、计算未约束点位移： 10

 六、计算支反力： 10

 七、输出数据： 10

 八、编程： 10

第四章 有限元求解 11

 一、预处理 11

 二、模型建立： 12

 二、分析计算 14

 三、求解结果 15

 四、绘制图像 16

第五章 结果比较 19

第六章 附录 20

 一、matlab 程序 20

第一章：问题重述

一、题目内容：

图示平面钢架结构

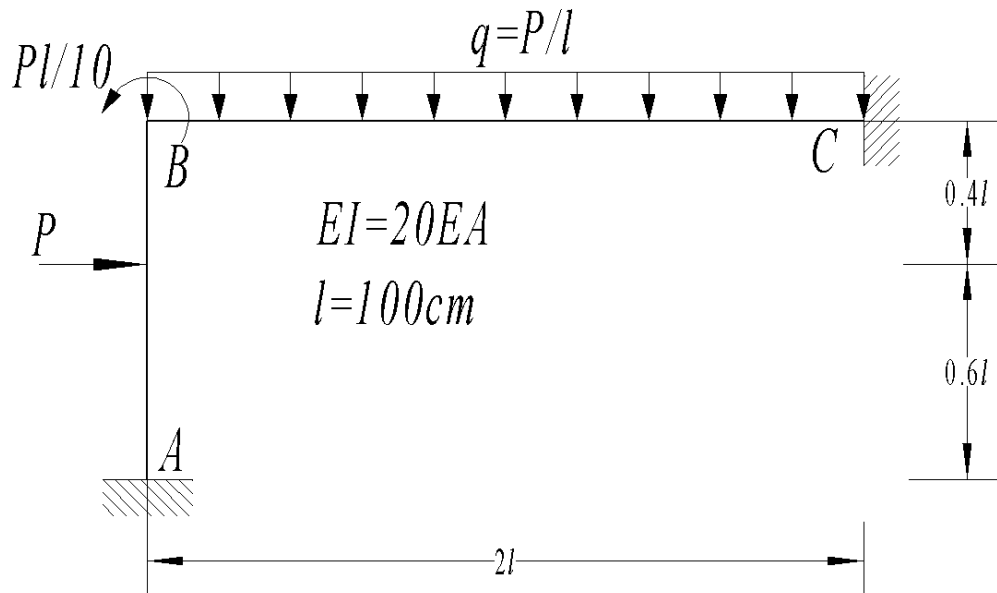


图 1.1 题目内容

第二章：有限元法手工求解

一、平面两单元离散化

将平面梁离散为两个单元，单元编号分别为①和②，节点号分别为 1、2、3；

如图 2-1 所示：

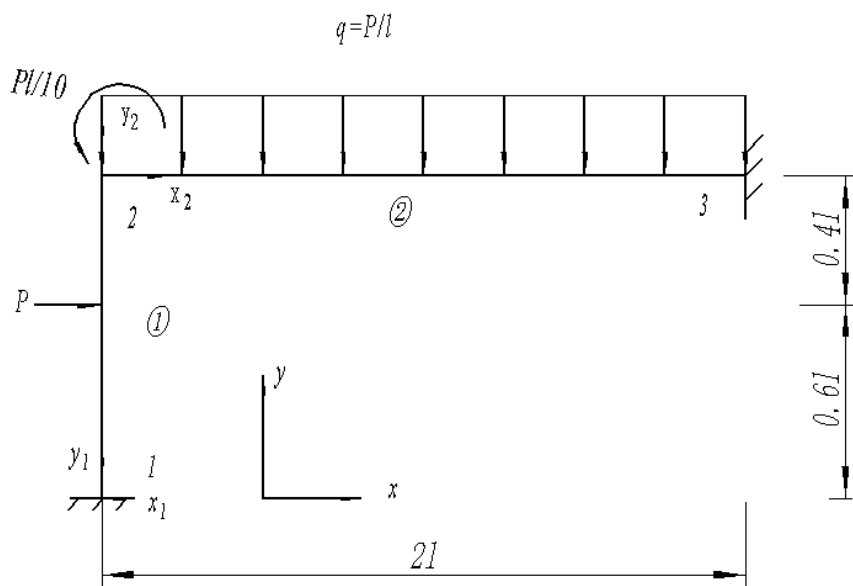


图 2-1 单元离散化示意图

二、单元分析

首先建立整体坐标系与局部坐标系如图所示；

1、求单元刚度矩阵

对于单元①，求局部坐标系的单元刚度矩阵：

$$K_1' = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix}$$

由于单元①局部坐标系与整体坐标系的夹角为： $\varphi = 90^\circ$ ，则单元①的局部坐标变换矩阵为：

$$T_1^e = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

可以得到在总体坐标系下的单元①的刚度矩阵：

$$K_1 = T_1^{e^T} \cdot K_1' \cdot T_1^e = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{l^3} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & -\frac{12EI}{l^3} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 \\ -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{4EI}{l} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{3EI}{l} \\ -\frac{12EI}{l^3} & 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{12EI}{l^3} & 0 & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 \\ -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{3EI}{l} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix}$$

对于单元②，求局部坐标系的单元刚度矩阵：

$$K_2' = \begin{bmatrix} \frac{EA}{2l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{2l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3EI}{2l^3} & \frac{3EI}{2l^2} & 0 & -\frac{3EI}{2l^3} & \frac{3EI}{2l^2} \\ 0 & \frac{3EI}{2l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & -\frac{3EI}{2l^2} & \frac{EI}{l} \\ -\frac{EA}{2l} & 0 & 0 & \frac{EA}{2l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3EI}{2l^3} & -\frac{3EI}{2l^2} & 0 & \frac{3EI}{2l^3} & -\frac{3EI}{2l^2} \\ 0 & \frac{3EI}{2l^2} & \frac{EI}{l} & 0 & -\frac{3EI}{2l^2} & \frac{2EI}{l} \end{bmatrix}$$

由于单元②局部坐标系与整体坐标系的夹角为 $\varphi = 0^\circ$ ，则 $K_2 = K_2'$ 。

2、求单元节点等效载荷向量

将 P 等效在单元①两侧节点 1,2 上：

$$F_{x1}^1 = F_{x2}^1 = 0$$

$$F_{y1}^1 = -\frac{Fb^2(3a+b)}{L^3} = -\frac{44p}{125}$$

$$F_{y2}^1 = -\frac{Fa^2(a+3b)}{L^3} = -\frac{81p}{125}$$

$$M_1^1 = -\frac{Fab^2}{L^2} = -\frac{12pl}{125}$$

$$M_2^1 = \frac{Fa^2b}{L^2} = \frac{18pl}{125}$$

将均布载荷等效在单元②两侧的节点 2，3 上：

$$F_{x2}^2 = F_{x3}^2 = 0$$

$$F_{y2}^2 = F_{y3}^2 = -\frac{pl}{2} = P$$

$$M_1^1 = -M_2^1 = -\frac{Pl^2}{12} = -\frac{Pl}{3}$$

与作用在节点上的力叠加为整体坐标系下的节点载荷：

$$F_{x1}' = \frac{44p}{125}$$

$$F_{y1}' = 0$$

$$M_1' = -\frac{12pl}{125}$$

$$F_{x2}' = \frac{81p}{125}$$

$$F_{y2}' = -P$$

$$M_2' = \left(\frac{18}{125} + \frac{1}{10} - \frac{1}{3} \right) Pl = -\frac{67Pl}{750}$$

$$F_{x3}' = 0$$

$$F_{y1}' = -P$$

$$M_3' = \frac{pl}{3}$$

三、单元组装

将两个整体坐标系下的单元刚度矩阵组装为整体刚度矩阵：

$$K = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{l^3} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & -\frac{12EI}{l^3} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{4EI}{l} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{3EI}{l} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{12EI}{l^3} & 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{12EI}{l^3} + \frac{EA}{2l} & 0 & \frac{6EI}{l^2} & -\frac{EA}{2l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} + \frac{3EI}{2l^3} & \frac{3EI}{2l^2} & 0 & -\frac{3EI}{2l^3} & \frac{3EI}{2l^2} \\ -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{2EI}{l} & \frac{6EI}{l^2} & \frac{3EI}{2l^2} & \frac{6EI}{l} & 0 & -\frac{3EI}{2l^2} & \frac{EI}{l} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{2l} & 0 & 0 & \frac{EA}{2l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{3EI}{2l^3} & -\frac{3EI}{2l^2} & 0 & \frac{3EI}{2l^3} & -\frac{3EI}{2l^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3EI}{2l^2} & \frac{EI}{l} & 0 & -\frac{3EI}{2l^2} & \frac{2EI}{l} \end{bmatrix}$$

四、边界条件引入及组装总体方程

由于节点 1、3 为固定约束，所以节点 1 和 3 的 x、y 方向的位移以及转角均为 0，节点 2 无位移约束，不存在支反力，所以力约束即为外力约束。

$$K \cdot \begin{bmatrix} U_1 = 0 \\ V_1 = 0 \\ \theta_1 = 0 \\ U_2 \\ V_2 \\ \theta_2 \\ U_3 = 0 \\ V_3 = 0 \\ \theta_3 = 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{x1} \\ Q_{y1} \\ M_1 \\ Q_{x2} = F'_{x2} = \frac{81p}{125} \\ Q_{y2} = F'_{y2} = -P \\ M_2 = M'_2 = -\frac{67Pl}{750} \\ U_3 = 0 \\ V_3 = 0 \\ \theta_3 = 0 \end{bmatrix}$$

五、求解整体刚度方程，计算节点 2 的位移和转角

提取节点 2 位移的相关要素：

$$\begin{bmatrix} \frac{12EI}{l^3} + \frac{EA}{2l} & 0 & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{EA}{l} + \frac{3EI}{2l^3} & \frac{3EI}{2l^2} \\ \frac{6EI}{l^2} & \frac{3EI}{2l^2} & \frac{6EI}{l} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_2 \\ V_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{x2} = F'_{x2} = \frac{81p}{125} \\ Q_{y2} = F'_{y2} = -P \\ M_2 = M'_2 = -\frac{67Pl}{750} \end{bmatrix}$$

求得：

$$\begin{bmatrix} U_2 \\ V_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{14l^3P(-316Al^2 + 273I)}{375E(8A^2l^4 + 105AlI^2 + 72I^2)} \\ -\frac{7l^3P(419Al^2 + 4080I)}{375E(8A^2l^4 + 105AlI^2 + 72I^2)} \\ -\frac{l^2P(134A^2l^4 + 12831AlI^2 - 31680I^2)}{1125EI(8A^2l^4 + 105AlI^2 + 72I^2)} \end{bmatrix}$$

六、求节点 1、3 支撑反力

根据总体方程，提取求解节点 1 支撑反力所需方程：

$$\begin{bmatrix} Q_{x1} \\ Q_{y1} \\ M_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{12EI}{l^3} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & -\frac{EA}{l} & 0 \\ \frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{3EI}{l} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_2 \\ V_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F'_{x1} \\ F'_{y1} \\ M'_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2P(394A^2l^4 + 20643AlI^2 + 13500I^2)}{375(8A^2l^4 + 105AlI^2 + 72I^2)} \\ \frac{7Al^2P(419Al^2 + 4080I)}{375(8A^2l^4 + 105AlI^2 + 72I^2)} \\ \frac{2Pl(298A^2l^4 + 32655AlI^2 + 1170I^2)}{1125(8A^2l^4 + 105AlI^2 + 72I^2)} \end{bmatrix}$$

根据总体方程，提取求解节点 2 支撑反力所需方程：

$$\begin{bmatrix} Q_{x3} \\ Q_{y3} \\ M_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{EA}{2l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3EI}{2l^3} & -\frac{3EI}{2l^2} \\ 0 & \frac{3EI}{2l^2} & \frac{EI}{l} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_2 \\ V_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F'_{x3} \\ F'_{y3} \\ M'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7Al^2P(-316Al^2 + 273I)}{375(8A^2l^4 + 105AlI^2 + 72I^2)} \\ \frac{P(3067A^2l^4 + 50190AlI^2 + 54000I^2)}{375(8A^2l^4 + 105AlI^2 + 72I^2)} \\ -\frac{Pl(6268A^2l^4 + 130809AlI^2 + 247680I^2)}{2250(8A^2l^4 + 105AlI^2 + 72I^2)} \end{bmatrix}$$

七、设定数据，求解结果

设定各个数据：

杨氏模量： $E = 3 \times 10^{10} Pa$

泊松比： $\mu = 0.3$

力： $P = 1KN$

截面面积： $A = 0.05m^2$

惯性矩： $I = 1m^4$

将数据代入结果。

节点 2 的位移和转角：

$$\begin{bmatrix} U_2 \\ V_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{14l^3P(-316Al^2 + 273I)}{375E(8A^2l^4 + 105AIl^2 + 72I^2)} \\ -\frac{7l^3P(419Al^2 + 4080I)}{375E(8A^2l^4 + 105AIl^2 + 72I^2)} \\ -\frac{l^2P(134A^2l^4 + 12831AIl^2 - 31680I^2)}{1125EI(8A^2l^4 + 105AIl^2 + 72I^2)} \end{bmatrix} = 1 \times 10^{-7} \begin{bmatrix} -0.0414 \\ -0.3302 \\ 0.1190 \end{bmatrix}$$

节点 1 支撑反力：

$$\begin{bmatrix} Q_{x1} \\ Q_{y1} \\ M_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2P(394A^2l^4 + 20643AIl^2 + 13500I^2)}{375(8A^2l^4 + 105AIl^2 + 72I^2)} \\ \frac{7Al^2P(419Al^2 + 4080I)}{375(8A^2l^4 + 105AIl^2 + 72I^2)} \\ \frac{2Pl(298A^2l^4 + 32655AIl^2 + 1170I^2)}{1125(8A^2l^4 + 105AIl^2 + 72I^2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1003.1 \\ 49.5 \\ 64.5 \end{bmatrix}$$

节点 3 支撑反力：

$$\begin{bmatrix} Q_{x3} \\ Q_{y3} \\ M_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7Al^2P(-316Al^2 + 273I)}{375(8A^2l^4 + 105AIl^2 + 72I^2)} \\ \frac{P(3067A^2l^4 + 50190AIl^2 + 54000I^2)}{375(8A^2l^4 + 105AIl^2 + 72I^2)} \\ -\frac{Pl(6268A^2l^4 + 130809AIl^2 + 247680I^2)}{2250(8A^2l^4 + 105AIl^2 + 72I^2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.1 \\ 1950.5 \\ -1462.3 \end{bmatrix}$$

八、绘制轴力图、弯矩图、剪力图

应用材料力学的分析方法，对梁单元进行分析。

轴力图：

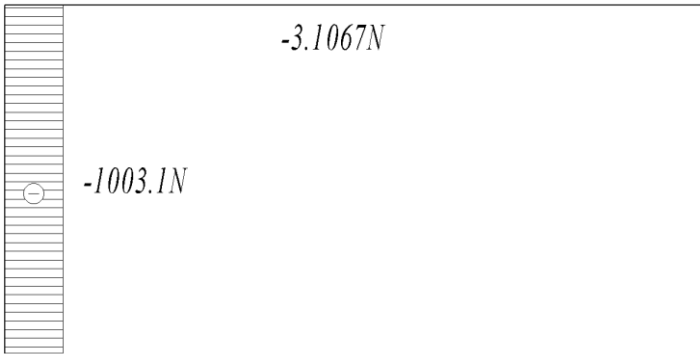


图 2-2 轴力图

剪力图：

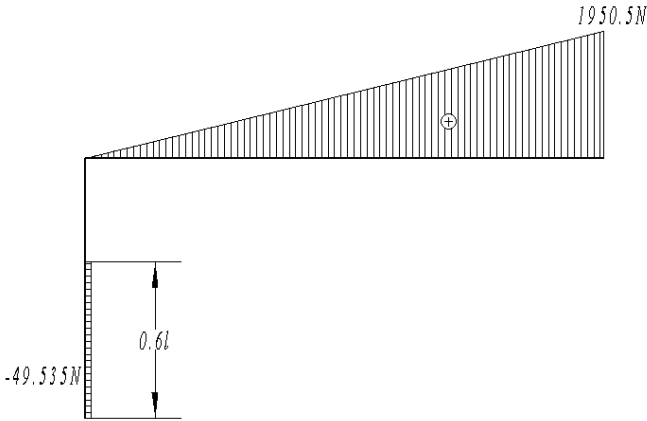


图 2-3 剪力图

弯矩图

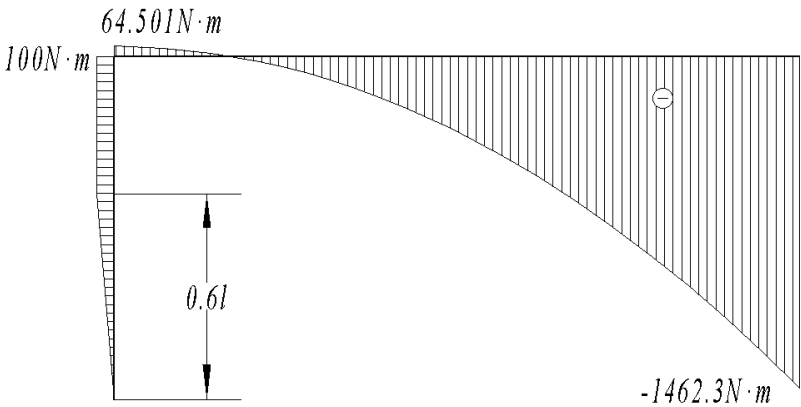


图 2-4 弯矩图

第三章、matlab 编程求解：

一、总体流程图绘制：

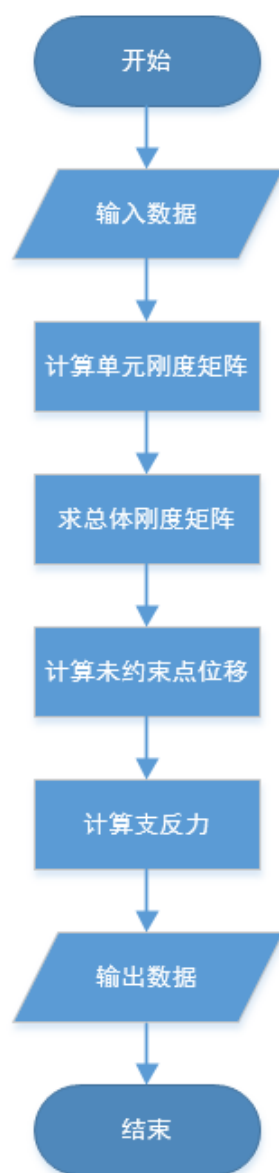


图 3.1 总体流程图

二、输入数据：

考虑到后续计算和以下参数相关：节点个数，单元数，杨氏模量，惯性矩，单元长度，单元截面积，单元的旋转角度，节点与单元的对应关系，力与扭矩的约束以及结构约束。

考虑到钢架结构，每个单元的杨氏模量，惯性矩，单元长度，单元截面积以及单元的旋转角度都可能不一样，所以采用矩阵的形式进行输入。（注：由于本题除长度外一样，故将其余几项改为常量进行计算）

单元与节点对应关系为：一个单元对应 2 个节点，且按顺序连接。

力与转矩的约束以及结构约束：应包括约束值，作用节点，作用类型，3 种，并以作用节点与作用类型来反推此约束在完整的约束矩阵中的位置。

三、计算单元刚度矩阵：



图 3.2 单元刚度矩阵生成流程图

考虑到每个单元的刚度矩阵与坐标变换的矩阵形式相同，只是数据不同，故采取建立模板，利用 `eval()`，函数来带入不同单元的值，生成一系列单元刚度矩阵，并用一个三维数组存储这些矩阵。

四、建立总体刚度矩阵：

考虑到每个单元刚度矩阵都是 6×6 的形式，表述了 2 个节点间的相互关系；故建立元胞数组，并使元胞数组的阶数与节点个数相同，利用元胞数组存储节点间关系。

首先建立与节点个数相同阶数的空元胞数组，之后检索每个单元刚度矩阵对应的 2 个节点间的关系，将其分离成 4 个 3×3 的矩阵，按节点与单元对应关系，存储到元胞数组中。最后将元胞数组展开形成的大矩阵即为总体刚度矩阵。

五、计算未约束点位移：

利用总体位移与外力间的关系，采用矩阵求解，求取非约束点的位移。并针对结果进行对应处理，使结果与作用点、作用形式对应。

六、计算支反力：

利用约束点位移皆零的特点，简化总体刚度矩阵，同时由于部分节点的部分方向上为内力而非支反力，再度简化总体刚度矩阵。利用两次简化后的刚度矩阵与计算出的位移结果相乘，求得不计直接作用在节点约束方向上时的支反力，将结果加上由于直接作用在节点约束方向上时产生的支反力，即为最后的支反力结果。

七、输出数据：

将计算所得的未约束点位移与支反力，采用与输入方式相似的方式进行处理并进行输出。

八、编程：

见附录一

第四章 有限元求解

一、预处理

1、选择单元类型：

ANSYS Main Menu: Preprocessor → Element Type → Add/Edit/Delete... → Add... → beam: 2D elastic 3 → OK (返回 Element Types 窗口) → Close

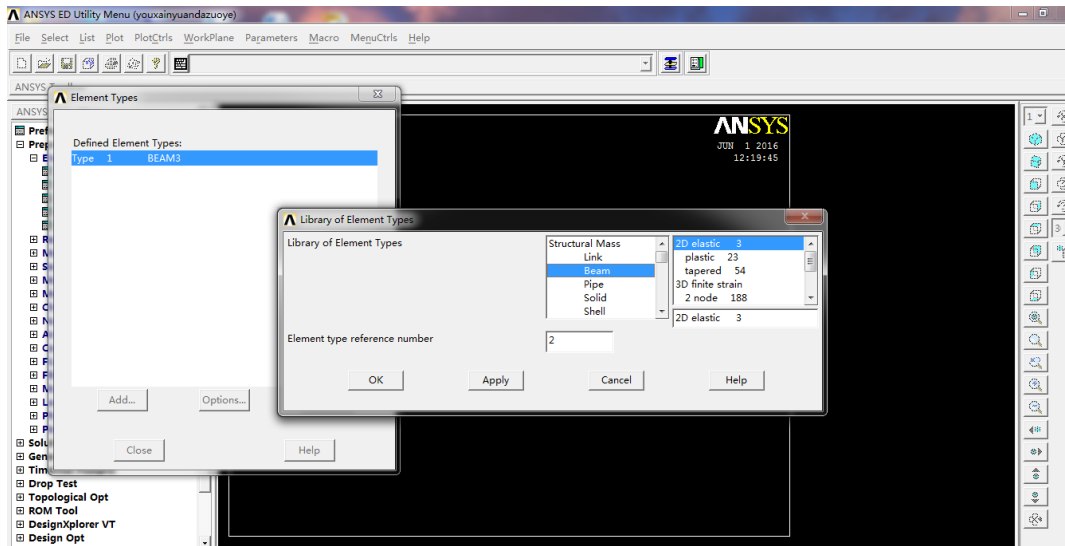


图 4.1 选择单元类型

2、定义材料参数：

ANSYS Main Menu: Preprocessor → Material Props → Material Models → Structural → Linear → Elastic → Isotropic: EX:3e10 (弹性模量), PRXY:0.3(泊松比) → OK

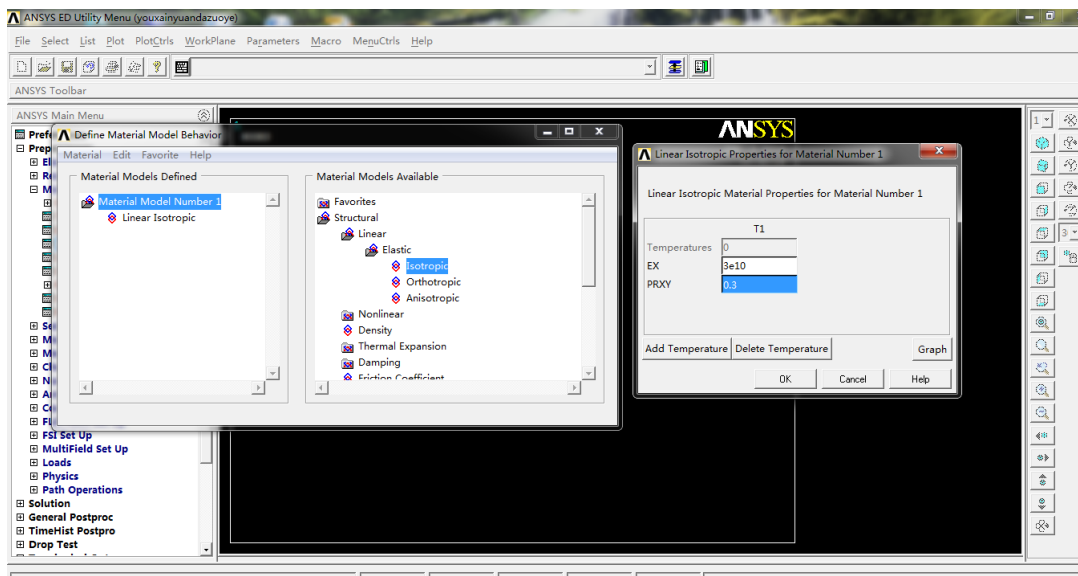


图 4.2 定义材料参数

3、定义单元截面积和惯性矩：

ANSYS Main Menu: Preprocessor → Real constant → Add → Type beam 3 → Ok → Cross-sectional area AREA:0.05(横截面积) Area moment of inertia IZZ:1(惯性矩) → OK

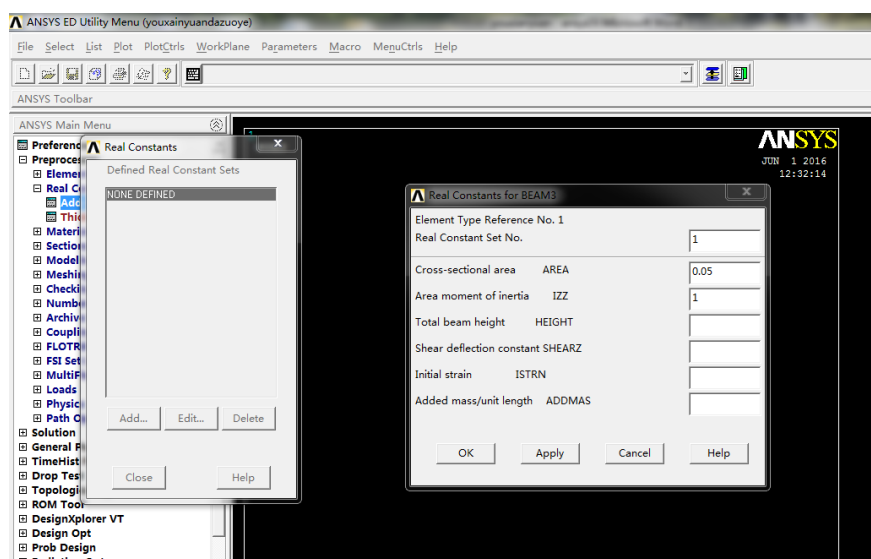


图 4.3 定义单元截面积和惯性矩

二、模型建立：

1、画出关键点：

ANSYS Main Menu: Preprocessor → Modeling → Create → Keypoint → In Active CS → Node number 1 → X:0,Y:0,Z:0 → Apply → Node number 2 → X:0,Y:1,Z:0 → Apply → Node number 3 → X:2,Y:1,Z:0 → OK

2、构造连线：

ANSYS Main Menu: Preprocessor → Modeling → Create → Line → lines → straight line → 依次连接特征点 → OK

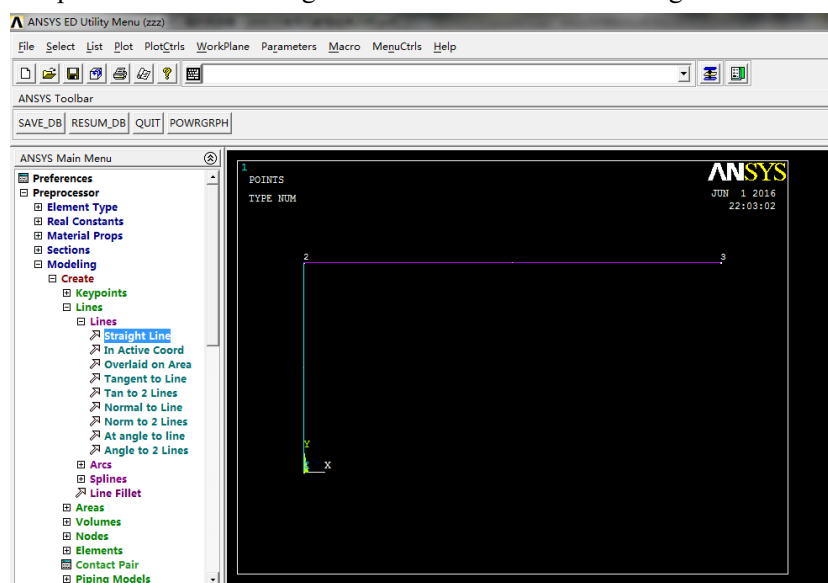


图 4.4 模型建立

3、划分网格：

ANSYS Main Menu: Preprocessor → Meshing → Meshtool → Set → 选择 1, 2 节点之间部分 → Apply → 选择 2, 3 节点之间部分 → 单元长度分别为 0.1 和 0.2 → OK

Meshing → Meshtool → Mesh → 分别选择 1 和 2, 2 和 3 节点之间部分 → OK

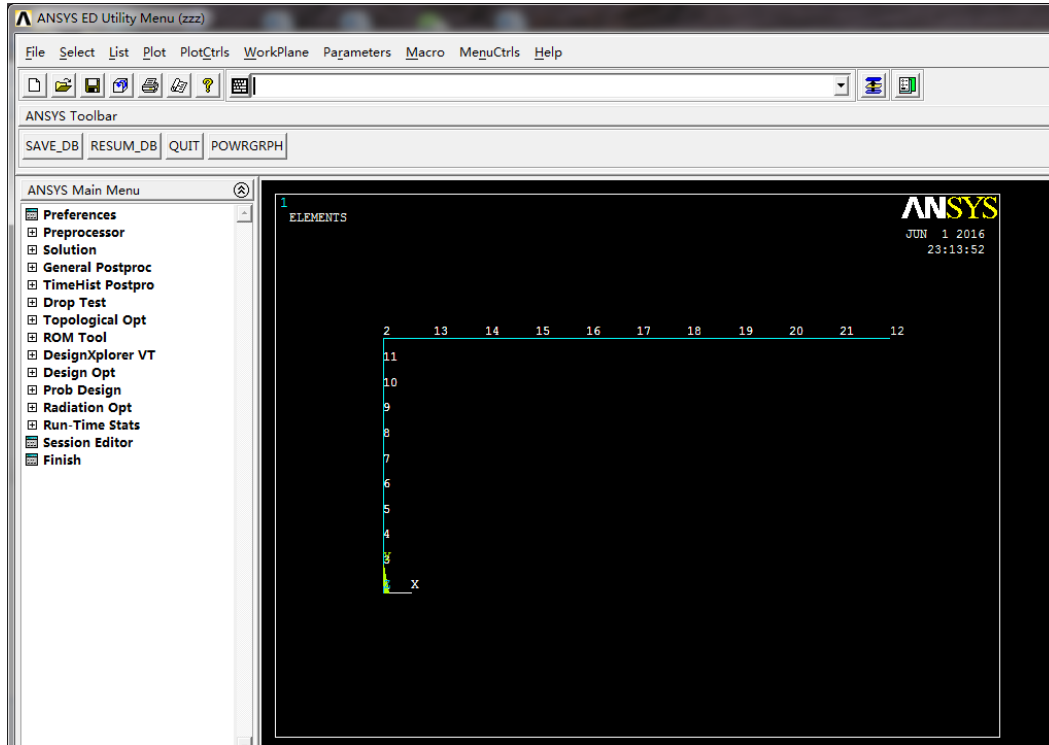


图 4.4 划分网格

4、添加约束和载荷：

左下角和右上角添加约束：

ANSYS Main Menu: Preprocessor → Solution → Define loads → Apply → Structural → Displacement → On nodes → 选择 1 节点 → ALL DOF → Apply → On nodes → 选择 1 节点 → ALL DOF → OK

添加顶部均布载荷：

ANSYS Main Menu: Preprocessor → Solution → Define loads → Apply → Structural → Pressure → On beams → 选择顶部所有的单元 → VALI pressure value node I :1000 VALJ pressure value node J :1000 → OK

添加力矩和力：

ANSYS Main Menu: Preprocessor → Solution → Define loads → Apply → Structural → Force/ Moment → On nodes → 选择 2 节点 → Apply → LAB MZ

VALUE 100. (输入力矩) → On nodes → 选择 8 节点 → Apply → LAB FX VALUE 1000 (输入力)

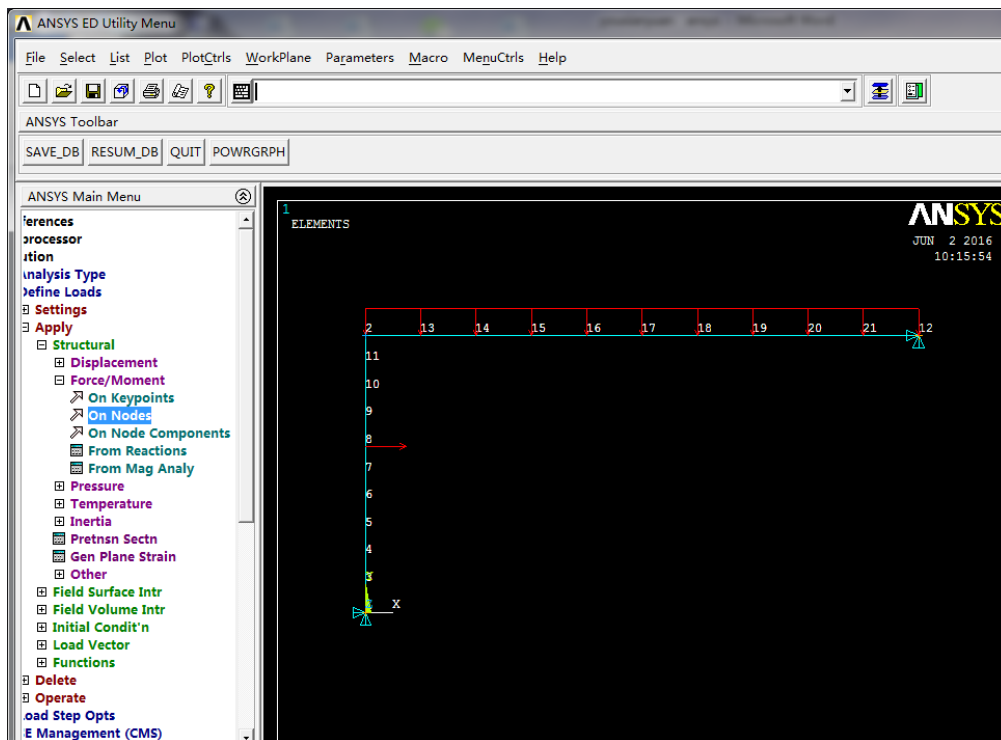


图 4.5 添加约束和载荷

二、分析计算

ANSYS Main Menu: Solution → Solve → Current LS → OK → Should the Solve Command be Executed? Y → Close (Solution is done!) → 关闭窗口

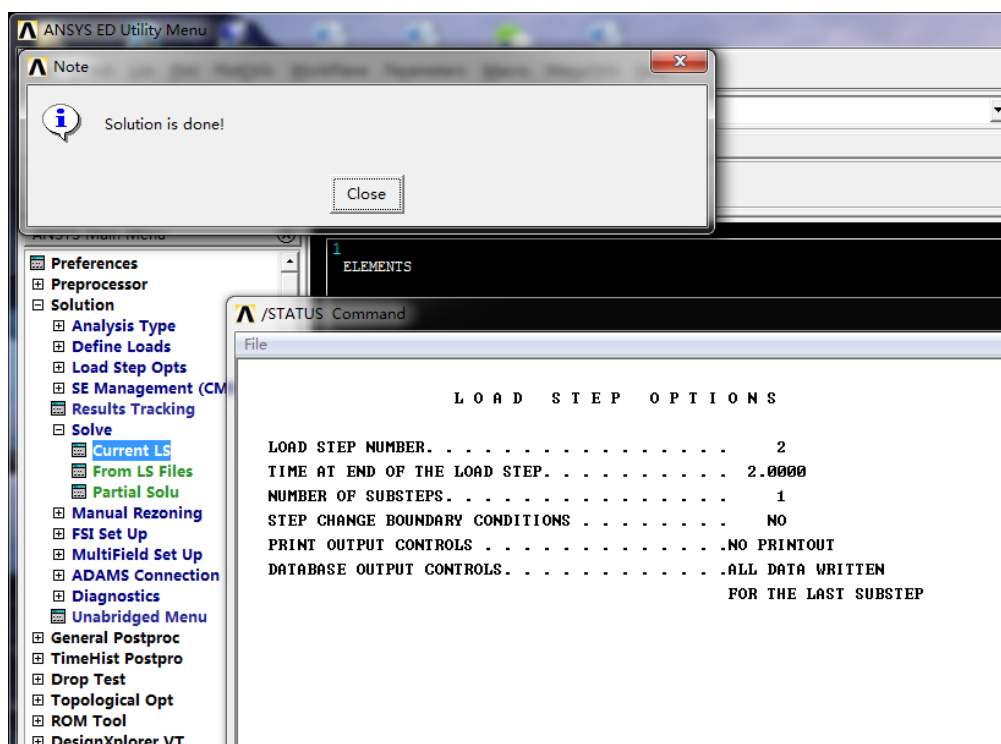


图 4.6 求解模型

三、求解结果

1、位移

ANSYS Main Menu: General Postproc → List result → Nodal solution → DOF solution → X-component of displacement → Apply → Y-component of displacement → OK

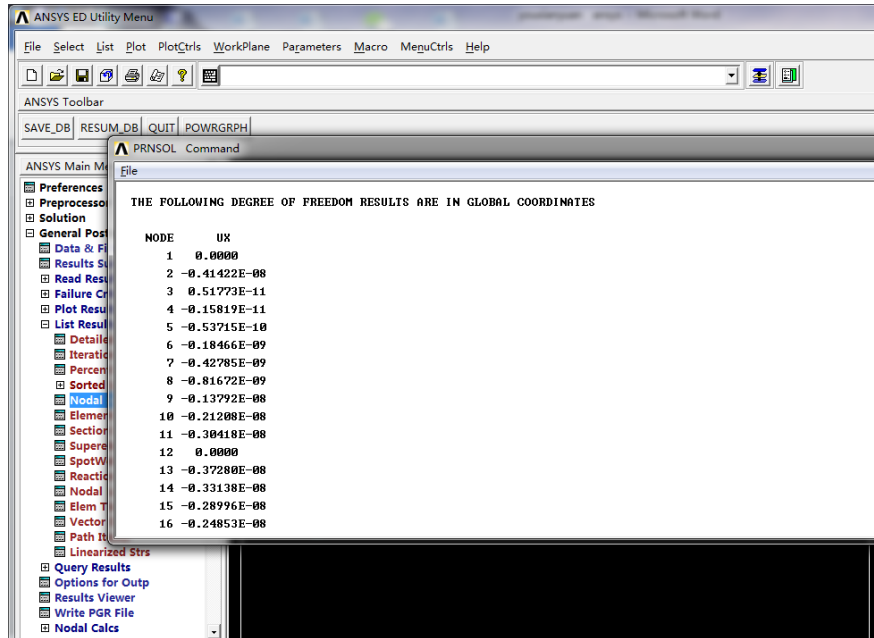


图 4.7 x 方向位移解

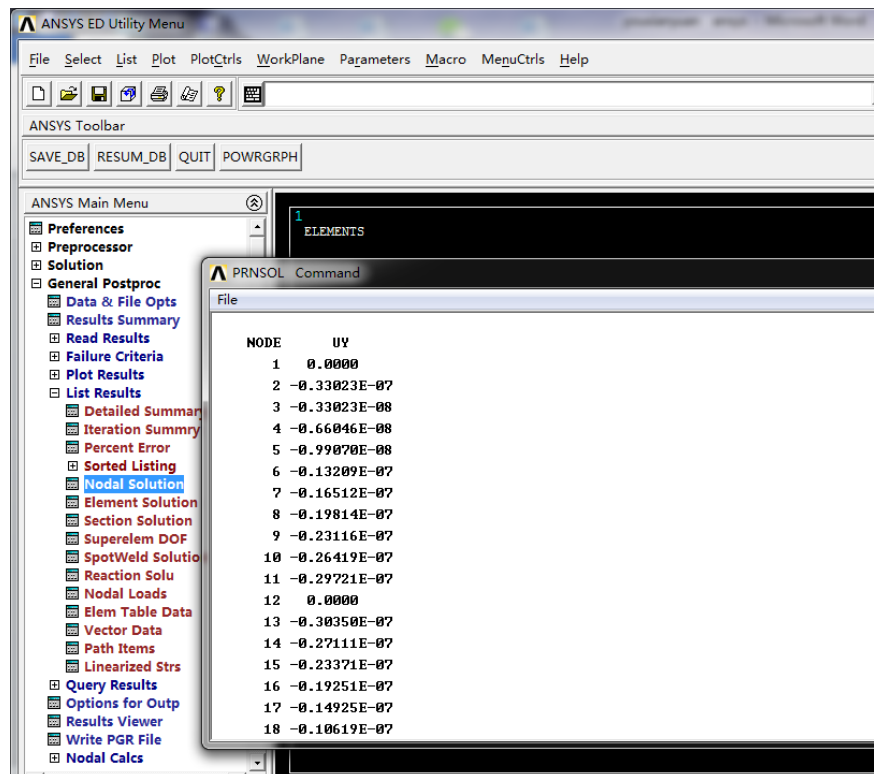


图 4.8 y 方向位移解

2、支反力:

ANSYS Main Menu: General Postproc → List result → Reaction Solu → All items → OK

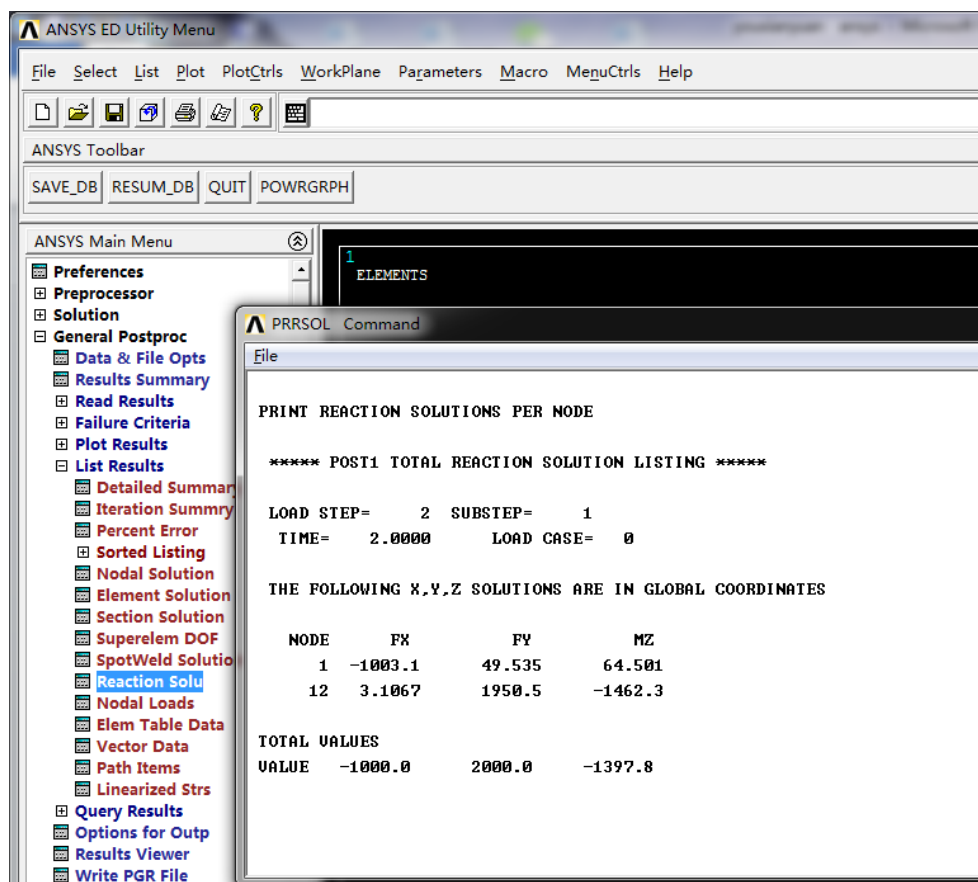


图 4.9 支反力结果

四、绘制图像

1、设置参数

ANSYS Main Menu: General Postproc → Element Table → Define Table → Add 在 user label for item 中输入 FX-I, 在 Results data item 中选择 By sequence num 并输入 _smisc,1 → Apply

在 user label for item 中输入 FX-J, 在 Results data item 中选择 By sequence num, 并输入 _smisc,7 → Apply

在 user label for item 中输入 FY-I, 在 Results data item 中选择 By sequence num, 并输入 _smisc,2 → Apply

在 user label for item 中输入 FY-J, 在 Results data item 中选择 By sequence num, 并输入 _smisc,8 → Apply

在 user label for item 中输入 MZ-I, 在 Results data item 中选择 By sequence num, 并输入 _smisc,6 → Apply

在 user label for item 中输入 MZ-J, 在 Results data item 中选择 By sequence num, 并输入 _smisc,12 → OK

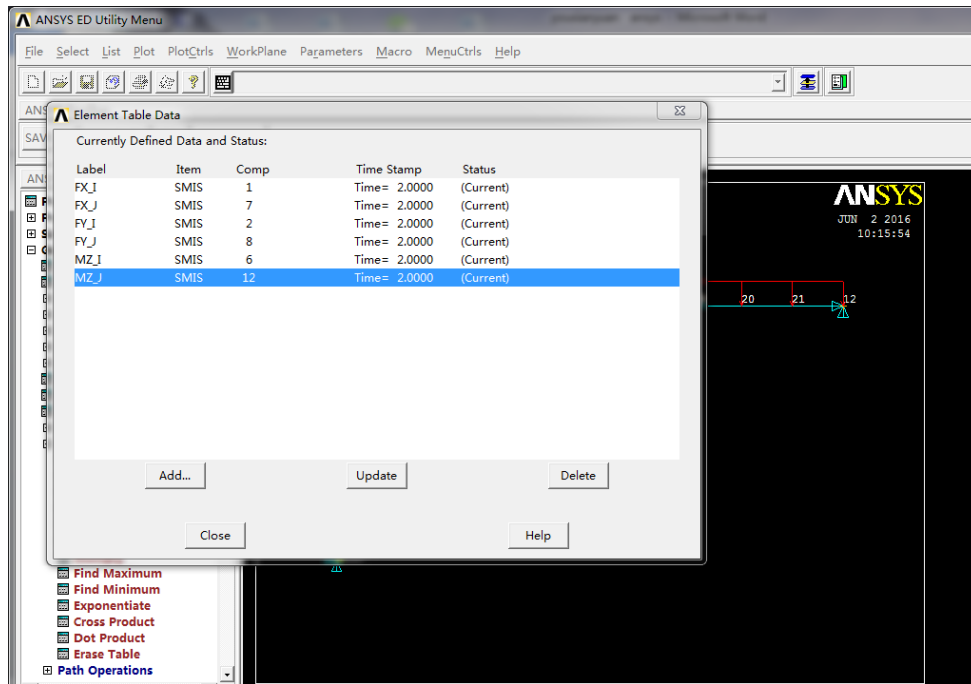


图 4.10 图表参数设置

2、图像输出

a) 轴力图:

ANSYS Main Menu: General Postproc → Plot result t → Contour plot → Line Elem Res → 选择 FX_I FX_J → Apply

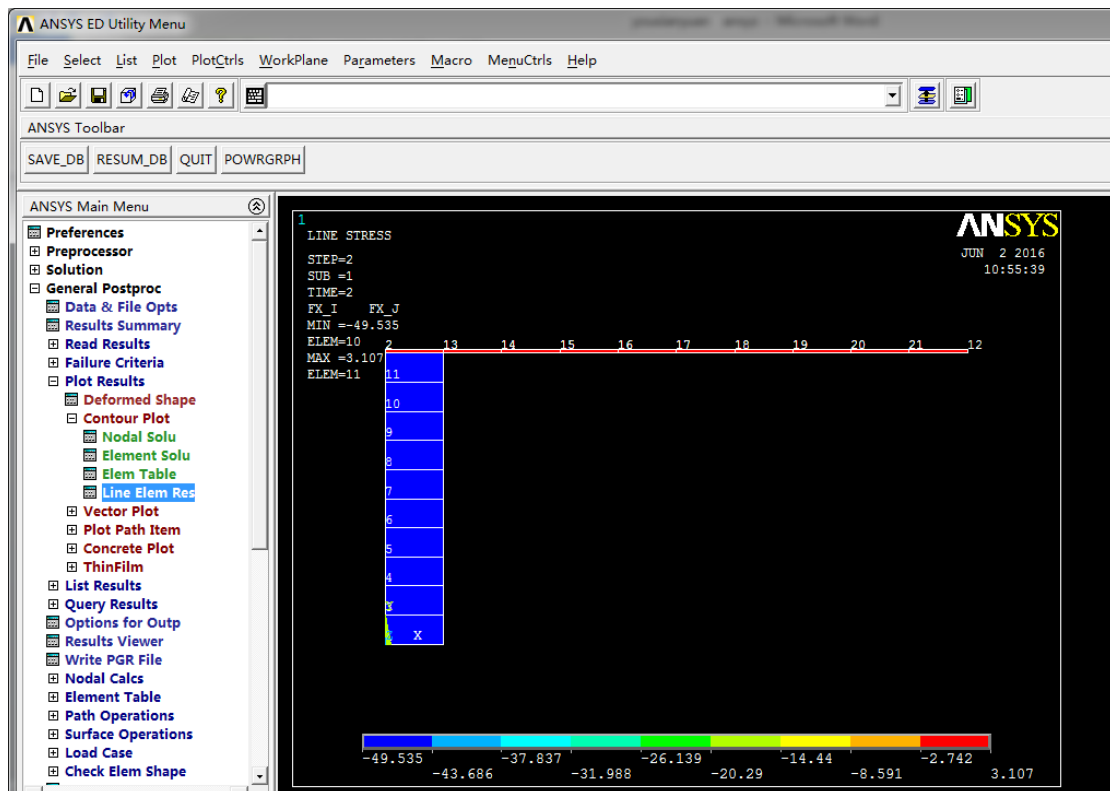


图 4.11 轴力图

b) 剪力图:

ANSYS Main Menu: General Postproc → Plot result t → Contour plot → Line Elem Res → 选择 FY_I FY_J → Apply

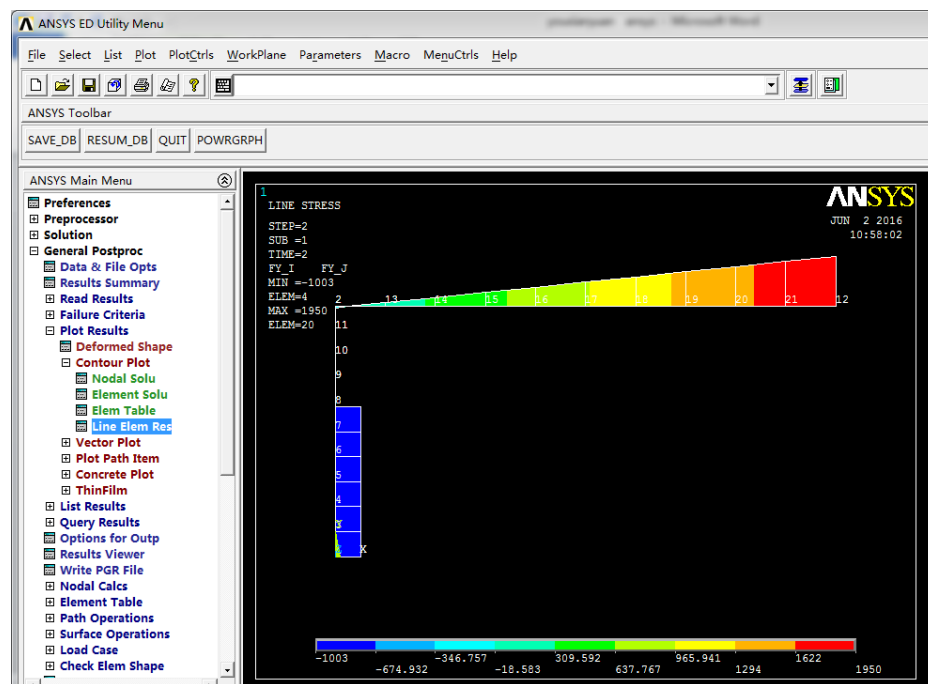


图 4.12 剪力图

c) 弯矩图:

ANSYS Main Menu: General Postproc → Plot result t → Contour plot → Line Elem Res → 选择 MZ_I Z_J → OK

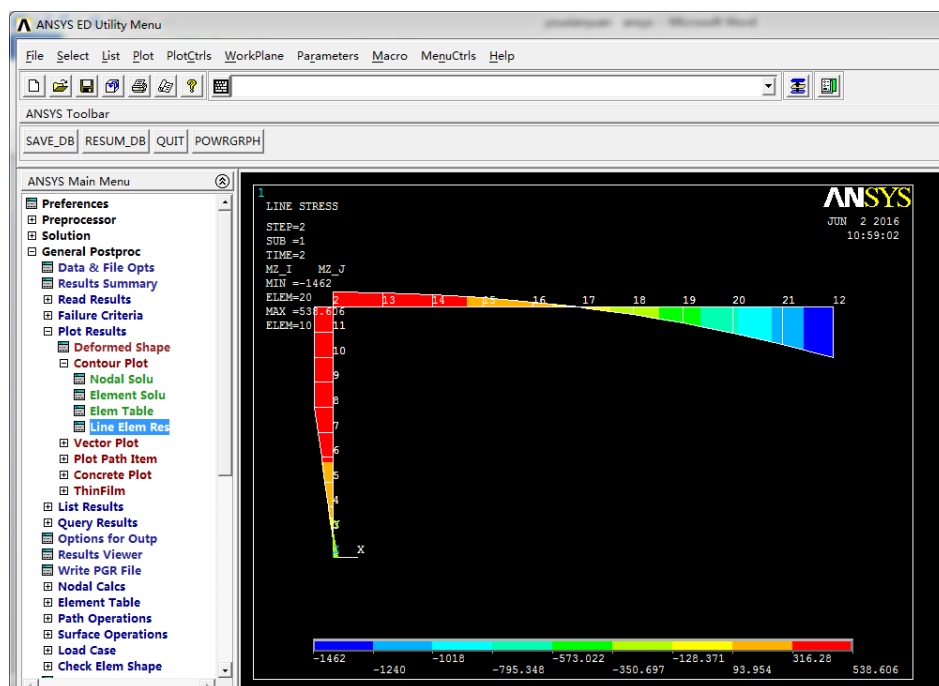


图 4.13 弯矩图

第五章 结果比较

结果	手算	MATLAB	ANSYS
U_{2X}	-0.41422×10^{-8}	-0.41422×10^{-8}	-0.41422×10^{-8}
U_{2Y}	-0.33023×10^{-7}	-0.33023×10^{-7}	-0.33023×10^{-7}
F_{AX}	-1033.1	-1033.1	-1033.1
F_{AY}	49.535	49.535	49.535
M_A	64.501	64.501	64.501
F_{CX}	3.1067	3.1067	3.1067
F_{CY}	1950.5	1950.5	1950.5
M_C	-1462.3	-1462.3	-1462.3

通过对比知道，三种方式的结果完全一样，显示了结果的正确性。

第六章 附录

一、matlab 程序

```
clc
clear
format compact
format shortG
jd=input('请输入节点数: ');
dy=input('请输入单元数: ');
E=input('请输入杨氏模量E: ');
I=input('请输入惯性矩I: ');
L=input('请输入单元长度L: ');
A=input('请输入单元截面积: ');
FAI=input('请输入单元相对旋转角度: ');
%输入对应关系时,小节点放前面[单元 节点1 节点2]
dy_jd=input('请输入单元与节点对应关系: ');
%输入力与扭矩约束[值 作用节点 作用类型](扭矩为3 x方向为1 y方向为2)
lys=input('力与扭矩约束矩阵: ');
%输入结构约束[作用节点 作用类型](转角为3 x方向为1 y方向为2)
wys=input('结构约束矩阵: ');
%原始数据
% L=1;
% E=3*10^10;
% P=1000;
% A=0.05;
% dy=2; jd=3; LL=[L 2*L]; I=20*A;
% dy_jd=[1 1 2; 2 2 3];
% FAI=[pi/2 0];
% q=P/L; M=P*L/10;
% lys=[44/125*P 1 1; -12*P*L/125 1 3; 81/125*P 2 1; -P 2 2; -67/750*P*L 2 3; -P 3
2; P*L/3 3 3];
% wys=[1 1; 1 2; 1 3; 3 1; 3 2; 3 3];
%对力约束与位移约束式子分别进行编号处理
wys(:,3)=(wys(:,1)-1)*3+wys(:,2);
lys(:,4)=(lys(:,2)-1)*3+lys(:,3);
```

```

%对力约束与位移约束式子进行排序
lys=sortrows(lys,4);
wys=sortrows(wys,3);
%单元刚度矩阵
syms fai e a i l real
k=[e*a/l 0 0 -e*a/l 0 0;
    0 12*e*i/l^3 6*e*i/l^2 0 -12*e*i/l^3 6*e*i/l^2;
    0 6*e*i/l^2 4*e*i/l 0 -6*e*i/l^2 2*e*i/l;
    -e*a/l 0 0 e*a/l 0 0;
    0 -12*e*i/l^3 -6*e*i/l^2 0 12*e*i/l^3 -6*e*i/l^2;
    0 6*e*i/l^2 2*e*i/l 0 -6*e*i/l^2 4*e*i/l];
t=[ cos(fai), sin(fai), 0;
    -sin(fai), cos(fai), 0;
    0, 0, 1];
%坐标变换矩阵
T=blkdiag(t,t);
%总体坐标系下的单元刚度矩阵
K=T'*k*T;
%带入每个单元的数，生成单元刚度矩阵kk，其每一页对应相应页数的单元的刚度矩阵
for j=1:dy;
    e=E;
    i=I;
    l=LL(j);
    a=A;
    fai=FAI(j);
    kk(:, :, j)=eval(K);
end
%生成总体刚度矩阵KK
%采用元胞数组的方式对各项进行保存
%生成空元胞数组，元胞数组的行列大小与节点数相同
for j=1:jd;
    for jj=1:jd;
        ling1{j,jj}=zeros(3);
    end
end
end

```

```

ling2=ling1;
%将对单元刚度矩阵部分分成4分加入元胞数组中
for j=1:dy;
    kk1=kk(1:3,1:3,j);
    kk2=kk(1:3,4:6,j);
    kk3=kk(4:6,1:3,j);
    kk4=kk(4:6,4:6,j);
    ling2{dy_jd(j,2),dy_jd(j,2)}=kk1+ling2{dy_jd(j,2),dy_jd(j,2)};
    ling2{dy_jd(j,2),dy_jd(j,3)}=kk2+ling2{dy_jd(j,2),dy_jd(j,3)};
    ling2{dy_jd(j,3),dy_jd(j,2)}=kk3+ling2{dy_jd(j,3),dy_jd(j,2)};
    ling2{dy_jd(j,3),dy_jd(j,3)}=kk4+ling2{dy_jd(j,3),dy_jd(j,3)};
end
%将元胞数组进行拼接，形成总体刚度矩阵
for j=1:jd;
    ling3(:, :, j)=cat(2, ling2{j, :});
end
KK=ling3(:, :, 1);
for j=2:jd;
    KK=[KK; ling3(:, :, j)];
end
%消去有已知位移的行与列
b=KK;
b(:, wys(:, 3))=[];
b(wys(:, 3), :)=[];
kjiejuzhen=inv(b);
%提取对应外力
lyss=lys;
for j=1:size(wys, 1);
    for jj=1:size(lys, 1);
        if lyss(jj, 4)==wys(j, 3);
            lyss(jj, :)=0;
        end
        if jj==size(lyss, 1);
            break
        end
    end
end

```

```

end
end
lyss(all(lyss==0,2),:)=[];
%求解weiyijie=[作用值 作用节点 作用类型（转角为3 x方向为1 y方向为2） 序列]
weiyijie=kjiejuzhen*lyss(:,1);
weiyijie(:,1)=weiyijie;
weiyijie(:,2)=lyss(:,2);
weiyijie(:,3)=lyss(:,3);
weiyijie(:,4)=lyss(:,4);
%计算不计作用在约束方向上时的支反力lysjiee=[作用值 作用节点 作用类型（转角为3 x方向为1 y方向为
2） 序列]
lysjie(:,1)=KK(wys(:,3),lyss(:,4))*weiyijie(:,1);
lysjie(:,2:4)=wys(:,1:3);
%将作用在约束方向上时的支反力加在上面的求解结果上
for j=1:size(lysjie,1)
    for jj=1:size(lys,1);
        if lysjie(j,4)==lys(jj,4);
            lysjie(j,1)=lysjie(j,1)-lys(jj,1);
        end
    end
end
end
%答案
weiyijie
lysjie

```