

证明:

首先, 可以证明一个前提结论: 对于一个遍历顺序 (逆时针或顺时针) 已经确定的奇数长的环状排列, 改变起点的位置 (当然, 终点也会随之变化), 并不会改变该排列逆序数的奇偶性。可以假设原排列为 $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$, 先经过一次的变化, 变为 $a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n, a_1$, 假设原本与 a_1 组合的逆序对有 x 个, 那么之后的即为 $n - 1 - x$, 那么变化的逆序对为 $n - 1 - 2x$, 那么其奇偶性未变。得证。

另外, 操作一次后, 逆序对的改变量是 $n - 2x$, 为偶数

那么, 当 n 为奇数, 并且逆序对是奇数时, 不可能通过操作使得其逆序数变为 0;

如果 n 为偶数, 由上面的分析可知, 必然存在着 $n/2$ 个起点是其逆序对为偶数。

现在证明如果逆序对为偶数, 必有解。

假设位置 i 左边已经拍好, 那么数 i 所在的位置 j 大于 i ,

如果:

- $a_i, i, ?, ?, a_{i+4}$
- $a_i, ?, i, ?, a_{i+4}$
- $a_i, ?, ?, i, a_{i+4}$

容易得到, 在上面情况下, 我们仅需要通过操作下标 $i - 1$ 到 $i + 4$ 的这 5 个数来让数 i 到下标 i 处。

而如果 i 的位置大于等于 $i + 4$, 设 1 它为 $pos[i]$, 我们也可以通过仅仅操作下标为 $i + 1$ 到 $pos[i]$ 的数, (不断选取以它为右端点的区间操作即可) 到达上面的情况。

所以, 我们可以不断延展这个序列, 直到 $i + 4 > n$, 就无法拓展了, 而此时, 只有 $n - 3, n - 2, n - 1, n$ 这 4 个数未被排序了, $4! = 24$, 那么我们就可以通过暴力枚举 $n = 8$, 排列为 $1, 2, 3, 4, ?, ?, ?, ?$ 的 24/2 种情况即可

。于是, 就得以证明了。