

## SOL1

书上的题解。

考虑给这个无向图定向。对于任意一种定向策略，假设最长路线为 $maxl$ ，则上面的节点数为 $maxl + 1$ ，对于这个图，我们每次选取入度为0的点，把他们放在第0层，再以此往上放点，则一定能够构造出一个 $maxl + 1$ 层，所有边都由低层指向高层，且任意一层中任意两个点都没有无向边连接的划分。现在，通过 $dp$ ，确定了一个最小的划分，设为 $p$ 层，再依据边的存在性把边定向为由低层指向高层。则这个划分中所能确定的最长链上的结点一定小于等于 $p$ ，不妨假设小于 $p$ ，则依据上面的构造方法一定能构造出一个最小划分小于 $p$ 的划分，矛盾，则结果只能是 $p$ 。所以，找到那个最小划分的方式后，只需要把每一个划分由小到大编号（顺序无所谓），再按照边的存在性把边定向为由低层指向高层，则一定就是一个解。

## SOL2

下面的方法和上面思路类似，不过划分规则改为每一层中任意两个点都不连通（无向图意义上），找到一种划分后，假设集合个数 $p$ ，则任意的给无向边定向后，图中链的长度都小于等于 $p$ ，但是可能会出现环，于是仿造上面思路，给每个集合由小到大编号，规定边只能由小指向大。同上面的证明方法，也能证明，当找打了最小划分后，设层数为 $p$ ，则按照定边规则定边后一定能找到解。

思路虽然相似，不过这个方法的状态数比上面少很多很多。唯一的问题是如何判断每个集合满不满足任意两点件都不连通。可以做一个预处理，在 $O(n^2)$ 时间内得到所有顶点的连通集合，并把它状压成一个 $int$ 型数。比如说0号点的连通集合为1、2、4，则状压为 $\dots 10111$ 。对于需要判断的集合，只需枚举集合中每一个元素，把该集合与该元素的连通集作与运算后，再异或该元素（把该元素位置上的1消去），如果得到的数不为0，则该集合不符合划分规则。