

证明

设集合中有 n 个事件, 此刻时间为 t , 把它们按截至时间由小到大排序, 变为 d_1, d_2, \dots, d_n , 并且 $d_1 - q_1 \geq t$. 现在证明若要使的可完成事件 k 最大, 要做的第一件事必为 d_1 .

假设做的第一件事为 $a_j, j > 1$, 并完成了 k' 件事.

不妨先设 $q_j \geq q_1$, 那么假设 k' 件事中包含了 d_1 , 那么我们把 d_1 与 d_j 两件事交换顺序, 由于 $d_1 < d_j$, 那么, 也能完成这 k' 件事. 如果没有包含 d_1 , 那么我们就可以不做 d_j , 做 d_1 , 这样, 至少也能完成 k' 件事.

再假设 $q_j < q_1$. 那么假设 k' 件事中包含了 d_1 , 那么我们把 d_1 与 d_j 两件事交换顺序, 由于 $d_1 < d_j$, 那么, 也能完成这 k' 件事. 如果没有包含 d_1 , 我们可以用数学归纳法进行证明. 在假设的大前提下, $n = 1, n = 2$ 的情况是很容易证明的, 现在假设对 $n - 1$ 也成立. 在我们做了 d_j 后, 集合事件剩下了 $n - 1$ 个, 并且, 由于 $q_j < q_1$, 大前提仍然成立(即 $d_1 - q_1 \leq t'$), 那么为了尽可能多完成事件, 接下来必做 d_1 , 于是这种情况不成立了.

于是得证.

所以我们按上述顺序完成事件, 从第 i 件事开始, 进行到 j , 如果 $d_j - q_j \geq t$ 我们就做这件事, $k_i + 1$, 否则意味着从第 i 到第 j 件事最多只能完成 k_i 件事, 开始下一个阶段. 同时我们要尽可能在 k_i 不变的情况下减小下一轮开始的 t , 于是, 把这次完不成的事件 q_j 和以往完成的事件比较, 如果以往存在 $q_k > q_j$, 那么我们可以不做 q_k , 做 q_j , 由于 $d_k < d_j$ 的, 那么 q_j 一定能做成, 这样 k_i 维持不变, 而时间 t 减少了, 并且为了尽量多减少时间, 选择最大的 q_k .