

第一次调用发生器，会随机生成 $R$ 个数，使其中一些数对应着某一些事件的发生，剩余的数(假设 $k$ 个)对应着第二次调用发生器，那么前后两个数可以看成 $R$ 进制的数，其中 $k * R$ 个数对应着合法的第二次调用的情形，则设一个事件 $x$ 在第一次调用中对应 $d_1$ 个数，第二次调用中对应 $d_2$ 个数，则在这两次中它发生的概率为 $\frac{d_1}{R} + \frac{k}{R} \cdot \frac{d_2}{R}$ .第二次调用可以看作在总共的 $R^2$ 个数中，选取这个数(低位是 $k$ 个数中的某一个，高位是 $d_2$ 个数中的某一的)的概率。

首先，定义：

- 事件 $x_i$ 发生的概率为 $\frac{a_i}{b_i}$ .
- $D(x, k)$ 表示在第 $k$ 层调用中(共 $R^k$ 个数)，对应着事件 $x$ 发生的数的个数。
- $H_i$ 表示第 $i - 1$ 层中合法的数中对应着进行第 $i$ 次调用的数的个数。则 $H[1] = 1$ .

由上面的定义，可以得到：

- $\frac{a_i}{b_i} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{D(i, k)}{R^k}$ .
- $H_i \cdot R - \sum_{x=1}^{x=n} D(x, i) = H_{i+1}$ .
- $E = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{H_i}{R^{i-1}}$ .

则就是尽量让前面的 $H_i$ 小，则前面的 $D(x, i)$ 大即可。同时，由第一个式子可以看到，若 $D(i, k + 1) > R$ ,则可以让 $D(i, k + 1) - = R, D(i, k) + = 1$ ,则就是让 $D(i, k)$ 变为事件 $x_i$ 发生概率的 $R$ 进制表示法，就有最优解。

在计算过程中，可以用下面的递推关系。

$$H_i \cdot R - \sum_{x=1}^{x=n} D(x, i) = H_{i+1}$$

$$H_i \cdot R^2 - R \cdot \sum_{x=1}^{x=n} D(x, i) - \sum_{x=1}^{x=n} D(x, i + 1) = H_{i+2}$$