

证明：

对两个贪心进行证明。

设灯已经按照电压进行排序。

1. 一种灯要不全替换，要不全不替换。

假设有灯 $lamp[i]$, $lamp[j]$, $j > i$, 如果替换 x 个灯, 则总价为

$$lamp[i].k + lamp[i].c \cdot (lamp[i].l - x) + lamp[j].c \cdot x$$

如果全不替换, 总价为

$$lamp[i].k + lamp[i].c \cdot lamp[i].l$$

如果全替换, 总价为

$$lamp[j].c \cdot lamp[i].l$$

假设 $lamp[i].c < lamp[j].c$, 那么全不替换比部分替换要更优。

假设 $lamp[i].c > lamp[j].c$, 那么全替换比部分替换更优。

于是得证。

2. 替换必定是连续的。

假设有 $lamp[i], lamp[j], lamp[k]$, $i < j < k$, 如果把 $lamp[i]$ 替换成了 $lamp[k]$, 而 $lamp[j]$ 并未替换。

如果

$$lamp[j].k + lamp[j].c \cdot lamp[j].l < lamp[k].c \cdot lamp[j].l$$

则意味着 $lamp[j].c < lamp[k].c$, 那么我们把 $lamp[i]$ 换成 $lamp[j]$ 一定更优, 那么替换就成了连续的。

如果

$$lamp[j].k + lamp[j].c \cdot lamp[j].l \geq lamp[k].c \cdot lamp[j].l$$

就意味着我们把 $lamp[j]$ 替换成 $lamp[k]$ 更优 (不会变差), 则替换就成了连续的。

于是得证。

由上面得证明结果, 就可以极好的限制状态转移方程了。