定义：

- $d_{pos,a,b,c}$，代表着pos位置之前的数全部已经完毕了，而$pos, pos+1, pos+2$位置上的数分别是$a, b, c.$
- 操作$s(a,b,c,n,up)$表示对相邻的a,b,c向上操作n次。还有$s(a,b,n,up), s(a,n,up).$
- 如果s_i操作的第一个数是a,则称s_i是对a的一个操作
- 设每一个操作记作s_i,则操作的集合$S=\{s_1,s_2....s_i\}$，如果经过S集合操作后，能得到目标序列，称S为操作集。

结论：

- 操作的顺序对结果是没有影响的。
- 设要从一个初始序列$abcd...$转移到$ABCD...$，。可以得到，在元素最少的操作集中，所有对a的操作都是同向的。进一步的，可以得到，在最少操作集中，对同一位置的操作都是同向的。

证明：

首先可以对所有操作进行排序，对a的操作排在最前面，对b的操作排在后面，以此类推。设操作集$S=\{s_1,s_2,s_3,..\}$,设前i个操作是对a进行的。那么经过$S'=\{s_1,s_2,...s_i\}$后，a就被转化为了A，设b变为了b',c变为了c',S'中有向上操作和向下操作，分为S'_{top}, S'_{down}。令$t=(A-a+10)mod10, d=(a-A+10)mod10$,那么$|S'_{top}|>=(t), |S'_{down}|>=d$必有一个成立，不失一般性，设前者成立。在操作过程中，b,c都有向上与向下的操作，设最终：

1. b整体上向上操作到b',c整体上向上操作到c'.b向上移动$t1$,c为$t2$.则$|S'_{top}|>=max(t,t1,t2)$.
   - $t>t1>t2$, 则$s(a,b,c,t2,up), s(a,b,t1-t2,up), s(a,t-t1,up)$,共$t$次操作后能得到$A,b',c'$序列，把此操作集合代替$S'$即可。
   - $t>t2>t1$, 由于c的运动一定会有b的运动，则b也上升了$t2$,但又降下来了，那么$|S'_{down}|>=t2-t1$.则$s(a,b,c,t2,up), s(a,t-t2,up), s(b,t2-t1,down)$,共$t+t2-t1$次操作后能得到$A,b',c'$序列，把此操作集合代替$S'$即可。
   - $t1>t2>t$,则$s(a,b,c,t,up), s(b,c,t2-t,up), s(b,t1-t2,up)$,共$t1$次操作能得到$A,b',c'$序列，把此操作集合代替$S'$即可。
   - $t2>t1>t$,.则$s(a,b,c,t,up), s(b,c,t1-t,up), s(c,t2-t1,up)$,共$t2$次操作能得到$A,b',c'$序列，把此操作集合代替$S'$即可。
   - $t1>t>t2$,则$s(a,b,c,t2,up), s(a,b,t-t2,up), s(b,t1-t2,up)$,共$t1$次操作能得到$A,b',c'$序列，把此操作集合代替$S'$即可。
   - $t2>t>t1$,则$s(a,b,c,t1,up), s(a,b,t-t1,up), s(c,t2-t,up)$,共$t2$次操作能得到$A,b',c'$序列，把此操作集合代替$S'$即可。
2. b整体上向下操作到b',c整体上向下操作到c'.b向下移动$d1$,c为$d2$.则$|S'_{top}|>=t, |S'_{down}|>=max(d1,d2)$.
   - 先$s(a,t,up)$,再把b,c向下移，共$t+max(d1,d2)$次操作即可。
3. b整体上向上操作到b',c整体上向下操作到c',b向上移动$t1$,c向下$d2$.则$|S'_{top}|>=max(t,t1), |S'_{down}|>=d2$.
   - 那么可以移动$max(t,t1)$把a,b移动到A,b',再$s(c,d2,down)$,共$d2+max(t,t1)$次操作即可。

4. b整体上向下操作到b',c整体上向上操作到c',b向下移动$d1$,c向上$t2$.则$|S'_{top}| >= max(t, t2), |S'_{down}| >= d1$.由于$c$的运动一定会有$b$的运动，则$b$也上升了$t2$,但又降下来了，那么$|S'_{down}| >= t2 + d1$。
    - $t > t2$,则$s(a, b, c, t2, up), s(a, t - t2, up), s(b, t2 + d1, down)$,共$t + t2 + d1$次操作即可。
    - $t < t2$,则$s(a, b, c, t, up), s(c, t2 - t, up), s(b, t2 + d1, down)$,共$t2 + t2 + d1$次操作即可。

综上，得证。