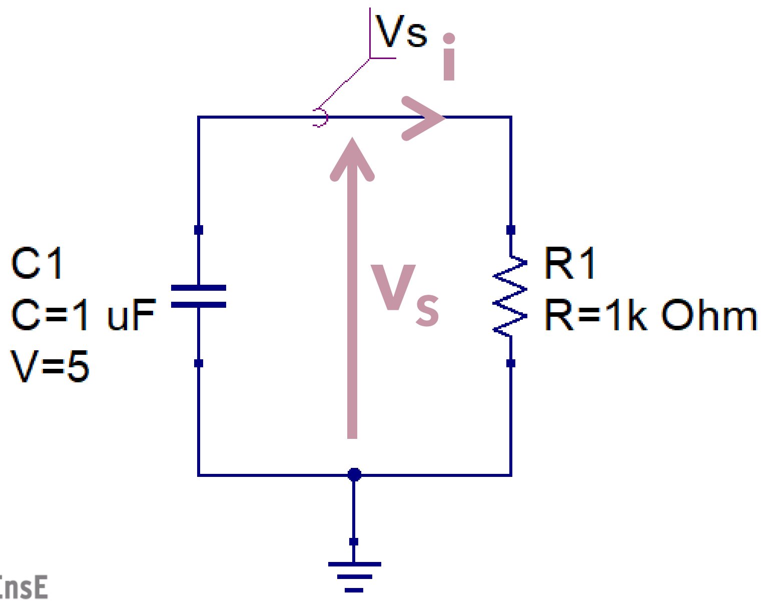
Régime harmonique

Outils Numériques / Semestre 5 / Institut d'Optique / B1_4

Cas des équations différentielles

Approche analytique

- Approche analytique

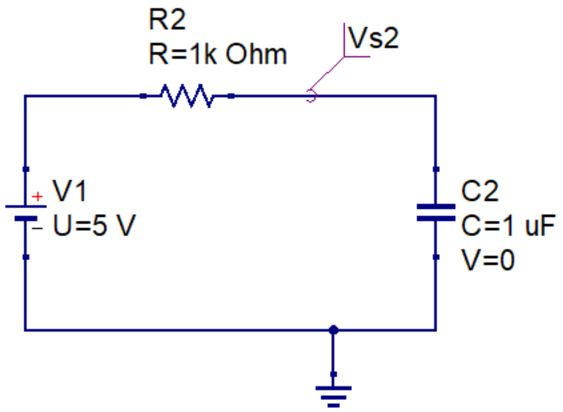


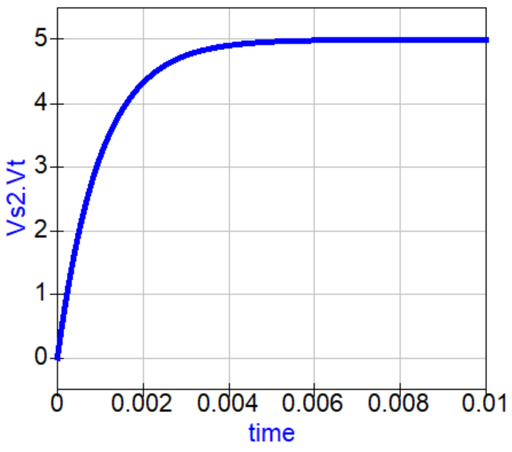
$$V_s = -R_1 . C_1 . \frac{d\,V_s}{dt}$$

Equation différentielle d'ordre 1

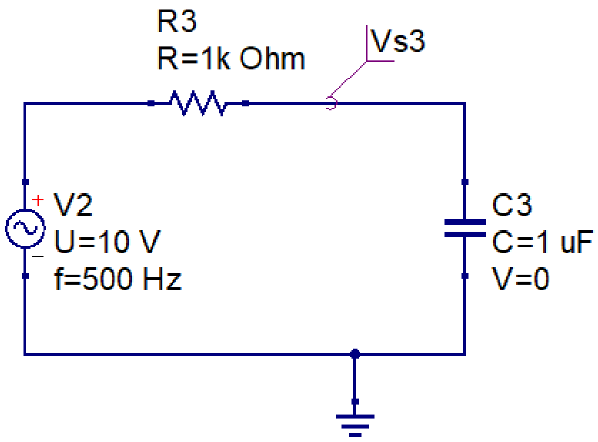
Circuits similaires / Ordre 1

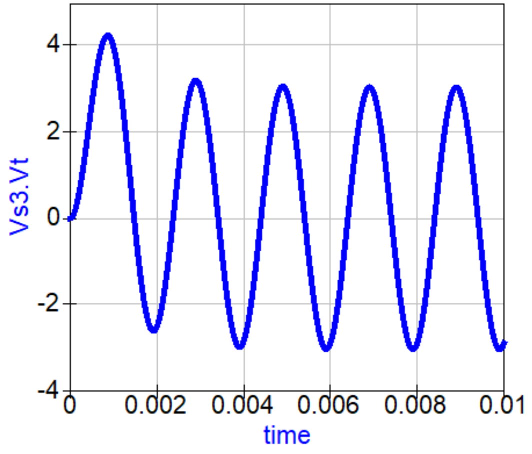
- Réponse à un échelon





- Régime forcé

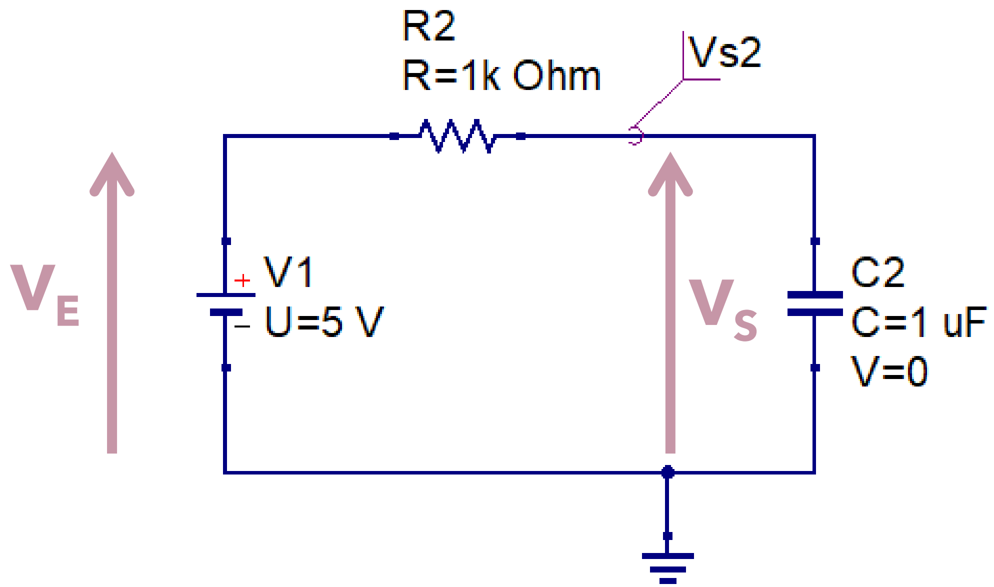




Simulation réalisée avec QUCS
Quite Universal Circuit Simulator
https://qucs.sourceforge.net/

Système linéaire d'ordre 1

- Filtre RC



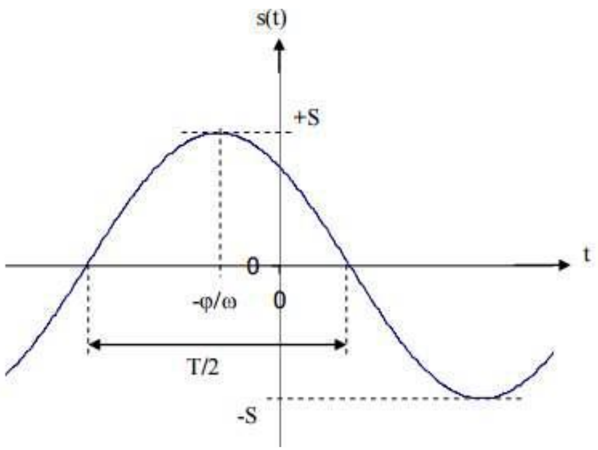
- Fonction de transfert

Comportement fréquentiel

$$H(p) = \frac{V_e}{V_s}$$

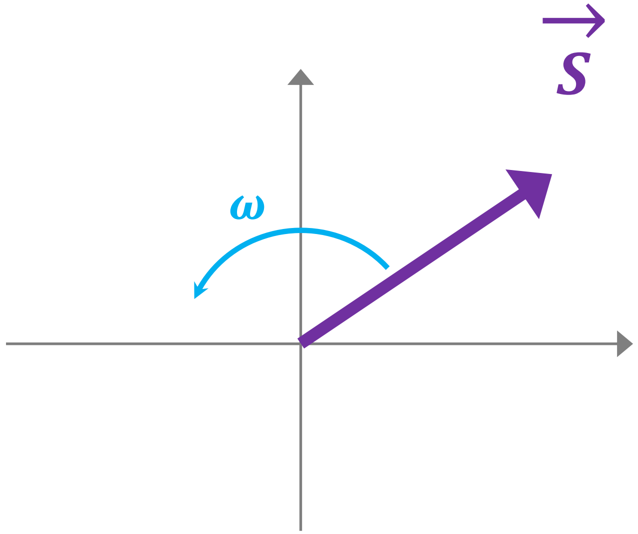
Régime harmonique

- Système linéaire et invariant



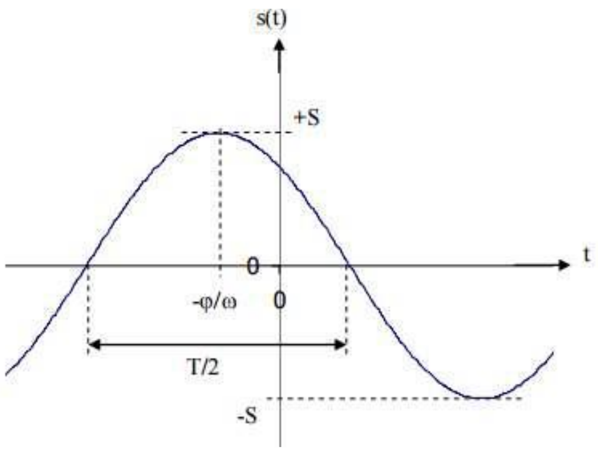
*Toutes les grandeurs physiques évoluent à la **même pulsation** !*

$$s(t) = S\,.\cos(\omega.t + \varphi)$$



Régime harmonique

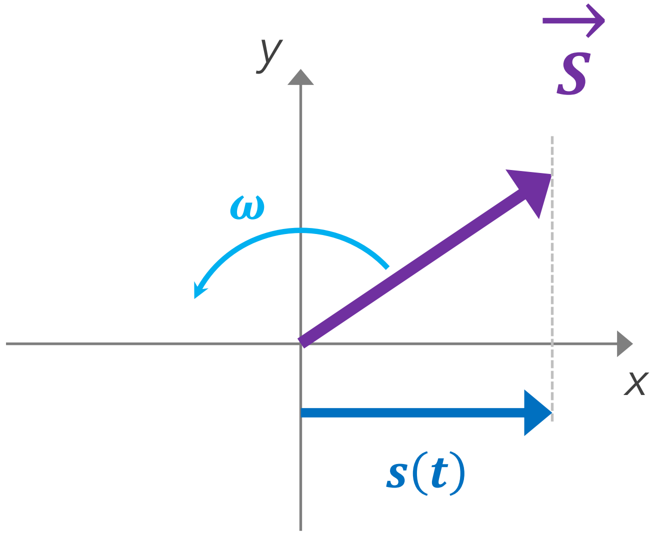
- Système linéaire et invariant



- Représentation de Fresnel

*Toutes les grandeurs physiques évoluent à la **même pulsation** !*

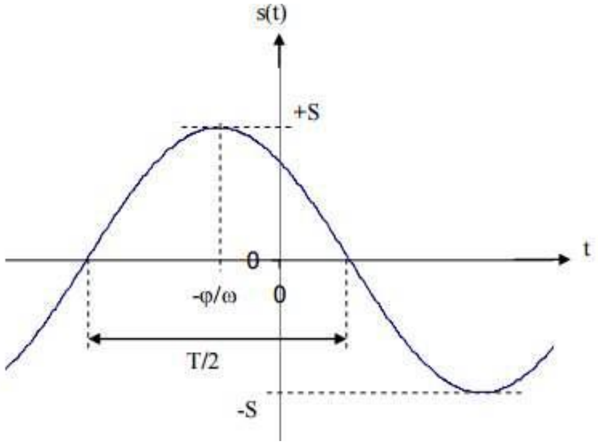
$$s(t) = S\,.\cos(\omega.t + \varphi)$$



LEnsE
Laboratoire d'Enseignement Expérimental

Régime harmonique

- Représentation complexe
- Représentation de Fresnel

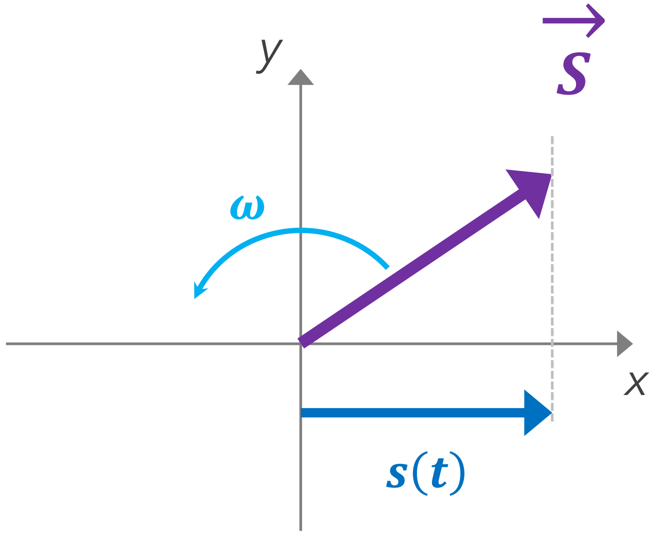


$$S(t) = S\,.\,e^{-i(\omega.t+\varphi)}$$

$$S(t) = \boxed{S.\,e^{-i\varphi}}\; e^{-i\omega.t}$$

Grandeur complexe

$$s(t) = \Re(S(t))$$



Régime harmonique

- Représentation complexe

Système linéaire et invariant
Toutes les grandeurs physiques
évoluent à la ***même pulsation*** *!*

$$v(t) = V\,.\,e^{-i\varphi 1}\,.\,e^{-i\omega .t}$$

$$i(t) = I\,.\,e^{-i\varphi 2}\,.\,e^{-i\omega .t}$$

$$S(t) = \boxed{S.\,e^{-i\varphi}}\,.\,e^{-i\omega .t}$$

Grandeur complexe

$$\Rightarrow \quad \frac{v(t)}{i(t)} = \frac{V\,.\,e^{-i\varphi 1}}{I\,.\,e^{-i\varphi 2}}$$

INSTITUT d'OPTIQUE GRADUATE SCHOOL ParisTech | LEnsE Laboratoire d'Enseignement Expérimental

Régime harmonique

- Impédance complexe

$$v(t) = V \,.\, e^{-i\varphi 1} \,.\, e^{-i\omega . t}$$

$$i(t) = I \,.\, e^{-i\varphi 2} \,.\, e^{-i\omega . t}$$

$$Z_R = R$$

$$Z_C = \frac{1}{C.p}$$

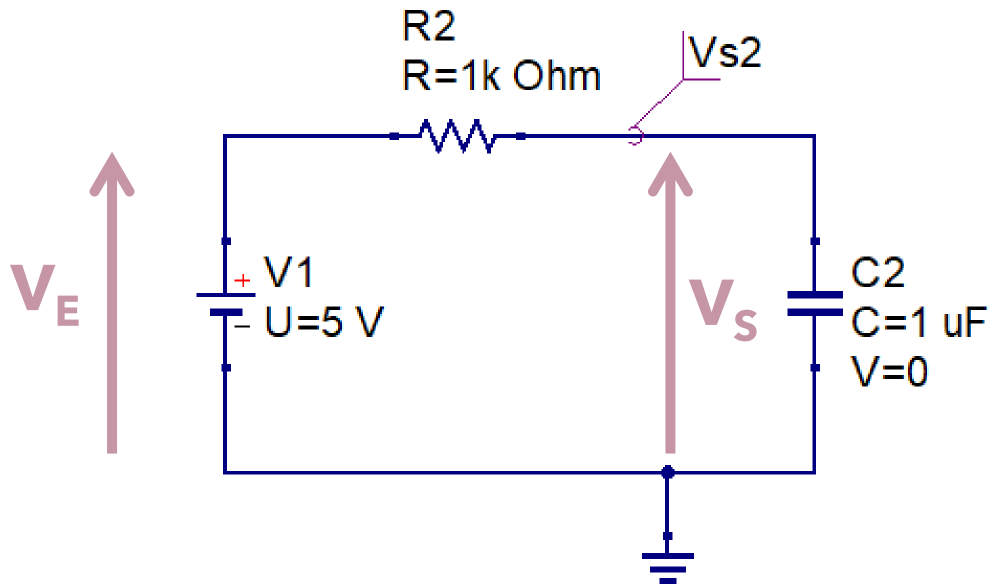
$$Z_L = L.p$$

$$\frac{v(t)}{i(t)} = \frac{V \,.\, e^{-i\varphi 1}}{I \,.\, e^{-i\varphi 2}}$$

INSTITUT d'OPTIQUE GRADUATE SCHOOL ParisTech | LEnsE Laboratoire d'Enseignement Expérimental

Système linéaire d'ordre 1

- Filtre RC



- Fonction de transfert

Comportement fréquentiel

$$V_S = V_E \cdot \frac{Z_C}{Z_R + Z_C}$$

$$\Rightarrow H(p) = \frac{V_e}{V_s} = \frac{1}{1 + R.C.p}$$

Approche Système

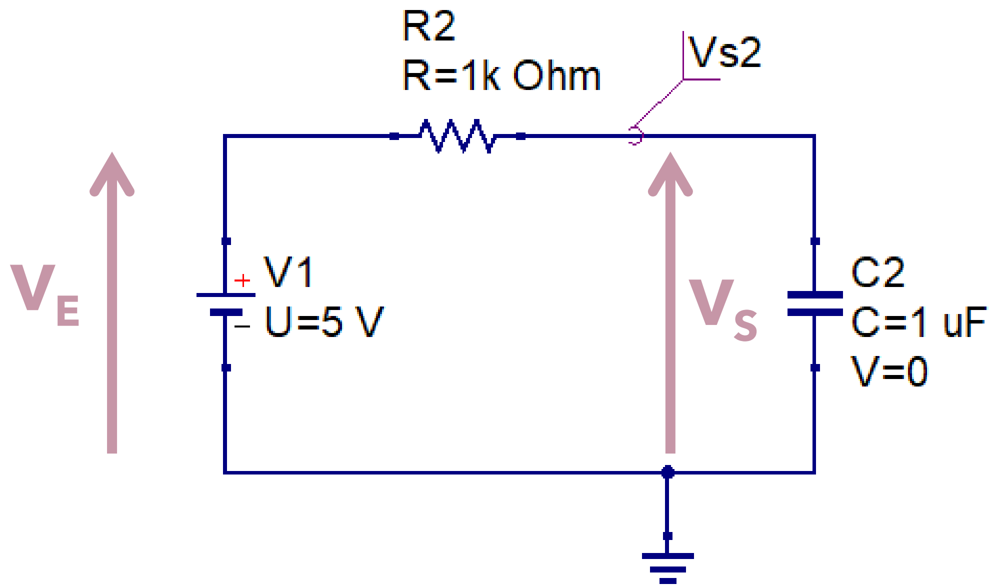
(control)

Outils Numériques / Semestre 5 / Institut d'Optique / B1_4

Cas des équations différentielles

Analyse d'un système linéaire

- Filtre RC



- Fonction de transfert

Comportement fréquentiel

$$H(p) = \frac{V_e}{V_s} = \frac{1}{1 + R.C.p}$$

Réponse en fréquence

Réponse indicielle

Réponse impulsionnelle

control pour l'étude des systèmes

- Définition d'un système

```
import control as ct
```

```
num = np.array( [a_N, … , a_k, … , a_0] )
den = np.array( [b_N, … , b_k, … , b_0] )

tf_sys = ct.tf( num, den )
```

- Fonction de transfert

Comportement fréquentiel

$$H(p) = \frac{V_e}{V_s} = \frac{num(p)}{den(p)}$$

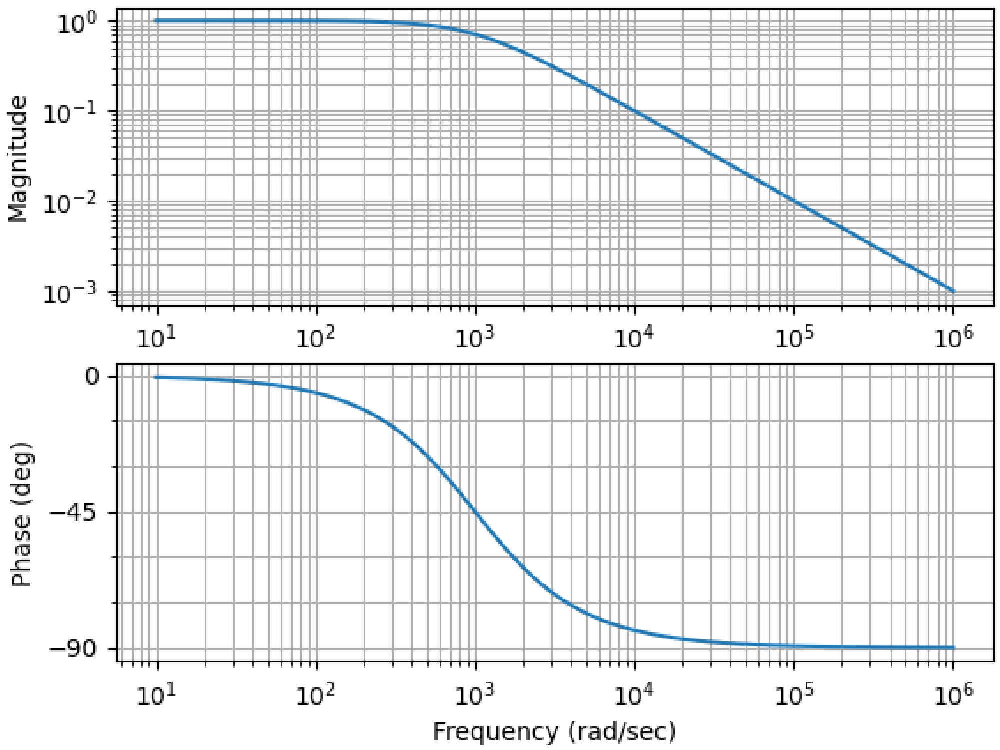
$$num(p) = \sum_{k=0}^{N} a_k p^k$$

$$den(p) = \sum_{k=0}^{M} b_k p^k$$

control pour l'étude des systèmes

- Réponse en fréquence

```
ct.bode_plot(tf_sys)
```



Réponse en fréquence / Filtre RC

S'ENTRAINER

- Comparaison

$$H(p) = \frac{V_e}{V_s} = \frac{1}{1 + R.C.p}$$

+ Définir le système par sa fonction de transfert
+ Tracer le diagramme de Bode pour :
- **R = 1 kΩ et C = 1 µF**
- **R = 10 kΩ et C = 1 µF**
- **R = 10 kΩ et C = 10 µF**

```
ct.bode_plot( sys , omega=w)
```

Réponse en fréquence / Filtre RC

OPTIMISATION

- Réponse en fréquence

$$H(p) = \frac{V_e}{V_s} = \frac{1}{1 + R.C.p}$$

```
w = np.logspace(start, stop, N)

mag, phase, w = ct.bode_plot(tf_sys, w,
plot=False)
```

start et **stop** sont des numéros de décade

Réponse en fréquence / Filtre RC

S'ENTRAINER

- Comparaison

$$H(p) = \frac{V_e}{V_s} = \frac{1}{1 + R.C.p}$$

+ Définir le système par sa fonction de transfert
+ Tracer sur le même diagramme la réponse en fréquence des systèmes suivants :

- **R = 1 kΩ et C = 1 µF**
- **R = 10 kΩ et C = 1 µF**
- **R = 10 kΩ et C = 10 µF**

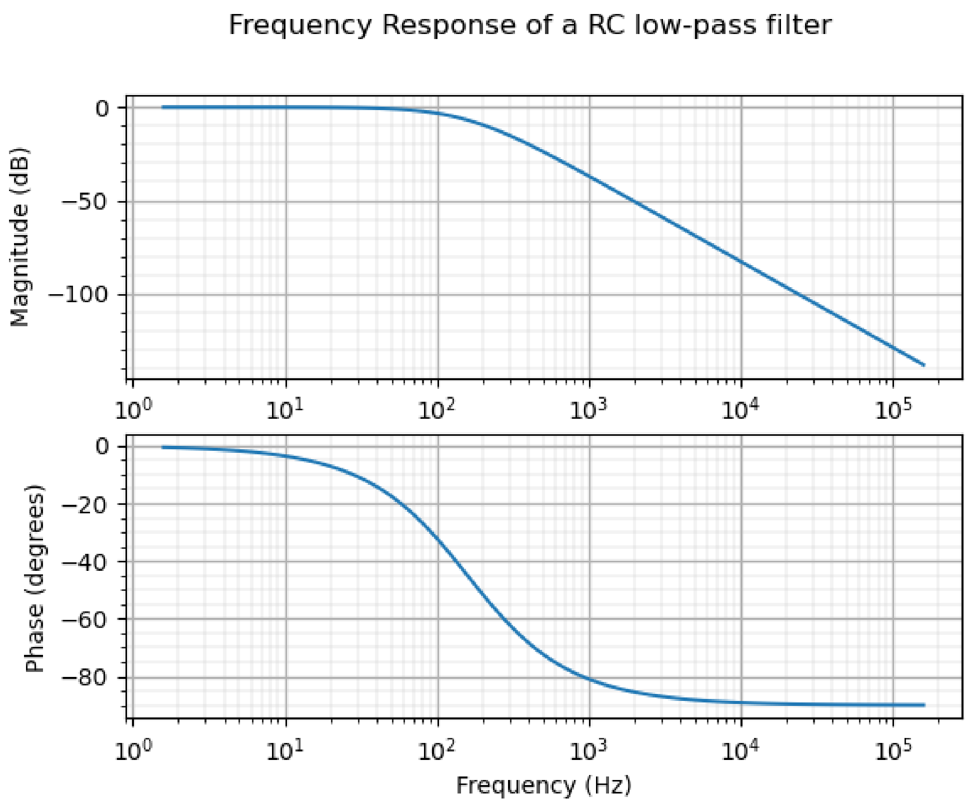
```
ct.bode_plot( sys , omega=w, plot=False)
```

Réponse en fréquence / Filtre RC

OPTIMISATION

- Affichage Bode

```
fig, axs = plt.subplots(2, 1)
fig.suptitle('Frequency Response ')
axs[0].plot(f, mag_db)
axs[0].set_ylabel('Magnitude (dB)')
axs[0].set_xscale('log')
axs[0].grid(which="major", linewidth = 1)
axs[0].grid(which="minor", linewidth = 0.2)
axs[0].minorticks_on()
```

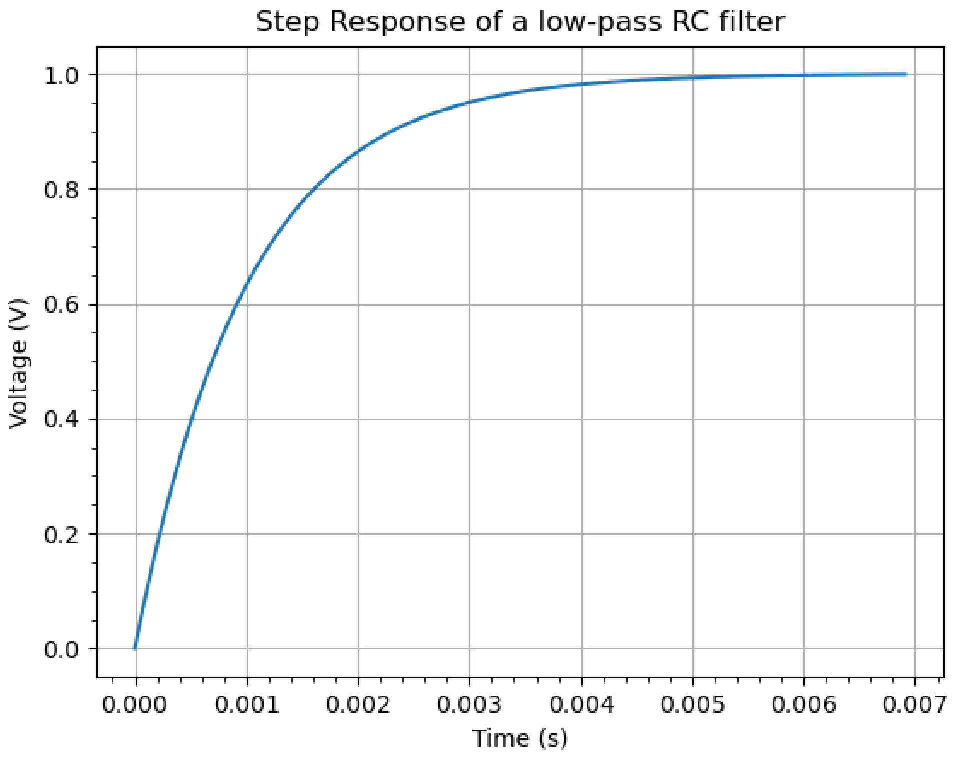


INSTITUT d'OPTIQUE GRADUATE SCHOOL ParisTech | LEnsE Laboratoire d'Enseignement Expérimental

control pour l'étude des systèmes

- Réponse indicielle

```
t, y = ct.step_response(tf_sys)
```



Réponse indicielle / Filtre RC

S'ENTRAINER

- Comparaison

$$H(p) = \frac{V_e}{V_s} = \frac{1}{1 + R.C.p}$$

+ Tracer sur le même diagramme la réponse indicielle des systèmes suivants :

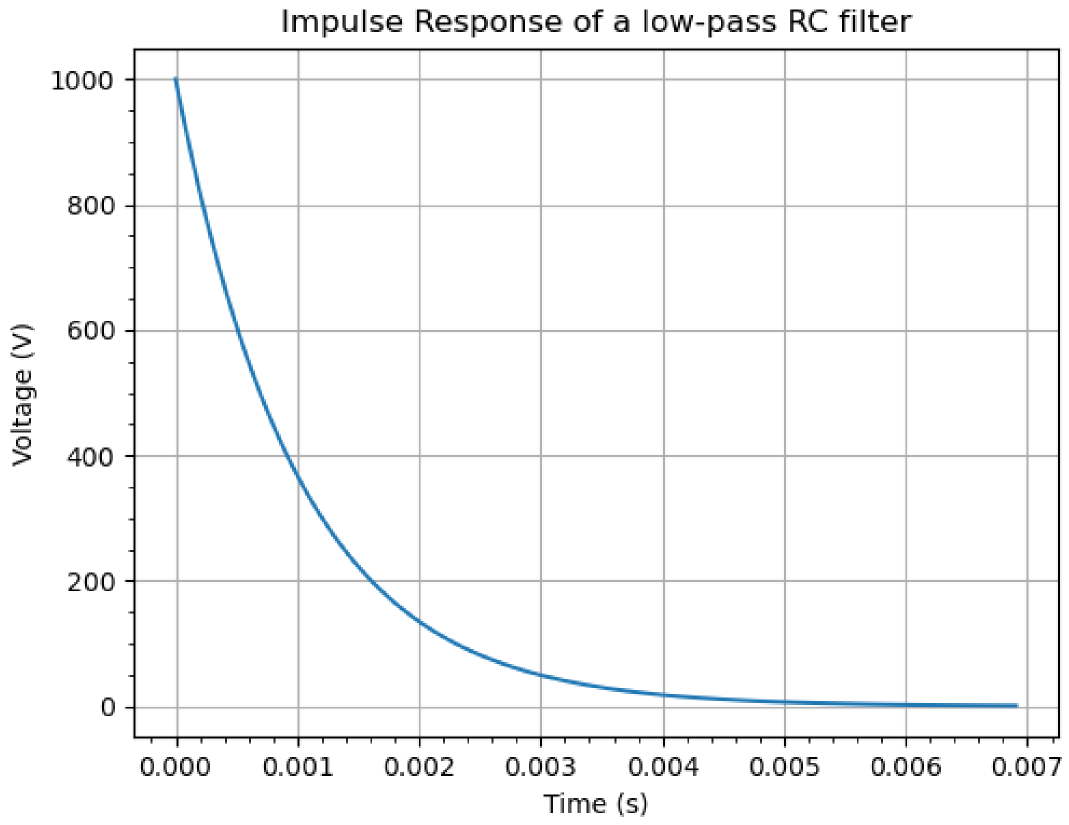
- **R = 1 kΩ et C = 1 µF**
- **R = 10 kΩ et C = 1 µF**
- **R = 10 kΩ et C = 10 µF**

ct.**step_response**(sys , T=t)

control pour l'étude des systèmes

- Réponse impulsionnelle

```
t, y = ct.impulse_response(tf_sys, T=t)
```

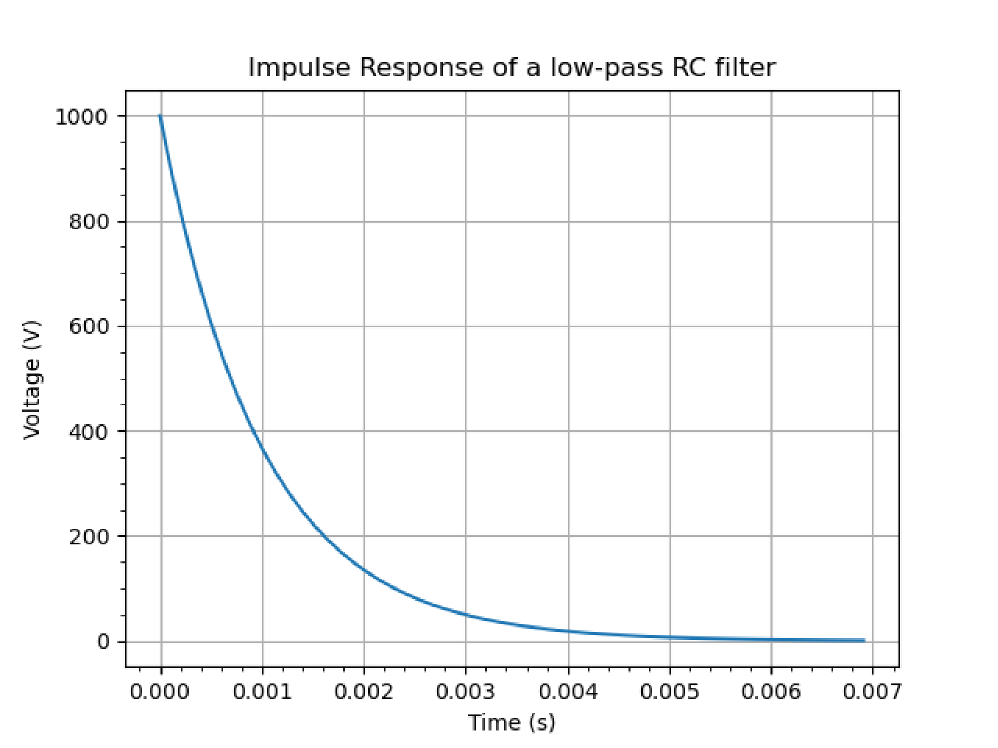


INSTITUT d'OPTIQUE GRADUATE SCHOOL ParisTech | LEnsE Laboratoire d'Enseignement Expérimental

Un peu de maths…

- Lien entre réponse en fréquence et impulsion ?

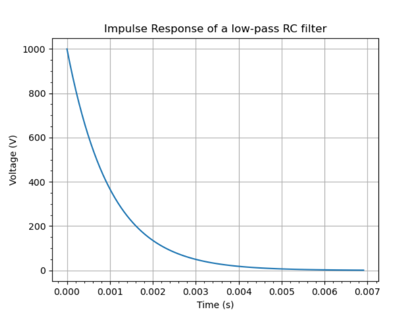
```
t = np.linspace(0, 1, 1001)
t, y = ct.impulse_response(tf_sys, T=t)
```



Un peu de maths…

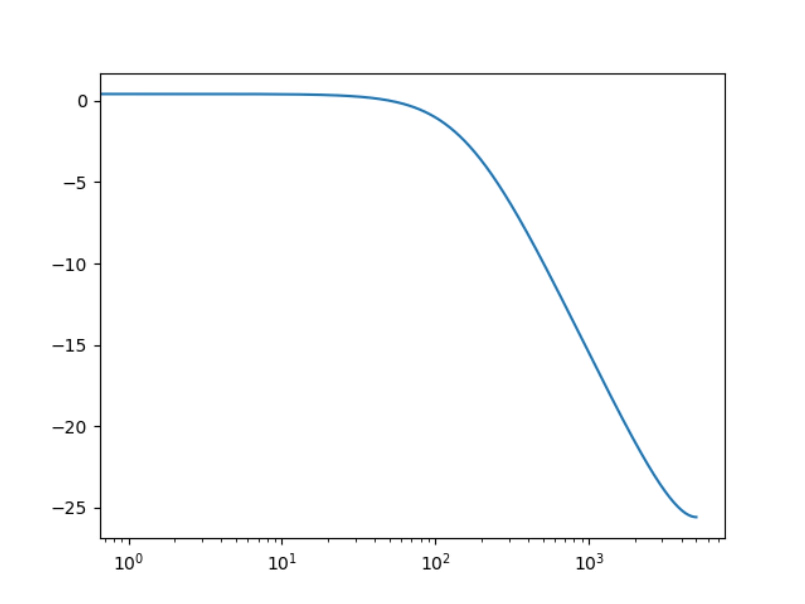
- Lien entre réponse en fréquence et impulsion ?

```
t = np.linspace(0, 1, 1001)
t, y = ct.impulse_response(tf_sys, T=t)
```



Transformée de Fourier

```
import scipy as sc

tf = sc.fft.fft(y)/len(y)
tf_half = tf[0:len(tf)//2]
plt.figure()
plt.plot(20*np.log10(np.abs(tf_half)))
plt.xscale('log')
plt.show()
```



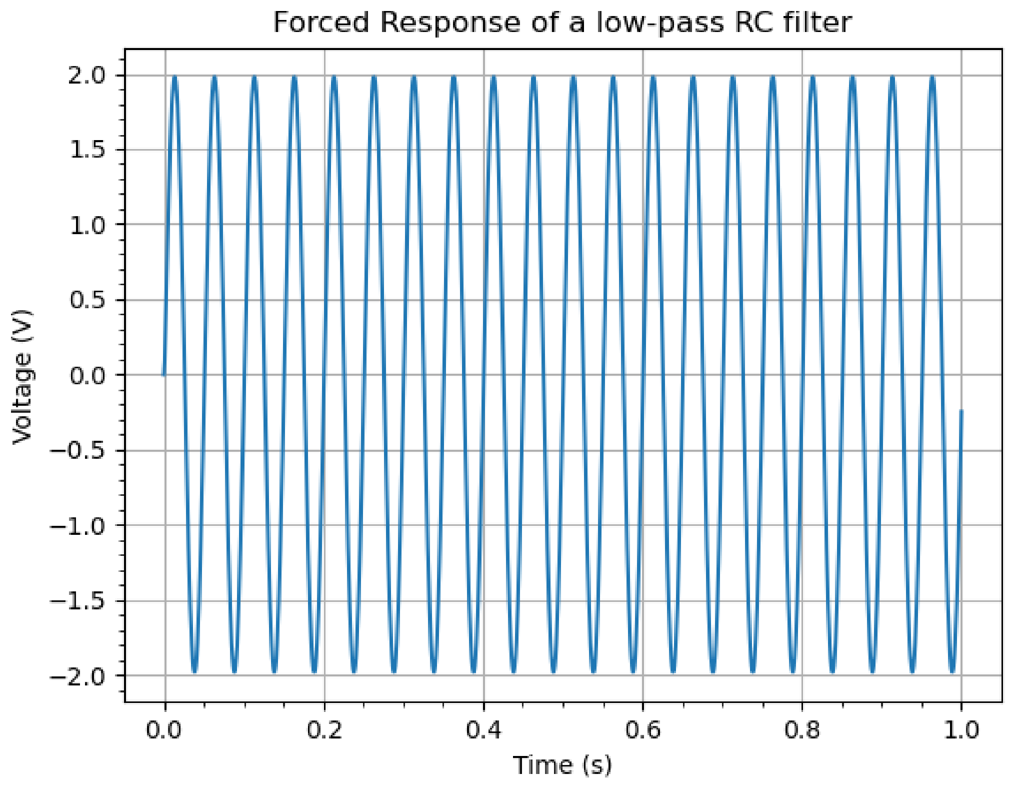
INSTITUT d'OPTIQUE GRADUATE SCHOOL ParisTech

LEnsE Laboratoire d'Enseignement Expérimental

control pour l'étude des systèmes

- Réponse forcée

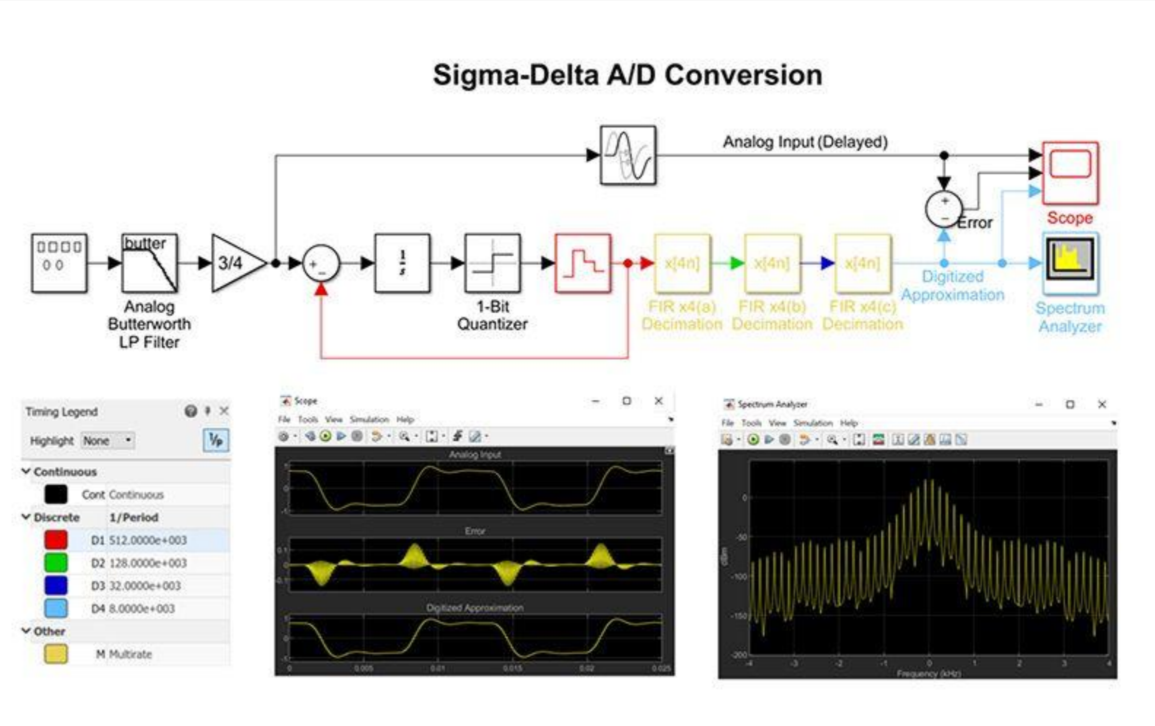
```
t = np.linspace (0, 1, 1001)
u = 2 * np.sin(2*np.pi*20*t)

t, y = ct.forced_response(tf_sys, t, u)
```



INSTITUT d'OPTIQUE GRADUATE SCHOOL ParisTech
LEnsE Laboratoire d'Enseignement Expérimental

Approche Système

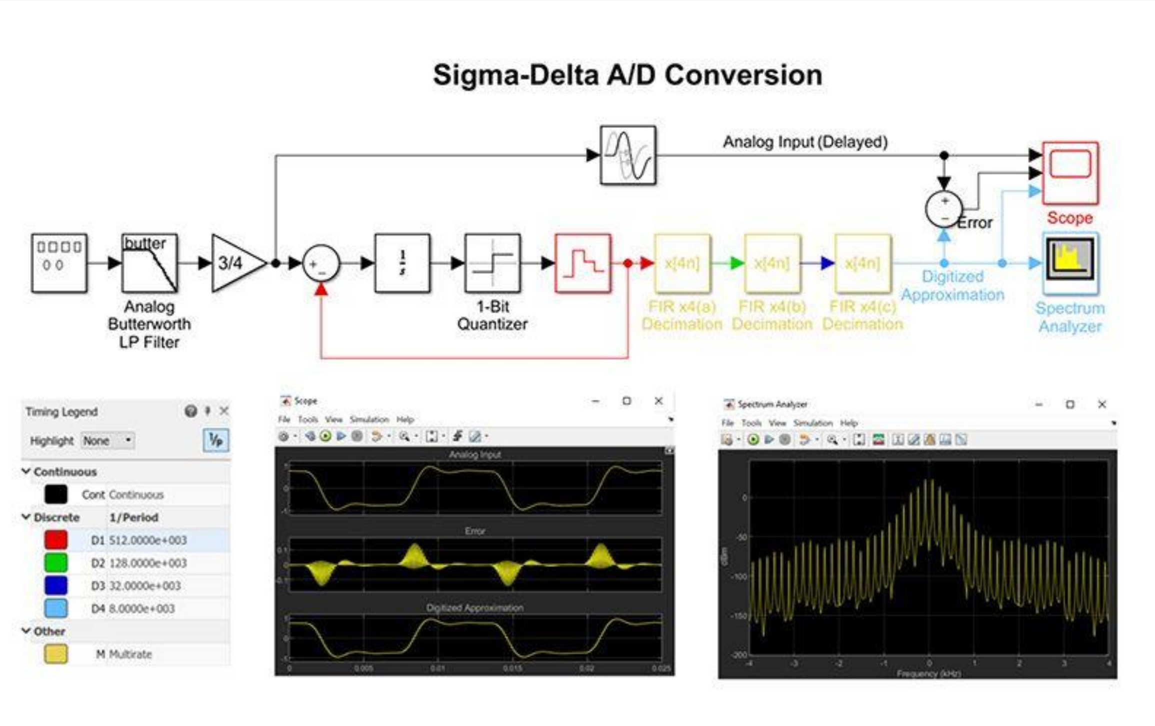
- MatLab et Simulink



Mathworks website

Approche Système

- MatLab et Simulink

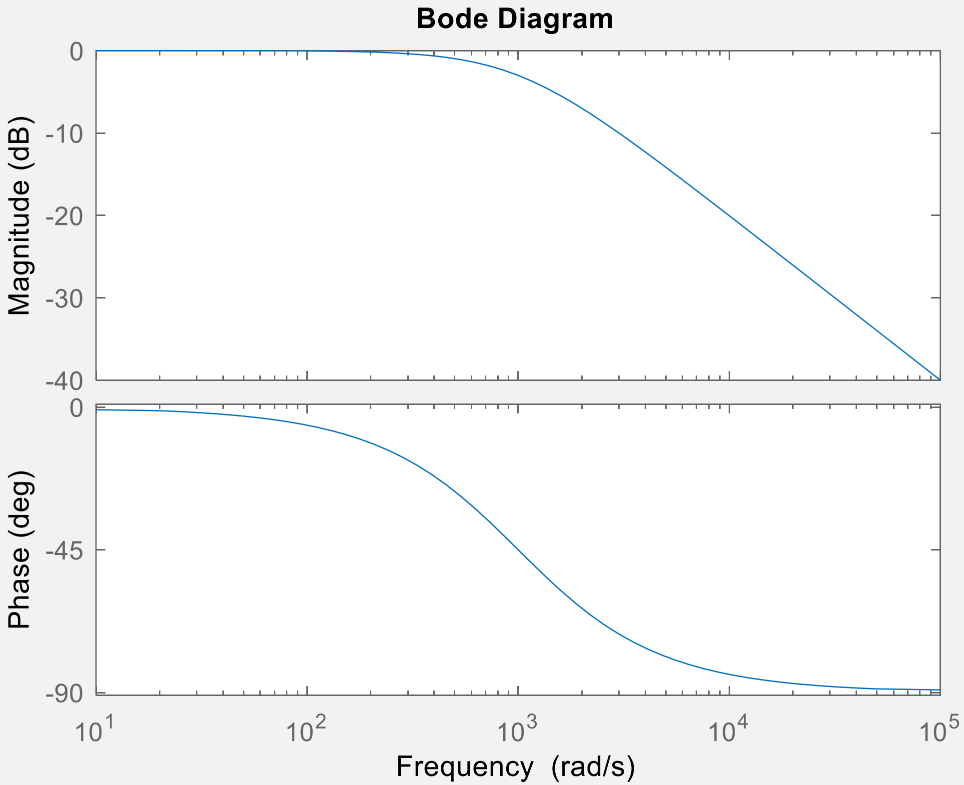


Mathworks website

Approche Système

- Filtre RC / Bode

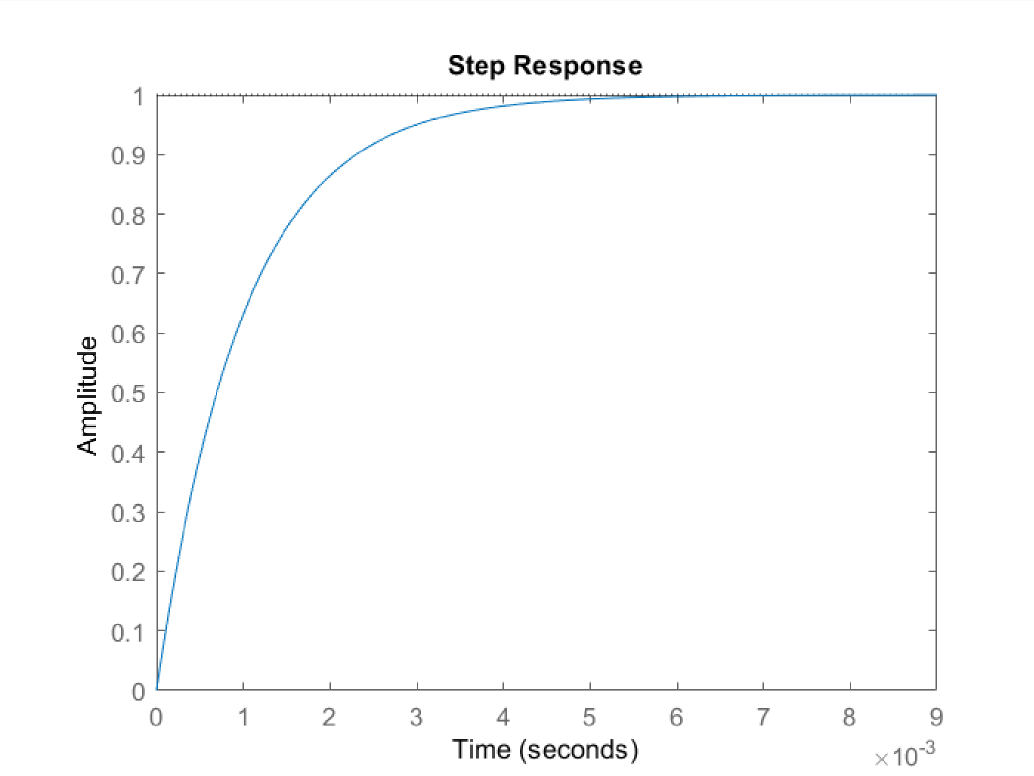
```
R = 1e3;
C = 1e-6;

num = [1];
den = [(R*C) 1];
tf_sys = tf(num, den)

bode(tf_sys)
```



Approche Système

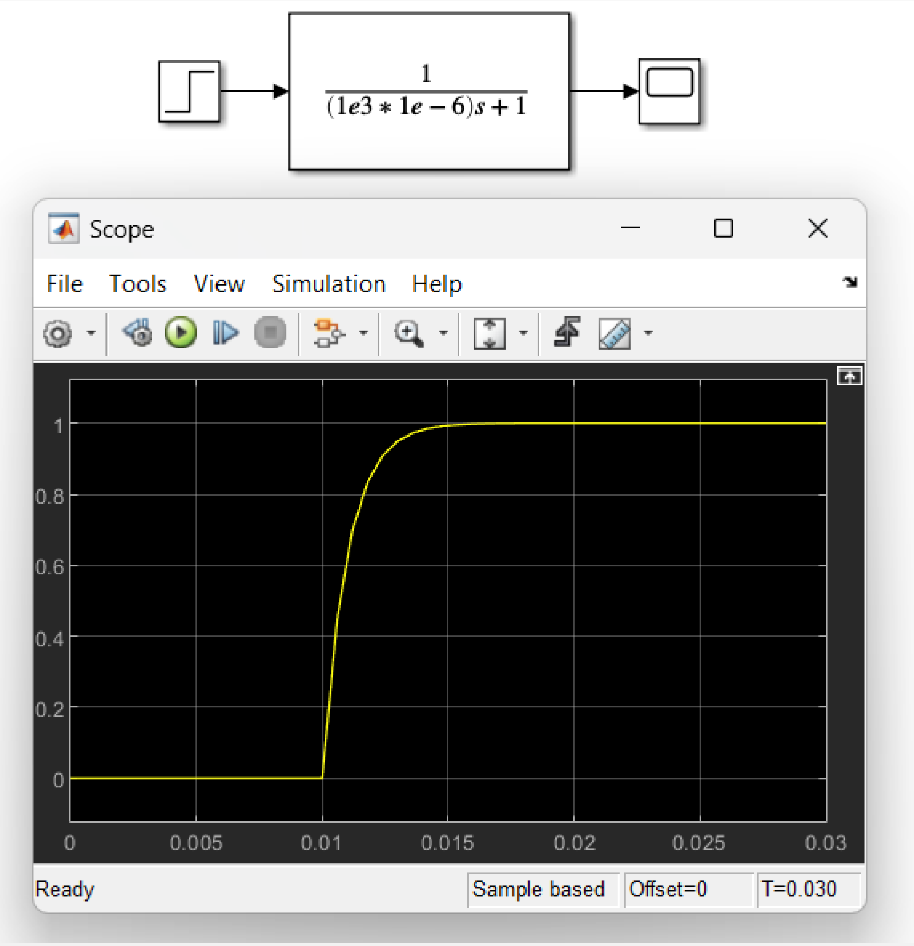
- Filtre RC / Step

```
R = 1e3;
C = 1e-6;

num = [1];
den = [(R*C) 1];
tf_sys = tf(num, den)

step(tf_sys)
```



Approche Système

- Filtre RC / Step



Etude d'un filtre du second ordre

ALLER PLUS LOIN

- Système du second ordre

spyder

+ Comparer les réponses en fréquence et les réponses indicielles des systèmes suivants :

- $G_0 = 1 \, , m = \frac{1}{\sqrt{2}} \, , \omega_0 = 10k \, rd/s$
- $G_0 = 1 \, , m = \frac{10}{\sqrt{2}} \, , \omega_0 = 10k \, rd/s$
- $G_0 = 1 \, , m = \frac{0{,}1}{\sqrt{2}} \, , \omega_0 = 10k \, rd/s$
- $G_0 = 10 \, , m = \frac{1}{\sqrt{2}} \, , \omega_0 = 1k \, rd/s$

$$H(p) = \frac{V_e}{V_s} = G_0 . \frac{\frac{p^2}{\omega_0^2}}{1 + \frac{2.m}{\omega_0} . p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

INSTITUT d'OPTIQUE GRADUATE SCHOOL ParisTech | LEnsE Laboratoire d'Enseignement Expérimental

Bibliographie

Document rédigé par Julien VILLEMEJANE
LEnsE / Institut d'Optique / France

http://lense.institutoptique.fr/

Création : Avril 2023

- ***TODO*** – *Auteur*
  link