

---

# Непрерывное время при построении нейроинтерфейса

---

Draft

Змушко Филипп  
МФТИ  
zmushko.fa@phystech.edu

Самохина Алина  
МФТИ  
alina.samokhina@phystech.edu

Стрижов Вадим  
МФТИ  
strijov@phystech.edu

## Аннотация

В задачах декодирования сигнала непрерывный процесс исследуется с помощью нейронных сетей, использующих дискретное представление о времени. Недавно появившиеся модели, основывающиеся на нейронных обыкновенных дифференциальных уравнениях, рассматривают временные ряды как непрерывные во времени.

В данной работе исследуется задача декодирования сигнала через представление в виде непрерывной во времени функции. Декодирование сигнала рассматривается в рамках классификации электроэнцефалограмм для построения нейроинтерфейса. Проводится сравнение базовых моделей, таких как сверточная нейронная сеть EEGNet, с моделями на основе нейронных дифференциальных уравнений: обыкновенных и управляемых. Исследуется применение моделей на основе нейронных дифференциальных уравнений как для регулярных сигналов, так и для сигналов с пропущенными значениями.

Ключевые слова: Нейронные ОДУ · управляемые ДУ · LSTM · Временные ряды · Irregular Time Series

## 1 Введение

Данная статья посвящена использованию непрерывного по времени сигнала при построении интерфейса мозг-компьютер (ИМК). ИМК — технология, позволяющая человеку взаимодействовать с компьютером посредством обработки данных об электрической активности мозга. Рассматривается задача декодирования сигнала электроэнцефалограмм (ЭЭГ). Основной сложностью при работе с сигналами ЭЭГ являются нерегулярные по времени данные. Нерегулярность возникает из-за зашумленности, обусловленной малым количеством датчиков и низкой частотой дискретизации. Для улучшения качества декодирования сигнала предлагается использовать модели на основе непрерывного по времени представления сигнала.

Один из подходов для получения непрерывного представления сигнала основывается на идее нейронных дифференциальных уравнений. Данная концепция, изложенная в [1], рассматривает скрытое состояние ResNet как непрерывное во времени. Дальнейшее развитие этой идеи привело к появлению целого класса моделей, использующих непрерывное представление времени в рекуррентных нейронных сетях. В [2] рассматривается непрерывный аналог LSTM. Применение нейронных обыкновенных дифференциальных уравнений (NODE) к временным рядам с нерегулярным шагом по временной сетке представлено в [3]. В [4] авторы рассматривают непрерывное представление во времени в виде разложения на полиномы Лежандра.

В данной работе модели на основе NODE, а также базовые модели (RNN, EEGNet[5], ERPCov TS LR[6]), использующие дискретное представление времени, сравниваются в рамках задачи классификации сигнала на наборе данных потенциалов P300. Рассматриваемые здесь потенциалы P300 — вызванные потенциалы, являющиеся специфическим откликом электрической активности мозга в ответ на внешний стимул.

Вышеперечисленные модели работают с непрерывным представлением временных рядов, но при этом не используют свойство непрерывности сигнала. В данной работе исследуется получение непрерывного

по времени представления сигнала, которое в дальнейшем предлагается использовать при построении новых признаков пространств. Полученные представления предлагается рассматривать как скрытые пространства, которые используются для согласовывания исходного сигнала с прогнозом с помощью корреляционного анализа.

## 2 Постановка задачи классификации сигнала

Рассматривается задача классификации на выборке из регулярных по времени данных. Выборка делится на две части: обучающую и валидационную в соотношении 80:20.

Выборка содержит  $M$  (возможно, нерегулярных во времени) наблюдений. Тогда сигнал и целевая переменная определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}\mathbf{X} &= \{\mathbf{X}_i\}_{i=1}^M, \\ \mathbf{X}_i &= \{\mathbf{x}_t\}_{t \in T}, \mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^E, T = \{t_i\}_{i=1}^N, t_i \in \mathbb{R} \\ \mathbf{Y} &= \{y_i\}_{i=1}^M, y_i \in \{0, 1\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E &= 8 \text{ — количество электродов,} \\ N &= 40 \text{ — количество наблюдений в одном отрезке ЭЭГ.}\end{aligned}$$

Постановка задачи классификации. Решается задача бинарной классификации отрезков ЭЭГ. Требуется определить наличие в отрезке ЭЭГ потенциала Р300.

Для рассмотренных данных требуется получить целевую функцию:

$$g_\theta : \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Y}.$$

Критерием качества в данной задаче является бинарная кросс-энтропия:

$$\begin{aligned}L &= -\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left[ y_m \log p_m + (1 - y_m) \log(1 - p_m) \right], \\ p_m &= g_\theta(\mathbf{X}_m) \text{ — вероятность 1 класса для } \mathbf{X}_m.\end{aligned}$$

Решается оптимизационная задача:

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} L(\theta, \mathbf{X}).$$

Внешними критериями качества для задачи классификации являются точность и F1-score.

### 2.1 Построение непрерывного представления сигнала

Еще одной задачей данной работы является получение непрерывного представления сигнала. Для наблюдаемого непрерывного процесса (активность мозга, движение):

$$V(t), t \in \mathbb{R}.$$

Задана выборка — реализация процесса  $V(t)$ :

$$\begin{aligned}\mathbf{X} &= \{\mathbf{x}_t\}_{t \in T}, \mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^E, T = \{t_i\}_{i=1}^N, t_i \in \mathbb{R}, \\ \mathbf{x}_{t_i} &\approx V(t_i).\end{aligned}$$

Предполагается, что можно получить:

$$f_{\mathbf{X}}(t) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^E, f_{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{x}_t \approx V(t).$$

В данной работе построение непрерывного представления рассматривается в рамках решения задачи классификации сигналов. Непрерывное представление извлекается из скрытых состояний рассматриваемых далее алгоритмов классификации.

### 3 Используемые модели

Для решения задачи классификации ЭЭГ используются следующие модели на основе непрерывного по времени представления сигнала: Neural CDE[3], ODE LSTM[2], LMU LSTM[4], ODE-GRU-D[7](?). В этом разделе мы подробнее рассмотрим архитектуру этих моделей.

#### 3.1 Neural CDE

Данная модель, представленная в [3], позволяет работать с нерегулярными временными рядами.

Пусть  $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)$ ,  $x_i \in \mathbb{R}^E$  — дискретные наблюдения некоторого непрерывного процесса в моменты времени  $t_i \in \mathbb{R}$  такие, что  $t_0 < \dots < t_n$ .

Скрытое состояние Neural CDE определяется как решение управляемого дифференциального уравнения

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{z}_{t_0} + \int_{t_0}^t \mathbf{f}_\theta(\mathbf{z}_\tau) d\mathbf{S}_\tau, \quad t \in (t_0, t_n],$$

где  $\mathbf{S}_\mathbf{X}(t) : [t_0, t_n] \rightarrow \mathbb{R}^{E+1}$  — натуральный кубический сплайн с узлами в  $t_0, \dots, t_n$  — аппроксимация исходного процесса,  $\mathbf{f}_\theta : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^{d \times (E+1)}$  — нейронная сеть с параметрами  $\theta$ , где  $d$  — размерность скрытого пространства. Интеграл в правой части равенства понимается как интеграл Римана-Стилтьеса.

Начальное скрытое состояние  $\mathbf{z}_{t_0} = \mathbf{i}_\theta(\mathbf{x}_0, t_0)$  определяется нейронной сетью  $\mathbf{i}_\theta : \mathbb{R}^{E+1} \rightarrow \mathbb{R}^d$ , а значение скрытого состояния в момент  $\tau \in (t_0, t_n]$  получается в результате решения указанного выше управляемого дифференциального уравнения с помощью ODESolve().

Предсказания в рамках классификации получаются как результат применения к  $\mathbf{z}_{t_n}$  функции  $\mathbf{r}_\theta : \mathbb{R}^d \rightarrow \{0, \dots, c\}$ , где  $c$  — количество классов.

#### 3.2 ODE LSTM

Как показано в [2], модель ODE LSTM решает проблему взрыва и затухания градиента, которой подвержены модели CDE и ODE-RNN.

Скрытым состоянием стандартной модели LSTM является пара  $(\mathbf{c}_t, \mathbf{h}_t)$ , где  $\mathbf{h}_t$  — обычное скрытое состояние, а  $\mathbf{c}_t$  — состояние долгосрочной памяти. Изменение скрытого состояния происходит в ячейке LSTMCell по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_t &= \tanh(\mathbf{W}_z \mathbf{x}_t + \mathbf{R}_z \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{b}_z) \\ \mathbf{i}_t &= \sigma(\mathbf{W}_i \mathbf{x}_t + \mathbf{R}_i \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{b}_i) \\ \mathbf{f}_t &= \sigma(\mathbf{W}_f \mathbf{x}_t + \mathbf{R}_f \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{b}_f + 1) \\ \mathbf{o}_t &= \sigma(\mathbf{W}_o \mathbf{x}_t + \mathbf{R}_o \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{b}_o) \\ \mathbf{c}_t &= \mathbf{z}_t \odot \mathbf{i}_t + \mathbf{c}_{t-1} \odot \mathbf{f}_t \\ \mathbf{h}_t &= \tanh(\mathbf{c}_t) \odot \mathbf{o}_t \end{aligned}$$

Весами в данной модели являются  $\mathbf{W}_x, \mathbf{R}_x$  и  $\mathbf{b}_x, x \in \{z, i, f, o\}$ .

В случае непрерывного аналога добавляется дополнительная обработка выходного значения скрытого состояния. Сначала находится промежуточное значение  $\mathbf{h}'_t$ :

$$(\mathbf{c}_t, \mathbf{h}'_t) = \text{LSTMCell}(\theta_l, (\mathbf{c}_{t-1}, \mathbf{h}_{t-1}), \mathbf{x}_t)$$

,

а затем к нему применяется ODESolve:

$$\mathbf{h}_t = \text{ODESolve}(f_\theta, \mathbf{h}_{t-1}, \mathbf{h}'_t, t - t_{t-1})$$

Как и для предыдущей модели, предсказания в рамках задачи классификации получаются в результате применения функции классификации к выходу последнего слоя.

### 3.3 LMU LSTM

Основной компонент LMU — ячейка памяти, ортогонализирующая непрерывную по времени историю изменения сигнала  $u(t) \in \mathbb{R}$ , по скользящему окну  $\theta \in \mathbb{R}_{>0}$ . Ячейка построена по аналогии с линейной функцией переноса для непрерывной задержки,  $F(s) = e^{-\theta s}$ , которую наилучшим образом аппроксимируют  $d$  связанных ОДУ:

$$\theta \dot{\mathbf{c}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{c}(t) + \mathbf{b}u(t),$$

где  $\mathbf{c}(t) \in \mathbb{R}^d$  вектор состояния долгосрочной памяти размерности  $d$ . Наилучшие матрицы  $(\mathbf{A}, \mathbf{b})$ , получаются при использовании аппроксимантов Паде:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= [a]_{ij} \in \mathbb{R}^{d \times d}, \quad a_{ij} = (2i+1) \begin{cases} -1 & i < j \\ (-1)^{i-j+1} & i \geq j \end{cases} \\ \mathbf{b} &= [b]_i \in \mathbb{R}^{d \times 1}, \quad b_i = (2i+1)(-1)^i, \quad i, j \in [0, d-1] \end{aligned}$$

Основное свойство данной динамической системы заключается в том, что  $\mathbf{c}$  представляет собой скользящее окно  $u$  по полиномам Лежандра степени до  $d-1$ :

$$u(t - \theta') \approx \sum_{i=0}^{d-1} \mathcal{P}_i\left(\frac{\theta'}{\theta}\right) c_i(t), \quad 0 \leq \theta' \leq \theta, \quad \mathcal{P}_i(r) = (-1)^i \sum_{j=0}^i \binom{i}{j} \binom{i+j}{j} (-r)^j,$$

где  $\mathcal{P}_i(r)$  — сдвинутые полиномы Лежандра. Таким образом может быть получена единственная и оптимальная декомпозиция, в которой  $\mathbf{c}$  отвечает вычислениям в окнах размера  $\theta$ , спроецированным на  $d$  ортогональных базисных функций.

$$\mathbf{h}_t = \tanh(\mathbf{W}_x \mathbf{x}_t + \mathbf{W}_h \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{W}_c \mathbf{c}_t)$$

$$u_t = \mathbf{e}_x^\top \mathbf{x}_t + \mathbf{e}_h^\top \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{e}_c^\top \mathbf{c}_{t-1}$$

В данных уравнениях  $\mathbf{W}_x, \mathbf{W}_h, \mathbf{W}_c$  — матрицы весов линейных слоёв LSTM,  $\mathbf{e}, \mathbf{e}_h, \mathbf{e}_m$  — векторы, кодирующие соответствующие входы LSTM.

## 4 Вычислительный эксперимент

### 4.1 Цель эксперимента

Сравнить результаты работы алгоритмов на основе NODE и алгоритмов, использующих дискретное представление времени. Провести данное сравнение как в случае регулярных сигналов, так и в случае данных с частично пропущенными значениями. Для моделей на основе NODE получить непрерывное во времени представление скрытого состояния.

### 4.2 Экспериментальные данные

#### 4.2.1 Набор данных P300

Набор данных записывался с помощью энцефалографа NVX-52 (МКС, Зеленоград) с частотой 500 Гц. Для записи использовались 8 губчатых электродов (Cz, P3, P4, PO3, POz, PO4, O1, O2). Стимулы предъявлялись с помощью шлема HTC Vive Pro VR.

Эксперимент был основан на игре в виртуальной реальности с нейроуправлением, основанным на классификации потенциала P300. Процесс игры заключался в кормлении енотов и защите их от демонов. В ходе обучения участникам указывался один из пяти енотов, на котором нужно было сконцентрироваться. Каждый акт игры состоял из случайных активаций различных енотов. В одном акте происходило по 10 активаций каждой цели, и для одного участника обучение состояло из 5 актов. Таким образом на выходе этапа обучения получалось 500 отрезков ЭЭГ для обучения классификатора: 50 целевых отрезков, содержащих потенциал P300 и 450 нецелевых.

На этапе обратной связи стимулами служили демоны. Участник должен был концентрироваться на выбранном демоне для уничтожения цели, которое происходило в конце акта.

Суммарное количество отрезков ЭЭГ в полученном наборе данных: 56540.

#### 4.2.2 Другой/ие датасет/ы?

#### 4.3 Структура эксперимента

Набор данных делился на обучающую и тестовую выборки в соотношении 80:20. Для эксперимента на данных с частично пропущенными значениями для каждого отрезка ЭЭГ предварительно удалялись 20% случайных точек. Для обучения использовался алгоритм оптимизации Adam. В качестве критерия оптимизации была взята кросс-энтропия. Сравнение результатов проводилось с помощью метрик точности и F1-score.

#### 4.4 Результаты эксперимента

(Появятся потом)

### 5 Список графиков

Зависимость качества (метрик) от количества параметров (размерности скрытых пространств) для всех моделей

Зависимость качества от количества пропущенных данных

Зависимость качества от количества эпох (?)

### Список литературы

- [1] Ricky T. Q. Chen, Yulia Rubanova, Jesse Bettencourt, and David K Duvenaud. Neural ordinary differential equations. In S. Bengio, H. Wallach, H. Larochelle, K. Grauman, N. Cesa-Bianchi, and R. Garnett, editors, *Advances in Neural Information Processing Systems*, volume 31. Curran Associates, Inc., 2018.
- [2] Mathias Lechner and Ramin Hasani. Learning long-term dependencies in irregularly-sampled time series. arXiv preprint arXiv:2006.04418, 2020.
- [3] Patrick Kidger, James Morrill, James Foster, and Terry J. Lyons. Neural controlled differential equations for irregular time series. In *NeurIPS*, 2020.
- [4] Aaron Voelker, Ivana Kajić, and Chris Eliasmith. Legendre memory units: Continuous-time representation in recurrent neural networks. In H. Wallach, H. Larochelle, A. Beygelzimer, F. d'Alché-Buc, E. Fox, and R. Garnett, editors, *Advances in Neural Information Processing Systems*, volume 32. Curran Associates, Inc., 2019.
- [5] Vernon J. Lawhern, Amelia J. Solon, Nicholas R. Waytowich, Stephen M. Gordon, Chou Po Hung, and Brent Lance. Eegnet: A compact convolutional network for eeg-based brain-computer interfaces. *Journal of neural engineering*, 15 5:056013, 2018.
- [6] Alexandre Barachant, Stéphane Bonnet, Marco Congedo, and Christian Jutten. Multiclass brain-computer interface classification by riemannian geometry. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 59(4):920–928, 2012.
- [7] Mansura Habiba and Barak A. Pearlmutter. Neural odes for informative missingness in multivariate time series. 2020 31st Irish Signals and Systems Conference (ISSC), pages 1–6, 2020.