

数学建模竞赛

题 目 D题-基于多源监测数据的道路交通流状态重构研究

摘 要:

对于问题1, 构建实际的交通流模型——交通流基本参数之间的关系。初步研究交通流理论方面的各种经典模型的适用范围、并且分析了各种模型在构建原理——基于跟驰理论的差分方程上的差异。提出交通流三个基本参数应该具有分段连续的形式。以 $q(v)$ 为例, 将适用于高车流密度的 *Greenberg* 对数模型与适用于低车流密度的 *Underwood* 指数模型结合, 在两段函数的驻点处合理地用直线过渡, 得出了分三段表示的路段的 $q(v)$ 关系模型, $q(v)$ 中的参数可以视为给定路段的特有属性。在地图中选定一无交叉路口的路段(10100210路段), 将附件中给出的浮动车数据、卡口数据筛选统计, 先做出该路段的 (v, q) 散点图, 之后回归分析得出该路段 $q(v)$ 相应的参数, 观察比较, 检验模型。

对于问题2, 用该路段某一时刻的平均速度与该路段的最大实际速度做比值($\gamma = \bar{v}_t / v_m$)来衡量道路的畅通程度。根据第一问所得到的两个驻点速度, 将该比值划分为三个等级: 不畅通、适中、畅通。对于任意给定路段, 根据给出的浮动车数据, 筛选统计得到某一具体时刻的路段平均速度与通过该路段的实际最大速度。以此进行畅通程度的评定。

对于问题3, 对于选定的任意具体路段, 根据给出的一周的浮动车数据, 筛选、统计、拟合出该路段一天之内的区间平均速度随时间 $v-t$ 的变化情况, 进而得到该路段一天之内的畅通程度随时间 $\gamma-t$ 的变化情况, 以此来预测给定路段一天之内的拥堵情况的变化。

对于问题4, 通行车辆数增加时各路段畅通程度所受影响可以用畅通程度对车流密度的一阶导数($\frac{d\gamma}{dk} - k$)来反应。基于第一问模型给出的 $q-v$ 关系式结合交通流基本关系式, 即可得到 $\frac{d\gamma}{dk} - k$ 。第三问得到的区间平均速度随时间 $v-t$ 变化的图像可以合理地认为是新增车辆在给定路段行驶的瞬时速度图像, 因此, 当 v 与 t 轴围成的面积为该路段长度时, 所经过的时间 Δt 即为新增车辆的平均通行时间。

对于问题5, 我们建议交通管理部门可以利用我们提供的卡口数据、浮动车数据融合分析的方法, 建立每个道路交通重要参数集: $q-t$ 、 $v-t$, 改进后的 $q-v$ 模型(包括模型中各个参数具体值), 以备监测与管理改进。

关键字: 分段连续性处理 融合数据处理与图像拟合

一、问题重述

在城市道路交通管理中，通过对路面交通信息的采集、分析和应用，交通部门能够更好地掌握道路交通流现状，对交通流进行管理、调节和诱导，提高路网交通效率。目前路面交通信息的采集有多种方式，不同采集方式有各自的特点和优势，但也会存在一定的局限和不足。仅靠单一采集方式获取的交通数据难以满足道路交通管理日益提高的要求。

根据深圳市公安局交通警察局提供深圳市局部区域道路的交通卡口监测数据、出租车为主的浮动车数据以及互联网导航平台数据，希望对这些不同的道路交通监测数据进行融合分析，能够更加精确地掌握交通流现状，从而制定和采取相应的管理和调节措施。

请根据提供的数据进行解决以下的问题：

- 1、构建模型描述道路交通流实际状态，并比较分析说明你们所建模型的特点。
- 2、构建指标用以直观描述道路路段的畅通程度，能够基于采集数据计算道路所有路段（位置）的指标（即畅通程度）。
- 3、构建模型进行道路拥堵预测，在道路发生拥堵后的任何时间点，基于已获取的历史监测数据，可以进行道路拥堵变化的预测。
- 4、在上述所建模型基础上，根据所给道路当前交通流状态，进行新增车辆通行拥堵预测，即测算通行车辆数增加时各路段畅通程度所受影响，并预测新增车辆的通行时间。
- 5、基于上述模型和分析，提出具体建议，支持交警部门制定科学地管理和调控措施。

二、问题分析

整体分析：本题主要是对交通流模型的讨论与分析。交通流模型的研究不外乎三个基本参数：车流量 q 、车流密度 k 、平均速度 v 。对于三个基本参数的关系，传统的交通流理论给出了各种模型。对传统模型进行分段结合与连续性处理，可以用相同的形式来表示不同路段的实际交通流。对于任意给定的路段，利用获得的各种监测信息进行融合筛选与统计，拟合出分段模型中的各个参数，作为该路段交通流的一组的基本属性，用于评定与预测。

对于问题1，要求构建模型描述交通流实际状态。传统的交通流理论给出了各种模型。我们对每个模型的构建原理——基于跟驰理论的差分方程[2]进行分析，发现它们均具有片面性，只适合描述车流密度在一定范围内的情况。因此，为了更全面地描述实际情况，我们认为三个参数之间的关系必须分段表达。以 $q(v)$ 为例，将适用于高车流密度的Greenberg对数模型与适用于低车流密度的Underwood指数模型结合，在两段函数的驻点处合理地用直线过渡，得出了分三段表示的路段的 $q(v)$ 关系模型。对于任意给定的路段，将附件中给出的一周的浮动车数据、卡口数据筛选统计，先做出该路段的 (v, q) 散点图，之后回归分析得出该路段 $q(v)$ 相应的参数，作为该路段交通流的特有属性。

对于问题2，首先要求构建指标来直观描述道路的畅通程度。对于给定路段，畅通程度可以用某个时刻的路段平均速度来衡量；但是对于不同的路段，用该路段某一时刻的

平均速度与该路段的最大实际速度做比值($\gamma = \bar{v}_t / v_m$)来衡量道路的畅通程度更具有普遍性。根据第一问所得到的两个驻点速度,该比值可被划分为三个等级:不畅通、适中、畅通。

其次要求基于给出的数据来评定所有路段的畅通程度。对于任意给定路段,根据给出的浮动车数据,筛选统计得到某一具体时刻的路段平均速度与通过该路段的实际最大速度。以此进行畅通程度的评定。

对于问题3,要求对给定路段的交通拥堵变化情况作出预测。可以选定一具体路段,根据给出的一周的浮动车数据,筛选统计出该路段一天的速度随时间 $v-t$ 的变化情况,进而得到该路段一天的畅通程度随时间 $\gamma-t$ 的变化情况,以此为依据,预测道路拥堵情况的变化。

对于问题4,首先要求测算通行车辆数增加时各路段畅通程度所受影响。通行车辆数可以用车流密度 k 来表征,因此,通行车辆数增加时各路段畅通程度所受影响可以用畅通程度对车流密度的一阶导数($\frac{d\gamma}{dk}-k$)来反应。基于第一问模型给出的 $q-v$ 关系式结合交通流基本关系式,即可得到 $\frac{d\gamma}{dk}-k$ 。

其次,要求预测新增车辆的通行时间。由于开始选取的平均速度 v 定义为区间平均速度,因此,第三问得到的区间平均速度随时间 $v-t$ 变化的图像可以合理地认为是新增车辆在所选路段行驶的瞬时速度图像,因此,当 v 与 t 轴围成的面积为该路段长度时,所经过的时间 Δt 即为新增车辆的平均通行时间。

对于问题5,我们建议交通管理部门可以利用我们提供的卡口数据、浮动车数据融合分析的方法,建立每个道路交通重要参数集: $q-t$ 、 $v-t$,改进后的 $q-v$ 模型(包括模型中各个参数具体值),以备监测与管理改进。

三、模型假设

1. 假设题目所给数据均为真实值
2. 10 min假设: 10 min内,道路的车流量变化不大,区间平均速度变化不大
3. 假设以3.26的卡口数据、浮动车数据近似代替一周的平均数据误差不大
4. 浮动车数据中的经纬度定位可以精确到车道(可以用来判断行驶方向)

四、符号说明

流量 veh/h	q
区间平均速度 km/h	v
车流密度 veh/km	k
最佳车流密度 veh/km	k_m

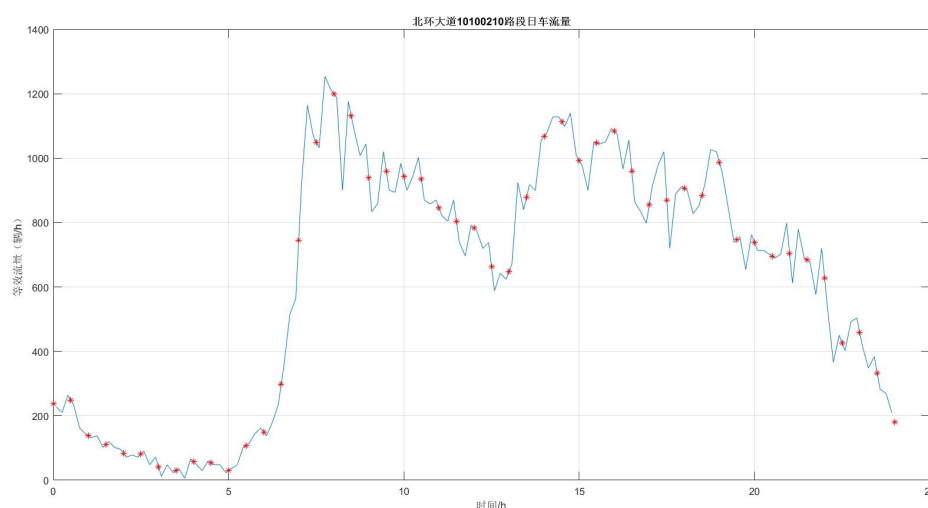
自由流速度 km/h	u_f
阻塞密度 veh/km	k_j
最佳速度 km/h	v_m
最大流量 veh/h	q_m
时刻 h	t

五、对数据处理

5.1 指定路段车流量随时间 变化关系 $q-t$

给出任意路段，根据附件提供的该路段的卡口数据，统计出一天24小时分时间段 $\Delta t = 10\text{min}$ 通过该卡口的车辆数 n ，利用 $q = n * 6$ 换算等效车流量， q 当做为这一时间段中点时刻的等效车流量。将一周每一天的卡口数据按上述方法处理，所得每一天流量再求平均值，得到这一段路每隔十分钟的平均车流量。画出 (t, q) 散点图，用光滑的曲线拟合，即可得到该路段一天任意时刻的平均等效车流量。

本次选取的路段为北环大道香村天桥由西往东的部分路段，卡口编号为10100210。由于时间有限，仅统计绘制了3.26一天的 $q-t$ 图，并且以此近似作为该路段的平均等效车流量随时间的变化情况。下图中的圆点表示每半小时的时间间隔对应的等效车流量。



5.2 指定路段瞬时区间平均速度随时间 变化关系 $v-t$

这里进行数据的初步处理与一些名词规范的约定。

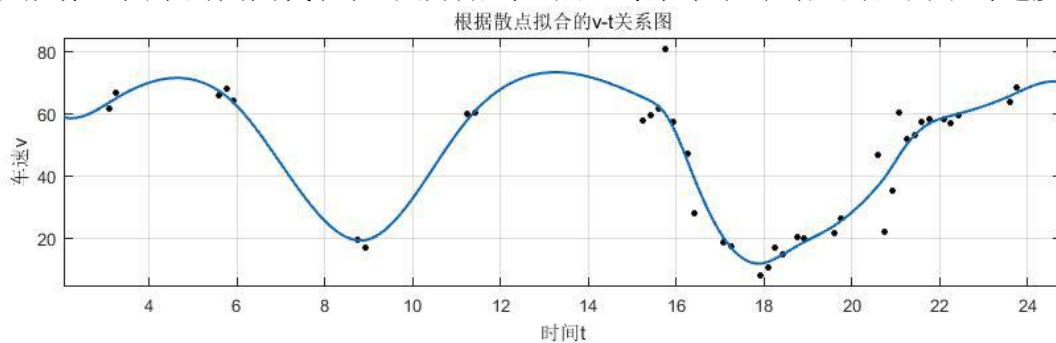
在交通流的基本理论中，平均速度的定义有两种，一种是时间平均速度，另一种是区间平均速度。我们此处采用区间平均速度，定义为某一时刻，行驶在该路段上所有车辆速度的平均

值。即 $v(t) = \frac{\sum_i v_i(t)}{N(t)}$ 。

给出任意路段，利用GPS地图定位，采集得到路段边界的经纬度范围，将此采样点输入MATLAB拟合出道路覆盖的区域（覆盖的经纬度的范围）。并以此为筛选条件，在给出的一天的浮动车数据中筛选出在该路段的浮动车信息。由10min 假设，可以近似的将监测得到的10min内的浮动车车速的平均值近似认为是这一时间段中点时刻对应的区间平均速度。由此可以统计出来一天24h内每隔10min该路段的区间平均速度。将一周每一天的浮动车数据按照上述方法处理，对所得的每一天的部分时刻的区间平均速度求平均值，画出 (t, v) 散点图，用光滑的曲线拟合，即可得到该路段一天任意时刻的区间平均速度。

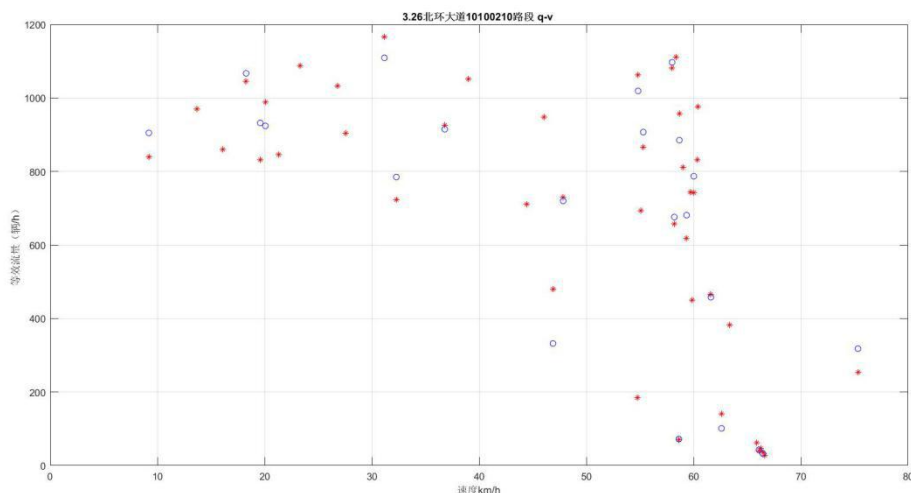


本次统计选取的路段与绘制 $q-t$ 图像时选取的路段相有同，依然为北环大道香村天桥由西往东的部分路段（如右图，路段具体的经纬度范围见附录）。由于时间有限，仅统计并绘制了3.26的区间平均速度随时间变化的情况。并近似以此作为该路段的区间平均速度随时间的变化规律。图中的圆圈代表从3点开始到24点，每半个小时对应的区间平均速度。



5.3 指定路段的 (q, v) 散点图绘制

(q, v) 对应的路段需要与前面两个的路段相同，根据上述方法绘制出 $q-t$ 、 $v-t$ 关系图，取 t 相同的点，就对应了一对 (q, v) ，此次绘制 (q, v) 散点图时，分别取1h、0.5h为间隔，绘制出了3.26号该路段两组 (q, v) 散点图。



六、问题 一 模型建立与求解

6.1 Greenberg 对数模型与 Underwood 指数模型

a. Greenberg 对数模型

$$v = v_m \ln\left(\frac{k_j}{k}\right)$$

其中： v_m 为流量最大似对应的车速，称为最佳车速。

k_j 为阻塞时的密度，称为阻塞密度

该模型较适用于较大密度的交通条件。

b. Underwood 指数模型

$$v = v_f e^{-\frac{k}{k_m}}$$

其中： v_f 为自由流时的车速

k_m 为流量最大时对应的密度，称为最佳密度

该模型适用于较小密度的交通条件。

6.2 分析前人建立模型的原理——基于跟驰原理的差分方程

跟驰模型是从微观角度对车辆的跟驰现象进行分析，从而得出单行道交通流的宏观特征。[1]

跟驰模型有如下的基本形式：

$$\ddot{x}_{n+1}(t+T) = \lambda[\dot{x}_n(t) - \ddot{x}_{n+1}(t)]$$

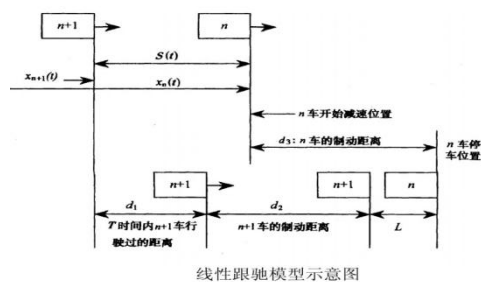
λ 为反应强度系数，可以一般化的表达为

$$\lambda = a_{l,m} \dot{x}_{n+1}^m(t+T) / [x_n(t) - x_{n+1}(t)]^l$$

分析后可发现，适用于高车流密度的 *Greenberg*

对数模型与适用于低车流密度的 *Underwood* 指数模型

都是通过给定反应强度系数 λ 不同的参数而推到出来的，可以认为是两种极端。伊迪曾指出可以将二者结合，但并未说明中间的连续性如何处理。



6.3 模型建立——分段连续的 $q-v$ 模型

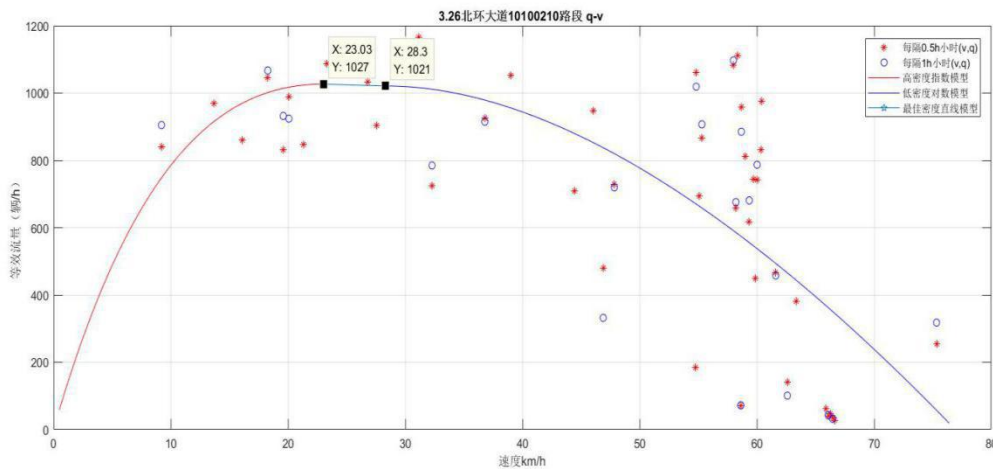
我们选取了上述两种模型作为我们最终 $q-v$ 模型的一部分，现在来解决中间如何连续的问题。我们先给上述方程以不同的参数，发现对于不同参数 q 的最大值是变化很小的。而稳定的阶段对应的是 v 的一小部分。所以可以认为，若用高密度的对数模型，与低密度的指数模型作为分段来描述 $q-v$ 的关系的话，将两段函数的最大（其中， $u_1 = \frac{dq_1}{dv}, u_2 = \frac{dq_2}{dv}$ ）值用直线连接是具有合理性的，同时操作简单。这样的话，该分段函数的分段点即为各段的驻点。

$$q = \begin{cases} q_1 = k_j v e^{-\frac{v}{v_m}}, 0 \leq v < u_1 \\ q_2 = q_m, u_1 \leq v < u_2 \\ q_3 = -k_m v \ln \frac{v}{v_f}, u_2 \leq v \leq u_m \end{cases}$$

（其中， $u_1 = \frac{dq_1}{dv}, u_2 = \frac{dq_2}{dv}$ ）

6.4 模型检验与推广

我们之前得到了 $Q-t$ 的函数，与 $v-t$ 的图像。选取相同的时刻，得到了一一对应的 (q, v) ，做出散点图，接着按照分段函数的形式去拟合参数，拟合后的函数与散点图的吻合效果较好。



此时拟合后的参数为：

$$k_1 = 121.2$$

$$k_2 = 36.1$$

$$v_1 = 23.0$$

$$v_2 = 76.9$$

$$u_1 = 23.0$$

$$u_2 = 28.3$$

$$q_m = 1024.0$$

所以们可以将此模型推广，认为每一个路段的 $q-v$ 都应该有这样的分段表达形式，而具体的参数需要靠长时间的 (q, v) 监测的平均稳定数据进行拟合的。拟合后的参数即可看成

这个路段交通流的固有属性。

6.5模型特点：

吸收了分段表示交通流基本参数之间的关系的思想，在建立连续性时使用了简单合理的直线连接最大值的简易操作。

七、问题二指标的建立

7.1 畅通指标 γ 的建立

对于给定路段，畅通程度可以用某个时刻的路段平均速度来衡量；但是对于不同的路段，用该路段某一时刻的平均速度与该路段的最大实际速度做比值，即：

$$\gamma(t) = \frac{v(t)}{v_m}$$

其中：

$v(t)$ ： t 时刻，该路段区间平均速度

v_m ：该路段实际出现的最大的区间平均速度

来衡量道路的畅通程度更具有普遍性。根据第一问所得到的两个驻点速度(u_1, u_2)，该比值可被划分为三个等级L：不畅通、适中、畅通。

通畅程度 γ	$\left[0, \frac{u_1}{v_m}\right]$	$\left(\frac{u_1}{v_m}, \frac{u_2}{v_m}\right]$	$\left[\frac{u_2}{v_m}, 1\right]$
畅通等级L	不畅通	适中	畅通

此处，我们对这样划分的依据以及驻点速度再做出进一步的说明。从模型一可以看出来当某一路段区间平均速度小于 u_1 时，流量开始随着速度的减小而开始明显下降；当区间平均速度大于 u_2 时，流量开始随着速度的增加也开始明显下降。所以两端的车流量虽然都小，但是对应着两个不同的畅通状态。速度介于 u_1, u_2 之间的话，所谓的“适中”指的是交通程度相对畅通，而且道路利用率也达到最大。类比到我们生活中，就是指的是在上下班高峰期到来、散去的一段时间。当然，这段时间比较短，所以实际手机到的数据点也并不是很多。

7.2 评定路段的畅通程度：

对于任意给定路段，根据给出的浮动车数据，筛选统计得到某一具体时刻或一时间段的路段平均速度（筛选统计部分在数据处理部分有详细介绍）与通过该路段的实际最大速度。二者做比值，以此进行畅通程度、通畅等级的评定。

以上述的10100210路段为例子，模型一的实例检验给出了 u_1, u_2 的具体数值，经过查找最大值可知： $v_m=77.06\text{km/h}$

畅通程度 γ	$(0, 0.303]$	$(0.303, 0.372)$	$[0.372, 1]$
畅通等级L	堵	最佳	通

对于该路段，根据上表可以划分出畅通程度。

八、问题三的解决

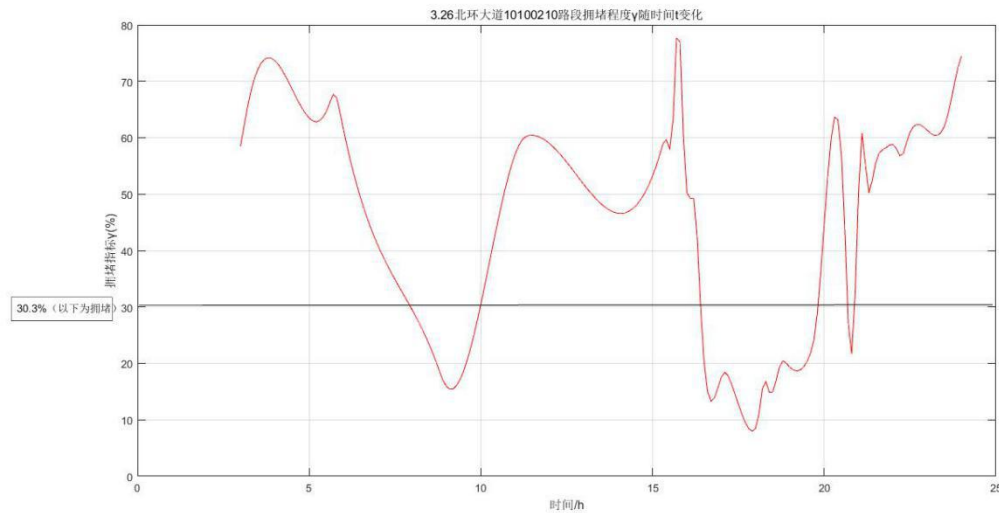
8.1 道路畅通程度的预测

我们在第二个问题中构建的畅通程度指标划分界限 $(\gamma_{c1}, \gamma_{c2})$ ，也可以认为是一段道路的特有属性。我们要对任意给定的一段路，以当前时刻的 $\gamma(t)$ 值来衡量该路段交通拥堵程度的变化。我们需要解决两个问题。

首先是确定当前时刻的 $\gamma(t)$ ，由于 $\gamma(t) = \frac{v(t)}{v_m}$ ，这两个量的统计方法在数据收据部分已经详细说明了。

其次是确定该路段的畅通程度指标划分界限 $(\gamma_{c1}, \gamma_{c2})$ ， $(\gamma_{c1}, \gamma_{c2})$ 直接与 (u_1, u_2) 相关，所以，通过长期的观测，得到能反应道路 (q, v) 散点图，即在可由模型一参数回归分析得到。

以下是我们仍以10100210路段为例做拥堵预测分析，图中可见，当 $\gamma(t) < \gamma_{c1} = 0.303$ 时为拥堵，而在拥堵线以下对应的时刻经过多长时间路段拥堵情况好转，在图中是可以直观看出来的。



九、问题四模型的建立与解决

9.1.2 $\gamma - k$ 模型的构建

对于任意给定路段的某一时刻（给定道路当前道路交通流状态），路段通行车辆数即为当前的车流密度 $k(t)$ ，而路段的畅通程度即为 $\gamma(t)$ ，要求测算通行车辆数增加时该路段畅通程度所受影响，即为找出改路该 $\frac{d\gamma}{dk}$ 随 k 的变化情况。

在问题一中构建的 $q - v$ 模型的关系式为：

$$q = \begin{cases} q_1 = k_j v e^{-\frac{v}{v_m}}, 0 \leq v < u_1 \\ q_2 = q_m, u_1 \leq v < u_2 \\ q_3 = -k_m v \ln \frac{v}{v_f}, u_2 \leq v \leq u_m \end{cases} \quad \left(\text{其中, } u_1 = \frac{dq_1}{dv}, u_2 = \frac{dq_2}{dv} \right)$$

将交通流的基本方程与畅通程度的定义

$$\begin{cases} q = kv \\ \gamma = \frac{v}{u_m} \end{cases}$$

带入 $q-v$ 表达式得到 $\gamma-k$ 的表达式:

$$\gamma = \begin{cases} \gamma_1 = \frac{u_f}{u_m} e^{-\frac{k}{k_m}}, 0 \leq k \leq \frac{q_m}{u_2} \\ \gamma_2 = \frac{q_m}{u_m} \frac{1}{k}, \frac{q_m}{u_2} < k \leq \frac{q_m}{u_1} \\ \gamma_3 = u_m \times \ln\left(\frac{k_j}{k}\right), \frac{q_m}{u_1} < k \leq k_j \end{cases}$$

对得到的 $\gamma-k$ 关系分段求导得:

$$\frac{d\gamma}{dk} = \begin{cases} \frac{d\gamma_1}{dk} = -\frac{u_f}{k_m u_m} \cdot e^{-\frac{k}{k_m}}, 0 < k \leq \frac{q_m}{u_2} \\ \frac{d\gamma_2}{dk} = -\frac{q_m}{u_m k^2}, \frac{q_m}{u_2} < k \leq \frac{q_m}{u_1} \\ \frac{d\gamma_3}{dk} = -\frac{u_m}{k}, \frac{q_m}{u_1} < k \leq k_j \end{cases}$$

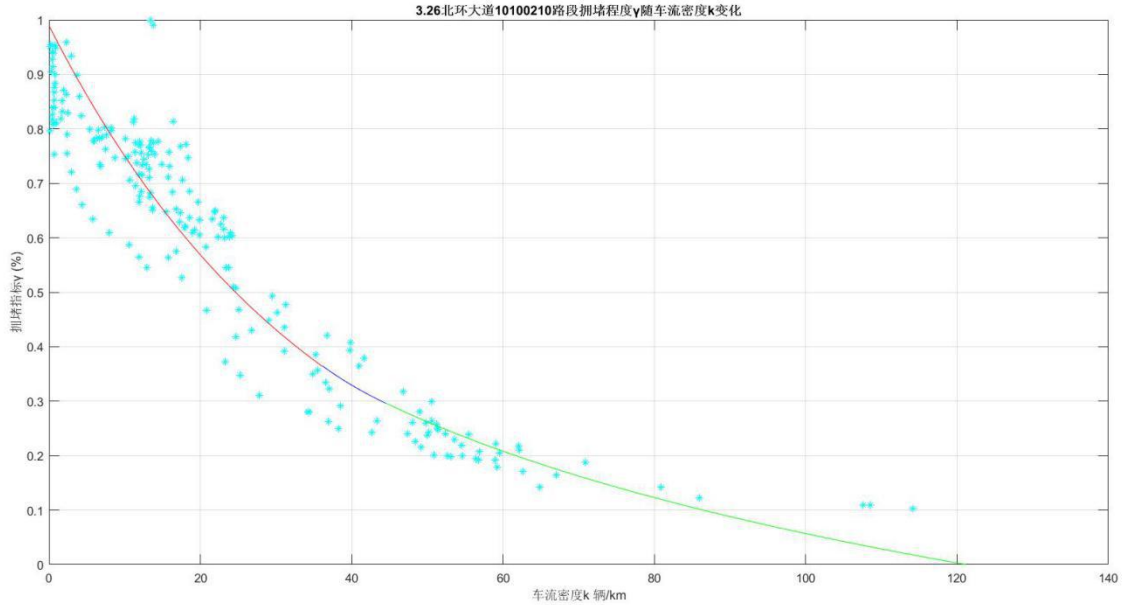
9.1.3 $\gamma-k$ 模型的检验

仍然选取之前研究的路段10100210做模型检验。此时, $\frac{d\gamma}{dk}-k$ 的关系式中的参数均为问题一模型检验时的参数。

$$\text{带入参数, 该路段 } \gamma-k \text{ 为: } \gamma = \begin{cases} \gamma_1 = 3.34 e^{-\frac{k}{36.1}}, 0 \leq k \leq 36.2 \\ \gamma_2 = 44.52 \frac{1}{k}, 36.2 < k \leq 44.5 \\ \gamma_3 = 23 \times \ln\left(\frac{121.2}{k}\right), 44.5 < k \leq 121.2 \end{cases}$$

$$\frac{d\gamma}{dk}-k \text{ 为: } \frac{d\gamma}{dk} = \begin{cases} \frac{d\gamma_1}{dk} = -0.1 e^{-\frac{k}{36.2}}, 0 < k < 36.2 \\ \frac{d\gamma_2}{dk} = -\frac{44.5}{k^2}, 36.2 < k < 44.5 \\ \frac{d\gamma_3}{dk} = -\frac{23}{k}, 44.5 < k < 121.2 \end{cases}$$

我们仅做出 $\gamma-k$ 的图像与收集到的 (γ, k) 散点图作比较, 这里说明我们收集 (γ, k) 散点图的做法, 数据处理部分, 我们统计并绘制了该路段的 $q-t$ 图像、 $v-t$ 图像, 利用 $q = kv$, 得到对应的该路段的 $k-t$ 图像。结合第二问得到的 $\gamma-t$ 图像, 对应采集得到 (γ, k) 散点图。比较发现二者拟合的较好。



9.1.4 $\gamma - k$ 模型的进一步分析与解释

道路畅通程度随着车辆数（车流密度）的增加而单调递减的，这与我们的尝试相符合。定性的看，由 $\gamma - k$ 图可以看出随着车流密度的增加，由于每一点斜率的绝对值越来越小，说明车流密度的增加对道路流畅度影响程度越来越小。具体影响的程度可以根据上述给出的 $\frac{d\gamma}{dk} - k$ 的关系式来描述。

9.2 新增车辆时间的预测

9.2.1 $\Delta t - t$ 模型的构建

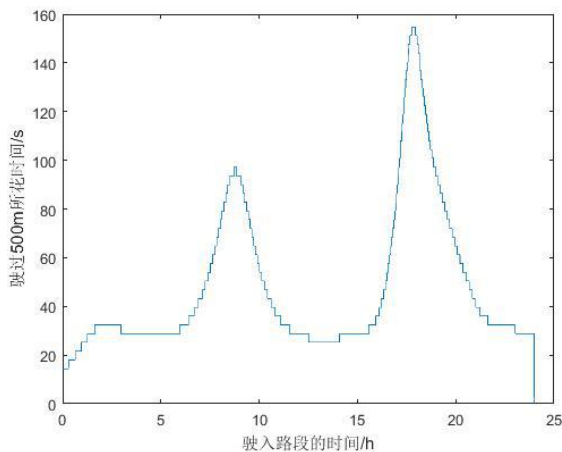
给定一具体路段，通行车辆从任意时刻驶入该路段，要预测新增车辆的通行时间，就需要知道车在给定时刻驶入该路段的车辆在改路段行驶的平均速度，以及该路段的长度。对于任意形状的路段，路段的平均长度可以通过对路段的经纬度范围定位而得出；新增车辆行驶的平均速度，我们可以通过合理性的假设来解决。

数据处理部分给出了通过平均统计一段时间的浮动车数据来获得任意路段的区间平均速度随时间 $v-t$ 变化关系的方法。而对于任意给定路段的 $v-t$ 变化关系，可以合理地认为 $v-t$ 图像的一部分就是车辆在该路段行驶的瞬时速度随行驶时间的变化关系。

这样假设的合理性在于，一方面，这一路段的车流区间平均速度随时间变化的规律，就是每一辆车在这一路段的速度随时间变化的平均反映；另一方面，如果假设路段上的每一辆车都按照数据处理中所给出的区间平均速度随时间的变化的 $v-t$ 图像行驶，那么，路段的区间平均速度随时间变化的规律自然也是 $v-t$ 。

因此，当 v 与 t 轴围成的面积为该路段长度时，所经过的时间 Δt 即为新增车辆的平均通行时间（此时需注意，只有在所围成的面积小于我们研究的该路段的长度时，该物理含义才有效）。我们令某新增车辆于 t_0 时间驶入我们所研究的路段，若在 $(t_0, t_0 + \Delta t_0)$ 时间段内， $v(t)$

与 t 轴所围成的面积等于我们所研究的路段长度 L_0 ，我们即可认为 Δt_0 即为我们所要的 t_0 时刻的新增车辆通过该路段的平均时间。根据新增车辆驶入的时刻不同，我们即可得到任意时刻驶入该路段，通过该路段的 Δt 。即：
$$\int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} v dt = L_0$$



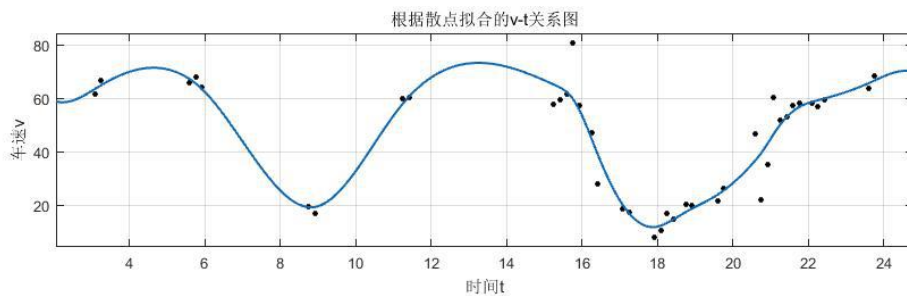
9.2.2 $\Delta t-t$ 模型的求解

由于对于浮动车数据处理后得到的是 $v-t$ 的散点图。我们只能通过将散点图拟合成连续、光滑的曲线才可以进行数值积分计算。在光滑的 $v-t$ 图像上，每隔一微小的时间间隔 o ，取一时间点 t ，对应车辆驶入路段的时间。对所取的每一个 t 求解以下方程对应的 Δt 。

$\int_t^{t+\Delta t} v dt = L_0$ 绘制出 $\Delta t-t$ 图像。

9.2.3 实例预测

我们依然选取前面几个问题一直用的10100210路段，根据经纬度定位、换算（见附录），得到我们研究的路段长度 $L_0 \approx 500m$ 。取微小的时间间隔 $o=0.001h$ ，利用MATLAB 求解、绘制出 t 时刻驶入该路段的新增车辆通过该路段的时间 Δt 之间的关系图像 $\Delta t-t$ 。



从图像可以看出两个高峰恰好是平时的早晚上下班高峰对应的时间段，这也证明了模型的合理性。

十、问题五的建议的给出

10.1 建议给出

题目要求基于上述模型和分析，提出具体建议，支持交警部门制定科学地管理和调控措施。

对于整个问题的解决，我们其实依赖的就是问题一建立的改进后的 $q-v$ 模型。基于一段时间的卡口数据、浮动车数据，我们融合分析，给出了一整套的得出任意给定路段的 $q-v$ 模型中参数的计算统计方法。在一定的时间段内，这些参数可以作为考察、预测该路段的交通情况的依据。

因此，我们建议交通管理部门可以利用这种融合分析的方法，建立每个道路交通重要参数： $q-t$ 、 $v-t$ 图像，改进后的 $q-v$ 模型（包括模型中各个参数具体值）。这样就可以从微观上更加精确地反映出各个路段每一时间段的交通情况。以便交警部门的管理改进措施的制

定时能考虑到每个路段的具体特点。

十一、模型评价与推广

11.1 模型的评价

特点：

实用范围广：对于各种已有模型进行分段结合，连续性处理，给出更加贴近实际情况的模型。

监测数据融合分析：结合卡口数据、浮动车数据进行综合交叉筛选，统计，拟合出每一路段的模型参数。

不足：

数据统计不够多，从统计意义上讲，应该至少统计一周的数据作来确定该路段的模型参数。

模型建立时没有考虑十字路口的情况（未用到十字路口的交通信号灯情况），因此，该模型只能较好的反应分叉路段之间的交通流情况。当然，后续可以通过对一个交叉路口涉及到的各个路段的 $q-v$ 模型做联合分析来弥补这一缺陷。

11.2 模型的推广

建模思想：对于各种已有模型进行分段结合，做连续性处理。得出适用范围更广的模型。这种建模方法值得推广。

融合数据分析：在数据处理部分提到的联合统计数据的方法，值得推广。

参考文献

- [1] 王殿海 严宝杰，《交通流理论》，人民交通出版社，2001年12月
- [2] 姜启源 谢金星 叶俊，《数学模型（第四版）》，高等教育出版社，2011年

附录

附录一

```
/*用sql 数据库统计以每10min 为间隔统计日车流量*/
select dateadd(mi, (datediff(mi, convert (varchar(10), dateadd(ss, -1, 时间), 120), dateadd(ss, -1, 时间)) / 10) * 10, convert (varchar(10), 时间, 120)) as 时间段,
       count(*) as 车流量
from Sheet1$
group by dateadd(mi, (datediff(mi, convert (varchar(10), dateadd(ss, -1, 时间), 120), dateadd(ss, -1, 时间)) / 10) * 10, convert (varchar(10), 时间, 120))
order by 时间段
```

附录二

```
/*用sql 数据库统计以每10min 为间隔的道路区间平均速度的统计*/
select dateadd(mi, (datediff(mi, convert (varchar(10), dateadd(ss, -1, 时间), 120), dateadd(ss, -1, 时间)) / 10) * 10, convert (varchar(10), 时间, 120)) as 时间段,
       from Sheet1$
       avg(速度) as 平均速度
group by dateadd(mi, (datediff(mi, convert (varchar(10), dateadd(ss, -1, 时间), 120), dateadd(ss, -1, 时间)) / 10) * 10, convert (varchar(10), 时间, 120))
order by 时间段
```

附录三

%q-t图像绘制

```
A=xlsread('3.26号10100210路段每隔10分钟的车流量','Sheet1','B2:C145');
x=A(:,1);
y=A(:,2)*6;
xi=0:0.1:24;
yi=fittedmodel1(xi);%样条插值拟合模型
plot(x,y,'b*',xi,yi,'r-');
xlabel('时间/h');
ylabel('等效流量 (辆/h)');
title('3.26北环大道10100210路段日车流量');
grid on;
```

附录四

%v-t与t-Δt 图像的绘制

```
A=xlsread('北环大道3.26路段每隔10分钟的平均速度.xls','Sheet1','B2:C40');
x=A(:,1)/60;
y=A(:,2);
timebegin = (0 : 0.01 : 24);
timespent = zeros(1,2401);
```

```

i = 1;
while(timebegin(i) < 24.0)
    timeend = timebegin(i);
    distance = 0.5;
while(quad(fittedmodel, timebegin(i), timeend) < distance)
    timeend = timeend + 0.01;
    if(timeend >= 24)
        break;
    end
end
timespent(i) = (timeend - timebegin(i))*3600;
i = i+1;
disp(timebegin(i));
end
plot(timebegin, timespent);
xlabel(' 驶入路段的时间/h ');
ylabel(' 驶过500m所花时间/s ');

```

附录五

%连续的 $q-v$ 图像的绘制与参数拟合

```

clear;clc;
A=xlsread('3.26北环大道10100210路段Q_v(0.5h间隔).xlsx','Sheet1','B7:C49');
B=xlsread('3.26北环大道10100210路段Q_v(1h间隔).xlsx','Sheet1','B3:C24');
v1=A(:,1);
q1=A(:,2);
plot(v1,q1,'r*');
hold on;
v2=B(:,1);
q2=B(:,2);
plot(v2,q2,'bo');
xlabel(' 速度km/h ');
ylabel(' 等效流量 (辆/h) ');
title(' 3.26北环大道10100210路段 q-v ');
grid on;hold on;
f1=@(c1,x)c1(1)*x.*exp(-x/c1(2));
f3=@(c3,x)-c3(1)*x.*log(x/c3(2));
c0=[70 20];
[c1,resnorm]=lsqcurvefit(f1,c0,[v1;v2],[q1;q2]);
[c3,resnorm]=lsqcurvefit(f3,c0,[v1;v2],[q1;q2]);
f1=@(x)-c1(1)*x.*exp(-x/c1(2));
[m1,m2]=fminbnd(f1,0,80);
v1l=0.5:0.1:m1;
plot(v1l,-f1(v1l),'r-');
f3=@(x)c3(1)*x.*log(x/c3(2));
[n1,n2]=fminbnd(f3,0,80);

```

```

vi3=n1:0.1:76.5;
plot(vi3,-f3(vi3),'b-');
vi2=[m1;n1];
pi2=[-m2;-n2];
plot(vi2,pi2,'p-');

```

附录六

% $\gamma-t$ 图像绘制

```

A=xlsread('拥堵指标  $\gamma-t$ .xlsx','Sheet1','A1:B212');
t=A(:,1);
gama=A(:,2);
plot(t,gama,'r-');
xlabel('时间/h');
ylabel('拥堵指标  $\gamma$  (%)');
title('3.26北环大道10100210路段拥堵程度  $\gamma$  随时间t变化');
grid on;

```

附录七

% $\gamma-k$ 图像绘制

```

A=xlsread('拥堵指标  $\gamma-k$ .xlsx','Sheet1','B2:C212');
gama=A(:,1);
k=A(:,2);
plot(k,gama,'c*');
xlabel('车流密度k 辆/km');
ylabel('拥堵指标  $\gamma$  (%)');
title('3.26北环大道10100210路段拥堵程度  $\gamma$  随车流密度k变化');
grid on;
hold on;
k1=0:0.1:36.1;
gama1=76.9*exp(-k1/36.1)/77.7055819837131;
plot(k1,gama1,'r');
hold on;
k2=36.1:0.1:44.5;
gama2=1024./k2/77.7055819837131;
plot(k2,gama2,'b');
k3=44.5:0.1:121.2;
gama3=23*log(121.2./k3)/77.7055819837131;
plot(k3,gama3,'g');

```