1) Was ist die *erzeugende Funktion* einer Folge von Zahlen?

   Verwenden Sie die Methode der erzeugenden Funktionen, um eine explizite Form für folgende Rekursionsformel anzugeben:

$$f(n) := \begin{cases} 2 & n = 0 \\ 2f(n-1) - 1 & n > 0 \,. \end{cases}$$

   Hinweis: Verwenden Sie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a^n z^n = \frac{1}{1 - az} \,,$$

   ähnlich wie in der Vorlesung.

2) Skriptum Aufgabe 6.17

3) Angenommen es gibt einen rekursiven Algorithmus A, dessen Zeitkomplexität durch $T(0) = 2$ gegeben ist. Zudem gibt es eine Rekurrenzgleichung $T(n) = 4T(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor) + n$ für $n > 1$.

   a) Berechnen Sie die Zeitkomplexität $T(9)$ und die Werte von T, die für die Berechnung benötigt werden.

   b) Verwenden Sie das Master-Theorem um die Komplexität von A zu berechnen.

4) Was ist das *Prinzip der vollständigen Induktion?*

   Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass für alle $a \neq 1$ und $n \in N$ gilt:

$$\sum_{i=1}^{n} i \cdot a^i = \frac{(a - (n+1)a^{n+1} + na^{n+2})}{(1-a)^2}$$