

1) Betrachten Sie die ungerichteten Multigraphen G_1, G_2 und G_3 .

G_1 ist gegeben durch die Eckenmenge $E_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, die Kantenmenge $K_1 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, sowie der Abbildung r_1 laut folgender Tabelle:

k	$r_1(k)$
0	$\{1\}$
1	$\{1, 2\}$
2	$\{2, 3\}$
3	$\{1, 4\}$
4	$\{1, 4\}$
5	$\{3, 4\}$
6	$\{4, 6\}$
7	$\{1, 5\}$

G_2 ist gegeben durch die Eckenmenge $E_2 = \{1\}$ und die Kantenmenge $K_1 = \emptyset$.

G_3 ist gegeben durch die Relation $R = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (5, 6), (7, 6)\}$ auf $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, wobei wir die symmetrische Hülle von R betrachten um einen ungerichteten Graphen zu erhalten.

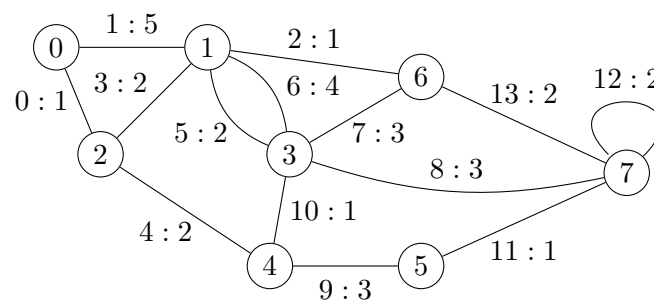
- Visualisieren Sie G_1, G_2, G_3 .
- Wie viele Wege gibt es in G_1 von Ecke 1 nach Ecke 3? Welche dieser Wege sind einfach?
- Wie wird ein Zykel definiert? Bestimmen Sie jeweils die Anzahl der einfachen Zyklen in G_1, G_2, G_3 .
- Welche der Beispielgraphen G_1, G_2, G_3 sind zusammenhängend?
- Wann nennt man einen Graphen einen Wald, wann einen Baum? Welche der Beispielgraphen G_1, G_2, G_3 sind Wälder, welche Bäume?

2) Der gerichtete Graph G sei gegeben durch die Relation

$$\{(1, 3), (1, 5), (2, 3), (3, 4), (4, 3), (5, 6), (7, 6), (7, 2)\}$$

auf $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Berechnen Sie mittels Nachfolgersuche die erreichbaren Ecken ausgehend von der Startmenge $S = \{1\}$.

3) Berechnen Sie mittels des Algorithmus von Kruskal einen spannenden Wald mit minimaler Bewertung für den folgenden Graphen:



- 4) Sie müssen ein Projekt von einem anderen Programmierer übernehmen welches aus den Quelldateien A, \dots, M besteht. Untereinander haben die Quelldateien folgende Abhängigkeiten: A importiert G und L ; B importiert E ; C, D, E und I importieren jeweils L ; G, H und J importieren jeweils F ; K importiert C ; L importiert H ; M importiert B, D und I ; und F hängt von keiner anderen Quelldatei ab. Bei jeder Quelldatei die von keiner anderen importiert wird, könnte es sich um ein eigenständiges Programm handeln. Um ein Programm erfolgreich zu kompilieren, müssen die Quelldateien so abgearbeitet werden, dass jede Datei erst nach all den Dateien die sie selbst importiert behandelt wird. Diese Reihenfolge wird auch *topologische Sortierung* genannt.
- Visualisieren Sie die genannten Abhängigkeiten als gerichteten Graphen.
 - Finden Sie heraus, aus wie vielen Programmen das Projekt (maximal) besteht.
 - Finden Sie eine topologische Sortierung von A bis M unter Berücksichtigung der genannten Abhängigkeiten.
- 5) Sei G ein bewerteter ungerichteter Multigraph gegeben durch die Eckenmenge

$$E = \{0, 1, \dots, 9\},$$

die Kantenmenge

$$K = \{0, 1, \dots, 13\}$$

und die Abbildungen r und b laut folgender Tabelle:

k	$r(k)$	$b(k)$
0	$\{0, 1\}$	3
1	$\{0, 3\}$	1
2	$\{0, 6\}$	5
3	$\{0, 9\}$	1
4	$\{1, 6\}$	1
5	$\{1, 9\}$	2
6	$\{2, 5\}$	1
7	$\{2, 8\}$	3
8	$\{3, 4\}$	4
9	$\{3, 6\}$	3
10	$\{4, 6\}$	4
11	$\{5, 8\}$	2
12	$\{5, 8\}$	3
13	$\{7, 7\}$	1

Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Kruskal einen spannenden Wald mit minimaler Bewertung. Ist dieser eindeutig?