

- 1) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für alle natürlichen Zahlen  $n \geq 4$ :  $n! \geq 2^n$
- 2) Betrachten Sie die folgende induktive Definition von Palindromen über  $\Sigma$ .
  - BASIS: das leere Wort  $\epsilon$  ist ein Palindrom.
  - BASIS: für jedes  $e \in \Sigma$  ist  $e$  ein Palindrom.
  - SCHRITT: Wenn  $w$  ein Palindrom ist, dann ist für jedes  $e \in \Sigma$  auch  $ewe$  ein Palindrom.Beweisen Sie mittels struktureller Induktion, dass jedes Palindrom  $w$  über  $\{a, b\}$  gerader Länge eine gerade Anzahl an  $a$ s hat.
- 3) Sei  $\Sigma$  ein endliches Alphabet. Zeigen Sie: Wenn  $w$  ein Palindrom über  $\Sigma$  ist, dann ist  $ww$  ein Palindrom gerader Länge über  $\Sigma$ .

*Hinweis:* Verwenden Sie die Eigenschaft aus Aufgabe ??.
- 4) Zeigen Sie mittels wohlfundierter Induktion, dass alle natürlichen Zahlen  $n \geq 2$  als Produkt von Primzahlen dargestellt werden können (also dass es ein  $k \geq 1$  gibt so dass  $n = p_1 p_2 \cdots p_k$  und für alle  $1 \leq i \leq k$  gilt dass  $p_i$  eine Primzahl ist).