

## TRABAJO FIN DE GRADO GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA

## Algoritmos socioinspirados

Implementación, estudio y comparativa

#### Autor

Juan José Sierra González

#### **Directores**

Daniel Molina Cabrera



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍAS INFORMÁTICA Y DE TELECOMUNICACIÓN

Granada, septiembre de 2018

## Algoritmos socioinspirados

Implementación, estudio y comparativa

#### Autor

Juan José Sierra González

### Directores

Daniel Molina Cabrera

## Algoritmos socio<br/>inspirados: implementación, estudio y comparativa $\,$

Juan José Sierra González

 ${\bf Palabras}$ clave: algoritmo, metaheurística, sociedad, socio<br/>inspirado, comparativa, Python...

#### Resumen

Poner aquí el resumen.

## Socioinspired algorithms: implementation, study and comparative analysis ${}^{\circ}$

Juan José Sierra González

 $\mathbf{Keywords} :$  algorithm, metaheuristic, society, socioinspired, comparative analysis, Python...

#### Abstract

Write here the abstract in English.



D. **Daniel Molina Cabrera**, Profesor del Área de XXXX del Departamento YYYY de la Universidad de Granada.

#### Informa:

Que el presente trabajo, titulado *Algoritmos socioinspirados: implementación, estudio y comparativa*, ha sido realizado bajo su supervisión por **Juan José Sierra González**, y autoriza la defensa de dicho trabajo ante el tribunal que corresponda.

 ${\bf Y}$  para que conste, expide y firma el presente informe en Granada a 7 de septiembre de 2018.

El director:

Daniel Molina Cabrera

# Agradecimientos

Poner aquí agradecimientos...

# Índice general

1.	Intr	roducción	1
	1.1.	Motivación	1
		Objetivos	
2.	Pla	nificación	5
	2.1.	Requisitos de investigación	5
	2.2.	Planificación del trabajo	7
		2.2.1. Estimación de coste de materiales e infraestructura	7
		2.2.2. Distribución de tiempo entre tareas	8
3.	Rev	risión de la literatura	11
	3.1.	Estado del arte: algoritmos bioinspirados	11
	3.2.	Estado del arte: algoritmos socioinspirados	13
4.	Imp	olementación y análisis de algoritmos	19
	4.1.	Detalles generales sobre la implementación	19
	4.2.	Imperialist Competitive Algorithm (ICA)	20
		Parliamentary Optimization Algorithm (POA)	
Bi	bliog	grafía	28

# Índice de figuras

3.1.	Gráfico de publicaciones sobre algoritmos bioinspirados regis-	
	tradas en Scopus [1]	12
3.2.	Clasificación estimada de los algoritmos socioinspirados [2]	14
3.3.	Gráfico de publicaciones sobre algoritmos socioinspirados registradas en Scopus [1]	15
4.1.	Desplazamiento de una colonia hacia su imperialista, con un componente de aleatoriedad [3]	22

# Índice de cuadros

## Capítulo 1

## Introducción

La informática ha evolucionado mucho desde sus comienzos, y resolver complejas fórmulas matemáticas o computar cálculos de grandes dimensiones ya no es un problema. Existen multitud de algoritmos que se encargan de realizar estas tareas, y que cualquier usuario puede utilizar sin tener un conocimiento experto. Los nuevos retos de la informática están plagados de problemas que no tienen una solución clara y precisa, entre ellos los **problemas de optimización**, que se estudiarán en este trabajo. Así como un problema de cálculo está bien limitado y un programador puede idear un algoritmo que, en base a distintas fórmulas y operaciones, obtenga siempre el resultado deseado, no se puede decir lo mismo de los problemas de optimización, en los que influyen multitud de factores y que no tienen una solución absoluta.

Esta situación se pone de manifiesto cuando queremos obtener los valores que hacen mínima una función, y su dominio es tan grande que probar con el rudimentario método de fuerza bruta no es una opción. Para esto se diseñaron las **metaheurísticas**, algoritmos que buscan la mejor solución a una función y que no necesitan ser planteados de forma diferente dependiendo de cada una. A lo largo de su (aún breve) historia han existido ya multitud de algoritmos diferentes que aportan su solución a este problema, pero este trabajo se centrará en las nuevas metaheurísticas **socioinspiradas** y analizará lo que aportan al panorama actual y sobre qué se fundamentan.

### 1.1. Motivación

Las metaheurísticas, y en general la computación evolutiva, están a la orden del día en el ámbito de la investigación. Cada año se publican un gran número de nuevas propuestas y técnicas y muchas de ellas ven la luz en numerosos congresos en todo el mundo. En algunos de ellos incluso se realizan

2 1.2. Objetivos

competiciones entre las nuevas propuestas, como pasa con el Congress of Evolutionary Computation (CEC).

Con estas competiciones se busca incentivar a los investigadores a mejorar las soluciones actuales constantemente. En la actualidad, el auge de la ciencia de datos y del manejo de flujo de datos en tiempo real, y con ello de lo que conocemos como Big Data, premia que estos algoritmos estén muy optimizados y sean capaces de dar buenos resultados ya no sólo en términos de efectividad, sino de rapidez.

Las metaheurísticas que más éxito han tenido en este campo han sido habitualmente las **bioinspiradas**, es decir, aquellas que basan su funcionamiento en la naturaleza, y generalmente en animales. Tras el éxito cosechado por dichos algoritmos, nacen nuevas versiones que, tratando de emular a los anteriormente citados, realizan sus operaciones siguiendo un modelo basado en comportamientos de la sociedad. Estos algoritmos son denominados **socioinspirados**. Aportan un diseño interesante, innovador y más sencillo de comprender y de aplicar que los algoritmos evolutivos tradicionales, y son el centro del estudio de este trabajo.

## 1.2. Objetivos

El principal objetivo de este Trabajo de Fin de Grado es analizar cómo funcionan algunas de las versiones más interesantes de algoritmos socioinspirados, mediante un estudio comparativo con veinticinco funciones de un benchmark.

Se estudiarán un total de seis algoritmos socioinspirados, a saber:

- Soccer League Competition (SLC) [4]
- Imperialist Competitive Algorithm (ICA) [3]
- Parliamentary Optimization Algorithm (POA) [5]
- Social Emotional Optimization Algorithm (SEA) [6]
- Anarchic Society Optimization Algorithm (ASO) [7] [8]
- Ideology Algorithm (IA) [9]

El objetivo global y final fruto del estudio de este trabajo es analizar cómo de efectivas son estas nuevas técnicas y si tienen un hueco entre la élite de la computación evolutiva, así como lo encontraron sus análogos bioinspirados. Para ello, en primer lugar se ha de **realizar un estudio en la** 

Introducción 3

literatura del algoritmo, a fin de comprender al completo cómo se comporta el mismo en cada momento del proceso de optimización. El conocimiento obtenido de cada uno será documentado en su correspondiente capítulo de la memoria.

Una vez comprendido todo el proceso, tiene lugar la fase de **implementación**, basada en los distintos *papers* que se han encontrado para cada algoritmo. Para ello se han utilizado los conocimientos adquiridos en la fase anterior, siendo lo más fiel posible al diseño planteado. Más información acerca de la implementación se detallará en el capítulo homónimo.

Con todos los algoritmos implementados, el siguiente paso, y más importante de cara al estudio a realizar, es la **experimentación**. Durante esta fase se enfrentará a cada uno de estos algoritmos a un benchmark de variadas funciones que evalúen apropiadamente cómo se comporta en una buena muestra de ejemplos.

Finalmente, el propio estudio en sí pasa por analizar los resultados obtenidos para cada algoritmo y función y compararlos de dos formas diferentes. En primer lugar, se incluirá dentro del capítulo de experimentación de cada uno una comparativa con un ya reconocido **algoritmo de referencia**, a fin de asegurar si dicho socioinspirado puede optar a una solución al menos tan buena como las estándares. En segundo lugar, y para finalizar el estudio, se compararán los resultados de **todos los algoritmos socioinspirados entre sí**, se analizarán pros y contras de las mejores soluciones y se dará una perspectiva global de la posición de estos algoritmos en el mundo de las metaheurísticas.

## Capítulo 2

## Planificación

En este capítulo se aborda el plan de trabajo a seguir para la realización de este estudio. En primer lugar se estimarán los requisitos a satisfacer por el mismo, a fin de lograr los objetivos planteados, y a continuación se planteará su planificación, como los presupuestos necesarios, la carga de trabajo por fase de dicho estudio o los tiempos esperados de realización para cada una de ellas.

## 2.1. Requisitos de investigación

Al tratarse de un trabajo de investigación, un análisis de requisitos habitual no puede ser aplicado correctamente a esta situación. En su lugar, sin embargo, se proponen una serie de objetivos a cumplir para la conclusión del estudio. En el caso de este en particular, los distintos requisitos que se pueden distinguir son:

- 1. Realizar una investigación primeriza acerca de los algoritmos socioinspirados: revisar la literatura buscando información sobre lo que representan estos algoritmos, valorar las motivaciones que impulsen a realizar el estudio y obtener propuestas de dichos algoritmos.
- 2. Seleccionar las propuestas más interesantes: de entre todos los algoritmos socioinspirados que se hayan podido encontrar en la fase anterior, seleccionar aquellos que resulten más interesantes o que aporten un enfoque diferente al panorama actual. También se busca que pertenezcan a campos distintos dentro de esta rama de algoritmos, a fin de aportar un punto de vista sobre las principales vertientes que existen.

- 3. Analizar a fondo las propuestas seleccionadas: el principal objetivo aquí es ser capaz de entender qué metodología sigue cada algoritmo, en qué carga teórica basa sus técnicas y qué es capaz de conseguir con lo que propone. Se intentará asemejar cada propuesta con otros algoritmos evolutivos que sean más reconocibles por cualquier investigador iniciado en el campo.
- 4. Implementar aquellos algoritmos de los que no se posea código fuente: ya que el análisis de este trabajo es experimental, es necesario contar con el código de los algoritmos para poder realizar adecuadamente las distintas pruebas. Una implementación propia facilita a su vez que se pueda adaptar el código de dicho algoritmo para seguir unas pautas de formato de soluciones comunes a todo el estudio.
- 5. Estimar los parámetros de los algoritmos: si se desconocen los parámetros ideales con los que ejecutar un algoritmo, se someterá a una pequeña experimentación con varias combinaciones de parámetros a fin de seleccionar los que mejores resultados aporten.
- 6. Realizar la experimentación: utilizar los algoritmos implementados y un benchmark de referencia para obtener resultados. Los algoritmos se lanzarán con las combinaciones de parámetros extraídas del apartado anterior, en función de las conclusiones obtenidas.
- 7. Construcción de tablas y gráficas experimentales: en base a los resultados obtenidos, se pueden disponer los datos en tablas representativas, así como en gráficas de convergencia con las que comprobar el comportamiento de cada algoritmo a lo largo de las ejecuciones.
- 8. Estudio analítico de los datos obtenidos: comparar los resultados de cada algoritmo con los de un algoritmo evolutivo de referencia, así como entre ellos, a fin de descubrir cómo se comportan con una serie variada de funciones complejas y qué algoritmos destacan más sobre los otros.
- 9. Extraer conclusiones del estudio realizado: dar una visión analítica de la eficacia de los algoritmos socioinspirados, basándose en la comparativa con el algoritmo de referencia, y justificar qué propuestas son más prometedoras.
- 10. Trabajos futuros a realizar: valorar en qué aspectos se puede innovar en este campo, aportar propuestas de mejora para las técnicas socioinspiradas y realizar un ajuste minucioso de parámetros para los algoritmos con mayor potencial.

Con los requisitos planteados, la planificación del trabajo debe abarcar cada uno de esos pasos y estimar un tiempo a priori con el que se pueda

Planificación 7

solventar cada requisito. Además, debe abarcar todo el material e infraestructura necesarios y, junto al tiempo estimado, dar una idea del presupuesto que requiere realizar este estudio.

## 2.2. Planificación del trabajo

Este apartado está subdividido en la estimación de costes y la estimación de tiempo. Es necesario en un primer momento valorar el coste de la infraestructura y de todo aquel material que no esté disponible de forma libre o gratuita, y saber de qué presupuesto inicial debe partir el estudio. Además, la estimación de tiempo debe ser competente y ser capaz de abarcar los mejores y peores casos prácticos, para que no sea necesario aplazar la entrega a última hora debido a una mala planificación, y deberá influir a su vez en el coste, pues es un recurso más con el que se cuenta.

#### 2.2.1. Estimación de coste de materiales e infraestructura

En primer lugar se tendrá en cuenta la máquina con la que se ha desarrollado el grueso de este estudio. Se trata de un ordenador portátil de la marca Acer, del año 2012, y que cuenta con un procesador i5-2450M a 2.5GHz, así como con 8GB de memoria RAM DDR3, un HDD de 1TB y un SSD de 120GB, que ha sido añadido posterior a la compra del equipo. Con este equipo se han realizado aquellas tareas de documentación, revisión de la literatura y redacción de la memoria, así como las labores de desarrollo e implementación de los algoritmos.

Para obtener la información y documentación requerida para el trabajo ha sido necesaria una red de internet de banda ancha, disponible tanto en el lugar de desarrollo del trabajo como en las instalaciones de la Universidad de Granada cuando ha sido necesario. Gracias a los convenios que la Universidad establece con algunas bases de datos documentales como Scopus [1] ha sido posible acceder a multitud de papers y publicaciones sobre el tema a investigar. Además ha sido de mucha utilidad la página ResearchGate [10] para acceder a otros papers no encontrados en Scopus.

El desarrollo del trabajo ha sido realizado completamente sobre el sistema operativo Linux, con una distribución Ubuntu 17.10, por lo que es totalmente libre y carente de costes. Las principales herramientas de software utilizadas también han sido de código abierto por lo que no han conllevado coste adicional, utilizando como IDE principal Visual Studio Code [11] y escribiendo la memoria en LaTeX utilizando el software TeXstudio [12].

Para la ejecución de los experimentos, debido al procesador antiguo del ordenador principal, así como de los grandes cómputos que son necesarios

para la experimentación, el departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial de la Universidad de Granada (DECSAI) facilitó el acceso a su clúster Hércules [13], ubicado en el Centro de Investigación en Tecnologías de la Información y de las Comunicaciones de la Universidad de Granada (CITIC-UGR). Este clúster, de acuerdo a la fuente anteriormente citada, «posee 46 nodos, cada uno de ellos equipado con un procesador Intel Core i7 930 a 2.8 GHz, 24 GB de RAM y HDD SATA2 de 1TB. Los nodos están interconectados mediante dos redes internas de tipo Gigabit Ethernet. El sistema incluye una cabina RAID con capacidad para 72 TB. Se emplean los S.O. Fedora 16 y CentOS 6.2». Se trata por tanto de una máquina mucho más potente que la utilizada en el estudio, y servirá para obtener de forma más eficaz los resultados de los experimentos.

De todo este material expuesto en los párrafos anteriores, el trabajo sólo ha requerido comprar el ordenador portátil personal y la red de banda ancha disponible en el lugar de desarrollo del mismo, dado que se trata de recursos personales. El resto de la infraestructura y materiales o bien han sido productos de software libre o han sido aportados por la Universidad de Granada.

### 2.2.2. Distribución de tiempo entre tareas

Organizar la carga de trabajo en las distintas fases del proceso es una labor que debe realizarse antes del comienzo del mismo. Gracias a ello se pueden plantear fechas de entrega, acotar los tiempos dedicados a cada tarea y, por consiguiente, ayudar al rendimiento general del problema.

En primer lugar, la labor de revisión de la literatura y documentación abarcará todo el proceso, ya que es habitual que a lo largo del desarrollo sea necesario acudir a nuevos documentos que contengan la información deseada. Sin embargo, de la primera tarea se dedicará una semana a seleccionar las propuestas más interesantes a priori, una vez conocidos los principales algoritmos. En dicha labor, cabe destacar la ayuda de este «bestiario» de algoritmos evolutivos recopilado por el usuario fcampelo en la plataforma GitHub [14], que ha servido para descubrir algunos de los algoritmos escogidos para el estudio.

En cuanto a la comprensión de cada algoritmo y la implementación del mismo, resulta una tarea compleja y que tiene una alta carga de trabajo. A pesar de que estos algoritmos no están necesariamente plagados de complejas fórmulas matemáticas, sí que es necesario escudriñar a fondo toda la información recabada de su definición en la literatura, a fin de poder realizar una implementación adecuada del mismo. Una estimación factible es que comprender e implementar cada algoritmo puede llevar entre dos semanas y un mes, dependiendo de la complejidad del mismo.

Planificación 9

Antes de plantear los experimentos definitivos se ha propuesto realizar una estimación de parámetros, debida a la poca información que algunos de los *papers* esclarecen acerca de los mismos. Esto llevará un par de semanas para elegir el benchmark, preparar el entorno de trabajo y ejecutar los algoritmos. Lógicamente, cuantas más combinaciones de parámetros se quieran probar, más extenso será este tiempo.

La experimentación final requerirá de unos días más para seleccionar dichos parámetros adecuadamente, preparar una serie de scripts que lanzar en paralelo y recopilar los datos de forma conjunta. Una vez conseguido esto, la construcción de tablas y gráficas será también casi directa, aunque trabajosa, y puede llevar otra semana.

Finalmente, extraer conclusiones de los resultados puede ser más sencillo si se conocen los algoritmos y se han trabajado correctamente, de forma que sea fácil interpretarlos y descubrir patrones en los mismos. Al ser una tarea tan diversa y poco acotada, una extracción de conclusiones puede llevar desde una semana hasta más de un mes.

En resumen, la ruta de trabajo trazada por estas tareas puede estimarse en que llevará entre unos seis y siete meses, aunque naturalmente ese espacio de tiempo puede variar dependiendo de lo que se invierta cada día. Es de importancia recordar que el coste del tiempo invertido también debe ser igualmente valorado tal y como se hace con el coste de los materiales. Partiendo de la base de que este estudio es, en esencia, un trabajo de investigación en un campo puntero tecnológicamente, podría estimarse el coste total del trabajo como una media entre el sueldo a jornada completa de un ingeniero informático y el de un investigador de un departamento de universidad durante el transcurso del mismo.

## Capítulo 3

## Revisión de la literatura

En este capítulo se realizará una revisión de los estudios y propuestas más innovadoras relacionadas con los algoritmos socioinspirados. Se tendrá en cuenta hasta dónde han llegado aquellos algoritmos en los que se basaron, los bioinspirados, qué impacto tienen en el panorama actual y de dónde surgieron los algoritmos socioinspirados. Además, se realizará un análisis general de aquellos algoritmos socioinspirados que resulten interesantes y se verá cómo de efectivos han resultado en problemas reales hasta la fecha.

## 3.1. Estado del arte: algoritmos bioinspirados

La algorítmica experimentó un antes y un después con la llegada de los algoritmos bioinspirados. El planteamiento tan visual a la par que efectivo que poseen dichos algoritmos incitó que poco a poco cada vez más investigadores se dedicasen a este campo. En particular, ha tenido especial éxito en la computación evolutiva, donde las propuestas más conocidas como los algoritmos de colonias de hormigas o de colmenas de abejas han resultado no sólo innovadoras sino también efectivas.

Los algoritmos Ant Colony Optimization (ACO), los basados en los comportamientos de las colonias de hormigas, han sido los pioneros en este campo. Marco Dorigo fue el padre de los ACO, publicando en su tesis doctoral [15] en 1992 lo que él definió como «Ant systems». A partir de esta primera aproximación, Dorigo continuó su investigación en dicha técnica, y años más tarde, en 1999, publicó su primera propuesta de algoritmo, explicando, en términos del autor, lo que él propuso como «Ant algorithms» [16].

Además de la vertiente computacional, algunas de las primeras propuestas bioinspiradas también trataban de aplicar estas técnicas al hardware, en particular a mejorar el diseño de los sistemas. Sánchez et al. (1997) plan-

tearon la investigación en este campo. En el 1st International Conference on Evolvable Systems, acontecido en Tsukuba, Japón, en 1996, presentaron en su paper *Phylogeny, ontogeny, and epigenesis: Three sources of biological inspiration for softening hardware* [17] las bases de la investigación en técnicas bioinspiradas, en este caso para dotar a sistemas hardware de procesos evolutivos. Más adelante lo publicaron en la revista IEEE Xplore [18].

Estos ejemplos citados no son, sin embargo, nada más que la pequeña primera muesca en la historia de las técnicas bioinspiradas. Consultando una base de datos bibliográfica se puede observar un creciente aumento en cuanto a las publicaciones relacionadas con algoritmos bioinspirados. En la base de datos de Scopus estos datos pueden ser plasmados en una gráfica como la que se muestra a continuación.

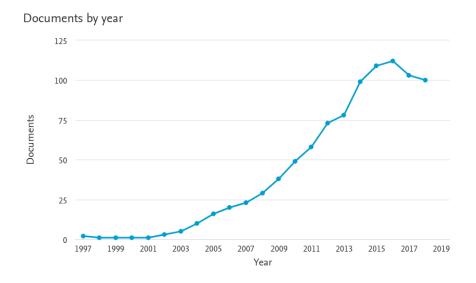


Figura 3.1: Gráfico de publicaciones sobre algoritmos bioinspirados registradas en Scopus [1].

Dicha gráfica refleja perfectamente el auge de los algoritmos bioinspirados; de menos de diez publicaciones por año hasta el año 2004 aproximadamente, hasta los más de 100 que llevan registrándose desde 2015. El éxito de estos algoritmos se fundamenta en dos pilares: su carga conceptual es sencilla de abstraer para cualquier usuario, y generalmente aportan buenos resultados a los problemas a los que se han enfrentado.

La principal motivación para construir algoritmos bioinspirados es simple, a la par que consistente: si un ser vivo ha evolucionado durante siglos y siglos hasta llegar a desarrollar una técnica con la que sobrevivir en la naturaleza, dicha técnica debe ser suficientemente óptima como para resultar digna de un estudio. Es por ello que se han propuesto multitud de técnicas que simulan el comportamiento de numerosos seres vivos en su búsqueda de

un objetivo.

Actualmente existen algoritmos bioinspirados en cualquier rama del reino animal. Algoritmos de manadas de lobos o grupos de tiburones que acorralan a su presa, basados en bancos de peces que se mueven en grupo hacia una zona óptima, o incluso que simulan el movimiento de una polilla cuando se dirige hacia un foco de luz. Por supuesto, en los años de la explosión de los algoritmos bioinspirados (acorde con la gráfica de la figura ??, se podría considerar a partir de 2005), con tanta diversidad en las propuestas no tardaron en surgir técnicas cuyo concepto se basaba en un animal muy particular: el ser humano.

## 3.2. Estado del arte: algoritmos socioinspirados

Conocemos como algoritmos socioinspirados a aquellos que inspiran su funcionamiento en comportamientos basados en la especie humana, y que pueden aplicarse a resolver problemas de cualquier índole. Similar a sus contrapartes bioinspiradas, las técnicas socioinspiradas tienen en el centro de su modelo conceptual a un miembro que forma parte de la naturaleza, en este caso el ser humano, y se aprovechan de sus relaciones, formas de actuar y estilo de vida para intentar dar una solución óptima a un problema.

En el apartado anterior se defendía la investigación de técnicas bioinspiradas por la constante evolución en busca de supervivencia de las distintas especies animales, y esto sucede de forma análoga con las técnicas socioinspiradas. En el caso de estas últimas, sin embargo, la mejora de soluciones no se basa en la evolución genética de la especie a lo largo de los siglos y en la selección natural, sino en el desarrollo de técnicas que permiten a nuestra sociedad alcanzar metas colectivas o individuales. Dichas técnicas pueden resultar cotidianas, pero deteniéndose a analizar cada una de ellas se puede observar que dicho comportamiento se puede trasladar a un algoritmo que explore en un espacio de búsqueda.

Dada la multitud de variedades bioinspiradas que se han propuesto y estudiado desde el surgimiento de dichos algoritmos, era de esperar que se empezasen a valorar técnicas humanas para optimización de funciones. En el día a día de un ser humano suceden cuantiosas situaciones que, sin ser puramente consciente, le obligan a buscar una solución óptima a un problema menor, tales como buscar la ruta más óptima para desplazarse al lugar de trabajo, estimar la máxima cantidad de días que se puede pasar sin realizar la compra o en qué horas debe conectar un electrodoméstico para aprovechar al máximo el consumo energético. Son problemas en los que encontrar soluciones a corto plazo puede resultar trivial, pero las técnicas abordadas en este estudio abarcan temas más complejos, o a mayor escala.

Cabe destacar que son unas técnicas muy recientes, y que a día de hoy ni siquiera existe un estudio formal que analice algunas de las propuestas con experimentos y análisis de rendimiento, como se busca hacer en este Trabajo de Fin de Grado. De hecho, en la actualidad estos algoritmos se encuentran aún en una fase de divulgación y propagación, es decir, los investigadores priorizan buscar nuevas propuestas de algoritmos antes que analizar las ya existentes, bien por falta de ellas o por considerarlas poco prometedoras.

Kumar, Kulkarni y Satapathy [2] han presentado la última propuesta socioinspirada actual, que data de abril de este mismo año, titulada Socio evolution & learning optimization algorithm: A socio-inspired optimization methodology. En este artículo, antes de explicar su algoritmo, los autores dan una pincelada sobre la situación de los algoritmos socioinspirados. En la gráfica ubicada a continuación se puede observar una clasificación de estos algoritmos, según los autores.

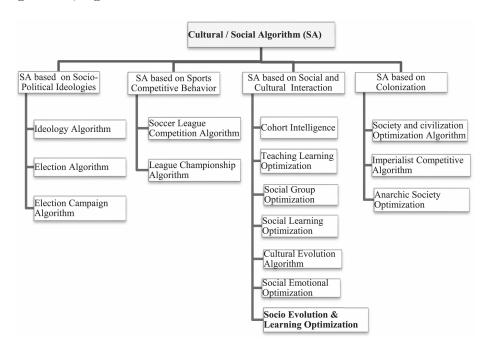


Figura 3.2: Clasificación estimada de los algoritmos socioinspirados [2].

En dicha gráfica se encuentran cinco de los seis algoritmos que son fruto de estudio de este trabajo: del grupo de socioinspirados basados en ideologías socio-políticas, el algoritmo *Ideology Algorithm* (IA) [9]; del grupo de basados en competiciones deportivas, el algoritmo *Soccer League Competition* (SLC) [4]; del grupo de basados en interacción social y cultural, el algoritmo *Social Emotional Optimization Algorithm* (SEA) [6]; y del grupo de basados en colonización, los algoritmos *Imperialist Competitive Algorithm* (ICA) [3] y *Anarchic Society Optimization* (ASO) [7] [8].

El algoritmo restante, que no se muestra en esta gráfica, es *Parliamentary Optimization Algorithm* (POA) [5], y de haberlo incluido los autores en esta clasificación seguro que estaría en el primer grupo, los basados en ideologías socio-políticas. Su ausencia en la gráfica probablemente se deba al desconocimiento de su existencia por parte de los autores, ya que no es una clasificación muy extensa en la que haya habido necesidad de eliminar información.

Precisamente llama la atención la falta de propuestas en dicha gráfica. Los algoritmos socioinspirados están pasando por la primera etapa de la que se ha hablado en la sección anterior de algoritmos bioinspirados. Las propuestas son innovadoras, llaman la atención, pero pocos investigadores abandonan su campo de trabajo para volcarse con ellas. Poco a poco, si los resultados acompañan, irán desarrollándose nuevas técnicas que, retroalimentándose unas a otras, conseguirán dar consistencia a esta rama de la computación evolutiva.

En la siguiente gráfica puede observarse el crecimiento de estos algoritmos en la historia reciente de la computación evolutiva.

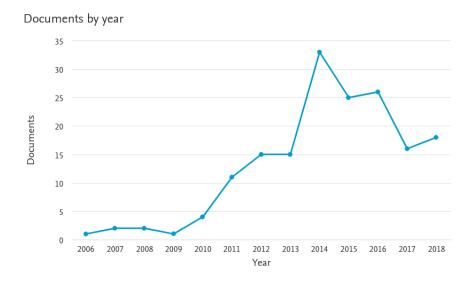


Figura 3.3: Gráfico de publicaciones sobre algoritmos socioinspirados registradas en Scopus [1].

Como puede observarse, su historia es notablemente más corta de lo que se apreciaba en la gráfica de propuestas bioinspiradas, comenzando aquí la gráfica en 2006 sin apenas propuestas hasta ya entrada la década actual.

En palabras de Kumar et al. [2], «estos métodos han ganado popularidad por sus pautas sencillas para buscar soluciones óptimas en problemas computacionales reales y complejos». Como se había anticipado en la introducción,

esta es la principal motivación para trabajar con algoritmos socioinspirados. Cuando se trata de aproximar a usuarios primerizos a la computación evolutiva, el primer escalón puede ser difícil de sobrepasar. Estos algoritmos aportan una visión más cotidiana, una forma de hacer comprender a casi cualquier persona cómo se puede explorar un espacio de soluciones sin tener que comprender a fondo el contexto de un algoritmo común de estas características.

Hablar de «población» en un algoritmo evolutivo no debe suponer ningún problema de comprensión para un investigador dedicado a este campo. Pero resulta mucho más atractivo si a esta población se le da un nombre propio, si se la asocia con un conjunto de individuos que una persona es capaz de reconocer y ubicar. Por ejemplo, con un parlamento político, o con los jugadores de una liga deportiva. Son sólo algunos de los casos que se plantean en los algoritmos estudiados en este trabajo.

Ya que una de las máximas de estos algoritmos es mantener la sencillez y hacer que las técnicas utilizadas sean lo más intuitivas posibles, la metodología que siguen para llegar a una solución óptima también debe ser asociable a conductas reconocibles. Al igual que las poblaciones están compuestas de soluciones habitualmente representadas como «seres humanos», las técnicas evolutivas se corresponden a aquellas acciones realizadas por los mismos para llegar hasta su objetivo. Continuando el símil anterior, realizar debates políticos o jugar partidos de una temporada serían los ejemplos equivalentes.

Dentro de esta metodología siempre hay alguna figura o grupo que sobresale entre la población, y que constituye (o en caso de ser un grupo, contiene) al mejor «individuo». Este se equivaldrá a la mejor solución encontrada para el problema, y es fácilmente reconocible si uno se abstrae a la capa socioinspirada del mismo. El mejor individuo de un parlamento político sería la figura del presidente, o el de una liga deportiva sería el mejor jugador admirado por todo el mundo.

Como se ha podido comprobar, el análisis funcional de los algoritmos socioinspirados es, a diferencia de lo que ocurre con otros algoritmos evolutivos de propósito general, bastante sencillo e intuitivo de transmitir. Esto es claramente debido a la naturalidad con la que un usuario puede asociar dichas pautas a acciones observables en su día a día. No obstante, la eficacia real de estos algoritmos, fuera de las funciones probadas en sus respectivos papers o artículos, está aún por probar, ya que de momento no son partícipes de las grandes competiciones acontecidas en congresos, entre las que destacan las del Congress of Evolutionary Computation (CEC).

Sin embargo, sí que se han propuesto en distintas publicaciones algunas aplicaciones de estos algoritmos a resolución de problemas reales muy particulares. En el caso de aquellos algoritmos que se han estudiado en este

trabajo, existe una aproximación del algoritmo Soccer League Competition para optimizar el diseño de redes de distribución de agua [4], u otra del algoritmo Anarchic Society Optimization para manejar el controlador PID (proportional-integral-derivative) de un Regulador de Voltaje Automático (Automatic Voltage Regulator o AVR, en inglés) [7].

Con el paso de los años es de esperar que estos algoritmos sean perfeccionados, sigan evolucionando y se utilicen cada vez en más problemas reales, al igual que sucedió en su momento con los algoritmos bioinspirados.

# Capítulo 4

# Implementación y análisis de algoritmos

En este apartado se realizará un análisis detallado sobre cómo funciona cada uno de los algoritmos seleccionados para el estudio desde un punto de vista teórico. Se explicarán las técnicas que utiliza cada uno para llegar a la solución óptima y cómo se asemejan dichas técnicas al comportamiento humano, para de ese modo poder considerarse un algoritmo socioinspirado. Además, se arrojarán detalles destacados de la implementación de cada uno en particular, si dicha implementación así lo requiriese.

Los algoritmos se analizarán en orden cronológico, siendo el más antiguo de todos Imperialist Competitive Algorithm (2007) [3] y el más reciente Ideology Algorithm (2016) [9].

## 4.1. Detalles generales sobre la implementación

En primer lugar, antes de comenzar con la explicación de los algoritmos, conviene dar una visión general acerca de la implementación en este estudio, cómo se ha llevado a cabo y con qué herramientas.

Los algoritmos se han implementado utilizando el lenguaje de programación **Python** en su versión 3.6 [19], elección personal del alumno, dada su facilidad para trabajar con vectores y matrices utilizando librerías como **Numpy** [20], además de otras de representación gráfica como **Matplotlib** [21]. Poder operar de forma sencilla con múltiples matrices que habitualmente constituirán la población de soluciones de cada problema resultó un detalle determinante para tomar la decisión.

Encontrar el código fuente de los algoritmos mencionados resulta una ardua tarea, ya que la mayoría de los autores no liberan su código en ninguna

plataforma. En algunas ocasiones es posible encontrar versiones en el lenguaje de programación **MATLAB**, uno de los lenguajes más utilizados en el ámbito científico y de investigación por su capacidad de cómputo y de operar con fórmulas matemáticas de gran dimensión. Sin embargo, MATLAB es un software privativo y de pago, y el alumno ha querido liberar su proyecto desde el primer momento, por lo que se rechazó la idea de implementarlos en este lenguaje. Sin embargo, sí que se ha utilizado como referencia para algún algoritmo una versión de MATLAB sobre la que basar la implementación en Python.

En relación a lo comentado en el párrafo anterior, el proyecto ha estado libre y alojado en la plataforma **GitHub** [22] desde que se comenzó la implementación, para que cualquier usuario interesado pudiese no sólo acceder a él sino también comprobar cómo está hecho, y en un futuro incluso realizar los cambios pertinentes que considerase, cumpliendo así el paradigma del software libre.

### 4.2. Imperialist Competitive Algorithm (ICA)

El primer algoritmo a analizar, **Imperialist Competitive Algorithm** o, según sus siglas, **ICA**, fue presentado por primera vez en 2007 por Atashpaz-Gargari y Lucas [3]. Se trata de un algoritmo que podría ser agrupado en la subcategoría de socioinspirados basados en conquistas y colonialismo, como se procede a explicar.

La implementación del ICA en Python no pudo ser encontrada en internet, sin embargo sí que se encontró el código fuente en MATLAB, subido por el propio autor del paper [23]. Este código se ha usado como referencia para implementarlo de forma similar en Python, ya que algunos detalles varían con respecto a la literatura.

Este algoritmo parte de la idea de un mundo completamente colonialista, plagado de países que luchan por alzarse vencedores y conquistadores. En esta guerra constante, los países con más poder se volverían los líderes, y podrían contar con numerosas colonias a su servicio. Por otra parte, aquellos países que no pueden vencer a los demás se verían relegados a ocupar un puesto de colonia para siempre.

Durante la guerra también se puede producir una revolución o alzamiento de una de las colonias contra su propio imperio. Si esta colonia resulta ser más poderosa que el actual líder, dicha posición pasa a ser suya. También puede darse el caso totalmente opuesto; si una colonia resulta realmente débil, un imperio colindante puede absorberla y hacerse más fuerte gracias a ella. Y por supuesto, un imperio puede ser colonizado al completo por otro, haciéndose así cargo de sus colonias restantes y del propio país imperial.

En palabras de los propios autores del algoritmo, «la competición imperialista con suerte convergerá a un estado en el que sólo haya un imperio y todas sus colonias se hallen en la misma posición y tengan el mismo coste que el país imperialista».

Como se puede observar de esta hoja de ruta del algoritmo, la relación con la sociedad es evidente, aunque recuerde más a épocas pasadas que a la actualidad. Este es el funcionamiento del algoritmo a grandes rasgos, pero a continuación se detallarán las características más llamativas del mismo. Previamente se muestra un pseudocódigo del algoritmo, para ayudar a comprender cada paso del mismo antes de la explicación detallada.

#### Algorithm 1 Imperialist Competitive Algorithm

```
1: imperios \leftarrow inicializarImperios()
   while not criterioParada do
       for each colonia do
3:
           colonia \leftarrow colonia + (imperialista - colonia + rand())
4:
           if peso(colonia) < peso(imperialista) then
5:
               imperialista \leftarrow colonia
6:
       imperios \leftarrow competicionImperial()
7:
       if any imperio is empty then
8:
           imperios \leftarrow eliminarImperio(imperio)
g.
10: return min(peso(imperialistas))
```

Se puede comenzar este análisis en base a los distintos componentes del algoritmo, relacionándolos con la descripción anterior y comprobando por qué se trata de técnicas socioinspiradas.

En primer lugar conviene hablar acerca de la población. Si bien habitualmente en estos algoritmos socioinspirados la población suele estar constituida de individuos, siendo esta una agrupación de los mismos, en el caso del algoritmo ICA no es así. En este algoritmo se realiza un símil con una sociedad global donde cada una de las soluciones que compone la población es como un país, o en este caso como una colonia. Por tanto, la figura del ser humano como persona individual no aparece en esta propuesta.

Una vez que se han instanciado las primeras soluciones o colonias que ocuparán la población inicial, hay que seleccionar aquellas que sean más poderosas para considerarlas «imperialistas», es decir, serán los líderes de cada uno de los imperios en los que se divida el problema. Por supuesto, tanto el número de colonias como el número de imperios iniciales son definidos en los parámetros del algoritmo y pueden variar si así se desea.

A lo largo de todo este algoritmo se entenderá que un país es más poderoso que otro si su evaluación para la función objetivo es menor, dado que se trata de problemas de optimización buscando el menor valor

posible. La asignación de los imperios se hace con respecto a las colonias iniciales con un menor valor para dicha función.

Con los imperios constituidos y las colonias distribuidas se comienza a desarrollar el bucle principal del algoritmo, que finalizará cuando se cumpla el criterio de parada. La implementación de este algoritmo originalmente paraba tras un número de «décadas» (iteraciones del bucle principal), pero a fin de integrarlo con el resto de algoritmos del estudio se añadió la posibilidad de definir un criterio de parada por número de evaluaciones de la función objetivo.

En cada iteración de dicho bucle cada colonia realiza un desplazamiento hacia su imperialista. El desplazamiento tiene un componente de aleatoriedad que permite que no converjan todas las soluciones en el primer imperialista nada más comenzar las iteraciones. A continuación se puede observar una representación gráfica de dicho movimiento.

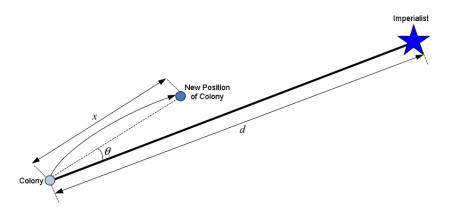


Figura 4.1: Desplazamiento de una colonia hacia su imperialista, con un componente de aleatoriedad [3].

El movimiento producido x queda definido por la siguiente fórmula

$$x \sim U(0, \beta \times d) \tag{4.1}$$

en la cual d es la distancia entre la colonia y el imperialista y  $\beta$  representa el llamado «coeficiente de asimilación». Es decir, se trata de un desplazamiento hacia el imperialista donde la distancia recorrida está definida por un valor uniforme aleatorio entre 0 y la máxima distancia.

Además, el ángulo  $\theta$  que aparece en la figura, que desvía a la colonia de su dirección, viene calculado de la siguiente forma

$$\theta \sim U(-\gamma, \gamma)$$
 (4.2)

donde  $\gamma$  es el parámetro que ajusta la desviación de la dirección, y que es llamado por los autores «coeficiente del ángulo de asimilación».

Los cambios producidos mediante estos operadores mencionados ayudan a diversificar las posiciones de las colonias y a que no se agrupen automáticamente en torno a la mejor solución del imperio. Esto permite al algoritmo explorar el espacio de búsqueda adecuadamente y no caer en posibles óptimos locales con facilidad en las primeras iteraciones, lo que limitaría mucho el proceso evolutivo. Si la nueva posición hacia la que se mueve una colonia resulta ser mejor que la del actual imperialista de dicho imperio, se intercambian los puestos y el resto de colonias intentará moverse hacia la nueva mejor solución.

La competición imperialista que tiene lugar en cada iteración del bucle principal aporta aún más variedad al proceso, llevando a la peor de las colonias del peor imperio hasta el imperio que más probabilidad tiene de adquirirla, que suele ser el más poderoso. Este poder de los imperios se calcula en función del peso del imperialista y del peso medio de sus colonias. Esta decisión también aporta más variedad a la par que realismo en el proceso imperialista, ya que si un el país líder del imperio es muy poderoso pero tiene muchas colonias débiles, generalmente dicho imperio será menos potente que uno que tenga un imperialista algo peor y menos colonias aunque más fuertes.

Una vez que un imperio se quede sin colonias, este pasa a ser absorbido por el imperio más fuerte, y la cantidad de imperialistas se reduce. El proceso se repite en cada iteración del bucle hasta que quede solamente un imperio que contenga todas las colonias; en tal caso, a partir de esa iteración en el bucle principal solamente se moverán las colonias hacia nuevas posiciones, tratando de explorar las cercanías del país imperialista.

Como se ha mencionado antes, en el código fuente que el autor subió a la página **MathWorks** [23] hay algunos detalles que cambian con respecto al paper, y que se han añadido en la implementación en Python. En este caso se trata de un componente de revolución que puede afectar a algunas colonias en cada iteración, y que permite que cambien radicalmente de posición. Gracias a este componente aleatorio se podría llegar a explorar una zona del espacio de búsqueda a la que no se haya llegado anteriormente y que aporte una mejor solución.

Para concluir el análisis del ICA, se puede afirmar con certeza que basa muchísimo su comportamiento en los algoritmos de **Particle Swarm Optimization (PSO)**. En este caso, cada imperio funcionaría como un algoritmo PSO en sí, siendo las partículas las colonias y la mejor posición la del país imperialista. La principal variación consiste en que el algoritmo simula varios PSO compitiendo entre sí, aunque mezclando sus partículas mediante revoluciones o intercambiándolas en el proceso. La propuesta es

interesante y una de las primeras en aportar un enfoque colonialista al planteamiento del algoritmo, por lo que resultó especialmente interesante para el estudio.

El punto crítico al algoritmo viene en torno a la exploración del espacio de búsqueda. Para ello es necesario distinguir bien en este caso cuál es la fase de exploración y cuál la de explotación. En este algoritmo se produce una exploración del espacio de búsqueda cuando hay varios imperios, y además las colonias del imperio se encuentran suficientemente separadas del imperialista como para que su avance hacia él permita valorar un considerable número de posiciones en los alrededores, pero no en las inmediaciones. Esta búsqueda en las posiciones más cercanas a la mejor solución es la que se considera la explotación, cuyo principal objetivo es comprobar si en las cercanías hay alguna posibilidad de mejora para apuntillar la solución. Esta fase suele darse en las iteraciones más avanzadas del algoritmo, cuando ya se tiene más o menos claro dónde puede estar el óptimo.

Si bien se ha comentado lo interesante de la propuesta para que no se caiga de inmediato en óptimos locales y la ventaja que aporta que cada colonia tenga posibilidad de revolucionarse y dar lugar a una nueva exploración, el problema es que una o dos colonias colocadas de forma aleatoria no suponen una exploración decente. Tener pronto todas las colonias agrupadas en un mismo imperio supone contar con una fase de exploración corta, lo que hace bastante factible la posibilidad de que el algoritmo se quede en un óptimo local y no vuelva a moverse de ahí ya que el resto de las iteraciones implican casi esencialmente una fase de explotación.

## 4.3. Parliamentary Optimization Algorithm (POA)

El segundo algoritmo en la lista cronológica es **Parliamentary Optimization Algorithm**, o **POA** acorde a sus siglas, que fue presentado en 2008 [5] en la revista *International Journal of Innovative Computing, Information & Control*, también conocida como *IJICIC*. Este algoritmo está englobado en el apartado de socioinspirados basados en ideologías socio-políticas, obviamente en la vertiente de políticas.

Del algoritmo POA no ha sido posible encontrar código fuente, ni siquiera en MATLAB, por lo que la implementación es de autoría propia basada únicamente en lo que refleja el artículo, siendo lo más fiel posible a lo explicado en el mismo.

Esta propuesta simula ubicarse dentro de un marco político, en un parlamento. En el mismo tendrán cabida una serie de partidos políticos que tratarán de hacerse con el control del gobierno. Dentro de cada uno tendrá lugar una competición por ascender hasta los puestos de candidato del partido, donde los distintos miembros pueden evolucionar hasta parecerse a sus candidatos, y si alguno de ellos aporta soluciones diferentes y mejores, incluso sucederles en el cargo.

Constantemente se producen también una serie de debates políticos que pueden llevar a los partidos más minoritarios a desaparecer del parlamento, o a algunos de los más votados a confluir y unirse en un pacto para asegurarse estar presentes en el gobierno. Entre todos los candidatos aportados por cada partido se escoge como presidente del parlamento a aquel que sea considerado el mejor político. En caso de que haya un único partido o confluencia, se escoge igualmente al mejor representante de dicha agrupación.

Este algoritmo tiene un funcionamiento sencillo pero a la vez es muy intuitivo de asociar con la sociedad, ya que se ubica en un entorno muy habitual y cotidiano. La política está presente en prácticamente cada acto de la vida diaria y la estructura de un parlamento es por todos conocida. En todo caso, los debates políticos que allí acontecen son accesibles para cualquier ciudadano y es común entender cómo funcionan y cómo se desenvuelven los partidos políticos para ganar escaños y hacerse con las elecciones.

A continuación se incluye un pseudocódigo del algoritmo para comprender de forma general cuál es el funcionamiento en cuanto a pasos a seguir y procedimientos.

#### **Algorithm 2** Parliamentary Optimization Algorithm

```
1: parlamento \leftarrow inicializarPartidos()
2: candidatos_{partido_i} \leftarrow mejoresMiembros(partido_i)
   while not criterioParada do
       for each partido do
4:
           miembro_i \leftarrow (candidatos_{partido} - miembro_i) \times bias
5:
           if peso(miembro_i) < peso(candidato_{j,partido}) then
6:
               candidato_{j,partido} \leftarrow miembro_i
7:
           poder_{partido} \leftarrow computarPoder(partido)
8:
       confluir los 2 mejores partidos con probabilidad p_m
9:
       eliminar el peor partido con probabilidad p_d
11: return min(peso(candidatos))
```

Se empezará a analizar este algoritmo relacionando los conceptos técnicos presentados en este pseudocódigo con la descripción en lenguaje natural realizada previamente.

En el caso de esta propuesta, la población inicial está compuesta de soluciones que se interpretan como individuos humanos. A lo largo de este algoritmo se asociará cada una de las soluciones con un político particular, y su evaluación en la función objetivo del problema determinará lo válido que es dicho político dentro del parlamento.

Con los primeros políticos generados, este algoritmo los agrupa por partidos, tantos como se haya indicado en los parámetros del mismo. Además, el algoritmo recibe como parámetro el número de candidatos que tiene cada partido, así que debe seleccionar de entre los mejores políticos tantos como candidatos haya, para asignarlos a los distintos grupos parlamentarios. Estos se repartirán equitativamente el resto de miembros del parlamento, para partir desde una situación de igualdad.

En este punto ya se ha generado la situación inicial del problema, y se procede a entrar en el bucle principal. En cada iteración primero se produce una competición interna dentro del propio partido, y después se da pie a una cooperación entre partidos que puede llegar a buen puerto o no.

La competición interna consiste en mover todos los políticos hacia sus candidatos, con un sesgo determinado que evite una congregación de todo el partido en un único punto.

# Bibliografía

- [1] Elsevier Scopus Database, August 2018. https://www.scopus.com.
- [2] Kumar M., Kulkarni A., and Satapathy S. Socio evolution & learning optimization algorithm: A socio-inspired optimization methodology. Future Generation Computer Systems, 81:252–272, April 2018.
- [3] E. Atashpaz-Gargari and C. Lucas. Imperialist Competitive Algorithm: An Algorithm for Optimization Inspired by Imperialistic Competition. In 2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation, CEC 2007, volume 7, pages 4661–4667, October 2007.
- [4] N. Moosavian and B. Kasaee Roodsari. Soccer League Competition Algorithm: A Novel Meta-heuristic Algorithm For Optimal Design of Water Distribution Networks. Swarm and Evolutionary Computation, 17, August 2014.
- [5] A. Borji and M. Hamidi. A new approach to global optimization motivated by parliamentary political competitions. *International journal of innovative computing, information & control: IJICIC*, 5, January 2008.
- [6] Y. Xu, Z. Cui, and J. Zeng. Social Emotional Optimization Algorithm for Nonlinear Constrained Optimization Problems, January 2010.
- [7] H. Shayeghi and J. Dadashpour. Anarchic Society Optimization Based PID Control of an Automatic Voltage Regulator (AVR) System. *Electrical and Electronic Engineering*, 2:199–207, August 2012.
- [8] A. Bozorgi, O. Bozorg-Haddad, and X. Chu. Anarchic Society Optimization (ASO) Algorithm, July 2018.
- [9] T. Ting Huan, A. Kulkarni, J. Kanesan, J. Chuah, and A. Abraham. Ideology algorithm: a socio-inspired optimization methodology. *Neural Computing and Applications*, June 2016.
- [10] ResearchGate Scientific Knowledge Database, August 2018. https://www.researchgate.net.

28 BIBLIOGRAFÍA

[11] Visual Studio Code - Open Source, repositorio de GitHub, August 2018. https://github.com/Microsoft/vscode.

- [12] TeXstudio, página oficial, August 2018. https://www.texstudio.org.
- [13] CITIC-UGR Sala de Servidores y Clústeres de Computadores, August 2018. http://citic.ugr.es/pages/informacion\_general/equipamiento/cluster.
- [14] Evolutionary Computation Bestiary, repositorio de GitHub, August 2018. https://github.com/fcampelo/EC-Bestiary.
- [15] M. Dorigo. Optimization, Learning and Natural Algorithms. PhD thesis, Politecnico di Milano, Italy, 1992.
- [16] M. Dorigo and G. Di Caro. Ant Algorithms for Discrete Optimization. *Artificial Life*, 5:137–172, 1999.
- [17] E. Sanchez, D. Mange, M. Sipper, M. Tomassini, A. Perez-Uribe, and A. Stauffer. Phylogeny, ontogeny, and epigenesis: Three sources of biological inspiration for softening hardware. In 1st International Conference on Evolvable Systems, ICES, 1996.
- [18] E. Sanchez, D. Mange, M. Sipper, M. Tomassini, A. Perez-Uribe, and A. Stauffer. A phylogenetic, ontogenetic, and epigenetic view of bioinspired hardware systems. *IEEE Xplore*, 1997.
- [19] Documentación de Python 3.6, August 2018. https://docs.python.org/3.6.
- [20] Documentación de NumPy, August 2018. http://www.numpy.org.
- [21] Documentación de Matplotlib, August 2018. https://matplotlib.org.
- [22] Repositorio del proyecto en GitHub, October 2017. https://github.com/JJSrra/Research-SocioinspiredAlgorithms.
- [23] Imperialist Competitive Algorithm (ICA), File Exchange, MATLAB Central, October 2017. https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/22046-imperialist-competitive-algorithm-ica.