aufgabe3

December 13, 2018

1 Aufgabe 24 - F-Praktikum

1.1 Teilaufgabe a)

```
In [1]: import numpy as np
        import matplotlib.pyplot as plt
        from scipy import optimize
        from uncertainties import correlated_values
        import uncertainties as unc
        import uncertainties.unumpy as unp
        from uncertainties import ufloat
```

```
In [2]: def sinCos(x, a_1, a_2):
            return a_1*np.cos(x)+a_2*np.sin(x)
```

```
In [3]: psi = np.linspace(0,330,12)
        psi = np.deg2rad(psi)
        asymmetrie = np.array([-0.032,0.010,0.057,0.068,0.076,0.080,0.031,0.005,-0.041,-0.090,-
        f1 = np.cos(psi)
        f2 = np.sin(psi)
        A = np.vstack((f1,f2)).T # 12x2-Matrix, da zwei f und 12 psi.
        print('Die Designmatrix ist:')
        print(A)
        sigma = 0.011
        W = np.diag(1/sigma**2*np.ones(len(psi))) # Mach eine Diagonale Matrix mit 1/sigma^2 a
```

```
Die Designmatrix ist:
[[ 1.00000000e+00  0.00000000e+00]
 [ 8.66025404e-01  5.00000000e-01]
 [ 5.00000000e-01  8.66025404e-01]
 [ 6.12323400e-17  1.00000000e+00]
 [-5.00000000e-01  8.66025404e-01]
 [-8.66025404e-01  5.00000000e-01]
 [-1.00000000e+00  1.22464680e-16]
 [-8.66025404e-01 -5.00000000e-01]
 [-5.00000000e-01 -8.66025404e-01]
 [-1.83697020e-16 -1.00000000e+00]
 [ 5.00000000e-01 -8.66025404e-01]
```

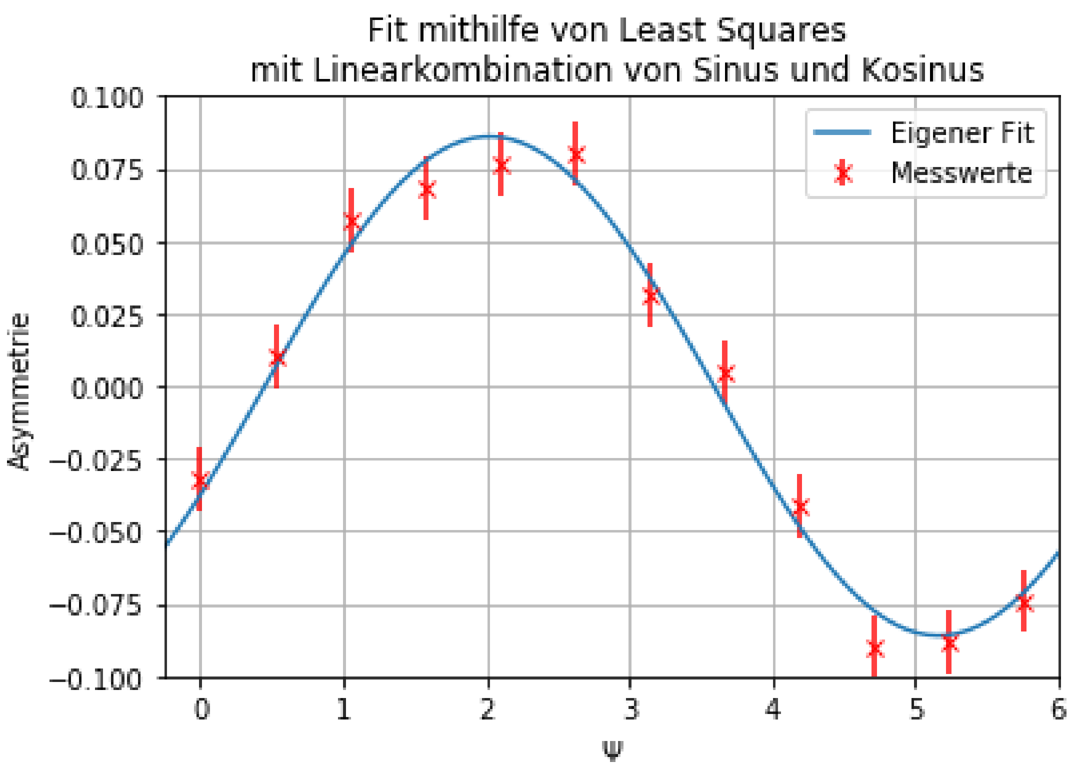
```
[ 8.66025404e-01 -5.00000000e-01]]
```

1.2 Teilaufgabe b)

```
In [4]: eigeneParams = np.dot(np.linalg.inv(A.T@W@A)@A.T@W, asymmetrie)
        print('Die selbst berechneten Schätzungen für die Parameter a_i sind:')
        print('a_1 =', eigeneParams[0], 'und a_2 =', eigeneParams[1])
```

```
Die selbst berechneten Schätzungen für die Parameter a_i sind:
a_1 = -0.03750629752731356 und a_2 = 0.07739977596525384
```

```
In [5]: psilin = np.linspace(-0.5,6.5,100)
        plt.errorbar(psi, asymmetrie, color='r',yerr = sigma, label='Messwerte', ls='none', ma
        plt.plot(psilin, sinCos(psilin,*eigeneParams), label='Eigener Fit')
        plt.legend()
        plt.grid()
        plt.axis((-0.25,6,-0.1,0.1))
        plt.ylabel('Asymmetrie')
        plt.xlabel(r'$\Psi$')
        plt.title('Fit mithilfe von Least Squares \n mit Linearkombination von Sinus und Kosinu
        plt.show()
        plt.clf()
```



```
<Figure size 432x288 with 0 Axes>
```

1.3 Teilaufgabe c)

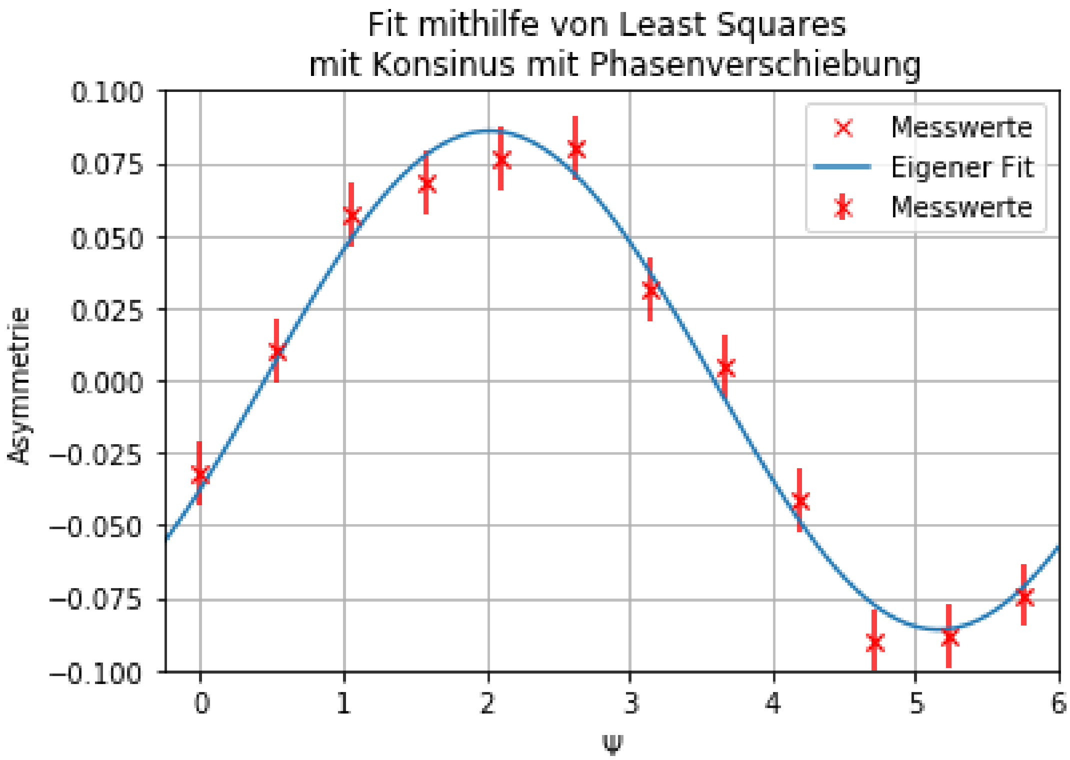
```
In [6]: V = np.linalg.inv(A.T@W@A)
        sigma_a1 = np.sqrt(V[0,0]) # 1,1 Element von V ist Varianz von x_1
        sigma_a2 = np.sqrt(V[1,1])
        eigena_1 = ufloat(eigeneParams[0], sigma_a1)
        eigena_2 = ufloat(eigeneParams[1], sigma_a2)
        cov = V[0,1]
        rho = cov/(sigma_a1*sigma_a2)
        print('Die selbst berechneten Werte sind:')
        print('Kovarianzmatrix:')
        print(V)
        print('sigma_{a_1} =', sigma_a1, ',sigma_{a_2} =', sigma_a2)
        print('Korrelationskoeffizient:', rho)

        #Kontrolle
        scipyParams, covariance_matrix = optimize.curve_fit(sinCos, psi, asymmetrie, sigma=sigm
        scipya_1, scippya_2 = correlated_values(scipyParams, covariance_matrix)
        print('Zur Kontrolle sind die von Scipy berechneten Parameter:')
        print('a_1 mit Fehler:', scipya_1, 'a_2 mit Fehler:', scippya_2)
```

```
Die selbst berechneten Werte sind:
Kovarianzmatrix:
[[ 2.01666667e-05 -1.10965933e-21]
 [-1.10965933e-21  2.01666667e-05]]
sigma_{a_1} = 0.004490731195102493 ,sigma_{a_2} = 0.004490731195102493
Korrelationskoeffizient: -5.502442945726215e-17
Zur Kontrolle sind die von Scipy berechneten Parameter:
a_1 mit Fehler: -0.038+/-0.004 a_2 mit Fehler: 0.077+/-0.004
```

1.4 Teilaufgabe d)

```
In [7]: A_0 = np.sqrt(eigeneParams[0]**2+eigeneParams[1]**2)
        delta = np.arctan2(eigeneParams[1],eigeneParams[0]) # Eingebaute Fallunterscheidung fü
```

```
In [8]: plt.errorbar(psi, asymmetrie, color='r',yerr = sigma, label='Messwerte', ls='none', ma
        plt.plot(psi, asymmetrie, 'rx', label='Messwerte')
        plt.plot(psilin, A_0*np.cos(psilin-delta), label='Eigener Fit')
        plt.legend()
        plt.title('Fit mithilfe von Least Squares \n mit Konsinus mit Phasenverschiebung')
        plt.grid()
        plt.axis((-0.25,6,-0.1,0.1))
        plt.ylabel('Asymmetrie')
        plt.xlabel(r'$\Psi$')
        plt.show()
```



Die Fehler von A_0 und δ lassen sich mit Hilfe einer Matrixmultiplikation berechnen. Die Kovarianzmatrix von a_1 und a_2 wird mit der Jacobi-Matrix J transformiert.

$$V[\vec{y}] = JV[\vec{x}]J^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

A_0 und δ lassen sich folgendermaSSen aus a_1 und a_2 berechnen.

$$A_0 = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \tag{2}$$

$$\delta = \arctan\left(\frac{a_2}{a_1}\right) \tag{3}$$

In [9]:
```
# Ableitungen in der Jacobi-Matrix
dAda1 = eigeneParams[0]/np.sqrt(eigeneParams[0]**2+eigeneParams[1]**2)
dAda2 = eigeneParams[1]/np.sqrt(eigeneParams[0]**2+eigeneParams[1]**2)
dDelda1 = -eigeneParams[1]/(eigeneParams[0]**2+eigeneParams[1]**2)
dDelda2 = eigeneParams[0]/(eigeneParams[0]**2+eigeneParams[1]**2)

# Jacobi-Matrix
J = np.array(((dAda1,dAda2),(dDelda1,dDelda2)))

# neue Kovarianzmatrix
V_new = np.matrix(J@V@J.T)
```

```python
    sigma_A0 = np.sqrt(V_new[0,0])
    sigma_delta = np.sqrt(V_new[1,1])
    eigenA0 = ufloat(A_0, sigma_A0)
    eigendelta = ufloat(delta, sigma_delta)
    cov_new = V_new[0,1]
    rho_new = cov_new/(sigma_A0*sigma_delta)
    print('Kovarianzmatrix:')
    print(V_new)
    print()
    print('A_0 =', eigenA0, 'delta =', eigendelta)
    print()
    print('Korrelationskoeffizient:', rho_new)
```

```
Kovarianzmatrix:
[[2.01666667e-05 1.35525272e-20]
 [1.35525272e-20 2.72616550e-03]]

A_0 = 0.086+/-0.004 delta = 2.02+/-0.05

Korrelationskoeffizient: 5.77999040081017e-17
```