aufgabe1

December 20, 2018

1 Aufgabe 25 - Regularisierte kleinste Quadrate

```
In [1]: import csv
        import numpy as np
        import matplotlib.pyplot as plt
        from scipy.sparse import diags # to easily make a tridiagonal matrix
        from scipy.stats import sem # standard error of mean

        def readFromCsvFora(filename):
            '''This function reads data from a csv-file, assuming the first row are identifier
            x = []
            y = []
            with open(filename, 'rt') as f:
                reader = csv.reader(f)
                for row in reader:
                    x.append(row[0])
                    y.append(row[1])
                f.close()
            x = x[1:] # Wir wollen die oberste Zeile nicht, das sind nur Überschriften
            y = y[1:]
            # Aus x und y ordentliche numpy arrays machen
            x = np.asarray(x)
            y = np.asarray(y)
            # Die Strings in floats umwandeln
            x = x.astype(np.float)
            y = y.astype(np.float)
            return x, y


        def readFromCsvForb(filename):
            '''This function reads data from a csv-file, assuming the first row are identifier
            Mean values of y are taken, a sigma (standard deviation of mean value) array is gi
            x = []
            y = []
            with open('aufg_c.csv', 'rt') as f:
                reader = csv.reader(f)
                for row in reader:
```

```
                x.append(row[0])
                y.append(row[1:51])
        x = x[1:] # Erste Zeile brauchen wir nicht
        y = np.delete(y,(0), axis=0) # Bitte die erste Zeile löschen
        # Aus x und y ordentliche numpy arrays machen
        x = np.asarray(x)
        y = np.asarray(y)
        # Die Strings in floats umwandeln
        x = x.astype(np.float)
        y = y.astype(np.float)
        sigma = np.zeros(len(x))
        newy = np.zeros(len(x))
        for i in range(0,y.shape[0]):
            newy[i] = np.mean(y[i])
            sigma[i] = sem(y[i])
        return x, newy, sigma

    def getMatrixA(x):
        f1 = np.ones(len(x))
        f2 = f1*x
        f3 = f2*x
        f4 = f3*x
        f5 = f4*x
        f6 = f5*x
        f7 = f6*x
        return np.vstack((f1,f2,f3,f4,f5,f6,f7)).T


    def polynomial(x, a1, a2, a3, a4, a5, a6, a7):
        return a1+a2*x+a3*x**2+a4*x**3+a5*x**4+a6*x**5+a7*x**6
```

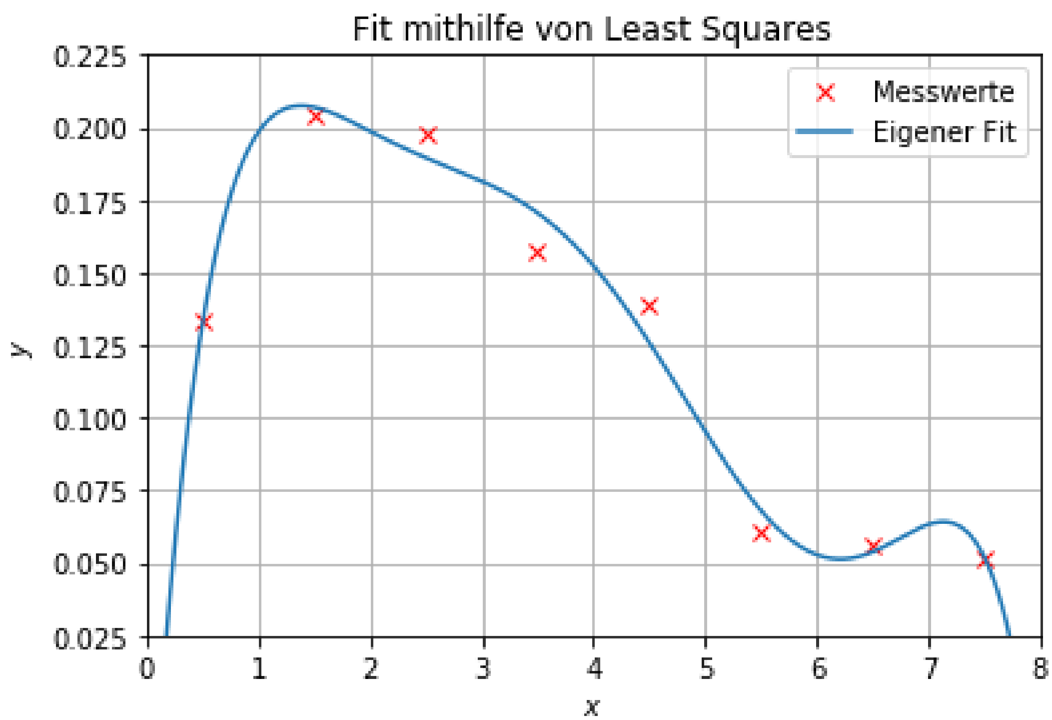
1.1 Teilaufgabe a)

```
In [2]: x, y = readFromCsvFora(filename = 'aufg_a.csv')
        size = len(x) # amount of data points
        A = getMatrixA(x)
        a = np.dot(np.linalg.inv(A.T@A)@A.T, y)

        print('Die resultierenden Koeffizienten sind (von a1 bis a7, Konvention siehe die Funk
        print(a)
        xlin = np.linspace(0,8,1000)
        plt.plot(x, y, 'rx', label='Messwerte')
        plt.plot(xlin, polynomial(xlin, *a), label='Eigener Fit')
        plt.legend()
        plt.grid()
        plt.axis((0,8,0.025,0.225))
        plt.xlabel(r'$x$')
        plt.ylabel(r'$y$')
```

```
    plt.title('Fit mithilfe von Least Squares')
    plt.show()
    plt.clf()
```

```
Die resultierenden Koeffizienten sind (von a1 bis a7, Konvention siehe die Funktionsdefinition
[ -6.74453228e-02   6.09609032e-01  -5.13748208e-01   2.10566519e-01
  -4.52007747e-02   4.78568044e-03  -1.96288194e-04]
```



1.2 Teilaufgabe b)

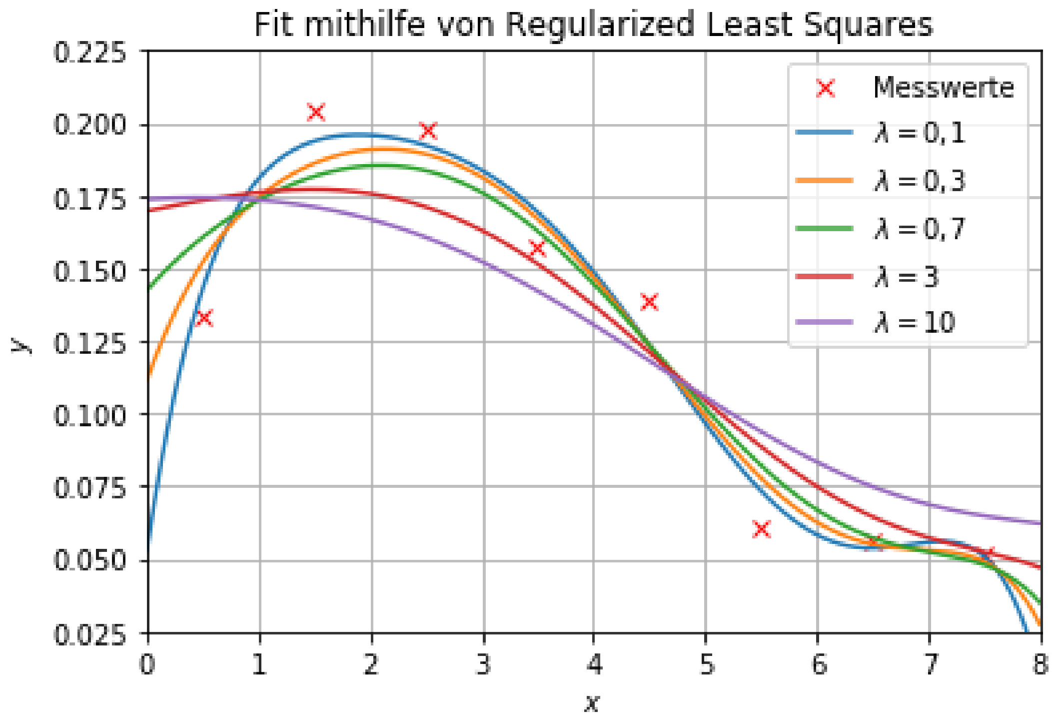
```
In [3]: lambdaArray = np.array([0.1, 0.3, 0.7, 3, 10])
        C = -2*np.ones(size)
        C[0] = C[size-1] = -1
        diagonals = [C, np.ones(size-1), np.ones(size-1)]
        C = diags(diagonals, [0, 1, -1]).toarray()

        Temp = C@A
        a = []
        for lam in lambdaArray:
            a.append(np.dot(np.linalg.inv(A.T@A+lam*Temp.T@Temp)@A.T, y))
        a = np.asarray(a)
        # Jetzt stehen in der ersten Zeile von a die Koeffizienten mit Regularisierung 0.1,
        # in der zweiten Zeile mit Regularisierung 0.3 usw.
```

```python
print('Die resultierenden Koeffizienten sind (von a1 bis a7, Konvention siehe oben im C
print('wobei jede Zeile aufsteigend zu einem Lambda gehört')
print(a)

plt.plot(x, y, 'rx', label='Messwerte')
plt.plot(xlin, polynomial(xlin, *a[0]), label=r'$\lambda=0{,}1$')
plt.plot(xlin, polynomial(xlin, *a[1]), label=r'$\lambda=0{,}3$')
plt.plot(xlin, polynomial(xlin, *a[2]), label=r'$\lambda=0{,}7$')
plt.plot(xlin, polynomial(xlin, *a[3]), label=r'$\lambda=3$')
plt.plot(xlin, polynomial(xlin, *a[4]), label=r'$\lambda=10$')
plt.legend()
plt.grid()
plt.axis((0,8,0.025,0.225))
plt.xlabel(r'$x$')
plt.ylabel(r'$y$')
plt.title('Fit mithilfe von Regularized Least Squares')
plt.show()
plt.clf()
```

```
Die resultierenden Koeffizienten sind (von a1 bis a7, Konvention siehe oben im Code),
wobei jede Zeile aufsteigend zu einem Lambda gehört
[[ 5.27965878e-02   2.59531150e-01  -1.93231286e-01   7.69667250e-02
  -1.71628070e-02   1.90376484e-03  -8.10349701e-05]
 [ 1.11464647e-01   1.07755243e-01  -6.42970519e-02   2.49315777e-02
  -6.33557738e-03   7.89265587e-04  -3.62702784e-05]
 [ 1.42378398e-01   4.36794607e-02  -1.71856911e-02   6.46195658e-03
  -2.35843750e-03   3.58573783e-04  -1.81387872e-05]
 [ 1.69656309e-01   7.96727954e-03  -1.06348501e-03  -1.07152880e-04
  -4.91755883e-04   1.07573168e-04  -6.00485672e-06]
 [ 1.73753418e-01   2.10097391e-03  -2.09778443e-03  -1.88380412e-04
  -1.43934178e-04   3.94085783e-05  -2.28679067e-06]]
```

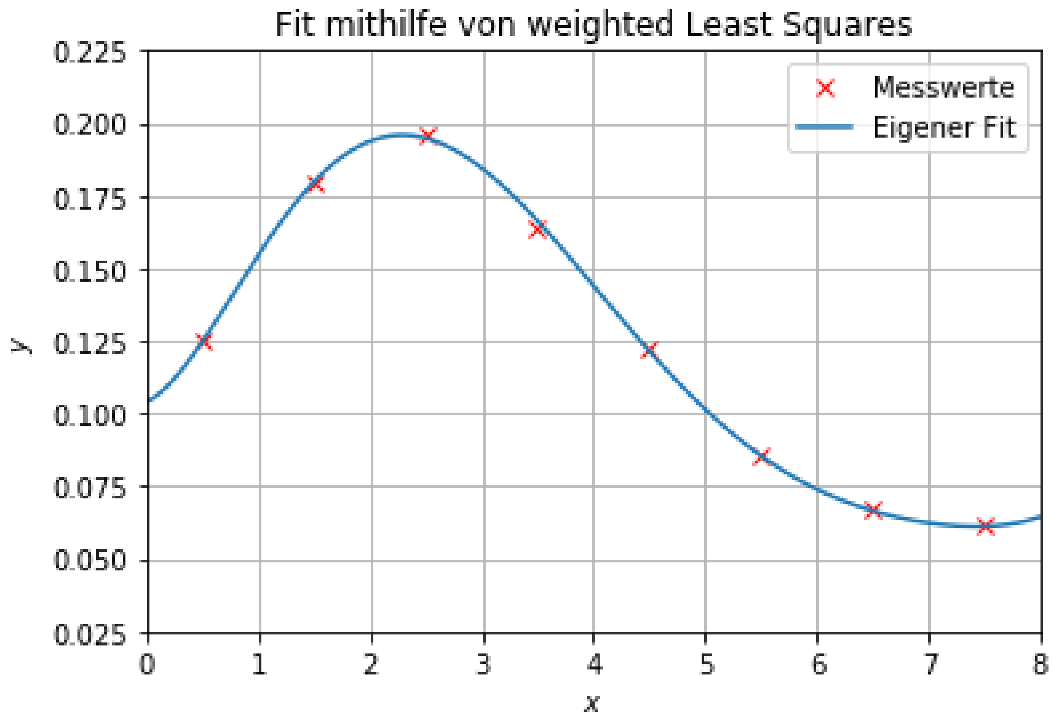


1.3 Teilaufgabe c)

```
In [4]: x, y, sigma = readFromCsvForb(filename = 'aufg_c.csv')
        W = np.diag(1/sigma**2*np.ones(size)) # Mach eine Diagonale Matrix mit 1/sigma^2 auf d
        a = np.dot(np.linalg.inv(A.T@W@A)@A.T@W, y)
        print('Die resultierenden Koeffizienten sind (von a1 bis a7, Konvention siehe die Funkt
        print(a)

        plt.plot(x, y, 'rx', label='Messwerte')
        plt.plot(xlin, polynomial(xlin, *a), label='Eigener Fit')
        plt.legend()
        plt.grid()
        plt.axis((0,8,0.025,0.225))
        plt.xlabel(r'$x$')
        plt.ylabel(r'$y$')
        plt.title('Fit mithilfe von weighted Least Squares')
        plt.show()
        plt.clf()
```

```
Die resultierenden Koeffizienten sind (von a1 bis a7, Konvention siehe die Funktionsdefinition
[  1.03975562e-01   1.92955244e-02   6.17000878e-02  -3.75650751e-02
   7.91884456e-03  -7.34894316e-04   2.56958584e-05]
```


Fit mithilfe von weighted Least Squares
Messwerte
Eigener Fit
0.225
0.200
0.175
0.150
0.125
0.100
0.075
0.050
0.025
y
0
1
2
3
4
5
6
7
8
x