

Андреев Артём Русланович

Группа: М32001

Практическая работа №5

О сравнении качества оценок

Задание:

Для трех распределений $X \sim N(a, \sigma)$, $X \sim U\left(a - \frac{\delta}{2}, a + \frac{\delta}{2}\right)$ и распределения Лапласа или двойного показательного – “ $L(a, u) = a + \text{Exp}_\lambda - \text{Exp}_\lambda, \lambda = \frac{1}{u}$ ” (суммируемые показательные распределения независимы). Сравнить следующие оценки параметра a – математического ожидания и медианы всех распределений, \bar{X}_n – выборочного среднего, med_n – выборочной медианы и $\frac{x_{(1)} + x_{(n)}}{2}$ – полусуммы минимума и максимума вариационного ряда. Все оценки не смещены. Сравнить оценки нужно с точки зрения квадратичного риска (т. е. для несмещенных оценок одномерного параметра – дисперсии оценки). При $n=100$ – объем выборки, $m=100$ – количество выборок, построить 100 оценок каждого вида и сравнить их выборочные среднеквадратичные отклонения, повторить при $n=10000$, $m=100$. Сравнить с теоретическими среднеквадратичными отклонениями. Результат – 6 таблиц и вывод о том какая из оценок с точки зрения квадратичного риска является наилучшей.

Нормальное распределение $N(2, 3)$

$n = 100 / m = 100$	\bar{X}_n	med_x	$(x_{(1)} + x_{(n)})/2$
σ -теоретическое	0.300000	0.375994	0.884155
σ -практическое	0.278473	0.339923	1.028827

$n = 10000 / m = 100$	\bar{X}_n	med_x	$(x_{(1)} + x_{(n)})/2$
σ -теоретическое	0.030000	0.037599	0.625192
σ -практическое	0.027601	0.037325	0.659871

Равномерное распределение $U(0.5, 5.5)$

$n = 100 / m = 100$	\bar{X}_n	med_x	$(x_{(1)} + x_{(n)})/2$
σ -теоретическое	0.144338	0.250000	0.035355
σ -практическое	0.157231	0.266318	0.034713

$n = 10000 / m = 100$	\bar{X}_n	med_x	$(x_{(1)} + x_{(n)})/2$
σ -теоретическое	0.014434	0.025000	0.000354
σ -практическое	0.013950	0.023161	0.000408

Распределение Лапласа $L(3, 4)$

$n = 100 / m = 100$	\bar{X}_n	med_x	$(x_{(1)} + x_{(n)})/2$
σ -теоретическое	0.565685	0.400000	3.794733
σ -практическое	0.586015	0.430053	3.386203

$n = 10000 / m = 100$	\bar{X}_n	med_x	$(x_{(1)} + x_{(n)})/2$
σ -теоретическое	0.056569	0.040000	3.794733
σ -практическое	0.054143	0.037247	3.797869

Вывод:

Теоретические оценки оказались близки к практическим. При увеличении выборки в 100 раз все оценки для всех распределений уменьшаются, кроме оценки полусуммы минимума и максимума вариационного ряда распределения Лапласа.

Наилучшие оценки:

- Для нормального распределения – оценка выборочного среднего
- Для равномерного распределения – оценка полусуммы минимума и максимума вариационного ряда
- Для распределения Лапласа – оценка выборочной медианы