Андреев Артём Русланович
Группа: M32001
Практическая работа №1

Метод Монте-Карло

Оценка интегралов

Задание:

Построить оценку интегралов (представить интеграл как математическое ожидание функции, зависящей от случайной величины с известной плотностью) и для выбранной надежности указать асимптотическую точность оценивания и построить асимптотический доверительный интервал для истинного значения интеграла.

Вариант №1:

$$\text{a)}\ \int_{-\infty}^{\infty} \sin(x)\exp(-(x+1)^2)\,dx, \qquad \text{b)}\ \int_1^8 \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}}.$$

Выбранная надёжность $\gamma = 0.95$

Первый интеграл:

Имеет нормальное распределение. Исходя из вида интеграла, можно найти параметры параметры:

a = -1

σ = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$X \sim N\left(-1; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Результаты:

Объём выборки	**Значение**	**Доверительный интервал**	**Длина доверительного интервала**
$n = 10^4$	-1.1654	[-1.1788, -1.1521]	0.0267
$n = 10^6$	-1.1618	[-1.1631, -1.1605]	0.0026

I(real) = -1.1616

Второй интеграл:

Имеет равномерное распределение:

$X \sim U(1, 8)$

Результаты:

Объём выборки	**Значение**	**Доверительный интервал**	**Длина доверительного интервала**
$n = 10^4$	1.1782	[1.1573, 1.1991]	0.0418
$n = 10^6$	1.1886	[1.1865, 1.1907]	0.0042

I(real) = 1.1878

Выводы:

1) Доверительный интервал большего объёма выборки лежит в доверительном интервале меньшей выборки.

2) При увеличении объёма выборки в 100 раз, точность полученного значения (длина доверительного интервала) уменьшилась в ≈ 10 раз, из чего следует, что скорость сходимость доверительного интервала пропорциональна$\sqrt{n}$.

3) Полученные значения методом Монте-Карло близки к реальному.