

6

CHAPTER

牛頓定律

然後由這些力，藉由數學形式的命題，我推導出行星、慧星、月球和海洋的運動。我希望人們能根據力學原理同樣的理則推導出其他的自然界現象，因為我被許多因素誘導而推測它們可能全部繫賴於某些力，或至今仍不明的原因，許多物體內粒子間的相互作用而凝聚成規則狀，或相互排斥而分開。這些力尚未明白，哲學家至今仍在嘗試探索自然，但徒勞無功；我期望這裡所陳述的原理能提供啟思這些問題或確實的哲學方法。

—— 牛頓，《原理》（1687）

6.1 混亂的結束

1543 年哥白尼發表了其著作並動搖了亞里斯多德世界的基礎。亞里斯多德世界變成廢墟，將近一個世紀期間，沒有新學說興起替代它。伽利略和克卜勒雖作出偉大的發現，但缺乏中心原理可以將世界組織起來。亞里斯多德觀點統一起來之和諧性被噪雜混亂所替代。

伽利略未關注到導致運動的原因，而僅是運動的描述。他建構的力學分支稱做運動學（kinematics），那是對運動有關的數學描述，但未涉及起因。伽利略的論據核心是慣性定律，已在第 4 章中討論過。用這個原理，伽利略能平息亞里斯多德派反對地動說的論述，但是在他著作最後所承諾，將重新建構新的力學卻未曾實現。

慣性定律創造了 17 世紀學者思維的混亂，因為它推翻了必須有力的作用才能使物體持續運動之已存在幾百年的教條。由於未能充分掌握新力學的概念，這些學者無法準確地定義所慣用的科學術語。由於「力」這個名詞被以不同型式而使用，其混亂程度甚至加劇。原來力被認為是導致運動的主要原因，但是有些學者則認為力是運動的結果。例如，離心力（centrifugal force）就被發想係由於旋轉物體的運動傾向飛離中心。重量傳統上則被視為物體的本質；就因為物的重量，而導致其下落。當時也有些物理學家則認為是物體渦旋運動的結果。

在 1642 年，伽利略已年近 80 歲，他因目盲且被囚禁而鬱鬱去逝。而在同一年，牛頓出生了。牛頓的學術工作將哥白尼革命帶到最高峰。他的任務是在 17 世紀混沌的物理學術語、觀念及誤解中建立起秩序。

牛頓不是那種會分心旁騖工作的人；當他開始思考某件事，他會專注持續地思考，以至於忽視飲食、睡眠及周遭。在 1684 年秋季到 1686 年春季這段時期，除了專注於《原理》的著述外，其他生活實際上是一片空白的。他開始採納了慣性原理並開展力的核心概念後，他的**動力學**（dynamics）便很快地建構築成。其實，廿年前他已經掌握了運動第二定律的本質，當他竭力建立第一定律，即慣性定律時也未曾改變過該想法。他體會到，施力會改變物體的運動，且其改變量正比於施力。基於這種理解，他完成了動力學——有關運動原因的理論，涵蓋完善了伽利略的運動學。很少有歷史時期，比起 1684-1685 年的秋冬季那六個月，對科學造成如此劇烈的影響；在那段時間裡，牛頓創立了動力學的近代科學知識。

6.2 牛頓運動定律

於 1687 年，當時牛頓 44 歲，出版了《原理》這本書。書中詳述了牛頓對物體運動的所有研究成果。《原理》這本書寫著圖形和幾何證明，風格反映了作者的冷靜與嚴謹。雖然不可否認牛頓運用他發明的微積分推演而得到結果，在《原理》這本書中他也呈現運用了 17 世紀的物理學語言——幾何證明。《原理》這本書，在牛頓任職之以學術稱譽的劍橋大學被當作教科書，直到 20 世紀。

為了釐清術語的混亂，牛頓一開始就詳述他對慣性、質量（mass）及力（force）等術語的定義。牛頓使用這些術語論述運動的公理（axioms of motion），他以公理提出而無需證明。這些公理為導出所有各類型運動的物理本質的基礎。

牛頓繼承了伽利略和笛卡兒的基礎概念，即等速率直線運動是任何物體的自然物理特性，且無需再作解釋；這就是**牛頓第一定律**（Newton's first law），即慣性定律。依照牛頓所陳述：

第一定律：每個物體持續其靜止或等速直線運動狀態，
除非對物體施以作用力而迫使改變原狀態。

例 1：如果沒有外力作用於行星，它的路徑將是如何？

解：第一定律告訴我們，當沒有外力的作用之下，物體將繼續作直線運動。因此，如果沒有外力作用於行星，則將作直線運動，而不是以近似圓形軌道圍繞太陽。

牛頓的想法如同伽利略，也意識到物體的慣性與其質量有某些關聯。他定義質量為與物體的密度和尺寸有關的物質質量（quantity of matter）。物體的質量越大，就越難阻止它以等速度運動，由此想法而得出**牛頓第二定律**（Newton's second law）。在《原理》這本書中謹慎地陳述著：

第二定律：運動的變化（the change of motion）正比於所施加的力，且其變化沿著所施加之外力的直線方向。

牛頓此處所謂的運動指的不僅含涉物體的速度而且還有質量，這個物理量也就是我們現在所稱的動量（momentum），即質量 m 和速度 v 的乘積。第二定律以數學方程式表示為：

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(\mathbf{mv}) \quad (6.1)$$

d/dt 是表示「……的瞬時變化率」的數學符號。當我們要理解牛頓第二定律方程式時，可想像一個英文句子，其中 \mathbf{F} 是主詞，而「 $=$ 」是動詞。該數學語句表述：力等於物體動量的變化率。

如果把第二定律應用到質量 m 是常數的物體上去，則根據微分的法則，得到 $d(\mathbf{mv})/dt = m d\mathbf{v}/dt$ 。我們知道速度的瞬時變化率是加速度，即 $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt$ 。所以對於質量不改變的物體（或物質集合體），牛頓第二定律告訴我們加速度是由作用力而引起的，通常寫成

$$\text{第二定律：} \mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (6.2)$$

這數學式在《原理》發表 65 年之後，才由瑞士數學家歐拉首度提出。它可能是所有物理學中最有用的方程式。

要了解牛頓第二定律，首先需理解「力」的概念（concept of force）。在日常語言中，力與推或拉有關聯。當你推動某物時，你能感覺到自己在施加力。一旦你獲有那種感覺，再環顧周遭，會發現某物體施力在其他物體上的例子不盡其數。推力、拉力、重力、繩子張力和摩擦力的力全都為牛頓第二定律的實例。但是當我們試圖敘述力對物體運動的改變時，這些力必須來自運動物體的外部；換句話說，只有作用在物體的外力，才能改變其運動。

作用在物體上的力不必僅有一個力，可以是作用在物體上所有外力的向量和。儘管那時候還未曾發明向量，牛頓已了解到力具有大小和方向。每當我們寫 $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ 時， \mathbf{F} 恆代表作用在物體上的外力向量和。物體的加速度是作用在物體上總合力的結果。有些物理學者使用 \mathbf{F}_{net} ，以提醒方程式中的是淨力（net force）或總力（total force）。或有其他學者寫 $\sum \mathbf{F}$ 以表示向量和；符號 \sum 是希臘字母 Σ ，意即求和。

第二定律為包含三個笛卡兒坐標系統分量（Cartesian components）的簡化向量型式，即：

$$\sum F_x = ma_x \quad (6.3a)$$

$$\sum F_y = ma_y \quad (6.3b)$$

$$\sum F_z = ma_z \quad (6.3c)$$

正是這樣的形式對實際問題之解決更為實用。一旦作用在物體外力的各分量已獲知，就可由上述方程式來確定加速度的分量，並推導出物體的運動。

例 2：勞斯萊斯（Rolls Royce）的銀影（Silver Shadow）轎車，和福斯（Volkswagen）的快兔（Rabbit）轎車，以相同的加速率沿水平道路行駛，比較兩車欲停止所需的施力。

解：如果兩輛車的加速度相同，根據牛頓第二定律關係式

$F_{RR} = m_{RR}a$ 和 $F_{VW} = m_{VW}a$ ，（下標為車款字首簡寫），則有

$$\frac{F_{RR}}{F_{VW}} = \frac{m_{RR}}{m_{VW}}$$

即施力比等於質量比；勞斯萊斯轎車不只昂貴，且比福斯轎車具有較大質量。若要從相同速度而達到停止時，則質量較大的車需要較大的施力。

牛頓需要再加一則定律以表達當數個物體相互作用時的情況。牛頓第三定律（Newton's third law）是：

第三定律：每個作用總有方向相反且大小相等的反應作用；或者說，兩個物體彼此互相作用，其作用恆大小相等且方向反向。

當你推動任何東西，如一扇門或一支鉛筆時，它會有大小相等但方向相反的力反過來施作於你。換句話說，你不可能去觸碰而不被觸碰。這是第三定律的精華——相互作用定律（law of interaction）。如圖 6.1 所示，如果物體 1（人）施加力 F_{12} 於物體 2（犬）上，則物體 2 也會施力 F_{21} 於物體 1 上，則可得到 $F_{12} = -F_{21}$ 。

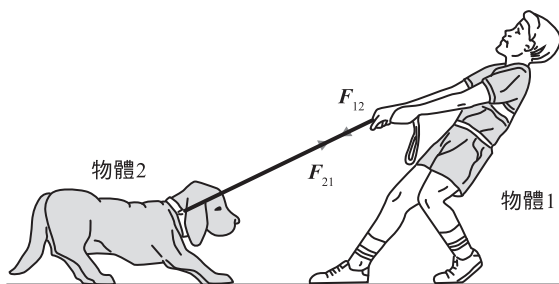


圖 6.1

說明牛頓第三定律——相互作用定律。

在牛頓第三定律中，有時難以分離作用與反作用（action-reaction）的成對兩力。特別提示應牢記，兩相互作用力總是各作用在不同的物體，而不會作用在同一物體。如果你知道一個力，就可以把敘述反過來說而找到反作用力，例如你拉繩子，反之為繩子拉你。體會第三定律，就像第二定律一樣，透過應用範例可以得到最佳理解。

例 3：對於下列各例，分辨其作用與反作用的兩力：

- (a) 孩童牽拉繫狗的皮帶 (b) 鳥兒拍打翅膀 (c) 雨點滴落到屋頂

解：以表格區分作用力和反作用力：

作用力	反作用力
(a) 孩童牽拉皮帶	(a) 皮帶牽拉孩童
(b) 翅膀向下壓空氣	(b) 空氣向上推翅膀
(c) 雨點向下落擊屋頂	(c) 屋頂向上承重雨點

如果想要了解孩童、鳥兒或雨點的運動，我們就要應用在上面第二列中所列出的施加在這些物體上的力，那些是進入第二定律的外力。

問 題

- 假如宇宙飛船沿軌道運行，飛船中所有物體都處失重狀態。有兩個鐵罐，一個充滿鉛，而另一個是空的。你如何不看內部而能斷定哪個鐵罐是空的？
- 救險吊車的鋼索末端負載有巨大重量之物，這麼做的物理原理依據是什麼？
- 駕車沒有繫安全帶，人會在快速停車時衝擊擋風玻璃，為什麼？如果車中沒有頭靠，當你受到車後面來的碰撞，你的頭部會有受傷的危險嗎？
- 持續施以固定的力在物體上，物體會得到何種運動？
- 一輛火車包含引擎車廂和三節座廂，當火車以恆定的加速度沿鐵軌行駛，哪兩節車廂間掛鉤的張力最大和最小？為什麼？
- 當父母以手掌攔打孩子時，經常說：「我也和你一樣痛……」，這種說法有何物理依據嗎？
- 當你在快車道上開車時，一隻昆蟲飛濺到擋風玻璃上，何者受力較大？是昆蟲還是擋風玻璃？
- 討論下列成對的作用力，彼此是否為作用力與反作用力：
 - 站在磅秤上的運動員向下壓秤；磅秤向上推運動員。
 - 地球吸引石塊；石塊吸引地球。
 - 車子的輪胎推道路；地球向下拉輪胎。
 - 椅子向下壓地板；重力向下拉椅子。
- 農夫催促亞里斯多德的馬去拉他的貨車，但馬拒絕。在抗辯中，馬引用牛頓第三定律並聲稱：「如果我拉貨車，貨車就用反向的等力拖拉我。我永遠無法施