

Problemas de ecuaciones en diferencias

1.1 (primer parcial 15/16)

A. (3 puntos) Anotar en el siguiente recuadro la solución de la ecuación en diferencias

$$4x^{n+2} + 4x^{n+1} + x^n = 2^{n+3},$$

que cumple $x^0 = x^1 = 0$.

1.2 (primer parcial 16/17)

A. (3 puntos) Anotar en el siguiente recuadro la solución de la ecuación en diferencias

$$x^{n+2} - x^n = 2^{n+1},$$

que cumple $x^0 = x^1 = 1$.

1.3 (primer parcial 17/18)

A. (3 puntos) Anotar en el siguiente recuadro la solución general del sistema de ecuaciones en diferencias

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}^n.$$

1.4 (primer parcial 18/19)

A. (3 puntos) Anotar en el siguiente recuadro la solución general del sistema de ecuaciones en diferencias

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}^n.$$

1.5 (primer parcial 19/20)

A. (3 puntos) Anotar en el siguiente recuadro la solución general del sistema de ecuaciones en diferencias

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}^n.$$

1.6 (final ordinario 13/14)

Considérese el sistema de ecuaciones en diferencias:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}^n + 2^n \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix},$$

del que se sabe que admite una solución particular del tipo $2^n \mathbf{V}$, con $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^2$ vector constante. Entonces:

C. El valor de dicho vector es:

(9) $\mathbf{V} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 2 \end{Bmatrix}$

(10) $\mathbf{V} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \end{Bmatrix}$

(11) $\mathbf{V} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \end{Bmatrix}$

(12) Ninguno de los anteriores

D. La segunda componente de la solución correspondiente a la condición inicial

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}^0 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \text{ es:}$$

(13) $y^n = \frac{2}{3}4^n - 2^n + \frac{1}{3}$

(14) $y^n = \frac{2}{3}(4^n - 1)$

(15) $y^n = 2^n - 1$

(16) $y^n = \frac{1}{3}(4^n - 2^n)$

1.7 (final extraordinario 15/16)

A. (3 puntos) Anotar en el siguiente recuadro la solución de la ecuación en diferencias

$$x^{n+2} + 2x^{n+1} + x^n = 4,$$

que cumple $x^0 = x^1 = 0$.

x^n
4

1.8 (final ordinario 15/16)

A. (3 puntos) Anotar en el siguiente recuadro la solución de la ecuación en diferencias

$$x^{n+2} + 4x^{n+1} + 3x^n = 3^{n+1},$$

que cumple $x^0 = x^1 = 0$.

1.9 (final extraordinario 16/17)

A. (3 puntos) Anotar en el siguiente recuadro la solución general de la ecuación en diferencias

$$4x^{n+2} - 4x^{n+1} - 3x^n = 3.$$

1.10 (final ordinario 16/17)

A. (3 puntos) Anotar en el siguiente recuadro la solución de la ecuación en diferencias

$$x^{n+2} + 4x^{n+1} + 4x^n = (-1)^n,$$

que cumple $x^0 = 0, x^1 = 1$.

1.11 (problema extra)

Encontrar la solución de:

$$\begin{cases} y^{n+1} - (n+1)y^n = 2^n(n+1)! \\ y^0 = y_0 \end{cases}$$

1.12 (problema extra)

Encontrar la solución de:

$$\begin{cases} y^{n+1} + 2y^n + 2y^{n-1} = 0 \\ y^0 = y_0 \\ y^1 = y_1 \end{cases}$$

1.13 (primer parcial 21/22)

Ejercicio A

Solución general de la ecuación en diferencias

$$y^{n+1} - y^n - y^{n-1} + y^{n-2} = a, \quad n \geq 0, \quad a > 0$$

Ecuación en diferencias lineal de coeficientes constantes. Solución: $y^n = y_h^n + y_p^n$