Problemas de Variable Compleja

Plano complejo

2.1.1 (primer parcial 14/15)

A. Considérese la ecuación $\cosh(z) = \mathrm{i}$, donde $z \in \mathbb{C}$. De los afijos de las soluciones de la ecuación anterior se puede afirmar que:

1 Ninguno de ellos tiene parte real negativa
2 Estón contenidos en dos rectas paralelas al eje imaginario.
3 Estón contenidos en dos rectas paralelas al eje real.
4 No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Singularidades y residuos

2.2.1 (primer parcial 14/15)

B. Sea f la función definida como

$$f(z) = \frac{\sin z}{z^2\,(z-\pi)^2}, \quad \forall z \in \mathbb{C} - \{0, \pi\}.$$

Su residuo en $z = \pi$ vale

(5) $\frac{1}{\pi^2}$. (6) $-\frac{1}{\pi^2}$.

(7) $-\frac{1}{2\,\pi}$. (8) $\frac{1}{2\,\pi}$.

2.2.2 (primer parcial 16/17)

D. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el residuo en $z = 1$ de la función

$$f(z) = \frac{(z+1)\,\mathrm{e}^z}{(z-1)^3}.$$

2.2.3 (primer parcial 18/19)

C. **(3 puntos)** Dada la función $f(z) = \dfrac{z \cosh z}{\operatorname{senh} z}$

Anotar en el siguiente recuadro sus puntos singulares aislados, especificando en cada caso el tipo de singularidad, así como el valor del residuo de $f(z)$ en dichos puntos.

2.2.4 (primer parcial 19/20)

C. **(3 puntos)** Dada la función $f(z) = \dfrac{\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}2z} - 1\right)^2}{z^2\,(\mathrm{e}^{\mathrm{i}2z} + 1)}$

Anotar en el siguiente recuadro sus puntos singulares aislados, especificando en cada caso el tipo de singularidad, así como el valor del residuo de $f(z)$ en dichos puntos.

2.2.5 (final extraordinario 14/15)

D. Hallar el residuo en $z = \pi$ de la función:

$$f(z) = \frac{z}{\sin z}$$

2.2.6 (final ordinario 14/15)

D. Anotar en el siguiente recuadro (de la forma más simplificada posible) el residuo en $z = \frac{\pi}{2}$ de la función:

$$f(z) = z \tan(z).$$

2.2.7 (final extraordinario 16/17)

D. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el residuo en $z = \pi$ de la función

$$f(z) = \frac{z - \pi}{(\sin(2z))^2}.$$

2.2.8 (final ordinario 16/17)

D. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el residuo en $z = 0$ de la función

$$f(z) = \frac{1 - e^z}{(\sin z)^2}.$$

Funciones analíticas y armónicas

2.3.1 (primer parcial 14/15)

C. Sea $u :]0, \infty[\times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ la función definida como $u(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$. Sobre la función u se puede afirmar que:

- Admite como armónica conjugada a la función $v(x, y) = \dfrac{1}{x^2 + y^2}$.
- No es una función armónica.
- Es la parte real de una función analítica en su dominio de definición.
- No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

2.3.2 (primer parcial 15/16)

C. **(5 puntos)** Sea la función real de dos variables definida en todo $\mathbb{R}^2$ como

$$u(x,y) = x^3 + b\,x - a\,x\,y^2 + c,$$

donde a, b y c son números reales. Se pide hallar los valores de a, b y c para los que se cumplen simultáneamente las condiciones:

i) la función $u = u(x,y)$ es la parte real de una función analítica $f = f(z)$.

ii) $f(-1) = 0$,

iii) el residuo en $z = 0$ de la función $g(z) = \dfrac{f(z)}{z}$ es 1

Anotar en el siguiente recuadro tanto los valores de a, b y c como la expresión analítica de f en función de z.

2.3.3 (primer parcial 16/17)

C. **(3 puntos)** Sea la función compleja de variable compleja, $z = x + \mathrm{i}\,y$, definida como

$$f(z) = (\mathrm{e}^x + a\,\mathrm{e}^{-x})\cos y + \mathrm{i}\,(b\,\mathrm{e}^x + c\,\mathrm{e}^{-x})\sin y,$$

donde a, b y c son números reales. Se pide hallar los valores de a, b y c para los que la función f cumple i) $f(0) = 2$ y ii) es analítica en todo $\mathbb{C}$. Anotar en el siguiente recuadro tanto los valores de a, b y c como la expresión analítica de f en función de z.

2.3.4 (primer parcial 19/20)

D. **(3 puntos)** Sea la función real de dos variables reales definida como

$$u(x,y) = \cos x\,\left(e^y + e^{ky}\right), \qquad k \in \mathbb{R}$$

Anotar los valores de k para los que u es la parte real de una función, $f(z)$, analítica en algún dominio del plano complejo.

Anotar la correspondiente función armónica conjugada, $v = v(x,y)$.

Anotar la expresión analítica de $f(z)$, en función de $z = x + iy$, sabiendo $f(z) \neq 0$ para todo $z \in \mathbb{C}$ y $f(\pi) = -2$.

2.3.5 (final extraordinario 15/16)

C. **(3 puntos)** Sea $u(x,y) = y^2 - g(x)$ función armónica en $\mathbb{R}^2$. Anotar en el siguiente recuadro la expresión de la función real $g(x)$ y de la función armónica conjugada $v(x,y)$, sabiendo que la función analítica $f(z) = u(x,y) + \mathrm{i}v(x,y)$ cumple las condiciones $f(0) = 0$ y $f'(0) = 1$.

2.3.6 (final extraordinario 16/17)

C. **(3 puntos)** Sea la función de dos variables definida como

$$u(x,y) = (x^2 - y^2)(1 + x) + a\,x\,y^2,$$

donde a es un número real. Se pide anotar en el siguiente recuadro el valor de a para el que la función u es la parte real de una función analítica, asi como la correspondiente funcion armonica conjugada, $v = v(x,y)$, que se anula en el origen.

2.3.7 (final ordinario 16/17)

C. **(3 puntos)** Sea la función de dos variables definida como

$$u(x, y) = \mathrm{e}^{-a\,x} \cos(a-2)y,$$

donde a es un número real. Se pide anotar en el siguiente recuadro el valor de a para el que la función u es la parte real de una función analítica, así como la correspondiente función armónica conjugada, $v = v(x, y)$ que se anula en el origen, y la expresión analítica de $f = u(x, y) + \mathrm{i}\, v(x, y)$ en función de $z = x + \mathrm{i}\, y$.

2.3.8 (primer parcial 21/22)

Ejercicio B

1. Dominio de analiticidad de la función

$$f(z) = \log\left(\frac{z - a(1+i)}{z - a(1-i)}\right) \quad \text{siendo } a > 0 \text{ y } \log z = \mathrm{Ln}|z| + i\arg z, \quad -\frac{\pi}{2} < \arg z \leq \frac{3\pi}{2}$$

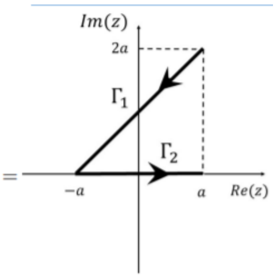
- En el dominio donde sea analítica

$$f'(z) =$$

2. Calcular la integral

$$\int_\Gamma f'(z) f(z)\, dz$$

$\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ el contorno orientado con origen en $z_I = a(1+2i)$ y final en $z_F = a$.



2.3.9 (primer parcial 21/22)

1. Valores de n para los que existe una función entera, $f(z)$, cuya derivada cumple

$$\mathrm{Re}\left(f'(z)\right) = a(y + x^n), \qquad n \in \mathbb{N},\ a > 0$$

2. Expresión general de la función analítica, $f(z)$, en función de $z = x + iy$

3. Si cumple $\displaystyle\int_{|z|=R} \frac{f(z)}{z}\, dz = 0 \quad (R > 0)$ Además cumple $\displaystyle\int_{|z|=2} \frac{f(z)}{(z-1)^2}\, dz = 2\pi a\, i$

Integrales de línea en el plano

2.4.1 (primer parcial 14/15)

D. Sea la expresión integral

$$I = \int_\gamma |z| \, \mathrm{d}z,$$

donde γ es el contorno orientado simple formado por los segmentos $[-2,-1]$ y $[1,2]$ del eje real y la semicircunferencia $z = e^{i\theta}$ con $-\pi \leq \theta \leq 0$, siendo los puntos inicial y final del contorno $z = -2$ y $z = 2$ respectivamente. Se pide anotar en el siguiente recuadro el valor de I.

Nota. Nótese que el contorno γ está dado por la representación paramétrica $\gamma : [0, 2+\pi] \to \mathbb{C}$ dedinida por $\gamma(\theta) = -2+\theta+0i$ si $\theta \in [0,1]$, $\gamma(\theta) = \exp(i(\theta-1-\pi))$ si $\theta \in]1, 1+\pi]$, $\gamma(\theta) = \theta - \pi + 0i$ si $\theta \in]1+\pi, 2+\pi]$

2.4.2 (primer parcial 15/16)

***B*. (3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el valor de la expresión integral

$$I = \int_\gamma |z|^2 \, \mathrm{d}z,$$

donde γ es la semi-circunferencia de centro $1 + i0$ y radio unidad que empieza en el origen y termina en $2 + i0$ (NOTA.- Ojo con la orientación y, si es necesario, téngase en cuenta que $\int_0^\pi \cos^2\theta \mathrm{d}\theta = \int_0^\pi \sin^2\theta \mathrm{d}\theta = \pi/2$.)

2.4.3 (primer parcial 16/17)

***B*. (3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el valor de la expresión integral

$$I = \int_\Gamma \cos|z| \, \mathrm{d}z,$$

donde Γ es el recinto cerrado, recorrido en sentido positivo, formado por la semi-circunferencia de centro el origen y radio π contenida en el semiplano de las partes imaginarias positivas y el segmento $[-\pi, \pi]$ de la recta real

2.4.4 (primer parcial 17/18)

B. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el valor de la expresión integral

$$I_1 = \int_\Gamma \operatorname{Log} \bar{z}\, dz,$$

donde Log es el logaritmo principal y Γ es la semi-circunferencia de centro el origen y radio 2 contenida en el semiplano de las partes imaginarias positivas recorrida desde 2 a -2

2.4.5 (primer parcial 17/18)

C. **(3 puntos)** Para la misma curva Γ del apartado anterior, anotar en el siguiente recuadro el valor de la integral

$$I_2 = \int_\Gamma z\, e^{2z}\, dz,$$

2.4.6 (primer parcial 18/19)

B. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el valor de la integral

$$I = \int_\Gamma \frac{\bar{z}+i}{|z-i|^2}\, dz :$$

donde Γ es el segmento recto orientado con origen en el punto $-i$ del eje imaginario y final en el punto 1 del eje real ($z(t) = t - (1-t)i$ para $t \in [0,1]$)

2.4.7 (primer parcial 18/19)

D. **(3 puntos)** Sea $g(z)$ una función entera tal que

$$\oint_C \frac{g(z)}{z-z_0}\, dz = 2\pi i \quad \text{para todo } z_0 \in \mathbb{C}$$

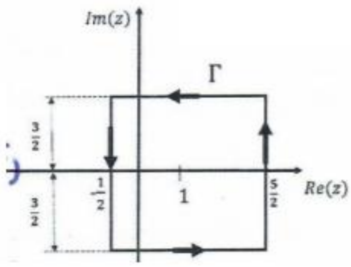
siendo C la circunferencia $|z - z_0| = 1$ orientada positivamente.

Anotar el siguiente recuadro la expresión general de $g(z)$

Anotar el valor de la integral

$$\oint_\Gamma \frac{g(z)}{z^4-1}\, dz$$

siendo Γ el cuadrado de centro en $z = 1$ y lado 3, orientado positivamente, de la figura.

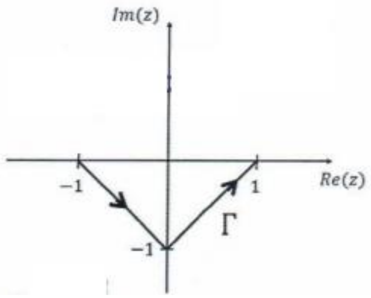


2.4.8 (primer parcial 19/20)

B. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el valor de la integral

$$\int_\Gamma (z-i)\mathrm{Log}(z-i)\,dz$$

siendo Γ el contorno orientado de la figura, con origen en el punto -1 y final en el punto 1, ambos del eje real.



2.4.9 (final ordinario 13/14)

A. Sea $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{C}$ el arco definido por $\gamma(\theta) = \frac{1}{5}\cos(\theta) + \mathrm{i}\sin(\theta)$. El valor de la integral

$$\int_\gamma \frac{\mathrm{Ln}(3+z)}{z\cos(z)}\mathrm{d}z$$

es:

(1) $2\pi\mathrm{Ln}(3)\mathrm{i}$.
(2) $\pi\mathrm{Ln}(3)\mathrm{i}$.
(3) $\mathrm{Ln}(3)$.
(4) Ninguna de las otras tres respuestas.

2.4.10 (final extraordinario 14/15)

A. Hallar el valor de la integral

$$I = \int_\gamma \bar{z}^2\,\mathrm{d}z,$$

donde γ es el arco de circunferencia de radio 2 y centro el origen comprendido en el primer cuadrante y recorrido desde $z = 2 + i0$ a $z = 0 + i2$.

2.4.11 (final ordinario 14/15)

A. El valor de la integral

$$I = \int_\gamma \bar{z}|z|\,\mathrm{d}z,$$

donde γ es la circunferencia de radio 1 y centro el origen recorrida en sentido positivo ($z = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$) una sola vez, es:

(1) 2π
(2) $2\pi\mathrm{i}$
(3) $-2\pi\mathrm{i}$
(4) 0

2.4.12 (final extraordinario 15/16)

B. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el valor de la expresión integral

$$I = \int_\Gamma \sin|z|\,\mathrm{d}z,$$

donde $z = x + \mathrm{i}y$ y Γ es el segmento orientado de la bisectriz del primer cuadrante que va desde el origen, $(0 + \mathrm{i}0)$, al punto $(1 + \mathrm{i})$.

2.4.13 (final ordinario 15/16)

B. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el valor de la expresión integral

$$I = \int_\gamma (a\,y + \mathrm{i}b\,(x+1))\,\mathrm{d}z,$$

donde $z = x + \mathrm{i}y$, γ es la circunferencia de centro el origen y radio unidad y a y b son números complejos dados (NOTA.- Téngase en cuenta que $\int_0^{2\pi} \cos^2\theta \mathrm{d}\theta = \int_0^{2\pi} \sin^2\theta \mathrm{d}\theta = \pi$.)

C. **(3 puntos)** Sea $f(z) = a\,y + \mathrm{i}b\,(x+1)$ el integrando de la expresión anterior. Sabiendo que $f(0) = 2$, anotar en el siguiente recuadro los valores de a y b que hacen que f sea analítica y la correspondiente expresión de f en función de z.

2.4.14 (final ordinario 16/17)

B. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el valor de la expresión integral

$$I = \int_\Gamma \exp(\bar{z})\,\mathrm{d}z,$$

donde Γ es el segmento orientado que va desde el origen al afijo de $(\pi + \mathrm{i}\pi)$ sobre la bisectriz del primer cuadrante.

Desarrollos de Taylor y Laurent

2.5.1 (primer parcial 14/15)

E. Anotar en el siguiente recuadro la forma general del desarrollo en serie de Laurent alrededor del origen de la función

$$f(z) = \cosh\left(\frac{1}{z}\right) - z\,\sinh\left(\frac{1}{z}\right).$$

(Es suficiente con dar la expresión de los tres términos de menor orden y no nulos de dicho desarrollo)

2.5.2 (primer parcial 15/16)

D. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el radio de convergencia R y los tres términos de menor orden y no nulos del desarrollo en serie de McLaurin (en $z = 0$) de la función

$$f(z) = \frac{\mathrm{e}^z}{(z-1)^3}.$$

2.5.3 (primer parcial 15/16)

E. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el radio de convergencia exterior R_e y los tres términos de la parte principal (términos potenciales de exponente negativo) del desarrollo en serie Laurent de la función del apartado *D* en $z = 1$.

2.5.4 (primer parcial 16/17)

E. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el radio de convergencia exterior R_e y los tres términos de la parte principal (términos potenciales de exponente negativo) del desarrollo en serie de Laurent en $z = -\pi/2$ de la función:

$$f(z) = \frac{(z - \pi/2)\,\sin z}{(z + \pi/2)^3}.$$

2.5.5 (primer parcial 17/18)

D. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el radio de convergencia R y los tres primeros términos no nulos del desarrollo en serie de McLaurin de la función:

$$f(z) = \frac{z\,\sin z + 2\,(\cos z - 1)}{z^4}.$$

2.5.6 (primer parcial 18/19)

C. **(3 puntos)** Dada la función $f(z) = \frac{z\cosh z}{\operatorname{senh} z}$

Anotar en el siguiente recuadro, la parte principal del desarrollo en serie de Laurent (potencias negativas de z) en el entorno $0 < |z| < R$, especificando el valor de R

2.5.7 (primer parcial 19/20)

C. **(3 puntos)** Dada la función $f(z) = \dfrac{\left(e^{i2z} - 1\right)^2}{z^2\left(e^{i2z} + 1\right)}$

Anotar en el siguiente recuadro, la parte principal del desarrollo en serie de Laurent (potencias negativas de z) en el entorno $0 < |z| < R$, especificando el valor de R

2.5.8 (final ordinario 13/14)

Considérese para la función $f(z)$ el desarrollo de Laurent indicado:

$$f(z) = \frac{1}{(z+1)(z-1)^2} = \frac{b_2}{(z-1)^2} + \frac{b_1}{(z-1)} + a_0 + a_1(z-1) + \ldots + a_n(z-1)^n + .$$

Entonces:

B. Su dominio de convergencia es:

(5) $0 < |z-1| < 1$ (6) $0 < |z-1| < 2$

(6) $2 < |z-1| < \infty$ (8) $0 < |z-1| < \infty$

C. El valor de los dos primeros coeficientes es:

(9) $b_2 = \frac{-1}{2}$ y $b_1 = \frac{1}{2}$ (10) $b_2 = 1$ y $b_1 = -2$

(11) $b_2 = \frac{1}{2}$ y $b_1 = \frac{-1}{4}$ (12) $b_2 = 1$ y $b_1 = \frac{1}{2}$

D. Indicar en el siguiente recuadro la forma general de los coeficientes a_n para $n \geq 0$.

2.5.9 (final extraordinario 14/15)

B. Empezando por las potencias negativas, hallar los tres primeros términos no nulos del desarrollo en serie de Laurent de la función

$$f(z) = \frac{\tanh z}{z^3}.$$

2.5.10 (final ordinario 14/15)

B. Los tres primeros términos del desarrollo en serie de Mac-Laurin de la función

$$f(z) = \frac{\tanh z}{z},$$

Son

(5) $1 - \frac{z^2}{3} - \frac{2\,z^4}{5!}$ (6) $1 + \frac{z^2}{3} + \frac{z^4}{15}$

(7) $1 - \frac{z^2}{3} + \frac{2\,z^4}{15}$ (8) $1 + \frac{z^2}{3} + \frac{2\,z^4}{5!}$

2.5.11 (final extraordinario 15/16)

E. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el término general del desarrollo en serie de McLaurin (en $z = 0$) de la función (recuerde que el desarrollo de la función derivada es el desarrollo derivado)

$$f(z) = \frac{z+1}{(1-z)^2}.$$

F. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el desarrollo en serie Laurent en $|z-1| > 0$ de la función del apartado ***E***.

2.5.12 (final ordinario 15/16)

E. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el radio de convergencia R y el término general del desarrollo en serie de McLaurin (en $z = 0$) de la función

$$f(z) = \frac{4}{z^2 + 2\,z - 3}.$$

F. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro la parte principal (términos potenciales de exponente negativo) y los dos primeros términos de exponente positivo del desarrollo en serie Laurent en $0 < |z-1| < 4$ de la función del apartado ***E***.

2.5.13 (final ordinario 16/17)

E. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro los términos no nulos de la parte principal (términos potenciales de exponente negativo) del desarrollo en serie de Laurent en $z = \pi$ de la función:

$$f(z) = \frac{\sin(2z)}{(z-\pi)^6}$$

Integrales reales usando complejos

2.6.1 (primer parcial 14/15)

F. Anotar en el siguiente recuadro el valor principal de la integral real impropia

$$I = V.P. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1-2x}{(1+x)(1+x^2)} \mathrm{d}x.$$

2.6.2 (primer parcial 15/16)

F. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el valor de la integral real impropia

$$I = \text{V.P.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i2x}}{x(4-x^2)} \mathrm{d}x.$$

2.6.3 (primer parcial 16/17)

F. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el valor de la integral real

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{\sin\theta}{(2-\sin\theta)} \mathrm{d}\theta.$$

2.6.4 (primer parcial 17/18)

E. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el valor de la integral real

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 - x + 1}{(x^4 + 2x^2 + 1)} \mathrm{d}x.$$

2.6.5 (primer parcial 18/19)

E. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el valor de la integral real

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos(\pi x)}{x^4 - 1} dx$$

junto con el dibujo del contorno empleado para realizar la integración en el plano complejo, en el caso de que ésta sea necesaria.

2.6.6 (primer parcial 19/20)

E. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el valor de la integral real

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin(2x)}{x(x^2+9)} dx$$

junto con el dibujo del contorno empleado para realizar la integración en el plano complejo, en el caso de que ésta sea necesaria.

2.6.7 (final ordinario 13/14)

F. Indicar en el siguiente recuadro el valor de la integral real impropia $I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}x}{(x^4 + 4\,x^2 + 4)}$:

2.6.8 (final ordinario 13/14)

A. Considérese la integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos^2(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x.$$

El valor de la integral anterior es:

(1) $\frac{\pi}{2}(1+\cos(2))$ **(2)** $\frac{\pi}{2}(1+\exp(-2))$

(3) $\frac{\pi}{2}$. **(4)** Ninguno de los otros tres valores.

B. Considérese la integral

$$\int_{0}^{2\pi} \frac{\sin(\theta)}{3+\sin(\theta)}\mathrm{d}\theta.$$

El valor de la integral anterior es:

(5) $2\pi(1-\frac{3}{\sqrt{2}})$. **(6)** $\pi(2-\frac{3}{2\sqrt{2}})$.

(7) $\pi(2-\frac{3\sqrt{2}}{2})$. **(8)** Ninguno de los otros tres valores.

2.6.9 (final extraordinario 14/15)

C. Hallar el valor de la integral real impropia

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x\,(4+x^2)}\mathrm{d}x.$$

2.6.10 (final ordinario 14/15)

C. El valor de la integral real impropia

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(2\,x)}{4+x^2}\mathrm{d}x$$

es

(9) $\frac{\pi}{4}\mathrm{e}^{-2}$ **(10)** $\frac{\pi}{2}\mathrm{e}^{-4}$

(11) $\frac{\pi}{2}\mathrm{e}^{2}$ **(12)** $\frac{\pi}{4}\mathrm{e}^{4}$

2.6.11 (final extraordinario 15/16)

D. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el valor de la integral real impropia

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x+1}{x\,(x^2+4)}\mathrm{d}x.$$

2.6.12 (final ordinario 15/16)

D. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el valor de la integral real impropia

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2+1}{(x^2+4)^2}\mathrm{d}x.$$

2.6.13 (final extraordinario 16/17)

E. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el valor de la integral

$$I = \int_{\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}2x}}{(x^2+1)(x^2+4)} \mathrm{d}x.$$

2.6.14 (final ordinario 16/17)

F. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el valor de la integral real

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\,x^2}{(x^2+1)(x^2+4)} \mathrm{d}x,$$

2.6.15 (primer parcial 21/22)

1. **Puntos singulares de** $\dfrac{\operatorname{sen}\left(\frac{a}{z}\, i\right)}{\cosh\left(\frac{a}{z}\right)}, \qquad a > 0$

2. $\displaystyle\oint_\Gamma f(z)\, dz$ siendo Γ el cuadrado de centro el origen y lado $l > 2\dfrac{2a}{\pi}$ orientado positivamente.