E.T.S.I.A.E. Matemática Aplicada a la Ing. Aeroespacial AMP. DE MATEMÁTICAS (3º DE GRADO)	D.N.I. : 1erApellido : SOLUCIÓN 2doApellido : Nombre :	Curso 17/18 (25.01.18) Tiempo 1h. 30 m. Valor 15 puntos **1a Parte**

A. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro la solución del problema de ecuaciones en diferencias:

$$x^{n+2} - 3\,x^{n+1} - 10\,x^n = 5\cdot(3)^n, \qquad x^0 = \frac{1}{2},\ x^1 = 0.$$

Homogénea

Ec. Característica

$\alpha^2 - 3\alpha - 10 = 0 \Rightarrow \alpha = \begin{cases} 5 \\ -2 \end{cases}$

$x_H^n = A\,5^n + B\,(-2)^n$

Completa

$x_p^n = k\,(3)^n \Rightarrow$

$k(3^2 - 3^2 - 10)(3)^n = 5\,(3)^n$

$\Rightarrow k = -1/2 \Rightarrow$

$\boxed{x^n = A\,5^n + B\,(-2)^n - \frac{1}{2}(3)^n}$

$x^0 = A + B - 1/2 = 1/2 \Rightarrow A + B = 1$

$x^1 = 5A - 2B - 3/2 = 0 \Rightarrow 5A - 2B = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow A = B = 1/2$

$$\boxed{x^n = \frac{1}{2}\left[5^n + (-2)^n - 3^n\right]}$$

B. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el valor de la expresión integral

$$I_1 = \int_\Gamma \frac{|z|^2}{z}\,dz, = \int_\Gamma \frac{z\bar z}{z}\,dz = \int_\Gamma \bar z\,dz = \int_0^1 [1 - t - i\,t](-1+i)\,dt =$$

donde Γ es el segmento recto orientado con origen en el punto 1 de la recta real y final en el punto i del eje imaginario ($z(t) = 1 - t + t\,\mathrm{i}$ para $t \in [0,1]$).

$= \left(t - \frac{t^2}{2} - i\frac{t^2}{2}\right)_0^1 (-1+i) =$

$= -(1-i)\frac{1}{2}(1-i) = -\frac{1}{2}(1-1-2i) =$

$= i$

$$\boxed{I_1 = i}$$

C. **(3 puntos)** Para la misma curva Γ del apartado anterior, anotar en el siguiente recuadro el valor de la integral

$$I_2 = \int_\Gamma \mathrm{Log}(2\,z)\,dz,$$

donde Log es la determinación principal de la función logaritmo.

$[\mathrm{Log}2\cdot z + z\,\mathrm{Log}z - z]' = \mathrm{Log}(2z)$

$I_2 = [\mathrm{Log}2\cdot z + z\,\mathrm{Log}z - z]_1^i =$

$= i\,\mathrm{Log}2 + i\,\mathrm{Log}i - i - \mathrm{Log}2 + 1 =$

$= (i-1)\,\mathrm{Log}2 + i\,i\frac{\pi}{2} - i + 1 =$

$= (1-i)(1-\mathrm{Log}2) - \frac{\pi}{2}$

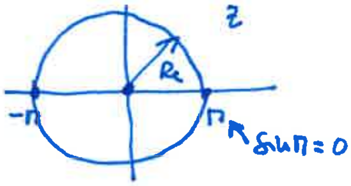
$$\boxed{I_2 = (1-i)(1-\mathrm{Log}\,2) - \frac{\pi}{2}}$$

HAY MÁS PREGUNTAS AL DORSO

D. **(3 puntos)** Considérese el desarrollo en serie de Laurent en el origen de la función:

$$f(z) = \frac{e^{2z}\cos z}{z\,\sin z}, \quad = \frac{\left(1+2z+\frac{4z^2}{2!}\right)\left(1-\frac{z^2}{2!}\right)}{z^2\left(1-z^2/3!\right)} = \frac{1}{z^2}+\frac{2}{z}+\cdots$$

cuyo radio interior de convergencia es $R_i = 0$. Anotar en el siguiente recuadro el valor del radio exterior de convergencia R_e y el valor del residuo de la función en $z = 0$.

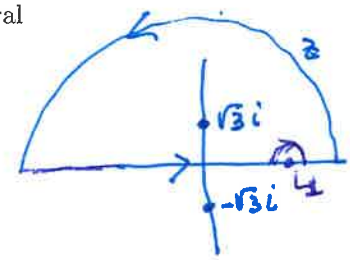


$R_e = \pi$

$\mathrm{Res}\,(f(z), 0) = 2$

E. **(3 puntos)** Anotar en el siguiente recuadro el valor de la expresión integral

$$I = \text{V.P.}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{(x^2+3)(x-4)}\,dx.$$



$$I = \frac{\sqrt{3}\pi}{19}$$

$$I = 2\pi i\,\mathrm{Res}\left(\frac{z}{(z^2+3)(z-4)}, \sqrt{3}i\right) + \pi i\,\mathrm{Res}\left(\frac{z}{(z^2+3)(z-4)}, 4\right) =$$

$$= \cancel{2}\pi i\,\frac{\cancel{\sqrt{3}i}}{\cancel{2}\cancel{\sqrt{3}i}(\sqrt{3}i-4)} + \pi i\,\frac{4}{19} = \pi i\left[\frac{\cancel{4}}{19} - \frac{\cancel{4}+\sqrt{3}i}{19}\right] = \frac{\sqrt{3}\pi}{19}$$