Asignatura:
-------------

Curso: \_\_\_\_

Grupo: \_

1 -2 🗀

3 🗀 4 = 5 = 6 = 7 = 8 = 9 =

10 == 11 == 12 = 13 == 15 == 17 = 18 === 19 🗀 20 == 21 === 22 💳

23 🗀

24 🗀

25 == 26 == 27 -28 📟 29 === 30 == 31 \_\_\_ 32 === 33 == 34 === 35 == 37 === 38 🗀

39 ===

40 ==

41 ==

42 ==

43 🗀 44 === 45 == 46 == 47 💳 48 📟 49 === 50 === 51 == 52 == 53 == 54 == 55 ==

57 == 58 = 59 === 60 == 61 == 62 == 63 == 64 ===

Ampliación de Matemáticas (Versión 1), (21-12-2021)

A. Sea  $u: \mathbb{R} \times ]0, +\infty[ \to \mathbb{R}$  la solución problema de Cauchy definido por

$$\begin{split} \frac{\partial u}{\partial t} &= \left(1 + 2t(2 + \cos(t))\right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{en } (x,t) \in \mathbb{R} \times ]0, +\infty[, \\ u(x,0) &= \exp(-4x^2) \quad x \in \mathbb{R}, \end{split}$$

u(x,t) uniformemente acotada en  $\mathbb{R} \times ]0,+\infty[$ .

Sea  $\hat{u}: \mathbb{R} \times ]0, +\infty[ \to \mathbb{C}$  la transformada de Fourier de la función u con respecto a la variable x, es decir,  $\hat{u}(\omega,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x,t) \exp(-i\omega x) dx$ . La función u verifica que:

(1) 
$$u(2, 2\pi) = \frac{1}{\sqrt{1 + 32\pi(1 + 4\pi)}} \exp\left(-\frac{16}{1 + 32\pi(1 + 4\pi)}\right).$$
  
(2)  $u(3, 3\pi) = \frac{1}{\sqrt{1 + 48\pi(1 + 6\pi)}} \exp\left(-\frac{16}{1 + 48\pi(1 + 6\pi)}\right).$   
(3)  $u(4, 4\pi) = \frac{\exp\left(-\frac{16}{1 + 32 + 64\pi(1 + 8\pi)}\right)}{\sqrt{1 + 32 + 64\pi(1 + 8\pi)}}.$   
(4) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

(2) 
$$u(3,3\pi) = \frac{1}{\sqrt{1+48\pi(1+6\pi)}} \exp\left(-\frac{16}{1+48\pi(1+6\pi)}\right).$$

(3) 
$$u(4, 4\pi) = \frac{\exp\left(-\frac{10}{1+32+64\pi(1+8\pi)}\right)}{\sqrt{1+32+64\pi(1+8\pi)}}.$$

(4) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. 
$$\mathcal{F}[\exp(-bx^2)](\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{b}} \exp(-\frac{\omega^2}{4b})$$
, donde  $b \in \mathbb{R}$  y  $b > 0$ .

B. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}t^2}(t) + 2\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}(t) + 8w(t) = g(t) \text{ en } ]0, +\infty[, \ w(0) = 0, \ \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}(0) = 5,$$

donde  $g:[0,+\infty[\to\mathbb{R} \text{ es la función definida por } g(t)=t \text{ si } t\in[0,\frac{1}{2}[$ y  $g(t) = \frac{1}{2}$  si  $t \in [\frac{1}{2}, +\infty[$ . La transformada de Laplace de la función  $w: [0, +\infty ] \to \mathbb{R}$  es tal que:

(5) 
$$\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{22\exp(1) - 1}{64\exp(1)}$$
. (6)  $\frac{\mathcal{L}[w(t)](2) = 21\exp(-1) + 1}{64\exp(-1)}$ .

(7) 
$$\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{21 \exp(1) - 1}{64 \exp(1)}$$
. (8) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nombre:

Fecha:

Firma:

Asi no marque

×

Marque asi

**EXPEDIENTE** 

2

3

4

18

20

30

31

32

1 2 3 4 5

Grupo

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 A B C D E F G H L J

**Auxiliar** 

1 a b c d e 2 a b c d e 3 a b c d e 4 a b c d e 5 a b c d e 6 a b c d e 7 a b c d e 8 a b c d e 9 a b c d e

## Ampliación de Matemáticas (Versión 1)

C. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$(1+z^2)\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}z^2} - z^2 w = 0$$
 en  $B(0+i0,1), w(0) = 0, \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z}(0) = -5.$ 

La solución del problema de Cauchy anterior es una función analítica  $w: B(0+i0,1) \to \mathbb{C}$ , cuyo desarrollo en serie de Taylor en el punto

$$w: B(0+10,1) \to \mathbb{C} \text{ , cuyo desarrollo en serie de Taylor en el punto}$$

$$0+i0 \text{ es } w(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} c_k z^k. \text{ La función } w \text{ cumple que:}$$

$$(9) \lim_{\substack{z\to 0\\ \overline{w}(-z_1) \neq -w(\overline{z_1})}} \frac{w(z)+5(z+\frac{z^5}{20})}{z^7} = \frac{5}{42} \text{ y existe algún } z_1 \in \mathbb{C} \text{ tal que}$$

$$(10) \lim_{\substack{z\to 0\\ \vdots\\ z\to 0}} \frac{w(z)+5(z+\frac{z^5}{20})}{z^7} = \frac{5}{42} \text{ y } \overline{w(-z_1)} = -w(\overline{z_1}) \text{ para todo } z_1 \in \mathbb{C}$$

(10) 
$$\lim_{z \to 0} \frac{w(z) + 5(z + \frac{z^5}{20})}{z^7} = \frac{5}{42} \text{ y } \overline{w(-z_1)} = -w(\overline{z_1}) \text{ para todo } z_1 \in \mathbb{C}$$

(11) 
$$\lim_{\substack{z \to 0 \\ w(\overline{z_1})}} \frac{w(z) + 5(z + \frac{z^5}{20})}{z^7} = \infty \text{ y existe algún } z_1 \in \mathbb{C} \text{ tal que } \overline{w(z_1)} \neq$$

(12) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

D. Considérese la ecuación diferencial

$$(z^2 + z^3) \frac{d^2 w}{dz^2} + \frac{\sinh(2z)}{4} \frac{dw}{dz} - \exp(z)w = 0.$$

Las soluciones de la ecuación anterior, en  $D \subset \mathbb{C}$ , verifican que:

- (13) Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s1}(z)$ , tal que
- Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s2}(z)$ , distinta ((14))de la función nula, tal que  $w_{s2}(z) = o(z)$ .
- (15) Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s3}(z)$ , tal que  $\lim_{z\to 0} w_{s3}(z) = \infty \text{ y } \lim_{z\to 0} \sqrt{z} w_{s3}(z) = 0.$  No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

## Ampliación de Matemáticas (Versión 1)

E. Sea  $u: \mathbb{R} \times ]0, +\infty[ \to \mathbb{R}$  la solución acotada de la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$
 en  $(x, y) \in \mathbb{R} \times ]0, +\infty[$ ,

con la condición de Dirichlet

$$u(x,0) = 1 + x$$
 si  $x \in [-1,0]$ ,  $u(x,0) = 1 - x$  si  $x \in [0,1]$ ,  $u(x,0) = 0$  si  $|x| > 1$ ,  $u(x,y)$  acotada en  $\mathbb{R} \times [0,+\infty[$ .

(17) 
$$u(-1,3) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{1}{2} \ln(\frac{10}{9} \frac{10}{13}) + 2 \left( \arctan(\frac{2}{3}) - \arctan(\frac{1}{3}) \right) \right)$$

(17) 
$$u(-1,3) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{1}{2} \ln(\frac{10}{9} \frac{10}{13}) + 2 \left( \arctan(\frac{2}{3}) - \arctan(\frac{1}{3}) \right) \right).$$
(18)  $u(-1,3) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{3}{2} \ln(\frac{10}{9} \frac{10}{13}) + 2 \left( \arctan(\frac{2}{3}) - \arctan(\frac{1}{3}) \right) \right).$ 
(19)  $u(-1,3) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{3}{2} \ln(\frac{10}{9} \frac{10}{13}) - 2 \left( \arctan(\frac{2}{3}) - \arctan(\frac{1}{3}) \right) \right).$ 
(20) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

(19) 
$$u(-1,3) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{3}{2} \ln(\frac{10}{9} \frac{10}{13}) - 2 \left( \arctan(\frac{2}{3}) - \arctan(\frac{1}{3}) \right) \right)$$

Nota. 
$$u(x,y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{y}{(x-t)^2 + y^2} dt$$
.

	(*)		

Asignatura:	Curso:
	-

# 1 \_\_\_ 2 = 3 =

(21-12-2021)

# 4 = 5 = 6 = 7 = 8 = 9 = 10 == 11 \_\_\_ 12 🗀 13 ===

15 === 16 🗀 17 === 18 \_\_\_ 19 \_\_\_ 20 == 21 🗀 22 === 23 == 24 === 25 🗀 26 === 27 ==

30 == 31 === 32 === 33 === 35 === 36 🗀 37 == 38 === 39 40 == 41 -42 🗀

43 🗀

28 ==

29

44 == 45 == 46 💳 47 💳 48 === 49 === 50 = 51 === 52 == 53 == 54 == 55 == 56 == 57 🗀 58 ===

59 ===

60 ==

61 ==

62 ===

63 ===

64 ===

Ampliación de Matemáticas (Versión 2),

**A**. Sea  $u: \mathbb{R} \times ]0, +\infty[ \to \mathbb{R}$  la solución problema de Cauchy definido por

$$\frac{\partial u}{\partial t} = (1 + 3t(2 + \cos(t))) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{en } (x, t) \in \mathbb{R} \times ]0, +\infty[,$$
$$u(x, 0) = \exp(-4x^2) \quad x \in \mathbb{R},$$

u(x,t) uniformemente acotada en  $\mathbb{R} \times ]0,+\infty[$ .

Sea  $\hat{u}: \mathbb{R} \times ]0, +\infty[ \to \mathbb{C}$  la transformada de Fourier de la función u con respecto a la variable x, es decir,  $\hat{u}(\omega,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x,t) \exp(-\mathrm{i}\omega x) \mathrm{d}x$ . La función u verifica que:

(1) 
$$u(2, 2\pi) = \frac{1}{\sqrt{1 + 32\pi(1 + 6\pi)}} \exp\left(-\frac{16}{1 + 32\pi(1 + 6\pi)}\right).$$
  
(2)  $u(3, 3\pi) = \frac{1}{\sqrt{1 + 48\pi(1 + 9\pi)}} \exp\left(-\frac{16}{1 + 48\pi(1 + 9\pi)}\right).$   
(3)  $u(4, 4\pi) = \frac{\exp\left(-\frac{16}{1 + 48 + 64\pi(1 + 12\pi)}\right)}{\sqrt{1 + 48 + 64\pi(1 + 12\pi)}}.$   
(4) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

(2) 
$$u(3,3\pi) = \frac{1}{\sqrt{1+48\pi(1+9\pi)}} \exp\left(-\frac{16}{1+48\pi(1+9\pi)}\right).$$

(3) 
$$u(4,4\pi) = \frac{\exp\left(-\frac{16}{1+48+64\pi(1+12\pi)}\right)}{\sqrt{1+48+64\pi(1+12\pi)}}.$$

Nota. 
$$\mathcal{F}[\exp(-bx^2)](\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{b}} \exp(-\frac{\omega^2}{4b})$$
, donde  $b \in \mathbb{R}$  y  $b > 0$ .

B. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}t^2}(t) + 2\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}(t) + 8w(t) = g(t) \text{ en } ]0, +\infty[, \ w(0) = 0, \ \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}(0) = 4,$$

donde  $g:[0,+\infty[\to\mathbb{R}$ es la función definida por g(t)=t si  $t\in[0,\frac{1}{2}[$ y  $g(t) = \frac{1}{2}$  si  $t \in [\frac{1}{2}, +\infty[$ . La transformada de Laplace de la función  $w:[0,+\infty]\to\mathbb{R}$  es tal que:

(5) 
$$\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{(18)\exp(1) - 1}{64\exp(1)}$$
. (6)  $\frac{\mathcal{L}[w(t)](2) = (17)\exp(-1) + 1}{64\exp(-1)}$ .

(7) 
$$\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{(17)\exp(1) - 1}{64\exp(1)}$$
. (8) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nombre:

Grupo:

Fecha:

Firma:



Marque asi

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
					3		
					4		
					5		
					6		
					7		
					8		
9	9	9	9	9	9	9	9

**EXPEDIENTE** 

1 2 3 4 5

## Grupo

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 A B C D E

#### **Auxiliar**

1 a b c d e 2 a b c d e 3 a b c d e 4 a b c d e a b c d e 8 a b c d 9 a b c d

4

5

6

## Ampliación de Matemáticas (Versión 2)

#### C. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$(1+z^2)\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}z^2} - z^2 w = 0$$
 en  $B(0+\mathrm{i}0,1), w(0) = 0, \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z}(0) = -1.$ 

La solución del problema de Cauchy anterior es una función analítica  $w: B(0+i0,1) \to \mathbb{C}$ , cuyo desarrollo en serie de Taylor en el punto

$$0 + i0 \text{ es } w(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} c_k z^k. \text{ La función } w \text{ cumple que:}$$

$$(9) \quad \lim_{\substack{z \to 0 \\ -w(\overline{z_1})}} \frac{w(z) + (z + \frac{z^5}{20})}{z^7} = \frac{1}{42} \text{ y existe algún } z_1 \in \mathbb{C} \text{ tal que } \overline{w(-z_1)} \neq 0$$

(10) 
$$\lim_{z \to 0} \frac{w(z) + (z + \frac{z^5}{20})}{z^7} = \frac{1}{42} \text{ y } \overline{w(-z_1)} = -w(\overline{z_1}) \text{ para todo } z_1 \in \mathbb{C}$$

(11) 
$$\lim_{\substack{z\to 0\\w(\overline{z_1})}}\frac{w(z)+(z+\frac{z^5}{20})}{z^7}=\infty \text{ y existe algún } z_1\in\mathbb{C} \text{ tal que } \overline{w(z_1)}\neq$$

(12) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

#### D. Considérese la ecuación diferencial

$$(z^2 + z^3) \frac{d^2 w}{dz^2} + \frac{\sinh(2z)}{4} \frac{dw}{dz} - \exp(z)w = 0.$$

Las soluciones de la ecuación anterior, en  $D\subset \mathbb{C}$ , verifican que:

- Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s1}(z)$ , tal que  $\lim_{z\to 0}\frac{w_{s1}(z)}{\ln(z)}=1.$  Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s2}(z)$ , distinta
- de la función nula, tal que  $w_{s2}(z) = o(z)$ .
- Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s3}(z)$ , tal que  $\lim_{z \to 0} w_{s3}(z) = \infty \text{ y } \lim_{z \to 0} \sqrt{z} w_{s3}(z) = 0.$
- (16) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

## Ampliación de Matemáticas (Versión 2)

E. Sea  $u: \mathbb{R} \times ]0, +\infty[ \to \mathbb{R}$  la solución acotada de la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$
 en  $(x, y) \in \mathbb{R} \times ]0, +\infty[,$ 

con la condición de Dirichlet

$$u(x,0) = 1 + x$$
 si  $x \in [-1,0]$ ,  $u(x,0) = 1 - x$  si  $x \in [0,1]$ ,  $u(x,0) = 0$  si  $|x| > 1$ ,  $u(x,y)$  acotada en  $\mathbb{R} \times [0,+\infty[$ .

(17) 
$$u(-1,4) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{1}{2} \ln(\frac{17}{16} \frac{17}{20}) + 2 \left( \arctan(\frac{1}{2}) - \arctan(\frac{1}{4}) \right) \right).$$
(18)  $u(-1,4) = \frac{1}{\pi} \left( 2 \ln(\frac{17}{16} \frac{17}{20}) + 2 \left( \arctan(\frac{1}{2}) - \arctan(\frac{1}{4}) \right) \right).$ 
(19)  $u(-1,4) = \frac{1}{\pi} \left( 2 \ln(\frac{17}{16} \frac{17}{20}) - 2 \left( \arctan(\frac{1}{2}) - \arctan(\frac{1}{4}) \right) \right).$ 
(20) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. 
$$u(x,y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{y}{(x-t)^2 + y^2} dt$$
.



Asignatura:	_ Curso:	Grupo:

# Ampliación de Matemáticas (Versión 3), (21-12-2021)

1 🗀

2 \_\_\_

5 ==

6 ==

7 = 8 =

9 = 10 =

11 ==

12 =

13 =

14 = 15 ==

16 == 17 = 18 ==

19 == 20 ==

21 \_\_\_ 22 == 23 ==

25 ==

26 ==

27 ===

28 ===

29

30 31 === 32 ==

33 == 34 ===

36 ==

37 ===

38 ===

39 ===

40 ===

41 -42 ==

43 ==

44 ==

45 ==

46 === 47 ==

48 ===

49 ===

50 ==

51 ==

52 ==

53 ==

54 ===

55 💳

56 =

57 ==

58 🗀

59 ===

60 ==

61 -

62 =

63 ===

64 ===

35

A. Sea  $u: \mathbb{R} \times ]0, +\infty[ \to \mathbb{R}$  la solución problema de Cauchy definido por

$$\begin{split} \frac{\partial u}{\partial t} &= (1 + 4t(2 + \cos(t))) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{en } (x, t) \in \mathbb{R} \times ]0, + \infty[, \\ u(x, 0) &= \exp(-4x^2) \quad x \in \mathbb{R}, \end{split}$$

u(x,t) uniformemente acotada en  $\mathbb{R} \times ]0,+\infty[$ .

Sea  $\hat{u}: \mathbb{R} \times ]0, +\infty[ \to \mathbb{C}$  la transformada de Fourier de la función u con respecto a la variable x, es decir,  $\hat{u}(\omega,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x,t) \exp(-\mathrm{i}\omega x) \mathrm{d}x$ . La función u verifica que:

(1) 
$$u(2, 2\pi) = \frac{1}{\sqrt{1 + 32\pi(1 + 8\pi)}} \exp\left(-\frac{16}{1 + 32\pi(1 + 8\pi)}\right).$$

(2) 
$$u(3,3\pi) = \frac{1}{\sqrt{1+48\pi(1+12\pi)}} \exp\left(-\frac{16}{1+48\pi(1+12\pi)}\right).$$
  
(3)  $u(4,4\pi) = \frac{\exp\left(-\frac{16}{1+64+64\pi(1+16\pi)}\right)}{\sqrt{1+64+64\pi(1+16\pi)}}.$ 

(3) 
$$u(4, 4\pi) = \frac{\exp\left(-\frac{10}{1 + 64 + 64\pi(1 + 16\pi)}\right)}{\sqrt{1 + 64 + 64\pi(1 + 16\pi)}}$$

(4) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. 
$$\mathcal{F}[\exp(-bx^2)](\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{b}} \exp(-\frac{\omega^2}{4b})$$
, donde  $b \in \mathbb{R}$  y  $b > 0$ .

B. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{d^2w}{dt^2}(t) + 2\frac{dw}{dt}(t) + 8w(t) = g(t) \text{ en } ]0, +\infty[, w(0) = 0, \frac{dw}{dt}(0) = 3,$$

donde  $g:[0,+\infty[\to\mathbb{R}$  es la función definida por g(t)=t si  $t\in[0,\frac{1}{2}[$ y  $g(t) = \frac{1}{2}$  si  $t \in [\frac{1}{2}, +\infty[$ . La transformada de Laplace de la función

(5) 
$$\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{(14)\exp(1) - 1}{64\exp(1)}$$
. (6)  $\frac{\mathcal{L}[w(t)](2) = (13)\exp(-1) + 1}{64\exp(-1)}$ .

$$(7) \mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{(13) \exp(1) - 1}{64 \exp(1)}.$$
 (8) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nombre:

Fecha:

Firma:

Asi no marque



×

Marque as i

#### **EXPEDIENTE**

#### Curso

1 2 3 4 5

#### Grupo

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 A B C D E E G H L L

#### Auxiliar

1 a b c d e 2 a b c d e 3 a b c d e 4 a b c d e a b c d e 6 a b c d e 7 a b c d e 8 a b c d e 9 a b c d e

28

29

30

31

32

# Ampliación de Matemáticas (Versión 3)

C. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$(1+z^2)\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}z^2} - z^2 w = 0$$
 en  $B(0+\mathrm{i}0,1), w(0) = 0, \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z}(0) = 1.$ 

La solución del problema de Cauchy anterior es una función analítica  $w:B(0+\mathrm{i}0,1)\to\mathbb{C}$ , cuyo desarrollo en serie de Taylor en el punto

$$0 + i0 \text{ es } w(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} c_k z^k. \text{ La función } w \text{ cumple que:}$$

$$(9) \quad \lim_{\substack{z \to 0 \\ \overline{w}(-z_1) \neq -w(\overline{z_1})}} \frac{w(z) - (z + \frac{z^5}{20})}{z^7} = -\frac{1}{42} \text{ y existe algún } z_1 \in \mathbb{C} \text{ tal que}$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 10 \end{pmatrix}}_{\substack{z \to 0 \\ \mathbb{C}}} \underbrace{\frac{w(z) - (z + \frac{z^5}{20})}{z^7}}_{\substack{z = -\frac{1}{42}}} = -\frac{1}{42} \text{ y } \overline{w(-z_1)} = -w(\overline{z_1}) \text{ para todo } z_1 \in$$

(11) 
$$\lim_{\substack{z\to 0\\w(\overline{z_1})}}\frac{w(z)-(z+\frac{z^5}{20})}{z^7}=\infty \text{ y existe algún } z_1\in\mathbb{C} \text{ tal que } \overline{w(z_1)}\neq$$

(12) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

D. Considérese la ecuación diferencial

$$(z^{2} + z^{3})\frac{d^{2}w}{dz^{2}} + \frac{\sinh(2z)}{4}\frac{dw}{dz} - \exp(z)w = 0.$$

Las soluciones de la ecuación anterior, en  $D\subset \mathbb{C}$ , verifican que:

- (13) Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s1}(z)$ , tal que  $\lim_{z \to 0} \frac{w_{s1}(z)}{\ln(z)} = 1.$
- (14) Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s2}(z)$ , distinta de la función nula, tal que  $w_{s2}(z) = o(z)$ .
- (15) Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s3}(z)$ , tal que  $\lim_{z\to 0} w_{s3}(z) = \infty \text{ y } \lim_{z\to 0} \sqrt{z} w_{s3}(z) = 0.$ (16) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

# Ampliación de Matemáticas (Versión 3)

E. Sea  $u: \mathbb{R} \times ]0, +\infty[ \to \mathbb{R}$  la solución acotada de la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$
 en  $(x, y) \in \mathbb{R} \times ]0, +\infty[$ ,

con la condición de Dirichlet

$$\begin{split} u(x,0) &= 1 + x \quad \text{si} \ \ x \in [-1,0], \quad u(x,0) = 1 - x \quad \text{si} \ \ x \in [0,1], \\ u(x,0) &= 0 \quad \text{si} \quad |x| > 1, \quad u(x,y) \ \text{acotada en } \mathbb{R} \times [0,+\infty[. \ ]]. \end{split}$$

(17) 
$$u(1,3) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{1}{2} \ln(\frac{10}{9} \frac{10}{13}) + 2 \left( \arctan(\frac{2}{3}) - \arctan(\frac{1}{3}) \right) \right)$$

(17) 
$$u(1,3) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{1}{2} \ln(\frac{10}{9} \frac{10}{13}) + 2 \left( \arctan(\frac{2}{3}) - \arctan(\frac{1}{3}) \right) \right).$$
(18)  $u(1,3) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{3}{2} \ln(\frac{10}{9} \frac{10}{13}) + 2 \left( \arctan(\frac{2}{3}) - \arctan(\frac{1}{3}) \right) \right).$ 
(19)  $u(1,3) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{3}{2} \ln(\frac{10}{9} \frac{10}{13}) - 2 \left( \arctan(\frac{2}{3}) - \arctan(\frac{1}{3}) \right) \right).$ 
(20) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

(19) 
$$u(1,3) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{3}{2} \ln(\frac{10}{9} \frac{10}{13}) - 2 \left( \arctan(\frac{2}{3}) - \arctan(\frac{1}{3}) \right) \right).$$

Nota. 
$$u(x,y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{y}{(x-t)^2 + y^2} dt$$
.



Asignatura:		
		_

Curso:

Grupo:

2 \_\_\_ 3 === 5 === 6 == 7 = 8 = 9 = 10 == 11 == 12 \_\_\_ 13 == 14 = 15 == 16 == 17 \_\_\_ 18 == 19 == 20 = 21 = 22 == 25 == 26 == 27 == 28 == 29 === 30 == 31 === 32 💳 33 === 34 === 35 === 36 === 37 ==

38 == 39 40 == 41 -42 🗀 43 == 45 == 46 == 47 == 48 === 49 == 50 51 == 52 = 53 🗀

57 📟

58 ==

59 === 60 == 61 ==

62 ==

63 ===

64 ===

(21-12-2021)

# Ampliación de Matemáticas (Versión 4),

A. Sea  $u: \mathbb{R} \times ]0, +\infty[ \to \mathbb{R}$  la solución problema de Cauchy definido por

$$\begin{split} \frac{\partial u}{\partial t} &= (1+5t(2+\cos(t)))\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{en } (x,t) \in \mathbb{R} \times ]0, +\infty[, \\ &u(x,0) = \exp(-4x^2) \quad x \in \mathbb{R}, \end{split}$$

u(x,t) uniformemente acotada en  $\mathbb{R}\times ]0,+\infty[$ .

Sea  $\hat{u}: \mathbb{R} \times ]0, +\infty[ \to \mathbb{C}$  la transformada de Fourier de la función u con respecto a la variable x, es decir,  $\hat{u}(\omega,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x,t) \exp(-\mathrm{i}\omega x) \mathrm{d}x$ . La función u verifica que:

(1) 
$$u(2, 2\pi) = \frac{1}{\sqrt{1 + 32\pi(1 + 10\pi)}} \exp\left(-\frac{16}{1 + 32\pi(1 + 10\pi)}\right).$$
  
(2)  $u(3, 3\pi) = \frac{1}{\sqrt{1 + 48\pi(1 + 15\pi)}} \exp\left(-\frac{16}{1 + 48\pi(1 + 15\pi)}\right).$   
(3)  $u(4, 4\pi) = \frac{\exp\left(-\frac{16}{1 + 80 + 64\pi(1 + 20\pi)}\right)}{\sqrt{1 + 80 + 64\pi(1 + 20\pi)}}.$   
(4) No es cierta ninguna de las otras tras respuestas

(4) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. 
$$\mathcal{F}[\exp(-bx^2)](\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{b}} \exp(-\frac{\omega^2}{4b})$$
, donde  $b \in \mathbb{R}$  y  $b > 0$ .

B. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}t^2}(t) + 2\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}(t) + 8w(t) = g(t) \text{ en } ]0, +\infty[, w(0) = 0, \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}(0) = 2,$$

donde  $g:[0,+\infty[\to\mathbb{R}$  es la función definida por g(t)=t si  $t\in[0,\frac{1}{2}[$ y  $g(t) = \frac{1}{2}$  si  $t \in [\frac{1}{2}, +\infty[$ . La transformada de Laplace de la función  $w: [0, +\infty \to \mathbb{R} \text{ es tal que:}$ 

(5) 
$$\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{(10)\exp(1) - 1}{64\exp(1)}$$
. (6)  $\frac{\mathcal{L}[w(t)](2) = (9)\exp(-1) + 1}{64\exp(-1)}$ .

$$(7) \mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{(9)\exp(1) - 1}{64\exp(1)}.$$
 (8) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nombre:

Fecha:

Firma:

Así no marque



×

Marque asi

30

31

32

#### Curso

1 2 3 4 5

#### Grupo

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ABCBE 

#### Auxiliar

1 a b c d e 2 a b c d e 3 a b c d e 4 a b c d e 7 a b c d e 8 a b c d e 9 a b c d e

## Ampliación de Matemáticas (Versión 4)

C. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$(1+z^2)\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}z^2} - z^2 w = 0$$
 en  $B(0+\mathrm{i}0,1), w(0) = 0, \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z}(0) = 5.$ 

La solución del problema de Cauchy anterior es una función analítica  $w: B(0+i0,1) \to \mathbb{C}$ , cuyo desarrollo en serie de Taylor en el punto

$$0 + i0 \text{ es } w(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} c_k z^k. \text{ La función } w \text{ cumple que:}$$

$$(9) \quad \lim_{\substack{z \to 0 \\ \overline{w}(-z_1) \neq -w(\overline{z_1})}} \frac{w(z) - 5(z + \frac{z^5}{20})}{z^7} = -\frac{5}{42} \text{ y existe algún } z_1 \in \mathbb{C} \text{ tal que}$$

$$(10) \quad \lim_{\substack{z \to 0 \\ \mathbb{C}}} \frac{w(z) - 5(z + \frac{z^5}{20})}{z^7} = -\frac{5}{42} \text{ y } \overline{w(-z_1)} = -w(\overline{z_1}) \text{ para todo } z_1 \in \mathbb{C}$$

$$(10) \lim_{\substack{z \to 0 \\ \mathbb{C}}} \frac{w(z) - 5(z + \frac{z^5}{20})}{z^7} = -\frac{5}{42} \text{ y } \overline{w(-z_1)} = -w(\overline{z_1}) \text{ para todo } z_1 \in$$

(11) 
$$\lim_{\substack{z\to 0\\w(\overline{z_1})}}\frac{w(z)-5(z+\frac{z^5}{20})}{z^7}=\infty \text{ y existe algún } z_1\in\mathbb{C} \text{ tal que } \overline{w(z_1)}\neq$$

(12) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

D. Considérese la ecuación diferencial

$$(z^{2} + z^{3})\frac{d^{2}w}{dz^{2}} + \frac{\sinh(2z)}{4}\frac{dw}{dz} - \exp(z)w = 0.$$

Las soluciones de la ecuación anterior, en  $D \subset \mathbb{C}$ , verifican que:

- (13) Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s1}(z)$ , tal que
- Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s2}(z)$ , distinta de la función nula, tal que  $w_{s2}(z) = o(z)$ .
- Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s3}(z)$ , tal que  $\lim_{z\to 0} w_{s3}(z) = \infty \text{ y } \lim_{z\to 0} \sqrt{z} w_{s3}(z) = 0.$  No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.
- (16)

## Ampliación de Matemáticas (Versión 4)

E. Sea  $u: \mathbb{R} \times ]0, +\infty[ \to \mathbb{R}$  la solución acotada de la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$
 en  $(x, y) \in \mathbb{R} \times ]0, +\infty[$ ,

con la condición de Dirichlet

$$u(x,0) = 1 + x$$
 si  $x \in [-1,0]$ ,  $u(x,0) = 1 - x$  si  $x \in [0,1]$ ,  $u(x,0) = 0$  si  $|x| > 1$ ,  $u(x,y)$  acotada en  $\mathbb{R} \times [0,+\infty[$ .

(17) 
$$u(1,4) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{1}{2} \ln(\frac{17}{16} \frac{17}{20}) + 2 \left( \arctan(\frac{1}{2}) - \arctan(\frac{1}{4}) \right) \right).$$

(18) 
$$u(1,4) = \frac{1}{\pi} \left( 2 \ln(\frac{17}{16} \frac{17}{20}) + 2 \left( \arctan(\frac{1}{2}) - \arctan(\frac{1}{4}) \right) \right).$$
  
(19)  $u(1,4) = \frac{1}{\pi} \left( 2 \ln(\frac{17}{16} \frac{17}{20}) - 2 \left( \arctan(\frac{1}{2}) - \arctan(\frac{1}{4}) \right) \right).$   
(20) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

(19) 
$$u(1,4) = \frac{1}{\pi} \left( 2\ln(\frac{17}{16}\frac{17}{20}) - 2\left(\arctan(\frac{1}{2}) - \arctan(\frac{1}{4})\right) \right)$$

Nota. 
$$u(x,y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{y}{(x-t)^2 + y^2} dt$$
.

