Asignatura:	Curso:	Grupo:	
			_

3 === 4 🗀 5 = 6 = 7 =

8 = 9 = 10 == 13 === 14 === 15 ===

16 == 17 🗀 18 === 19 === 20 🗀 21 🗀 22 -23 === 24 🗀 25 🗀 26 ===

28 == 29 === 30 === 31 🗀 33 === 34 🗀 35 === 36 37 ===

38 🗀 39 🗀

27 -

40 📟 41 📟 42 🗀 43 🗀 44 🗀 45 === 46 === 47 === 48 == 49 ==

50 ===

53 🗀 54 === 55 == 56 = 57 == 58 === 59 🗀 60 📟 61 == 62 ==

63 🗀

64 ===

Ampliación de Matemáticas (Versión 1),

(20-12-2019)

A. Sea  $u:\mathbb{R}\times ]0,+\infty[\to\mathbb{R}$  la solución problema de Cauchy definido por

$$\frac{\partial u}{\partial t} = (1 + \tanh(t)) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{en } (x, t) \in \mathbb{R} \times ]0, +\infty[,$$
$$u(x, 0) = \exp(-2x^2) \quad x \in \mathbb{R},$$

u(x,t) uniformemente acotada en  $\mathbb{R}\times ]0,+\infty[$ .

Sea  $\hat{u}: \mathbb{R} \times ]0, +\infty[ \to \mathbb{C}$  la transformada de Fourier de la función u con respecto a la variable x, es decir,  $\hat{u}(\omega,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x,t) \exp(-\mathrm{i}\omega x) \mathrm{d}x$ . La función u verifica que:

(1) 
$$u(2,2) = \frac{1}{\sqrt{33 + 16 \ln(\cosh(2))}} \exp(-\frac{16}{33 + 16 \ln(\cosh(2))}).$$
  
(2)  $u(3,3) = \frac{1}{\sqrt{37 + 12 \ln(\cosh(3))}} \exp(-\frac{27}{37 + 12 \ln(\cosh(3))}).$   
(3)  $u(4,4) = \frac{1}{\sqrt{33 + 8 \ln(\cosh(4))}} \exp(-\frac{32}{33 + 8 \ln(\cosh(4))}).$ 

(2) 
$$u(3,3) = \frac{1}{\sqrt{37 + 12 \ln(\cosh(3))}} \exp(-\frac{27}{37 + 12 \ln(\cosh(3))})$$

(3) 
$$u(4,4) = \frac{1}{\sqrt{33 + 8 \ln(\cosh(4))}} \exp(-\frac{32}{33 + 8 \ln(\cosh(4))})$$

Nota.  $\mathcal{F}[\exp(-bx^2)](\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{b}} \exp(-\frac{\omega^2}{4b})$ , donde  $b \in \mathbb{R}$  y b > 0.

B. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d} t^2}(t) + 2 \frac{\mathrm{d} w}{\mathrm{d} t}(t) + 8 w(t) = g(t) \ \text{ en } ]0, + \infty[, \ w(0) = 0, \ \frac{\mathrm{d} w}{\mathrm{d} t}(0) = 1,$$

donde  $g:[0,+\infty[\to\mathbb{R}$  es la función definida por  $g(t)=\cos(t)$  si  $t\in[0,\frac{\pi}{2}[$  y g(t)=0 si  $t\in[\frac{\pi}{2},+\infty[$ . La transformada de Laplace de la función  $w:[0,+\infty[\to\mathbb{R} \text{ es tal que:}$ 

(5) 
$$\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(6 + \exp(-\pi)).$$
 (6)  $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(7 + \exp(-\pi)).$ 

(7)  $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(7 - \exp(-\pi))$ . (8) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas. Nombre:

Fecha:

Firma:

Así no marque

×

Marque asi

1 1 1 1 1 1 1 1 1 8 8 8 8 8 2 2 2 2 2 2 2 2

**EXPEDIENTE** 

Curso

1 2 3 4 5

Grupo

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ABCBE

1 a b c d e 2 a b c d e 3 a b c d e 5 a b c d e 6 a b c d 7 a b c d e 8 a b c d e 9 a b c d e

## Ampliación de Matemáticas (Versión 1)

C. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{d^2w}{dz^2} - z^3w = 0$$
 en  $\mathbb{C}$ ,  $w(0) = 0$ ,  $\frac{dw}{dz}(0) = i$ .

La solución del problema anterior es una función entera  $w:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ , cuyo desarrollo en serie de Taylor es  $w(z)=\sum\limits_{k=0}^{+\infty}c_kz^k$ . La función w cumple que:

cumple que: 
$$\underbrace{ \left( \mathbf{9} \right) }_{\substack{\underline{z} \to 0 \\ \overline{w}(z_1) \neq w(\overline{z_1})}}^{\underline{w}(z) - \mathrm{i}(z + \frac{z^6}{30})} = \frac{\mathrm{i}}{3300} \text{ y existe algún } z_1 \in \mathbb{C} \text{ tal que}$$

(10) 
$$\lim_{z \to 0} \frac{w(z) - i(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = \frac{i}{3300} \text{ y } \overline{w(z_1)} = w(\overline{z_1}) \text{ para todo } z_1 \in \mathbb{C} .$$

(11) 
$$\lim_{\substack{z\to 0\\w(\overline{z_1})}}\frac{w(z)-\mathrm{i}(z+\frac{z^6}{30})}{z^{11}}=\infty \text{ y existe algún } z_1\in\mathbb{C} \text{ tal que } \overline{w(z_1)}\neq$$

(12) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

D. Considérese la ecuación diferencial

$$z^{2}\frac{\mathrm{d}^{2}w}{\mathrm{d}z^{2}} + \frac{\sinh(2z)}{4}\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z} - \sin(z)w = 0.$$

Las soluciones de la ecuación anterior, en  $D\subset \mathbb{C},$  verifican que:

- (13) Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s1}(z)$ , tal que  $\lim_{z \to 0} \frac{w_{s1}(z)}{\ln(z)} = 1.$
- (14) Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s2}(z)$ , distinta de la función nula, tal que  $\lim_{z \to \infty} w_{s2}(z) = 0$ .
- (15) Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s3}(z)$ , distinta de la función nula, tal que  $\lim_{z\to 0} \frac{w_{s3}(z)}{\sqrt{z}} = 0$ .
- (16) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

## Ampliación de Matemáticas (Versión 1)

 $\boldsymbol{E}.$  Sea  $u:\mathbb{R}\times ]0,+\infty[\to\mathbb{R}$  la solución acotada de la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{en } (x,y) \in \mathbb{R} \times ]0, + \infty[,$$

con la condición de Dirichlet

$$u(x,0)=1-x^2\quad\text{si }x\in[-1,1],\quad u(x,0)=0\quad\text{si}\quad|x|>1,$$
 
$$u(x,y)\text{ acotada en }\mathbb{R}\times[0,+\infty[.$$

La función u verifica que:

(17) 
$$u(3,1) = \frac{1}{\pi} \left( -2 + 3\ln(\frac{17}{5}) - 7(\arctan(4) - \arctan(2)) \right).$$

(18) 
$$u(3,1) = \frac{1}{\pi} \left( 3 \ln(\frac{17}{5}) - 7 \left( \arctan(4) - \arctan(2) \right) \right).$$

(19) 
$$u(3,1) = \frac{1}{\pi} \left( -2 + 3\ln(\frac{17}{5}) - 16(\arctan(4) - \arctan(2)) \right).$$

(20) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. 
$$u(x,y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{y}{(x-t)^2 + y^2} dt$$
.



Asignatura:	Curso:	Grupo:

# 3 🗀

4 -5 \_\_\_ 6 = 7 = 8 🗀

11 🗀 12 🗀 13 🗀 14 🗀 15 = 16 == 17 -18 🗀 19 🗀 20 === 21 -

24 -25 === 26 === 27 -28 🗀 29 == 31 === 32 🗀 33 === 34 ===

35 36 🗀

37 🗀

22 -23 -

38 🗀 39 === 40 🖂 41 🗀 42 🗀 43 === 44 🗀 45 == 46 === 47 🗀

48 🗀

49 🗀

50 -

51 🗀 52 === 53 === 54 === 55 == 56 === 57 🗀 58 🗀 59 === 60 == 61 🗀

62 ==

63 ===

64 ===

## Ampliación de Matemáticas (Versión 2),

(20-12-2019)

A. Sea  $u: \mathbb{R} \times ]0, +\infty[ \to \mathbb{R}$  la solución problema de Cauchy definido por

$$\frac{\partial u}{\partial t} = (1 + \tanh(t)) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{en } (x, t) \in \mathbb{R} \times ]0, +\infty[,$$

$$u(x, 0) = \exp(-3x^2) \quad x \in \mathbb{R},$$

$$u(x, t) \text{ uniformemente acotada en } \mathbb{R} \times ]0, +\infty[.$$

Sea  $\hat{u}:\mathbb{R}\times ]0,+\infty[\to\mathbb{C}$  la transformada de Fourier de la función u con respecto a la variable x, es decir,  $\hat{u}(\omega,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x,t) \exp(-i\omega x) dx$ . La función u verifica que:

(1) 
$$u(2,2) = \frac{1}{\sqrt{33 + 16 \ln(\cosh(2))}} \exp(-\frac{16}{33 + 16 \ln(\cosh(2))}).$$
(2)  $u(3,3) = \frac{1}{\sqrt{37 + 12 \ln(\cosh(3))}} \exp(-\frac{27}{37 + 12 \ln(\cosh(3))}).$ 
(3)  $u(4,4) = \frac{1}{\sqrt{33 + 8 \ln(\cosh(4))}} \exp(-\frac{32}{33 + 8 \ln(\cosh(4))}).$ 
(4) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

(2) 
$$u(3,3) = \frac{1}{\sqrt{37 + 12\ln(\cosh(3))}} \exp(-\frac{27}{37 + 12\ln(\cosh(3))})$$

(3) 
$$u(4,4) = \frac{1}{\sqrt{33 + 8\ln(\cosh(4))}} \exp(-\frac{32}{33 + 8\ln(\cosh(4))}).$$

Nota. 
$$\mathcal{F}[\exp(-bx^2)](\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{b}} \exp(-\frac{\omega^2}{4b})$$
, donde  $b \in \mathbb{R}$  y  $b > 0$ .

B. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}t^2}(t) + 2\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}(t) + 8w(t) = g(t) \text{ en } ]0, +\infty[, w(0) = 0, \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}(0) = 1,$$

donde  $g:[0,+\infty[\to\mathbb{R}$  es la función definida por  $g(t)=\cos(t)$  si  $t\in[0,\frac{\pi}{2}[$  y g(t)=0 si  $t\in[\frac{\pi}{2},+\infty[$ . La transformada de Laplace de la función  $w:[0,+\infty[\to\mathbb{R} \text{ es tal que:}$ 

(5) 
$$\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(6 + \exp(-\pi))(6) \mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(7 + \exp(-\pi)).$$

(7)  $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(7 - \exp(-\pi))$ . (8) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas. Nombre:

Fecha:

Firma:



**EXPEDIENTE** 

111111 

6

8

9

11

12

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26 27

28 29

30

31

32

Curso

1 2 3 4 5

Grupo

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ABCBE

Auxiliar

1 a b c d e 2 a b c d e 3 a b c d e 4 a b c d e 5 a b c d 7 a b c d e 8 a b c d e 9 a b c d e

## Ampliación de Matemáticas (Versión 2)

C. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{d^2w}{dz^2} - z^3w = 0$$
 en  $\mathbb{C}$ ,  $w(0) = 0$ ,  $\frac{dw}{dz}(0) = i$ .

La solución del problema anterior es una función entera  $w:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ , cuyo desarrollo en serie de Taylor es  $w(z)=\sum\limits_{k=0}^{+\infty}c_kz^k$ . La función w cumple que:

cumple que: 
$$\underbrace{ \begin{array}{c} (9) \\ \frac{z \to 0}{w(z_1)} \neq w(\overline{z_1}) \end{array}}_{z_1} = \underbrace{ \begin{array}{c} i \\ 3300 \end{array}}_{z_1} \text{ y existe algún } z_1 \in \mathbb{C} \text{ tal que}$$

(10) 
$$\lim_{z\to 0} \frac{w(z) - \mathrm{i}(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = \frac{\mathrm{i}}{3300} \ \mathrm{y} \ \overline{w(z_1)} = w(\overline{z_1}) \ \mathrm{para} \ \mathrm{todo} \ z_1 \in \mathbb{C} \ .$$

(11) 
$$\lim_{\substack{z\to 0\\w(\overline{z_1})}}\frac{w(z)-\mathrm{i}(z+\frac{z^6}{30})}{z^{11}}=\infty \text{ y existe algún } z_1\in\mathbb{C} \text{ tal que } \overline{w(z_1)}\neq$$

(12) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

D. Considérese la ecuación diferencial

$$z^{2}\frac{\mathrm{d}^{2}w}{\mathrm{d}z^{2}} + \frac{\sinh(2z)}{4}\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z} - \sin(z)w = 0.$$

Las soluciones de la ecuación anterior, en  $D\subset \mathbb{C}$ , verifican que:

- (13) Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s1}(z)$ , tal que  $\lim_{z \to 0} \frac{w_{s1}(z)}{\ln(z)} = 1.$
- Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s2}(z)$ , distinta de la función nula, tal que  $\lim_{z\to 0} w_{s2}(z) = 0$ .
- (15) Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s3}(z)$ , distinta de la función nula, tal que  $\lim_{z\to 0} \frac{w_{s3}(z)}{\sqrt{z}} = 0$ .
- (16) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

## Ampliación de Matemáticas (Versión 2)

E. Sea  $u:\mathbb{R}\times ]0,+\infty[\to\mathbb{R}$  la solución acotada de la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{en } (x,y) \in \mathbb{R} \times ]0, +\infty[,$$

con la condición de Dirichlet

$$u(x,0)=1-x^2\quad\text{si }x\in[-1,1],\quad u(x,0)=0\quad\text{si}\quad|x|>1,$$
 
$$u(x,y)\text{ acotada en }\mathbb{R}\times[0,+\infty[.$$

La función u verifica que:

(17) 
$$u(3,1) = \frac{1}{\pi} \left( -2 + 3\ln(\frac{17}{5}) - 7(\arctan(4) - \arctan(2)) \right).$$

(18) 
$$u(3,1) = \frac{1}{\pi} \left( 3\ln(\frac{17}{5}) - 7(\arctan(4) - \arctan(2)) \right).$$

(19) 
$$u(3,1) = \frac{1}{\pi} \left( -2 + 3\ln(\frac{17}{5}) - 16(\arctan(4) - \arctan(2)) \right).$$

(20) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. 
$$u(x,y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{y}{(x-t)^2 + y^2} dt$$
.



Asignatura:	Curso:	Grupo:

## Ampliación de Matemáticas (Versión 3), (20-12-2019)

1 🗀

2 🗀 3 =

4 -5

6 =

8 == 9 🗀

10 ===

11 -

12 == 13 ==

14 ===

15 === 16 ==

17 == 18 ==

19 🗀 20 == 21 22 \_\_\_ 23 == 24 === 25 ==

27

28 === 29 ===

30 === 31

32 ===

33 ===

34 🗀 35 ===

37 ===

38 🗀

39 🗀

40 🗀

41 🖂

42 == 43 ===

45 ==

47 🗀

48 🗀

49 ===

50 ===

51 ===

52 ===

53 ==

54 ==

55 ==

57 ==

58 ==

59 ==

60 ==

61 ==

62 ===

63 ===

64 ===

A. Sea  $u: \mathbb{R} \times ]0, +\infty[ \to \mathbb{R}$  la solución problema de Cauchy definido por

$$\frac{\partial u}{\partial t} = (1 + \tanh(t)) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{en } (x, t) \in \mathbb{R} \times ]0, +\infty[,$$

$$u(x, 0) = \exp(-2x^2) \quad x \in \mathbb{R},$$

$$u(x, t) \text{ uniformemente acotada en } \mathbb{R} \times ]0, +\infty[.$$

Sea  $\hat{u}: \mathbb{R} \times ]0, +\infty[ \to \mathbb{C}$  la transformada de Fourier de la función u con respecto a la variable x, es decir,  $\hat{u}(\omega,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x,t) \exp(-i\omega x) dx$ . La función u verifica que:

(1) 
$$u(2,2) = \frac{1}{\sqrt{33 + 16\ln(\cosh(2))}} \exp(-\frac{16}{33 + 16\ln(\cosh(2))})$$

(2) 
$$u(3,3) = \frac{1}{\sqrt{37 + 12 \ln(\cosh(3))}} \exp(-\frac{27}{37 + 12 \ln(\cosh(3))})$$

(1) 
$$u(2,2) = \frac{1}{\sqrt{33 + 16\ln(\cosh(2))}} \exp(-\frac{16}{33 + 16\ln(\cosh(2))}).$$
  
(2)  $u(3,3) = \frac{1}{\sqrt{37 + 12\ln(\cosh(3))}} \exp(-\frac{27}{37 + 12\ln(\cosh(3))}).$   
(3)  $u(4,4) = \frac{1}{\sqrt{33 + 8\ln(\cosh(4))}} \exp(-\frac{32}{33 + 8\ln(\cosh(4))}).$ 

Nota. 
$$\mathcal{F}[\exp(-bx^2)](\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{b}} \exp(-\frac{\omega^2}{4b})$$
, donde  $b \in \mathbb{R}$  y  $b > 0$ .

B. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{d^2w}{dt^2}(t) + 2\frac{dw}{dt}(t) + 8w(t) = g(t) \text{ en } ]0, +\infty[, w(0) = 0, \frac{dw}{dt}(0) = 1,$$

donde  $g:[0,+\infty[\to\mathbb{R}$  es la función definida por  $g(t)=\cos(t)$  si  $t\in[0,\frac{\pi}{2}[$  y g(t)=0 si  $t\in[\frac{\pi}{2},+\infty[$ . La transformada de Laplace de la función  $w:[0,+\infty[\to\mathbb{R} \text{ es tal que:}$ 

(5) 
$$\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(6 + \exp(-\pi)).$$
 (6)  $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(7 + \exp(-\pi)).$ 

(7)  $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(7 - \exp(-\pi))$ . (8) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas. Nombre:

Fecha:

Firma:

Asi no marque



Marque asi

8 8 8 8 8 8 2 2 2 2 2 2 2 2

#### **EXPEDIENTE**

#### Curso

1 2 3 4 5

### Grupo

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 

## Auxiliar

1 a b c d e 2 a b c d e 3 a b c d e 4 a b c d e 5 a b c d e 6 a b c d 7 a b c d e 8 a b c d e 9 a b c d e

## Ampliación de Matemáticas (Versión 3)

C. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{d^2w}{dz^2} - z^3w = 0$$
 en  $\mathbb{C}$ ,  $w(0) = 0$ ,  $\frac{dw}{dz}(0) = -i$ .

La solución del problema anterior es una función entera  $w:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$  , cuyo desarrollo en serie de Taylor es  $w(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} c_k z^k$ . La función w

cumple que: 
$$\underbrace{ \begin{pmatrix} \mathbf{9} \end{pmatrix} \lim_{\substack{z \to 0 \\ \overline{w(z_1)} \neq w(\overline{z_1})}}^{w(z) + \mathrm{i}(z + \frac{z^6}{30})} = -\frac{\mathrm{i}}{3300} \text{ y existe algún } z_1 \in \mathbb{C} \text{ tal que}$$

(10) 
$$\lim_{z \to 0} \frac{w(z) + i(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = -\frac{i}{3300} \text{ y } \overline{w(z_1)} = w(\overline{z_1}) \text{ para todo } z_1 \in \mathbb{C}$$

(11) 
$$\lim_{\substack{z\to 0\\w(\overline{z_1})}}\frac{w(z)+\mathrm{i}(z+\frac{z^6}{30})}{z^{11}}=\infty \text{ y existe algún } z_1\in\mathbb{C} \text{ tal que } \overline{w(z_1)}\neq$$

(12) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

D. Considérese la ecuación diferencial

$$z^{2} \frac{d^{2}w}{dz^{2}} + \frac{\sinh(2z)}{4} \frac{dw}{dz} - \sin(z)w = 0.$$

Las soluciones de la ecuación anterior, en  $D \subset \mathbb{C}$ , verifican que:

(13) Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s1}(z)$ , tal que  $\lim_{z \to 0} \frac{w_{s1}(z)}{\ln(z)} = 1.$ 

- (14) Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s2}(z)$ , distinta
- de la función nula, tal que  $\lim_{z\to 0} w_{s2}(z) = 0$ .

  (15) Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s3}(z)$ , distinta de la función nula, tal que  $\lim_{z\to 0} \frac{w_{s3}(z)}{\sqrt{z}} = 0$ .
- (16) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

## Ampliación de Matemáticas (Versión 3)

E. Sea  $u:\mathbb{R}\times ]0,+\infty [ \to \mathbb{R}$  la solución acotada de la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{en } (x, y) \in \mathbb{R} \times ]0, +\infty[,$$

con la condición de Dirichlet

$$u(x,0)=1-x^2\quad\text{si }x\in[-1,1],\quad u(x,0)=0\quad\text{si}\quad|x|>1,$$
 
$$u(x,y)\text{ acotada en }\mathbb{R}\times[0,+\infty[.$$

La función u verifica que:

(17) 
$$u(3,1) = \frac{1}{\pi} \left( -2 + 3\ln(\frac{17}{5}) - 7(\arctan(4) - \arctan(2)) \right).$$

(18) 
$$u(3,1) = \frac{1}{\pi} \left( 3 \ln(\frac{17}{5}) - 7 \left( \arctan(4) - \arctan(2) \right) \right).$$

(19) 
$$u(3,1) = \frac{1}{\pi} \left( -2 + 3\ln(\frac{17}{5}) - 16(\arctan(4) - \arctan(2)) \right).$$

(20) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. 
$$u(x,y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{y}{(x-t)^2 + y^2} dt$$
.



Asignatura :	Curso:	Grupo:

# 1 = 2 \_\_\_

## 3 🖂 4 🖂 7 \_ 8 = 9 10 \_\_\_ 11 🖂

## 15 === 16 🖂 17 18 \_\_\_ 19 20 \_\_\_ 21 \_\_\_ 22 🗀

24 \_\_\_ 25 🗀 26 === 27 \_\_\_\_ 28 \_\_\_ 29 \_\_\_ 30 \_\_\_ 31 \_\_\_\_ 32 \_\_\_ 33 === 34 === 35 \_\_\_\_

23 \_\_\_

36 === 37 38 === 39 === 40 🗀 41 🗀 42 🗀 43 🗀 44 === 45 🗀 46 === 47 💳

48 💳

49

50 \_\_\_

51 \_\_\_\_ 52 \_\_\_ 54 \_\_\_\_ 55 === 56 === 57 \_\_\_\_ 58 \_\_\_ 59 \_\_\_

60 == 61 💳 62 \_\_\_ 63 === 64 === Ampliación de Matemáticas (Versión 4),

(20-12-2019)

A. Sea  $u: \mathbb{R} \times ]0, +\infty[ \to \mathbb{R}$  la solución problema de Cauchy definido por

$$\begin{split} \frac{\partial u}{\partial t} &= (1 + \tanh(t)) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{en } (x,t) \in \mathbb{R} \times ]0, +\infty[, \\ & u(x,0) = \exp(-2x^2) \quad x \in \mathbb{R}, \\ & u(x,t) \text{ uniformemente acotada en } \mathbb{R} \times ]0, +\infty[. \end{split}$$

Sea  $\hat{u}: \mathbb{R} \times ]0, +\infty[ \to \mathbb{C}$  la transformada de Fourier de la función u con respecto a la variable x, es decir,  $\hat{u}(\omega,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x,t) \exp(-\mathrm{i}\omega x) dx$ . La función u verifica que:

(1) 
$$u(2,2) = \frac{1}{\sqrt{33 + 16\ln(\cosh(2))}} \exp(-\frac{16}{33 + 16\ln(\cosh(2))}).$$

(2) 
$$u(3,3) = \frac{1}{\sqrt{37 + 12\ln(\cosh(3))}} \exp(-\frac{27}{37 + 12\ln(\cosh(3))})$$

(1) 
$$u(2,2) = \frac{1}{\sqrt{33 + 16 \ln(\cosh(2))}} \exp(-\frac{16}{33 + 16 \ln(\cosh(2))}).$$
  
(2)  $u(3,3) = \frac{1}{\sqrt{37 + 12 \ln(\cosh(3))}} \exp(-\frac{27}{37 + 12 \ln(\cosh(3))}).$   
(3)  $u(4,4) = \frac{1}{\sqrt{33 + 8 \ln(\cosh(4))}} \exp(-\frac{32}{33 + 8 \ln(\cosh(4))}).$   
(4) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota.  $\mathcal{F}[\exp(-bx^2)](\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{b}} \exp(-\frac{\omega^2}{4b})$ , donde  $b \in \mathbb{R}$  y b > 0.

B. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}t^2}(t) + 2\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}(t) + 8w(t) = g(t) \text{ en } ]0, +\infty[, \ w(0) = 0, \ \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}(0) = 1,$$

donde  $g:[0,+\infty[\to\mathbb{R}$  es la función definida por  $g(t)=\cos(t)$  si  $t\in[0,\frac{\pi}{2}[$  y g(t)=0 si  $t\in[\frac{\pi}{2},+\infty[$ . La transformada de Laplace de la función  $w:[0,+\infty[\to\mathbb{R} \text{ es tal que:}$ 

(5) 
$$\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(6 + \exp(-\pi)).(6) \mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(7 + \exp(-\pi)).$$

(7)  $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(7 - \exp(-\pi))$ . (8) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas. Nombre:

Fecha:

Firma:

Así no marque

×

Marque asi

**EXPEDIENTE** 

3

8

9

10

11

12

15 16 17

18

19

20

21 22

23

24 25 26

27

28

29

30

31

32

Curso

1 2 3 4 5

Grupo

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 A B C D E F G H L 4

Auxiliar

1 a b c d e 2 a b c d e 3 a b c d e 4 a b c d e 5 a b c d e 6 a b c d e 7 a b c d e 8 a b c d e 9 a b c d e

## Ampliación de Matemáticas (Versión 4)

C. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{d^2w}{dz^2} - z^3w = 0$$
 en  $\mathbb{C}$ ,  $w(0) = 0$ ,  $\frac{dw}{dz}(0) = -i$ .

La solución del problema anterior es una función entera  $w:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ , cuyo desarrollo en serie de Taylor es  $w(z)=\sum\limits_{k=0}^{+\infty}c_kz^k$ . La función w cumple que:

Cumple que:
$$(9) \lim_{\substack{z \to 0 \\ \overline{w(z_1)} \neq w(\overline{z_1})}} \frac{w(z) + \mathrm{i}(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = -\frac{\mathrm{i}}{3300} \text{ y existe algún } z_1 \in \mathbb{C} \text{ tal que}$$

(10) 
$$\lim_{z \to 0} \frac{w(z) + i(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = -\frac{i}{3300} \text{ y } \overline{w(z_1)} = w(\overline{z_1}) \text{ para todo } z_1 \in \mathbb{C}$$

(11) 
$$\lim_{\substack{z\to 0\\w(\overline{z_1})}}\frac{w(z)+\mathrm{i}(z+\frac{z^6}{30})}{z^{11}}=\infty \text{ y existe algún } z_1\in\mathbb{C} \text{ tal que } \overline{w(z_1)}\neq$$

(12) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

D. Considérese la ecuación diferencial

$$z^2 \frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}z^2} + \frac{\sinh(2z)}{4} \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z} - \sin(z)w = 0.$$

Las soluciones de la ecuación anterior, en  $D\subset \mathbb{C},$  verifican que:

- (13) Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s1}(z)$ , tal que  $\lim_{z \to 0} \frac{w_{s1}(z)}{\ln(z)} = 1.$
- (14) Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s2}(z)$ , distinta de la función nula, tal que  $\lim_{z\to 0} w_{s2}(z) = 0$ .
- de la función nula, tal que  $\lim_{z\to 0} w_{s2}(z) = 0$ .

  (15) Existe una solución de la ecuación del enunciado,  $w_{s3}(z)$ , distinta de la función nula, tal que  $\lim_{z\to 0} \frac{w_{s3}(z)}{\sqrt{z}} = 0$ .
- (16) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

## Ampliación de Matemáticas (Versión 4)

E. Sea  $u:\mathbb{R}\times ]0,+\infty [\to \mathbb{R}$  la solución acotada de la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{en } (x,y) \in \mathbb{R} \times ]0, + \infty[,$$

con la condición de Dirichlet

$$u(x,0)=1-x^2$$
 si  $x\in[-1,1],$   $u(x,0)=0$  si  $|x|>1,$  
$$u(x,y) \text{ acotada en } \mathbb{R}\times[0,+\infty[.$$

La función u verifica que:

(17) 
$$u(4,1) = \frac{1}{\pi} \left( -2 + 4 \ln(\frac{26}{10}) - 30(\arctan(5) - \arctan(3)) \right).$$

(18) 
$$u(4,1) = \frac{1}{\pi} \left( 4 \ln(\frac{26}{10}) - 14 \left( \arctan(5) - \arctan(3) \right) \right).$$

(19) 
$$u(4,1) = \frac{1}{\pi} \left( -2 + 4 \ln(\frac{26}{10}) - 14(\arctan(5) - \arctan(3)) \right).$$
(20) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. 
$$u(x,y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{y}{(x-t)^2 + y^2} dt$$
.

