Enunciado-P2-19-20.pdf

Aerosafe98

Ampliación de Matemáticas

3º Grado en Ingeniería Aeroespacial

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Aeronáutica y del Espacio
Universidad Politécnica de Madrid

KEEP
CALM
AND
ESTUDIA
UN POQUITO

Asignatura: ______ Curso: ______ Grupo: ______

Nombre:
Fecha:
Firma:

Ampliación de Matemáticas (Versión 1), (20-12-2019)

A. Sea $u : \mathbb{R}\times]0,+\infty[\to \mathbb{R}$ la solución problema de Cauchy definido por

$$\frac{\partial u}{\partial t} = (1+\tanh(t))\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{en } (x,t)\in\mathbb{R}\times]0,+\infty[,$$
$$u(x,0)=\exp(-2x^2) \quad x\in\mathbb{R},$$
$$u(x,t) \text{ uniformemente acotada en } \mathbb{R}\times]0,+\infty[.$$

Sea $\hat{u} : \mathbb{R}\times]0,+\infty[\to \mathbb{C}$ la transformada de Fourier de la función u con respecto a la variable x, es decir, $\hat{u}(\omega,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x,t)\exp(-\mathrm{i}\omega x)\mathrm{d}x$. La función u verifica que:

(1) $u(2,2) = \dfrac{1}{\sqrt{33+16\ln(\cosh(2))}}\exp(-\dfrac{16}{33+16\ln(\cosh(2))})$.

(2) $u(3,3) = \dfrac{1}{\sqrt{37+12\ln(\cosh(3))}}\exp(-\dfrac{27}{37+12\ln(\cosh(3))})$.

(3) $u(4,4) = \dfrac{1}{\sqrt{33+8\ln(\cosh(4))}}\exp(-\dfrac{32}{33+8\ln(\cosh(4))})$.

(4) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. $\mathcal{F}[\exp(-bx^2)](\omega) = \sqrt{\dfrac{\pi}{b}}\exp(-\dfrac{\omega^2}{4b})$, donde $b\in\mathbb{R}$ y $b>0$.

B. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}t^2}(t) + 2\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}(t) + 8w(t) = g(t) \text{ en }]0,+\infty[,\ w(0)=0,\ \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}(0)=1,$$

donde $g : [0,+\infty[\to\mathbb{R}$ es la función definida por $g(t)=\cos(t)$ si $t\in[0,\frac{\pi}{2}[$ y $g(t)=0$ si $t\in[\frac{\pi}{2},+\infty[$. La transformada de Laplace de la función $w : [0,+\infty[\to\mathbb{R}$ es tal que:

(5) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(6+\exp(-\pi))$. (6) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(7+\exp(-\pi))$.

(7) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(7-\exp(-\pi))$. (8) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

C. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}z^2} - z^3 w = 0 \text{ en } \mathbb{C},\ w(0) = 0,\ \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z}(0) = \mathrm{i}.$$

La solución del problema anterior es una función entera $w : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, cuyo desarrollo en serie de Taylor es $w(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} c_k z^k$. La función w cumple que:

(9) $\lim_{z\to 0} \frac{w(z) - \mathrm{i}(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = \frac{\mathrm{i}}{3300}$ y existe algún $z_1 \in \mathbb{C}$ tal que $w(z_1) \neq w(\overline{z_1})$.

(10) $\lim_{z\to 0} \frac{w(z) - \mathrm{i}(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = \frac{\mathrm{i}}{3300}$ y $\overline{w(z_1)} = w(\overline{z_1})$ para todo $z_1 \in \mathbb{C}$.

(11) $\lim_{z\to 0} \frac{w(z) - \mathrm{i}(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = \infty$ y existe algún $z_1 \in \mathbb{C}$ tal que $\overline{w(z_1)} \neq w(\overline{z_1})$.

(12) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

D. Considérese la ecuación diferencial

$$z^2 \frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}z^2} + \frac{\sinh(2z)}{4} \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z} - \sin(z) w = 0.$$

Las soluciones de la ecuación anterior, en $D \subset \mathbb{C}$, verifican que:

(13) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s1}(z)$, tal que $\lim_{z\to 0} \frac{w_{s1}(z)}{\ln(z)} = 1$.

(14) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s2}(z)$, distinta de la función nula, tal que $\lim_{z\to 0} w_{s2}(z) = 0$.

(15) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s3}(z)$, distinta de la función nula, tal que $\lim_{z\to 0} \frac{w_{s3}(z)}{\sqrt{z}} = 0$.

(16) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Ampliación de Matemáticas (Versión 1)

E. Sea $u : \mathbb{R}\times]0,+\infty[\to \mathbb{R}$ la solución acotada de la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{en } (x,y) \in \mathbb{R}\times]0,+\infty[,$$

con la condición de Dirichlet

$$u(x,0) = 1 - x^2 \quad \text{si } x \in [-1,1], \qquad u(x,0) = 0 \quad \text{si} \quad |x| > 1,$$
$$u(x,y) \text{ acotada en } \mathbb{R} \times [0,+\infty[.$$

La función u verifica que:

(17) $u(3,1) = \frac{1}{\pi}\left(-2 + 3\ln(\frac{17}{5}) - 7(\arctan(4) - \arctan(2))\right)$.

(18) $u(3,1) = \frac{1}{\pi}\left(3\ln(\frac{17}{5}) - 7\,(\arctan(4) - \arctan(2))\right)$.

(19) $u(3,1) = \frac{1}{\pi}\left(-2 + 3\ln(\frac{17}{5}) - 16(\arctan(4) - \arctan(2))\right)$.

(20) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. $u(x,y) = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\frac{y}{(x-t)^2+y^2}\mathrm{d}t.$

Asignatura: ______ Curso: ______ Grupo: ______

Respuestas 1–65

Nombre:

Fecha:

Firma:

Así no marque

Marque así

D.N.I.

EXPEDIENTE

Versión

Curso

Grupo

Auxiliar

Ampliación de Matemáticas (Versión 2), (20-12-2019)

A. Sea $u : \mathbb{R}\times]0,+\infty[\to \mathbb{R}$ la solución problema de Cauchy definido por

$$\frac{\partial u}{\partial t} = (1+\tanh(t))\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{en } (x,t)\in\mathbb{R}\times]0,+\infty[,$$
$$u(x,0) = \exp(-3x^2) \quad x\in\mathbb{R},$$
$$u(x,t) \text{ uniformemente acotada en } \mathbb{R}\times]0,+\infty[.$$

Sea $\hat{u} : \mathbb{R}\times]0,+\infty[\to \mathbb{C}$ la transformada de Fourier de la función u con respecto a la variable x, es decir, $\hat{u}(\omega,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x,t)\exp(-\mathrm{i}\omega x)\mathrm{d}x$. La función u verifica que:

(1) $u(2,2) = \dfrac{1}{\sqrt{33+16\ln(\cosh(2))}}\exp\left(-\dfrac{16}{33+16\ln(\cosh(2))}\right)$.

(2) $u(3,3) = \dfrac{1}{\sqrt{37+12\ln(\cosh(3))}}\exp\left(-\dfrac{27}{37+12\ln(\cosh(3))}\right)$.

(3) $u(4,4) = \dfrac{1}{\sqrt{33+8\ln(\cosh(4))}}\exp\left(-\dfrac{32}{33+8\ln(\cosh(4))}\right)$.

(4) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. $\mathcal{F}[\exp(-bx^2)](\omega) = \sqrt{\dfrac{\pi}{b}}\exp\left(-\dfrac{\omega^2}{4b}\right)$, donde $b\in\mathbb{R}$ y $b>0$.

B. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}t^2}(t) + 2\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}(t) + 8w(t) = g(t) \quad \text{en }]0,+\infty[,\ w(0)=0,\ \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}(0) = 1,$$

donde $g : [0,+\infty[\to\mathbb{R}$ es la función definida por $g(t) = \cos(t)$ si $t\in[0,\frac{\pi}{2}[$ y $g(t) = 0$ si $t\in[\frac{\pi}{2},+\infty[$. La transformada de Laplace de la función $w : [0,+\infty[\to\mathbb{R}$ es tal que:

(5) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \dfrac{1}{80}(6+\exp(-\pi))$. (6) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \dfrac{1}{80}(7+\exp(-\pi))$.

(7) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \dfrac{1}{80}(7-\exp(-\pi))$. (8) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Ampliación de Matemáticas (Versión 2)

C. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{\mathrm{d}^2w}{\mathrm{d}z^2} - z^3w = 0 \text{ en } \mathbb{C},\ w(0) = 0,\ \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z}(0) = \mathrm{i}.$$

La solución del problema anterior es una función entera $w : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, cuyo desarrollo en serie de Taylor es $w(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} c_k z^k$. La función w cumple que:

(9) $\lim\limits_{z\to 0} \dfrac{w(z) - \mathrm{i}(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = \dfrac{\mathrm{i}}{3300}$ y existe algún $z_1 \in \mathbb{C}$ tal que $\overline{w(z_1)} \neq w(\overline{z_1})$.

(10) $\lim\limits_{z\to 0} \dfrac{w(z) - \mathrm{i}(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = \dfrac{\mathrm{i}}{3300}$ y $\overline{w(z_1)} = w(\overline{z_1})$ para todo $z_1 \in \mathbb{C}$.

(11) $\lim\limits_{z\to 0} \dfrac{w(z) - \mathrm{i}(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = \infty$ y existe algún $z_1 \in \mathbb{C}$ tal que $\overline{w(z_1)} \neq w(\overline{z_1})$.

(12) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

D. Considérese la ecuación diferencial

$$z^2\frac{\mathrm{d}^2w}{\mathrm{d}z^2} + \frac{\sinh(2z)}{4}\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z} - \sin(z)w = 0.$$

Las soluciones de la ecuación anterior, en $D \subset \mathbb{C}$, verifican que:

(13) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s1}(z)$, tal que $\lim\limits_{z\to 0} \dfrac{w_{s1}(z)}{\ln(z)} = 1$.

(14) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s2}(z)$, distinta de la función nula, tal que $\lim\limits_{z\to 0} w_{s2}(z) = 0$.

(15) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s3}(z)$, distinta de la función nula, tal que $\lim\limits_{z\to 0} \dfrac{w_{s3}(z)}{\sqrt{z}} = 0$.

(16) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Ampliación de Matemáticas (Versión 2)

E. Sea $u : \mathbb{R}\times]0,+\infty[\to \mathbb{R}$ la solución acotada de la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{en } (x,y) \in \mathbb{R}\times]0,+\infty[,$$

con la condición de Dirichlet

$$u(x,0) = 1 - x^2 \quad \text{si } x \in [-1,1], \quad u(x,0) = 0 \quad \text{si} \quad |x| > 1,$$
$$u(x,y) \text{ acotada en } \mathbb{R} \times [0,+\infty[.$$

La función u verifica que:

(17) $u(3,1) = \dfrac{1}{\pi}\left(-2 + 3\ln(\dfrac{17}{5}) - 7(\arctan(4) - \arctan(2))\right).$

(18) $u(3,1) = \dfrac{1}{\pi}\left(3\ln(\dfrac{17}{5}) - 7(\arctan(4) - \arctan(2))\right).$

(19) $u(3,1) = \dfrac{1}{\pi}\left(-2 + 3\ln(\dfrac{17}{5}) - 16(\arctan(4) - \arctan(2))\right).$

(20) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. $u(x,y) = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\frac{y}{(x-t)^2 + y^2}\mathrm{d}t.$

Asignatura: ______________________ Curso: __________ Grupo: __________

Nombre:

Fecha:

Firma:

Así no marque

Marque así

D.N.I.

EXPEDIENTE

Versión

Curso

Grupo

Auxiliar

Respuestas

Ampliación de Matemáticas (Versión 3), (20-12-2019)

A. Sea $u : \mathbb{R}\times]0,+\infty[\to\mathbb{R}$ la solución problema de Cauchy definido por

$$\frac{\partial u}{\partial t} = (1+\tanh(t))\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{en } (x,t)\in\mathbb{R}\times]0,+\infty[,$$
$$u(x,0) = \exp(-2x^2) \quad x\in\mathbb{R},$$
$$u(x,t) \text{ uniformemente acotada en } \mathbb{R}\times]0,+\infty[.$$

Sea $\hat{u} : \mathbb{R}\times]0,+\infty[\to\mathbb{C}$ la transformada de Fourier de la función u con respecto a la variable x, es decir, $\hat{u}(\omega,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x,t)\exp(-\mathrm{i}\omega x)\mathrm{d}x$. La función u verifica que:

(1) $u(2,2) = \dfrac{1}{\sqrt{33+16\ln(\cosh(2))}}\exp\left(-\dfrac{16}{33+16\ln(\cosh(2))}\right)$.

(2) $u(3,3) = \dfrac{1}{\sqrt{37+12\ln(\cosh(3))}}\exp\left(-\dfrac{27}{37+12\ln(\cosh(3))}\right)$.

(3) $u(4,4) = \dfrac{1}{\sqrt{33+8\ln(\cosh(4))}}\exp\left(-\dfrac{32}{33+8\ln(\cosh(4))}\right)$.

(4) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. $\mathcal{F}[\exp(-bx^2)](\omega) = \sqrt{\dfrac{\pi}{b}}\exp\left(-\dfrac{\omega^2}{4b}\right)$, donde $b\in\mathbb{R}$ y $b>0$.

B. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}t^2}(t) + 2\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}(t) + 8w(t) = g(t) \quad \text{en }]0,+\infty[,\ w(0)=0,\ \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}(0)=1,$$

donde $g : [0,+\infty[\to\mathbb{R}$ es la función definida por $g(t)=\cos(t)$ si $t\in[0,\frac{\pi}{2}[$ y $g(t)=0$ si $t\in[\frac{\pi}{2},+\infty[$. La transformada de Laplace de la función $w : [0,+\infty[\to\mathbb{R}$ es tal que:

(5) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \dfrac{1}{80}(6+\exp(-\pi))$.

(6) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \dfrac{1}{80}(7+\exp(-\pi))$.

(7) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \dfrac{1}{80}(7-\exp(-\pi))$.

(8) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Ampliación de Matemáticas (Versión 3)

C. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{d^2w}{dz^2} - z^3 w = 0 \text{ en } \mathbb{C},\ w(0) = 0,\ \frac{dw}{dz}(0) = -i.$$

La solución del problema anterior es una función entera $w : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, cuyo desarrollo en serie de Taylor es $w(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} c_k z^k$. La función w cumple que:

(9) $\lim_{z\to 0} \frac{w(z) + i(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = -\frac{i}{3300}$ y existe algún $z_1 \in \mathbb{C}$ tal que $\overline{w(z_1)} \neq w(\overline{z_1})$.

(10) $\lim_{z\to 0} \frac{w(z) + i(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = -\frac{i}{3300}$ y $\overline{w(z_1)} = w(\overline{z_1})$ para todo $z_1 \in \mathbb{C}$.

(11) $\lim_{z\to 0} \frac{w(z) + i(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = \infty$ y existe algún $z_1 \in \mathbb{C}$ tal que $\overline{w(z_1)} \neq w(\overline{z_1})$.

(12) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

D. Considérese la ecuación diferencial

$$z^2 \frac{d^2w}{dz^2} + \frac{\sinh(2z)}{4}\frac{dw}{dz} - \sin(z)w = 0.$$

Las soluciones de la ecuación anterior, en $D \subset \mathbb{C}$, verifican que:

(13) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s1}(z)$, tal que $\lim_{z\to 0} \frac{w_{s1}(z)}{\ln(z)} = 1$.

(14) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s2}(z)$, distinta de la función nula, tal que $\lim_{z\to 0} w_{s2}(z) = 0$.

(15) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s3}(z)$, distinta de la función nula, tal que $\lim_{z\to 0} \frac{w_{s3}(z)}{\sqrt{z}} = 0$.

(16) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

E. Sea $u : \mathbb{R}\times]0,+\infty[\to \mathbb{R}$ la solución acotada de la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{en } (x,y) \in \mathbb{R}\times]0,+\infty[,$$

con la condición de Dirichlet

$$u(x,0) = 1 - x^2 \quad \text{si } x \in [-1,1], \quad u(x,0) = 0 \quad \text{si} \quad |x| > 1,$$
$$u(x,y) \text{ acotada en } \mathbb{R} \times [0,+\infty[.$$

La función u verifica que:

(17) $u(3,1) = \dfrac{1}{\pi}\left(-2 + 3\ln(\dfrac{17}{5}) - 7(\arctan(4) - \arctan(2))\right).$

(18) $u(3,1) = \dfrac{1}{\pi}\left(3\ln(\dfrac{17}{5}) - 7\,(\arctan(4) - \arctan(2))\right).$

(19) $u(3,1) = \dfrac{1}{\pi}\left(-2 + 3\ln(\dfrac{17}{5}) - 16(\arctan(4) - \arctan(2))\right).$

(20) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. $u(x,y) = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\frac{y}{(x-t)^2+y^2}\mathrm{d}t.$

Asignatura : ______ Curso: ______ Grupo: ______

Nombre:
Fecha:
Firma:

Así no marque
Marque así

D.N.I.
EXPEDIENTE
Versión
Curso
Grupo
Auxiliar
Respuestas

Ampliación de Matemáticas (Versión 4), (20-12-2019)

A. Sea $u:\mathbb{R}\times]0,+\infty[\to\mathbb{R}$ la solución problema de Cauchy definido por

$$\frac{\partial u}{\partial t}=(1+\tanh(t))\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\quad \text{en } (x,t)\in\mathbb{R}\times]0,+\infty[,$$
$$u(x,0)=\exp(-2x^2)\quad x\in\mathbb{R},$$
$$u(x,t)\ \text{uniformemente acotada en } \mathbb{R}\times]0,+\infty[.$$

Sea $\hat{u}:\mathbb{R}\times]0,+\infty[\to\mathbb{C}$ la transformada de Fourier de la función u con respecto a la variable x, es decir, $\hat{u}(\omega,t)=\int_{-\infty}^{+\infty}u(x,t)\exp(-\mathrm{i}\omega x)\mathrm{d}x$. La función u verifica que:

(1) $u(2,2)=\dfrac{1}{\sqrt{33+16\ln(\cosh(2))}}\exp(-\dfrac{16}{33+16\ln(\cosh(2))})$.

(2) $u(3,3)=\dfrac{1}{\sqrt{37+12\ln(\cosh(3))}}\exp(-\dfrac{27}{37+12\ln(\cosh(3))})$.

(3) $u(4,4)=\dfrac{1}{\sqrt{33+8\ln(\cosh(4))}}\exp(-\dfrac{32}{33+8\ln(\cosh(4))})$.

(4) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. $\mathcal{F}[\exp(-bx^2)](\omega)=\sqrt{\dfrac{\pi}{b}}\exp(-\dfrac{\omega^2}{4b})$, donde $b\in\mathbb{R}$ y $b>0$.

B. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}t^2}(t)+2\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}(t)+8w(t)=g(t)\ \text{ en }]0,+\infty[,\ w(0)=0,\ \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}(0)=1,$$

donde $g:[0,+\infty[\to\mathbb{R}$ es la función definida por $g(t)=\cos(t)$ si $t\in[0,\frac{\pi}{2}[$ y $g(t)=0$ si $t\in[\frac{\pi}{2},+\infty[$. La transformada de Laplace de la función $w:[0,+\infty[\to\mathbb{R}$ es tal que:

(5) $\mathcal{L}[w(t)](2)=\dfrac{1}{80}(6+\exp(-\pi))$. (6) $\mathcal{L}[w(t)](2)=\dfrac{1}{80}(7+\exp(-\pi))$.

(7) $\mathcal{L}[w(t)](2)=\dfrac{1}{80}(7-\exp(-\pi))$. (8) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Ampliación de Matemáticas (Versión 4)

C. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}z^2} - z^3 w = 0 \text{ en } \mathbb{C},\ w(0) = 0,\ \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z}(0) = -\mathrm{i}.$$

La solución del problema anterior es una función entera $w : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, cuyo desarrollo en serie de Taylor es $w(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} c_k z^k$. La función w cumple que:

(9) $\displaystyle\lim_{z\to 0} \frac{w(z) + \mathrm{i}(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = -\frac{\mathrm{i}}{3300}$ y existe algún $z_1 \in \mathbb{C}$ tal que $w(z_1) \neq w(\overline{z_1})$.

(10) $\displaystyle\lim_{z\to 0} \frac{w(z) + \mathrm{i}(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = -\frac{\mathrm{i}}{3300}$ y $\overline{w(z_1)} = w(\overline{z_1})$ para todo $z_1 \in \mathbb{C}$.

(11) $\displaystyle\lim_{z\to 0} \frac{w(z) + \mathrm{i}(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = \infty$ y existe algún $z_1 \in \mathbb{C}$ tal que $\overline{w(z_1)} \neq w(\overline{z_1})$.

(12) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

D. Considérese la ecuación diferencial

$$z^2 \frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}z^2} + \frac{\sinh(2z)}{4} \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z} - \sin(z) w = 0.$$

Las soluciones de la ecuación anterior, en $D \subset \mathbb{C}$, verifican que:

(13) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s1}(z)$, tal que $\displaystyle\lim_{z\to 0} \frac{w_{s1}(z)}{\ln(z)} = 1.$

(14) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s2}(z)$, distinta de la función nula, tal que $\displaystyle\lim_{z\to 0} w_{s2}(z) = 0.$

(15) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s3}(z)$, distinta de la función nula, tal que $\displaystyle\lim_{z\to 0} \frac{w_{s3}(z)}{\sqrt{z}} = 0.$

(16) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Ampliación de Matemáticas (Versión 4)

E. Sea $u : \mathbb{R}\times]0,+\infty[\to \mathbb{R}$ la solución acotada de la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{en } (x,y) \in \mathbb{R}\times]0,+\infty[,$$

con la condición de Dirichlet

$$u(x,0) = 1 - x^2 \quad \text{si } x \in [-1,1], \qquad u(x,0) = 0 \quad \text{si} \quad |x| > 1,$$
$$u(x,y) \ \text{acotada en } \mathbb{R}\times[0,+\infty[.$$

La función u verifica que:

(17) $u(4,1) = \dfrac{1}{\pi}\left(-2 + 4\ln(\dfrac{26}{10}) - 30(\arctan(5) - \arctan(3))\right)$.

(18) $u(4,1) = \dfrac{1}{\pi}\left(4\ln(\dfrac{26}{10}) - 14\,(\arctan(5) - \arctan(3))\right)$.

(19) $u(4,1) = \dfrac{1}{\pi}\left(-2 + 4\ln(\dfrac{26}{10}) - 14(\arctan(5) - \arctan(3))\right)$.

(20) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. $u(x,y) = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\frac{y}{(x-t)^2 + y^2}\mathrm{d}t$.