

Enunciado-P2-19-20.pdf



Aerosafe98



Ampliación de Matemáticas



3º Grado en Ingeniería Aeroespacial



**Escuela Técnica Superior de Ingeniería Aeronáutica y del
Espacio**
Universidad Politécnica de Madrid

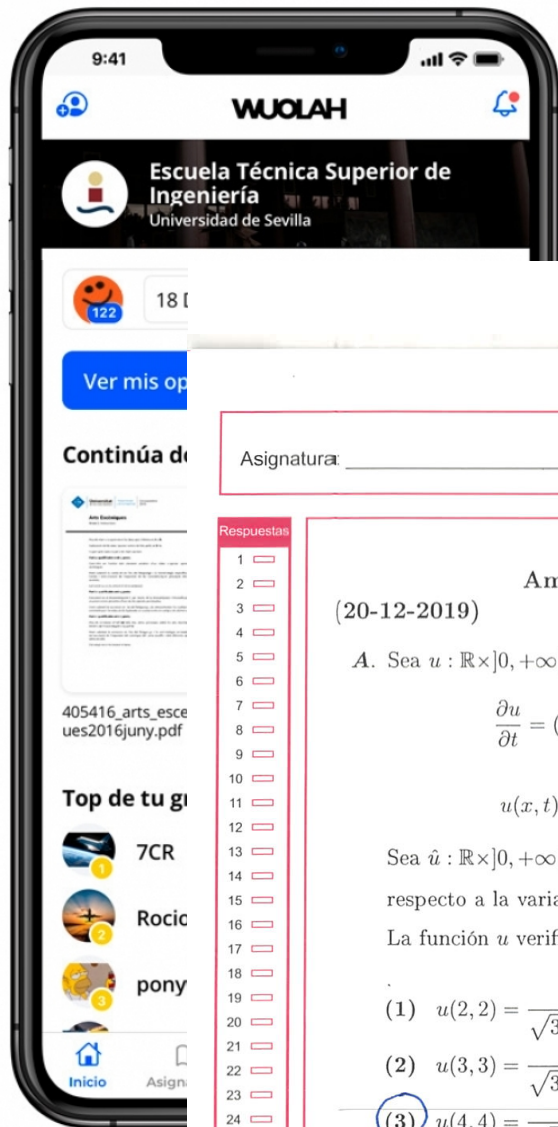


Descarga la APP de Wuolah.
Ya disponible para el móvil y la tablet.





**KEEP
CALM
AND
ESTUDIA
UN POQUITO**



Descarga la APP de Wuolah.
Ya disponible para el móvil y la tablet.



Asignatura: _____ Curso: _____ Grupo: _____

Respuestas

- 1 ☐
- 2 ☐
- 3 ☐
- 4 ☐
- 5 ☐
- 6 ☐
- 7 ☐
- 8 ☐
- 9 ☐
- 10 ☐
- 11 ☐
- 12 ☐
- 13 ☐
- 14 ☐
- 15 ☐
- 16 ☐
- 17 ☐
- 18 ☐
- 19 ☐
- 20 ☐
- 21 ☐
- 22 ☐
- 23 ☐
- 24 ☐
- 25 ☐
- 26 ☐
- 27 ☐
- 28 ☐
- 29 ☐
- 30 ☐
- 31 ☐
- 32 ☐
- 33 ☐
- 34 ☐
- 35 ☐
- 36 ☐
- 37 ☐
- 38 ☐
- 39 ☐
- 40 ☐
- 41 ☐
- 42 ☐
- 43 ☐
- 44 ☐
- 45 ☐
- 46 ☐
- 47 ☐
- 48 ☐
- 49 ☐
- 50 ☐
- 51 ☐
- 52 ☐
- 53 ☐
- 54 ☐
- 55 ☐
- 56 ☐
- 57 ☐
- 58 ☐
- 59 ☐
- 60 ☐
- 61 ☐
- 62 ☐
- 63 ☐
- 64 ☐
- 65 ☐

**Ampliación de Matemáticas (Versión 1),
(20-12-2019)**

A. Sea $u : \mathbb{R} \times]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la solución problema de Cauchy definido por

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= (1 + \tanh(t)) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{en } (x, t) \in \mathbb{R} \times]0, +\infty[, \\ u(x, 0) &= \exp(-2x^2) \quad x \in \mathbb{R}, \\ u(x, t) &\text{ uniformemente acotada en } \mathbb{R} \times]0, +\infty[. \end{aligned}$$

Sea $\hat{u} : \mathbb{R} \times]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{C}$ la transformada de Fourier de la función u con respecto a la variable x , es decir, $\hat{u}(\omega, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x, t) \exp(-i\omega x) dx$. La función u verifica que:

- (1) $u(2, 2) = \frac{1}{\sqrt{33 + 16 \ln(\cosh(2))}} \exp\left(-\frac{16}{33 + 16 \ln(\cosh(2))}\right)$.
- (2) $u(3, 3) = \frac{1}{\sqrt{37 + 12 \ln(\cosh(3))}} \exp\left(-\frac{27}{37 + 12 \ln(\cosh(3))}\right)$.
- (3) $u(4, 4) = \frac{1}{\sqrt{33 + 8 \ln(\cosh(4))}} \exp\left(-\frac{32}{33 + 8 \ln(\cosh(4))}\right)$.
- (4) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. $\mathcal{F}[\exp(-bx^2)](\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{b}} \exp\left(-\frac{\omega^2}{4b}\right)$, donde $b \in \mathbb{R}$ y $b > 0$.

B. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{d^2 w}{dt^2}(t) + 2 \frac{dw}{dt}(t) + 8w(t) = g(t) \quad \text{en }]0, +\infty[, \quad w(0) = 0, \quad \frac{dw}{dt}(0) = 1,$$

donde $g : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ es la función definida por $g(t) = \cos(t)$ si $t \in [0, \frac{\pi}{2}[$ y $g(t) = 0$ si $t \in [\frac{\pi}{2}, +\infty[$. La transformada de Laplace de la función $w : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ es tal que:

- (5) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(6 + \exp(-\pi))$.
- (6) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(7 + \exp(-\pi))$.
- (7) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(7 - \exp(-\pi))$.
- (8) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nombre: _____

Fecha: _____

Firma: _____

Así no marque



Marque así

D.N.I.

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

EXPEDIENTE

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

Curso

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

Grupo

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
A	B	C	D	E
F	G	H	I	J

Auxiliar

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e

Versión

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40

Ampliación de Matemáticas (Versión 1)

C. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{d^2 w}{dz^2} - z^3 w = 0 \text{ en } \mathbb{C}, w(0) = 0, \frac{dw}{dz}(0) = i.$$

La solución del problema anterior es una función entera $w : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, cuyo desarrollo en serie de Taylor es $w(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} c_k z^k$. La función w cumple que:

- (9) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{w(z) - i(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = \frac{i}{3300}$ y existe algún $z_1 \in \mathbb{C}$ tal que $w(z_1) \neq w(\overline{z_1})$.
- (10) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{w(z) - i(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = \frac{i}{3300}$ y $\overline{w(z_1)} = w(\overline{z_1})$ para todo $z_1 \in \mathbb{C}$.
- (11) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{w(z) - i(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = \infty$ y existe algún $z_1 \in \mathbb{C}$ tal que $\overline{w(z_1)} \neq w(\overline{z_1})$.
- (12) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

D. Considérese la ecuación diferencial

$$z^2 \frac{d^2 w}{dz^2} + \frac{\sinh(2z)}{4} \frac{dw}{dz} - \sin(z)w = 0.$$

Las soluciones de la ecuación anterior, en $D \subset \mathbb{C}$, verifican que:

- (13) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s1}(z)$, tal que $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{w_{s1}(z)}{\ln(z)} = 1$.
- (14) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s2}(z)$, distinta de la función nula, tal que $\lim_{z \rightarrow 0} w_{s2}(z) = 0$.
- (15) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s3}(z)$, distinta de la función nula, tal que $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{w_{s3}(z)}{\sqrt{z}} = 0$.
- (16) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Ampliación de Matemáticas (Versión 1)

E. Sea $u : \mathbb{R} \times]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la solución acotada de la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{en } (x, y) \in \mathbb{R} \times]0, +\infty[,$$

con la condición de Dirichlet

$$u(x, 0) = 1 - x^2 \quad \text{si } x \in [-1, 1], \quad u(x, 0) = 0 \quad \text{si } |x| > 1, \\ u(x, y) \text{ acotada en } \mathbb{R} \times]0, +\infty[.$$

La función u verifica que:

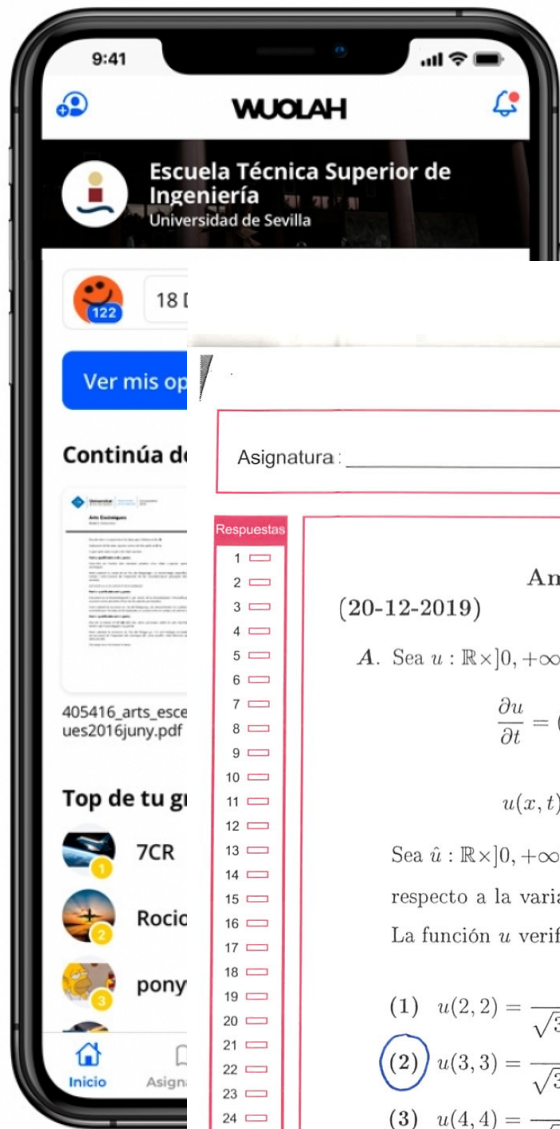
(17) $u(3, 1) = \frac{1}{\pi} \left(-2 + 3 \ln\left(\frac{17}{5}\right) - 7(\arctan(4) - \arctan(2)) \right).$

(18) $u(3, 1) = \frac{1}{\pi} \left(3 \ln\left(\frac{17}{5}\right) - 7(\arctan(4) - \arctan(2)) \right).$

(19) $u(3, 1) = \frac{1}{\pi} \left(-2 + 3 \ln\left(\frac{17}{5}\right) - 16(\arctan(4) - \arctan(2)) \right).$

(20) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. $u(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{y}{(x-t)^2 + y^2} dt.$



Descarga la APP de Wuolah.
Ya disponible para el móvil y la tablet.



Asignatura: _____ Curso: _____ Grupo: _____

Respuestas

- 1 ☐
- 2 ☐
- 3 ☐
- 4 ☐
- 5 ☐
- 6 ☐
- 7 ☐
- 8 ☐
- 9 ☐
- 10 ☐
- 11 ☐
- 12 ☐
- 13 ☐
- 14 ☐
- 15 ☐
- 16 ☐
- 17 ☐
- 18 ☐
- 19 ☐
- 20 ☐
- 21 ☐
- 22 ☐
- 23 ☐
- 24 ☐
- 25 ☐
- 26 ☐
- 27 ☐
- 28 ☐
- 29 ☐
- 30 ☐
- 31 ☐
- 32 ☐
- 33 ☐
- 34 ☐
- 35 ☐
- 36 ☐
- 37 ☐
- 38 ☐
- 39 ☐
- 40 ☐
- 41 ☐
- 42 ☐
- 43 ☐
- 44 ☐
- 45 ☐
- 46 ☐
- 47 ☐
- 48 ☐
- 49 ☐
- 50 ☐
- 51 ☐
- 52 ☐
- 53 ☐
- 54 ☐
- 55 ☐
- 56 ☐
- 57 ☐
- 58 ☐
- 59 ☐
- 60 ☐
- 61 ☐
- 62 ☐
- 63 ☐
- 64 ☐
- 65 ☐

**Ampliación de Matemáticas (Versión 2),
(20-12-2019)**

A. Sea $u : \mathbb{R} \times]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la solución problema de Cauchy definido por

$$\frac{\partial u}{\partial t} = (1 + \tanh(t)) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{en } (x, t) \in \mathbb{R} \times]0, +\infty[,$$

$$u(x, 0) = \exp(-3x^2) \quad x \in \mathbb{R},$$

$$u(x, t) \text{ uniformemente acotada en } \mathbb{R} \times]0, +\infty[.$$

Sea $\hat{u} : \mathbb{R} \times]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{C}$ la transformada de Fourier de la función u con respecto a la variable x , es decir, $\hat{u}(\omega, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x, t) \exp(-i\omega x) dx$. La función u verifica que:

- (1) $u(2, 2) = \frac{1}{\sqrt{33 + 16 \ln(\cosh(2))}} \exp\left(-\frac{16}{33 + 16 \ln(\cosh(2))}\right)$.
- (2) $u(3, 3) = \frac{1}{\sqrt{37 + 12 \ln(\cosh(3))}} \exp\left(-\frac{27}{37 + 12 \ln(\cosh(3))}\right)$.
- (3) $u(4, 4) = \frac{1}{\sqrt{33 + 8 \ln(\cosh(4))}} \exp\left(-\frac{32}{33 + 8 \ln(\cosh(4))}\right)$.
- (4) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. $\mathcal{F}[\exp(-bx^2)](\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{b}} \exp\left(-\frac{\omega^2}{4b}\right)$, donde $b \in \mathbb{R}$ y $b > 0$.

B. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{d^2 w}{dt^2}(t) + 2 \frac{dw}{dt}(t) + 8w(t) = g(t) \quad \text{en }]0, +\infty[, \quad w(0) = 0, \quad \frac{dw}{dt}(0) = 1,$$

donde $g : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ es la función definida por $g(t) = \cos(t)$ si $t \in [0, \frac{\pi}{2}[$ y $g(t) = 0$ si $t \in [\frac{\pi}{2}, +\infty[$. La transformada de Laplace de la función $w : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ es tal que:

- (5) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(6 + \exp(-\pi))$.
- (6) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(7 + \exp(-\pi))$.
- (7) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(7 - \exp(-\pi))$.
- (8) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nombre: _____

Fecha: _____

Firma: _____

Así no marque



Marque así

D.N.I.

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

EXPEDIENTE

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

Curso

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

Grupo

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
A	B	C	D	E
F	G	H	I	J

Auxiliar

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e

Versión
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33

Ampliación de Matemáticas (Versión 2)

C. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{d^2 w}{dz^2} - z^3 w = 0 \text{ en } \mathbb{C}, w(0) = 0, \frac{dw}{dz}(0) = i.$$

La solución del problema anterior es una función entera $w : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, cuyo desarrollo en serie de Taylor es $w(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} c_k z^k$. La función w cumple que:

- (9) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{w(z) - i(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = \frac{i}{3300}$ y existe algún $z_1 \in \mathbb{C}$ tal que $w(z_1) \neq w(\overline{z_1})$.
- (10) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{w(z) - i(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = \frac{i}{3300}$ y $\overline{w(z_1)} = w(\overline{z_1})$ para todo $z_1 \in \mathbb{C}$.
- (11) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{w(z) - i(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = \infty$ y existe algún $z_1 \in \mathbb{C}$ tal que $\overline{w(z_1)} \neq w(\overline{z_1})$.
- (12) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

D. Considérese la ecuación diferencial

$$z^2 \frac{d^2 w}{dz^2} + \frac{\sinh(2z)}{4} \frac{dw}{dz} - \sin(z)w = 0.$$

Las soluciones de la ecuación anterior, en $D \subset \mathbb{C}$, verifican que:

- (13) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s1}(z)$, tal que $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{w_{s1}(z)}{\ln(z)} = 1$.
- (14) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s2}(z)$, distinta de la función nula, tal que $\lim_{z \rightarrow 0} w_{s2}(z) = 0$.
- (15) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s3}(z)$, distinta de la función nula, tal que $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{w_{s3}(z)}{\sqrt{z}} = 0$.
- (16) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Ampliación de Matemáticas (Versión 2)

E. Sea $u : \mathbb{R} \times]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la solución acotada de la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{en } (x, y) \in \mathbb{R} \times]0, +\infty[,$$

con la condición de Dirichlet

$$u(x, 0) = 1 - x^2 \quad \text{si } x \in [-1, 1], \quad u(x, 0) = 0 \quad \text{si } |x| > 1, \\ u(x, y) \text{ acotada en } \mathbb{R} \times [0, +\infty[.$$

La función u verifica que:

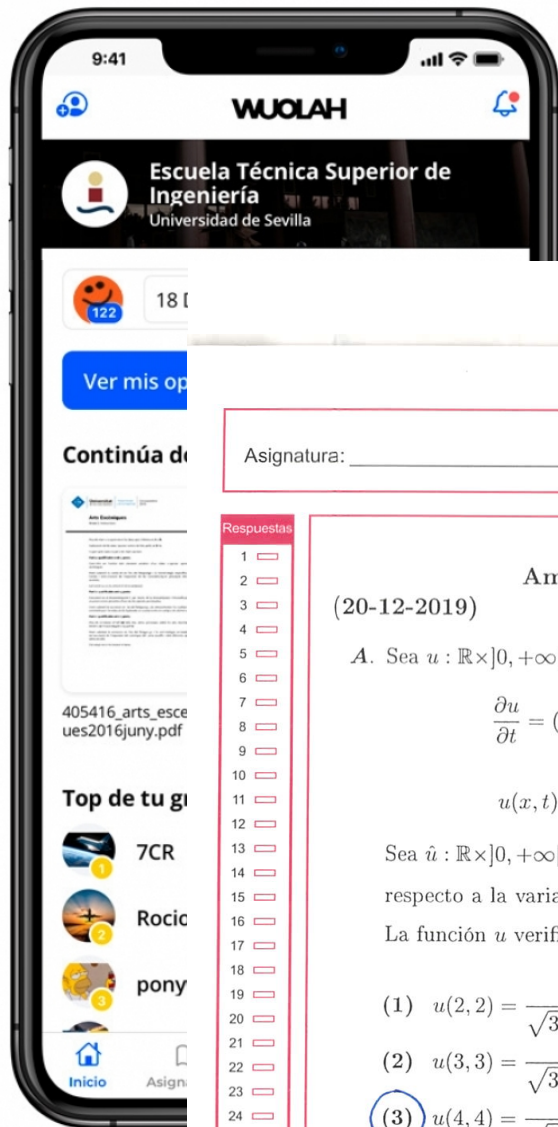
(17) $u(3, 1) = \frac{1}{\pi} \left(-2 + 3 \ln\left(\frac{17}{5}\right) - 7(\arctan(4) - \arctan(2)) \right).$

(18) $u(3, 1) = \frac{1}{\pi} \left(3 \ln\left(\frac{17}{5}\right) - 7(\arctan(4) - \arctan(2)) \right).$

(19) $u(3, 1) = \frac{1}{\pi} \left(-2 + 3 \ln\left(\frac{17}{5}\right) - 16(\arctan(4) - \arctan(2)) \right).$

(20) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. $u(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{y}{(x-t)^2 + y^2} dt.$



Descarga la APP de Wuolah.
Ya disponible para el móvil y la tablet.



Asignatura: _____ Curso: _____ Grupo: _____

Respuestas

- 1 ☐
- 2 ☐
- 3 ☐
- 4 ☐
- 5 ☐
- 6 ☐
- 7 ☐
- 8 ☐
- 9 ☐
- 10 ☐
- 11 ☐
- 12 ☐
- 13 ☐
- 14 ☐
- 15 ☐
- 16 ☐
- 17 ☐
- 18 ☐
- 19 ☐
- 20 ☐
- 21 ☐
- 22 ☐
- 23 ☐
- 24 ☐
- 25 ☐
- 26 ☐
- 27 ☐
- 28 ☐
- 29 ☐
- 30 ☐
- 31 ☐
- 32 ☐
- 33 ☐
- 34 ☐
- 35 ☐
- 36 ☐
- 37 ☐
- 38 ☐
- 39 ☐
- 40 ☐
- 41 ☐
- 42 ☐
- 43 ☐
- 44 ☐
- 45 ☐
- 46 ☐
- 47 ☐
- 48 ☐
- 49 ☐
- 50 ☐
- 51 ☐
- 52 ☐
- 53 ☐
- 54 ☐
- 55 ☐
- 56 ☐
- 57 ☐
- 58 ☐
- 59 ☐
- 60 ☐
- 61 ☐
- 62 ☐
- 63 ☐
- 64 ☐
- 65 ☐

**Ampliación de Matemáticas (Versión 3),
(20-12-2019)**

A. Sea $u : \mathbb{R} \times]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la solución problema de Cauchy definido por

$$\frac{\partial u}{\partial t} = (1 + \tanh(t)) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{en } (x, t) \in \mathbb{R} \times]0, +\infty[,$$

$$u(x, 0) = \exp(-2x^2) \quad x \in \mathbb{R},$$

$$u(x, t) \text{ uniformemente acotada en } \mathbb{R} \times]0, +\infty[.$$

Sea $\hat{u} : \mathbb{R} \times]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{C}$ la transformada de Fourier de la función u con respecto a la variable x , es decir, $\hat{u}(\omega, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x, t) \exp(-i\omega x) dx$. La función u verifica que:

- (1) $u(2, 2) = \frac{1}{\sqrt{33 + 16 \ln(\cosh(2))}} \exp(-\frac{16}{33 + 16 \ln(\cosh(2))})$.
- (2) $u(3, 3) = \frac{1}{\sqrt{37 + 12 \ln(\cosh(3))}} \exp(-\frac{27}{37 + 12 \ln(\cosh(3))})$.
- (3) $u(4, 4) = \frac{1}{\sqrt{33 + 8 \ln(\cosh(4))}} \exp(-\frac{32}{33 + 8 \ln(\cosh(4))})$.
- (4) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. $\mathcal{F}[\exp(-bx^2)](\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{b}} \exp(-\frac{\omega^2}{4b})$, donde $b \in \mathbb{R}$ y $b > 0$.

B. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{d^2 w}{dt^2}(t) + 2 \frac{dw}{dt}(t) + 8w(t) = g(t) \quad \text{en }]0, +\infty[, \quad w(0) = 0, \quad \frac{dw}{dt}(0) = 1,$$

donde $g : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ es la función definida por $g(t) = \cos(t)$ si $t \in [0, \frac{\pi}{2}[$ y $g(t) = 0$ si $t \in [\frac{\pi}{2}, +\infty[$. La transformada de Laplace de la función $w : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ es tal que:

- (5) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80} (6 + \exp(-\pi))$.
- (6) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80} (7 + \exp(-\pi))$.
- (7) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80} (7 - \exp(-\pi))$.
- (8) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nombre: _____

Fecha: _____

Firma: _____

Así no marque



Marque así

D.N.I.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

EXPEDIENTE

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

Curso

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

Grupo

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
A	B	C	D	E
F	G	H	I	J

Auxiliar

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e

Ampliación de Matemáticas (Versión 3)

C. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{d^2 w}{dz^2} - z^3 w = 0 \text{ en } \mathbb{C}, w(0) = 0, \frac{dw}{dz}(0) = -i.$$

La solución del problema anterior es una función entera $w : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, cuyo desarrollo en serie de Taylor es $w(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} c_k z^k$. La función w cumple que:

(9) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{w(z) + i(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = -\frac{i}{3300}$ y existe algún $z_1 \in \mathbb{C}$ tal que $w(z_1) \neq w(\bar{z}_1)$.

(10) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{w(z) + i(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = -\frac{i}{3300}$ y $\overline{w(z_1)} = w(\bar{z}_1)$ para todo $z_1 \in \mathbb{C}$.

(11) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{w(z) + i(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = \infty$ y existe algún $z_1 \in \mathbb{C}$ tal que $\overline{w(z_1)} \neq w(\bar{z}_1)$.

(12) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

D. Considérese la ecuación diferencial

$$z^2 \frac{d^2 w}{dz^2} + \frac{\sinh(2z)}{4} \frac{dw}{dz} - \sin(z)w = 0.$$

Las soluciones de la ecuación anterior, en $D \subset \mathbb{C}$, verifican que:

(13) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s1}(z)$, tal que

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{w_{s1}(z)}{\ln(z)} = 1.$$

(14) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s2}(z)$, distinta de la función nula, tal que $\lim_{z \rightarrow 0} w_{s2}(z) = 0$.

(15) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s3}(z)$, distinta de la función nula, tal que $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{w_{s3}(z)}{\sqrt{z}} = 0$.

(16) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Ampliación de Matemáticas (Versión 3)

E. Sea $u : \mathbb{R} \times]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la solución acotada de la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{en } (x, y) \in \mathbb{R} \times]0, +\infty[,$$

con la condición de Dirichlet

$$u(x, 0) = 1 - x^2 \quad \text{si } x \in [-1, 1], \quad u(x, 0) = 0 \quad \text{si } |x| > 1, \\ u(x, y) \text{ acotada en } \mathbb{R} \times [0, +\infty[.$$

La función u verifica que:

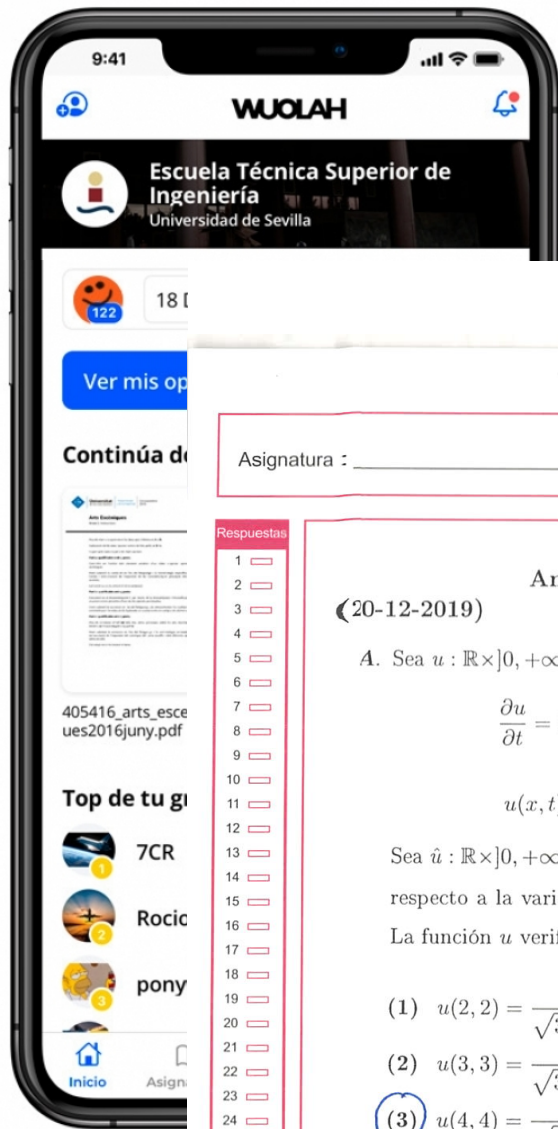
(17) $u(3, 1) = \frac{1}{\pi} \left(-2 + 3 \ln\left(\frac{17}{5}\right) - 7(\arctan(4) - \arctan(2)) \right).$

(18) $u(3, 1) = \frac{1}{\pi} \left(3 \ln\left(\frac{17}{5}\right) - 7(\arctan(4) - \arctan(2)) \right).$

(19) $u(3, 1) = \frac{1}{\pi} \left(-2 + 3 \ln\left(\frac{17}{5}\right) - 16(\arctan(4) - \arctan(2)) \right).$

(20) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. $u(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{y}{(x-t)^2 + y^2} dt.$



Descarga la APP de Wuolah.
Ya disponible para el móvil y la tablet.



Asignatura : _____ Curso: _____ Grupo: _____

Respuestas

- 1 ☐
- 2 ☐
- 3 ☐
- 4 ☐
- 5 ☐
- 6 ☐
- 7 ☐
- 8 ☐
- 9 ☐
- 10 ☐
- 11 ☐
- 12 ☐
- 13 ☐
- 14 ☐
- 15 ☐
- 16 ☐
- 17 ☐
- 18 ☐
- 19 ☐
- 20 ☐
- 21 ☐
- 22 ☐
- 23 ☐
- 24 ☐
- 25 ☐
- 26 ☐
- 27 ☐
- 28 ☐
- 29 ☐
- 30 ☐
- 31 ☐
- 32 ☐
- 33 ☐
- 34 ☐
- 35 ☐
- 36 ☐
- 37 ☐
- 38 ☐
- 39 ☐
- 40 ☐
- 41 ☐
- 42 ☐
- 43 ☐
- 44 ☐
- 45 ☐
- 46 ☐
- 47 ☐
- 48 ☐
- 49 ☐
- 50 ☐
- 51 ☐
- 52 ☐
- 53 ☐
- 54 ☐
- 55 ☐
- 56 ☐
- 57 ☐
- 58 ☐
- 59 ☐
- 60 ☐
- 61 ☐
- 62 ☐
- 63 ☐
- 64 ☐
- 65 ☐

**Ampliación de Matemáticas (Versión 4),
(20-12-2019)**

A. Sea $u : \mathbb{R} \times]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la solución problema de Cauchy definido por

$$\frac{\partial u}{\partial t} = (1 + \tanh(t)) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{en } (x, t) \in \mathbb{R} \times]0, +\infty[,$$

$$u(x, 0) = \exp(-2x^2) \quad x \in \mathbb{R},$$

$$u(x, t) \text{ uniformemente acotada en } \mathbb{R} \times]0, +\infty[.$$

Sea $\hat{u} : \mathbb{R} \times]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{C}$ la transformada de Fourier de la función u con respecto a la variable x , es decir, $\hat{u}(\omega, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x, t) \exp(-i\omega x) dx$. La función u verifica que:

- (1) $u(2, 2) = \frac{1}{\sqrt{33 + 16 \ln(\cosh(2))}} \exp(-\frac{16}{33 + 16 \ln(\cosh(2))})$.
- (2) $u(3, 3) = \frac{1}{\sqrt{37 + 12 \ln(\cosh(3))}} \exp(-\frac{27}{37 + 12 \ln(\cosh(3))})$.
- (3) $u(4, 4) = \frac{1}{\sqrt{33 + 8 \ln(\cosh(4))}} \exp(-\frac{32}{33 + 8 \ln(\cosh(4))})$.
- (4) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nota. $\mathcal{F}[\exp(-bx^2)](\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{b}} \exp(-\frac{\omega^2}{4b})$, donde $b \in \mathbb{R}$ y $b > 0$.

B. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{d^2 w}{dt^2}(t) + 2 \frac{dw}{dt}(t) + 8w(t) = g(t) \quad \text{en }]0, +\infty[, \quad w(0) = 0, \quad \frac{dw}{dt}(0) = 1,$$

donde $g : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ es la función definida por $g(t) = \cos(t)$ si $t \in [0, \frac{\pi}{2}[$ y $g(t) = 0$ si $t \in [\frac{\pi}{2}, +\infty[$. La transformada de Laplace de la función $w : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ es tal que:

- (5) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(6 + \exp(-\pi))$.
- (6) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(7 + \exp(-\pi))$.
- (7) $\mathcal{L}[w(t)](2) = \frac{1}{80}(7 - \exp(-\pi))$.
- (8) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Nombre: _____

Fecha: _____

Firma: _____

Así no marque



Marque así

D.N.I.

0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9

EXPEDIENTE

0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9

Curso

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

Grupo

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
A	B	C	D	E
F	G	H	I	J

Auxiliar

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e

Version

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33

Ampliación de Matemáticas (Versión 4)

C. Considérese el problema de Cauchy definido por

$$\frac{d^2 w}{dz^2} - z^3 w = 0 \text{ en } \mathbb{C}, w(0) = 0, \frac{dw}{dz}(0) = -i.$$

La solución del problema anterior es una función entera $w : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, cuyo desarrollo en serie de Taylor es $w(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} c_k z^k$. La función w cumple que:

- (9) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{w(z) + i(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = -\frac{i}{3300}$ y existe algún $z_1 \in \mathbb{C}$ tal que $w(z_1) \neq \overline{w(\overline{z_1})}$.
- (10) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{w(z) + i(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = -\frac{i}{3300}$ y $\overline{w(z_1)} = w(\overline{z_1})$ para todo $z_1 \in \mathbb{C}$.
- (11) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{w(z) + i(z + \frac{z^6}{30})}{z^{11}} = \infty$ y existe algún $z_1 \in \mathbb{C}$ tal que $\overline{w(z_1)} \neq w(\overline{z_1})$.
- (12) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

D. Considérese la ecuación diferencial

$$z^2 \frac{d^2 w}{dz^2} + \frac{\sinh(2z)}{4} \frac{dw}{dz} - \sin(z)w = 0.$$

Las soluciones de la ecuación anterior, en $D \subset \mathbb{C}$, verifican que:

- (13) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s1}(z)$, tal que $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{w_{s1}(z)}{\ln(z)} = 1$.
- (14) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s2}(z)$, distinta de la función nula, tal que $\lim_{z \rightarrow 0} w_{s2}(z) = 0$.
- (15) Existe una solución de la ecuación del enunciado, $w_{s3}(z)$, distinta de la función nula, tal que $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{w_{s3}(z)}{\sqrt{z}} = 0$.
- (16) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

Ampliación de Matemáticas (Versión 4)

E. Sea $u : \mathbb{R} \times]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la solución acotada de la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{en } (x, y) \in \mathbb{R} \times]0, +\infty[,$$

con la condición de Dirichlet

$$u(x, 0) = 1 - x^2 \quad \text{si } x \in [-1, 1], \quad u(x, 0) = 0 \quad \text{si } |x| > 1, \\ u(x, y) \text{ acotada en } \mathbb{R} \times [0, +\infty[.$$

La función u verifica que:

$$(17) \quad u(4, 1) = \frac{1}{\pi} \left(-2 + 4 \ln\left(\frac{26}{10}\right) - 30(\arctan(5) - \arctan(3)) \right).$$

$$(18) \quad u(4, 1) = \frac{1}{\pi} \left(4 \ln\left(\frac{26}{10}\right) - 14(\arctan(5) - \arctan(3)) \right).$$

$$(19) \quad u(4, 1) = \frac{1}{\pi} \left(-2 + 4 \ln\left(\frac{26}{10}\right) - 14(\arctan(5) - \arctan(3)) \right).$$

(20) No es cierta ninguna de las otras tres respuestas.

$$\text{Nota. } u(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{y}{(x-t)^2 + y^2} dt.$$

