

# SolucTestExamAMPart1\_23\_01\_e14.pdf



**Wiskas**



**Ampliación de Matemáticas**



**3º Grado en Ingeniería Aeroespacial**

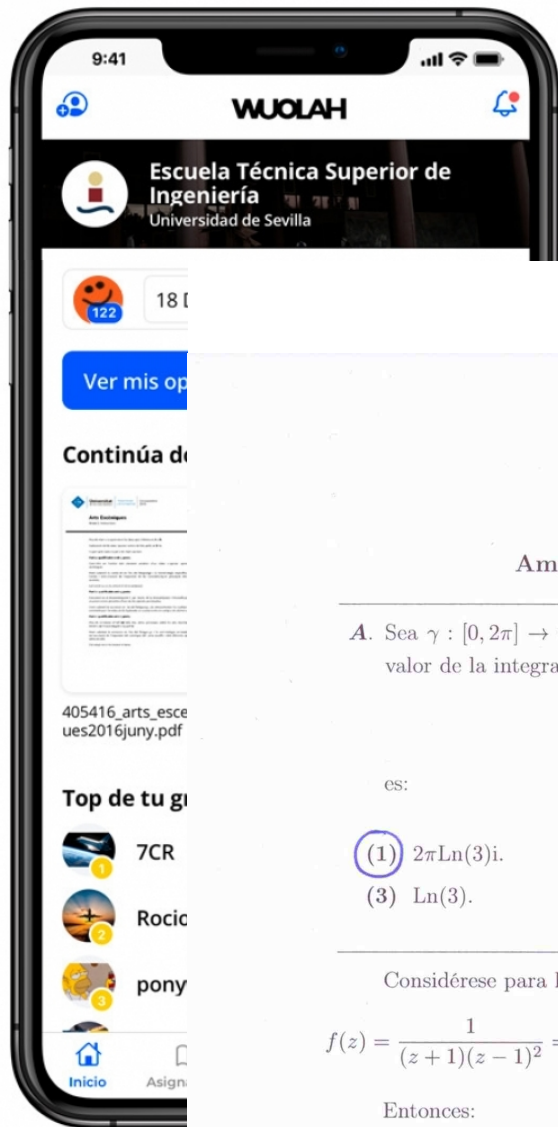


**Escuela Técnica Superior de Ingeniería Aeronáutica y del  
Espacio**  
**Universidad Politécnica de Madrid**



**Descarga la APP de Wuolah.**  
Ya disponible para el móvil y la tablet.





**Descarga la APP de Wuolah.**  
Ya disponible para el móvil y la tablet.



### Ampliación de Matemáticas (Parte 1)

A. Sea  $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$  el arco definido por  $\gamma(\theta) = \frac{1}{5} \cos(\theta) + i \sin(\theta)$ . El valor de la integral

$$\int_{\gamma} \frac{\text{Ln}(3+z)}{z \cos(z)} dz = 2\pi i \text{Res}\left(\frac{\text{Ln}(3+z)}{z \cos(z)}, 0\right) = 2\pi i \frac{\text{Ln} 3}{1} = 2\pi \text{Ln}(3) i$$

es:

- (1)  $2\pi \text{Ln}(3) i$ . (2)  $\pi \text{Ln}(3) i$ .  
(3)  $\text{Ln}(3)$ . (4) Ninguna de las otras tres respuestas.

Considérese para la función  $f(z)$  el desarrollo de Laurent indicado:

$$f(z) = \frac{1}{(z+1)(z-1)^2} = \frac{b_2}{(z-1)^2} + \frac{b_1}{(z-1)} + a_0 + a_1(z-1) + \dots + a_n(z-1)^n + \dots$$

Entonces:

B. Su dominio de convergencia es:

- (5)  $0 < |z-1| < 1$  (6)  $0 < |z-1| < 2$   
(7)  $2 < |z-1| < \infty$  (8)  $0 < |z-1| < \infty$

C. El valor de los dos primeros coeficientes es:

- (9)  $b_2 = \frac{-1}{2}$  y  $b_1 = \frac{1}{2}$  (10)  $b_2 = 1$  y  $b_1 = -2$   
(11)  $b_2 = \frac{1}{2}$  y  $b_1 = \frac{-1}{4}$  (12)  $b_2 = 1$  y  $b_1 = \frac{1}{2}$

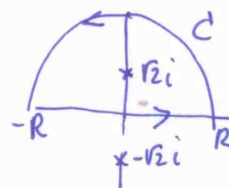
D. Indicar en el siguiente recuadro la forma general de los coeficientes  $a_n$  para  $n \geq 0$ .

$$a_n = \frac{(-1)^n}{2^{n+3}}$$

F. Indicar en el siguiente recuadro el valor de la integral real impropia

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^4 + 4x^2 + 4)}:$$

$$I = \frac{\pi}{4\sqrt{2}}$$



$$\begin{aligned} I &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+2)^2} = \int_C \frac{dz}{(z^2+2)^2} \\ &= 2\pi i \text{Res}\left(\frac{1}{(z^2+2)^2}, \sqrt{2}i\right) \\ &= 2\pi i \frac{d}{dz} \left( \frac{1}{(z+\sqrt{2}i)^2} \right) \Big|_{z=\sqrt{2}i} \\ &= -4\pi i \frac{1}{(\sqrt{2}i+\sqrt{2}i)^3} = \\ &= -\frac{i}{3} \frac{4\pi}{8(\sqrt{2})^3} = \frac{\pi}{4\sqrt{2}} \end{aligned}$$