

Modelo

- Modelo ϕ^4 com condição de fronteira dirichlet

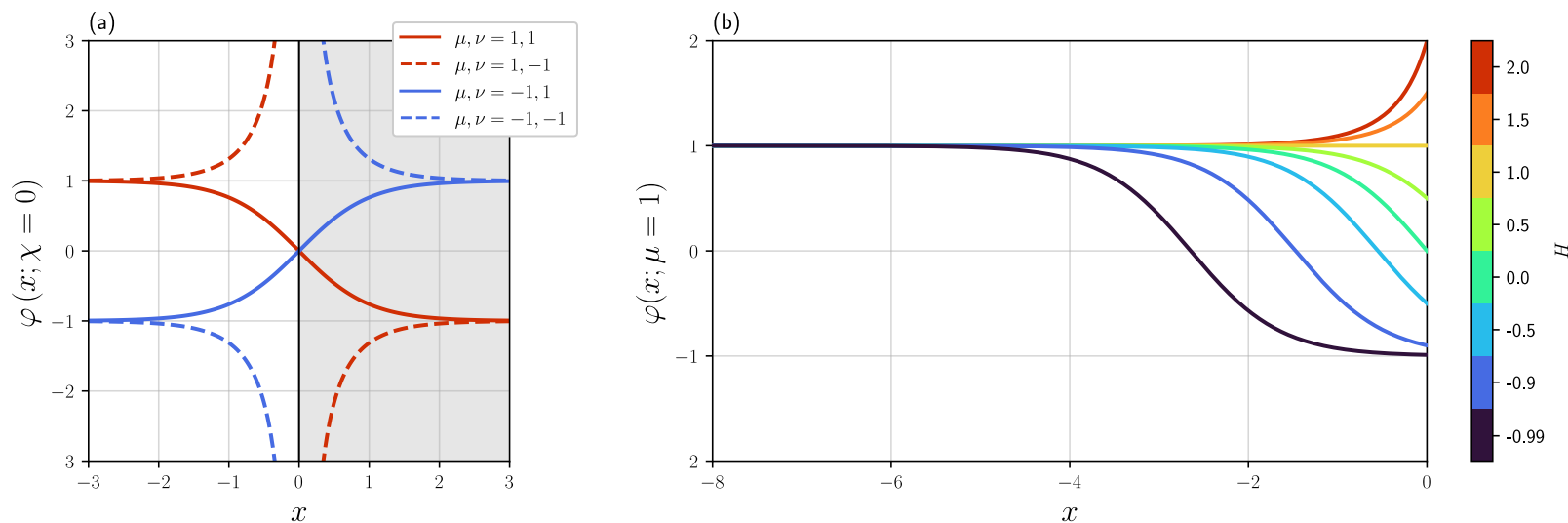
$$\phi(x=0) = H. \quad (1)$$

- As soluções BPS que interpola a condição de fronteira é

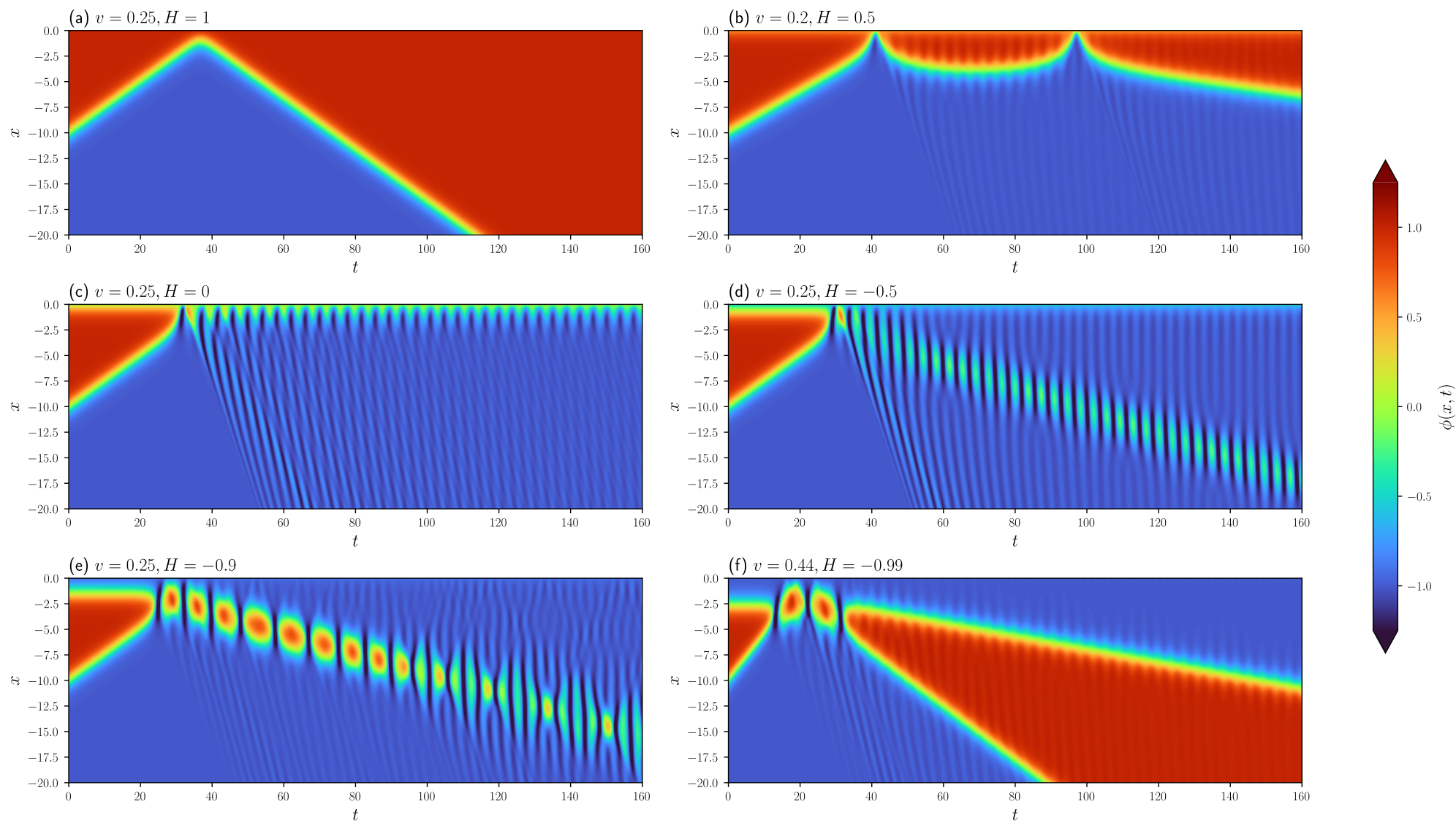
$$\varphi(x) = \mu(\tanh(\chi - x))^\nu \quad (2)$$

para

$$\chi = \mu \tanh^{-1}(H^\nu) \quad \text{e} \quad \nu = \text{sgn}(1 - |H|) \quad (3)$$



Overview



Perturbações

- Considerando pequenas perturbações em torno da solução na fronteira

$$\phi = \varphi + e^{i\omega t}\psi, \tag{4}$$

substituindo na equação de movimento

$$\partial_t^2 \phi - \partial_x^2 \phi + V'(\phi) = 0 \tag{5}$$

e linearizando, obtemos um problema de autovalor

$$[-\partial_x^2 + U(x)]\psi(x) = \omega^2\psi(x), \tag{6}$$

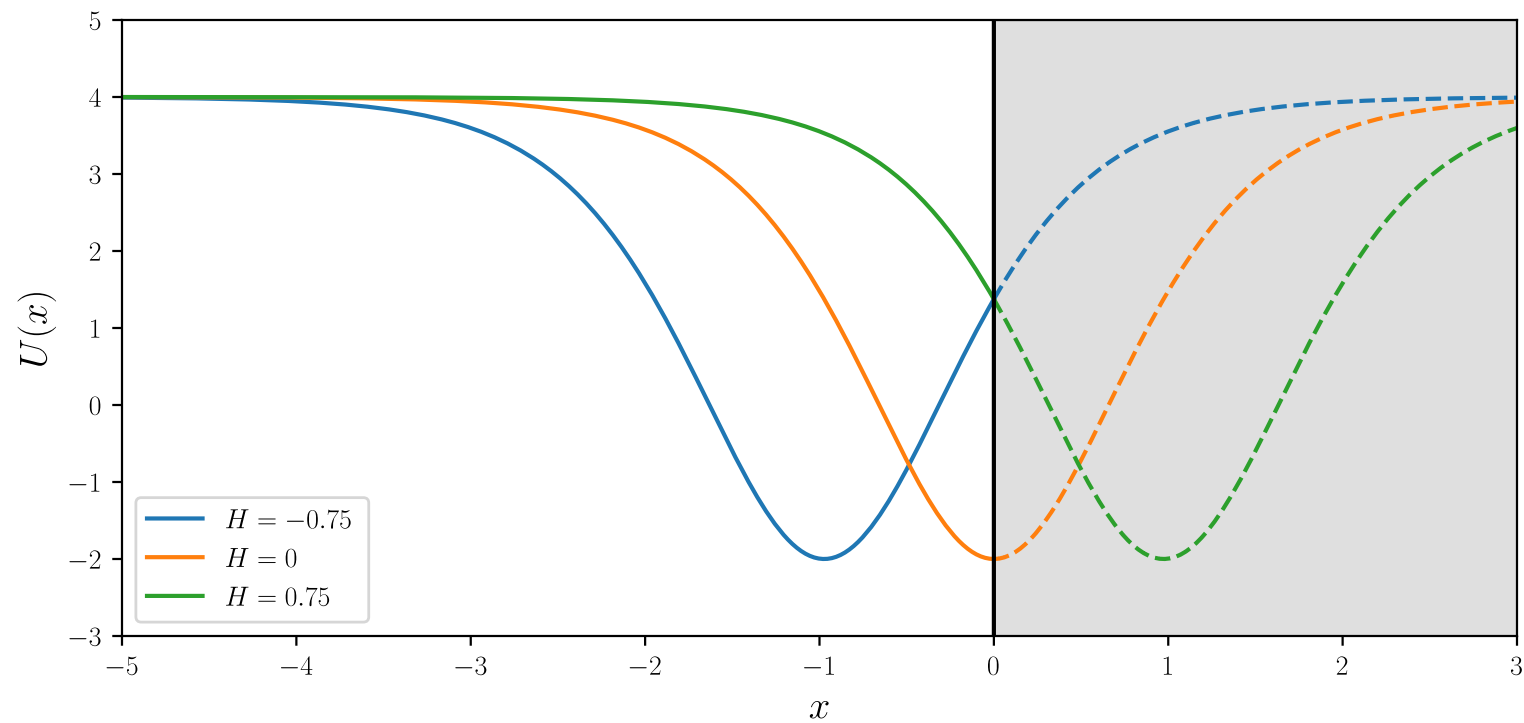
para

$$U(x) = V''(\varphi) = 6\varphi^2(x) - 2 \tag{7}$$

na semilinha negativa $x \leq 0$.

- Analisando apenas as perturbações para as soluções que interpolam $|H| \leq 1$,

$$U(x) = 6 \tanh^2 (\tanh^{-1} H - x) - 2 \quad (8)$$



Solução numérica

- Domínio discreto com $N_p = 2048$ pontos igualmente espaçados por $h = L/(N_p - 1)$, onde $L = 20$

$$x_k = kh - L, \quad 0 \leq k \leq N_p - 1 \quad (9)$$

$$U_k = U(x_k), \quad \psi_k = \psi(x_k) \quad (10)$$

- Utilizando o método de diferenças finitas de segunda ordem,

$$D^2\psi_k = \frac{\psi_{k-1} - 2\psi_k + \psi_{k+1}}{h^2} \quad (11)$$

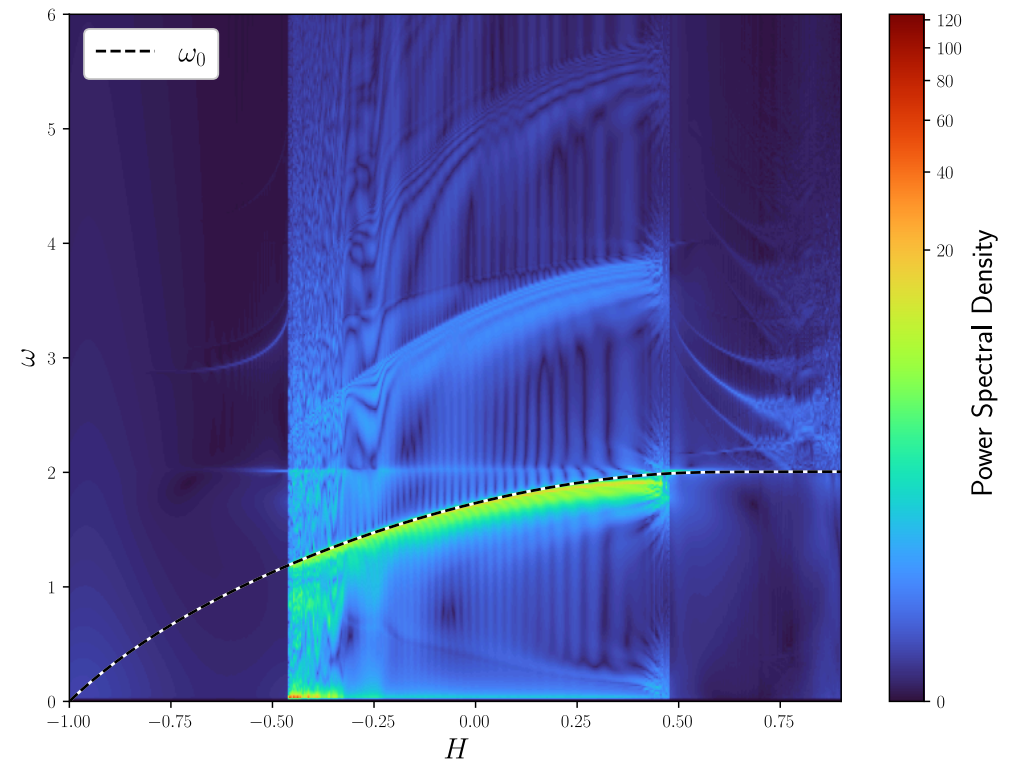
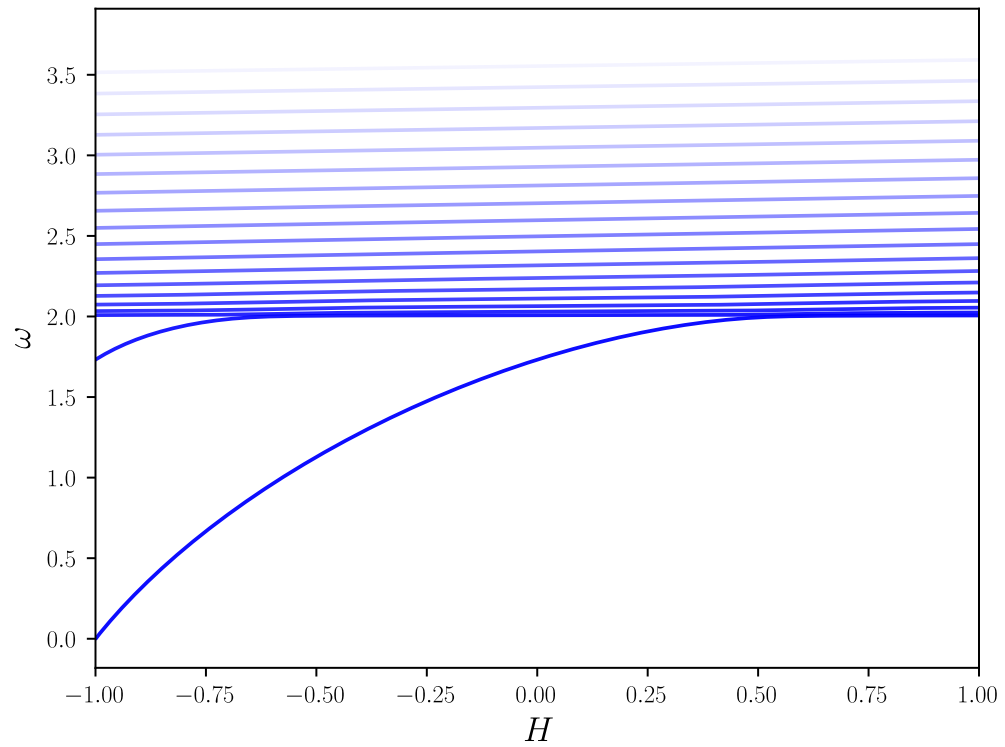
podemos aproximar o operador diferencial em forma de uma matriz $(N - 1) \times (N - 1)$

$$-D^2 + U_i = -\frac{1}{h^2} \begin{pmatrix} -2 & 1 & & 0 \\ 1 & -2 & 1 & \\ & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & & 1 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U_1 & & 0 & 0 \\ & U_2 & & 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & & & U_{N_p-2} \end{pmatrix} \quad (12)$$

e resolver o problema de autovalor na aproximação matricial.

Densidade espectral

- Sendo $\tilde{\omega}_0$ a menor frequência encontrada na análise numérica do problema de autovalor



Ocsilon-fronteira ($H = -0.5$, $v \approx 0.13$)

