Modelo

- Modelo ϕ^4 com condição de fronteira dirichlet

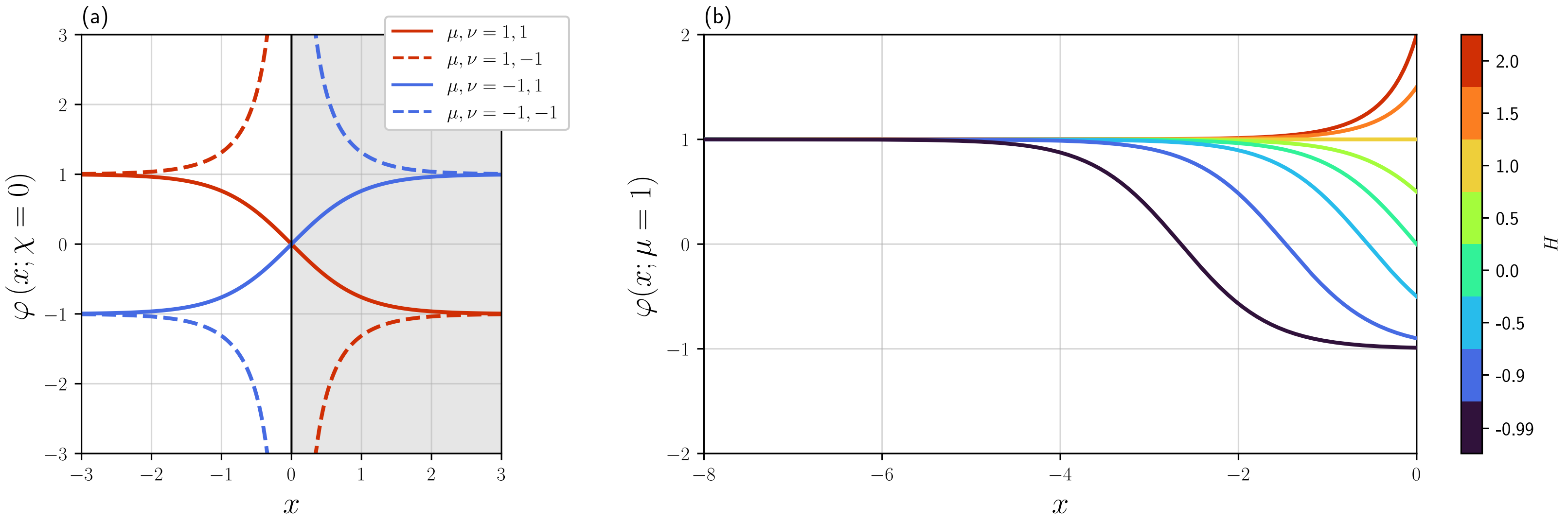
$$\phi(x=0)=H. \tag{1}$$

- As soluções BPS que interpola a condição de fronteira é

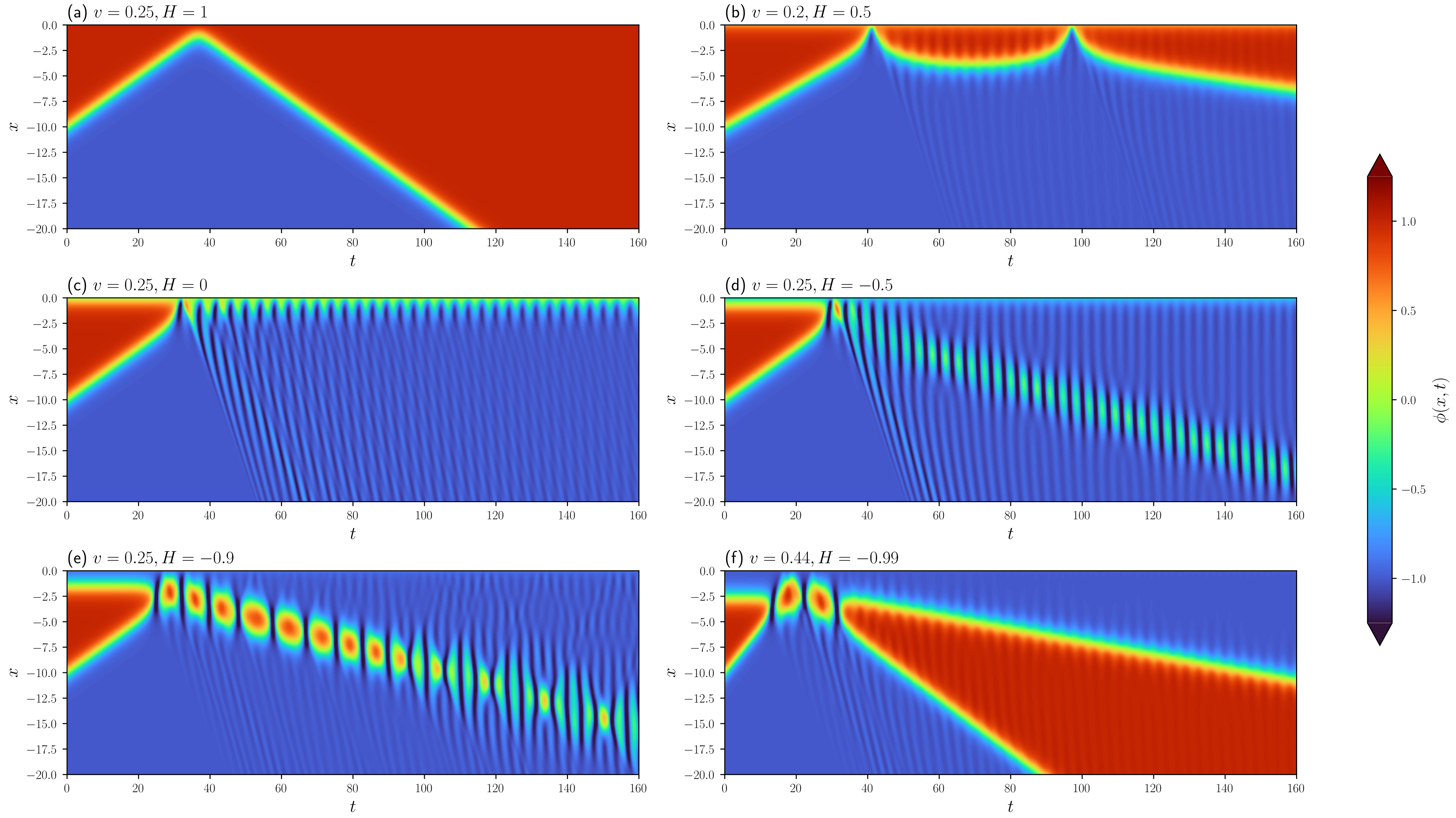
$$\varphi(x)=\mu(\tanh(\chi-x))^{\nu} \tag{2}$$

para

$$\chi=\mu\tanh^{-1}\left(H^{\nu}\right) \quad \text{e} \quad \nu=\operatorname{sgn}(1-|H|) \tag{3}$$



Overview



(a) $v = 0.25, H = 1$
(b) $v = 0.2, H = 0.5$
(c) $v = 0.25, H = 0$
(d) $v = 0.25, H = -0.5$
(e) $v = 0.25, H = -0.9$
(f) $v = 0.44, H = -0.99$
x
t
$\phi(x,t)$

Perturbações

- Considerando pequenas perturbações em torno da solução na fronteira

$$\phi = \varphi + e^{i\omega t}\psi, \tag{4}$$

substituindo na equação de movimento

$$\partial_t^2\phi - \partial_x^2\phi + V'(\phi) = 0 \tag{5}$$

e linearizando, obtemos um problema de autovalor

$$\left[-\partial_x^2 + U(x)\right]\psi(x) = \omega^2\psi(x), \tag{6}$$

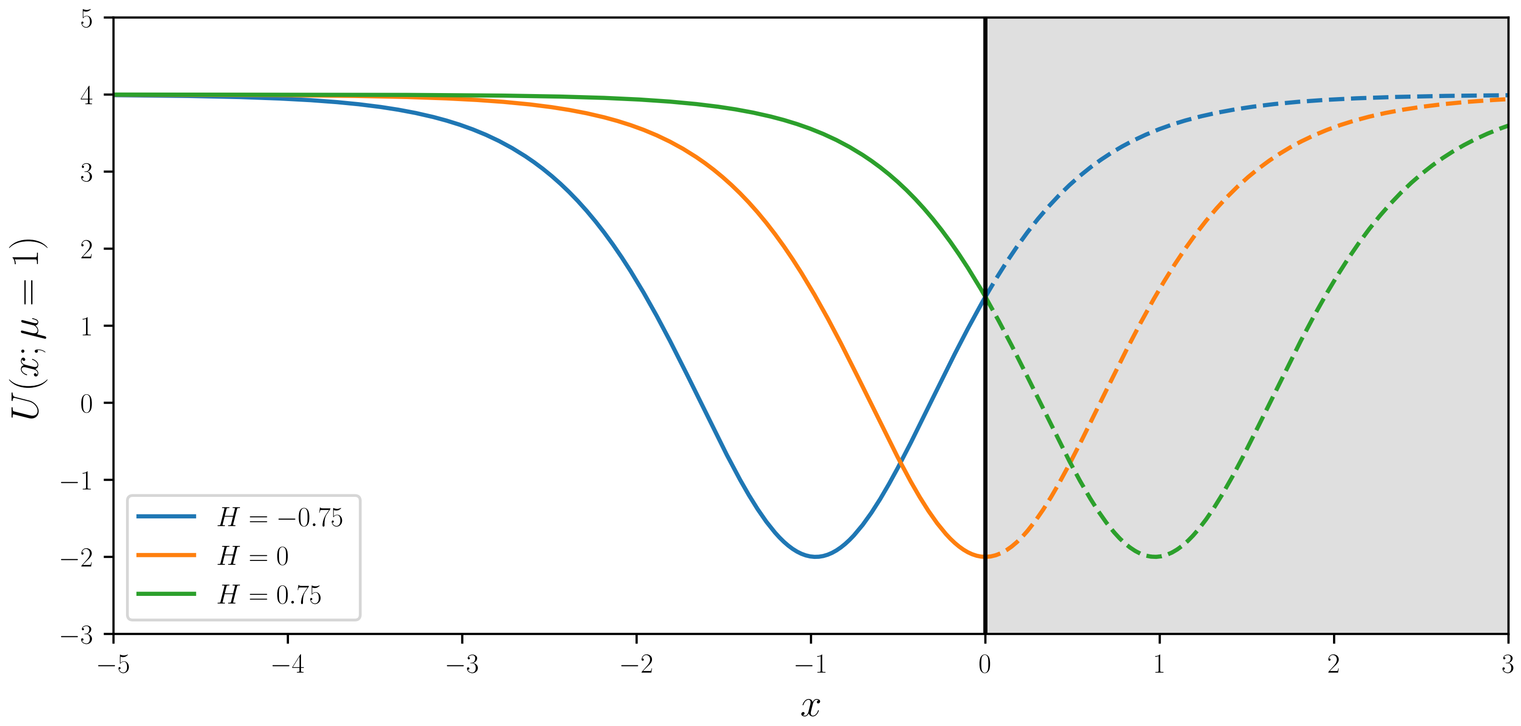
para

$$U(x) = V''(\varphi) = 6\varphi^2(x) - 2. \tag{7}$$

- Analisando apenas as perturbações para as soluções que interpolam $|H| \leq 1$,

$$U(x) = 6\tanh^2\left(\mu \tanh^{-1} H - x\right) - 2 \tag{8}$$

na semilinha negativa $x \leq 0$.



Solução numérica

- Domínio discreto com $N_p = 2048$ pontos igualmente espaçados por $h = L/(N_p - 1)$, onde $L = 20$

$$x_k = kh - L, \quad 0 \leq k \leq N_p - 1 \tag{9}$$

$$U_k = U(x_k), \quad \psi_k = \psi(x_k) \tag{10}$$

- Utilizando o método de diferenças finitas de segunda ordem,

$$D^2\psi_k = \frac{\psi_{k-1} - 2\psi_k + \psi_{k+1}}{h^2} \tag{11}$$

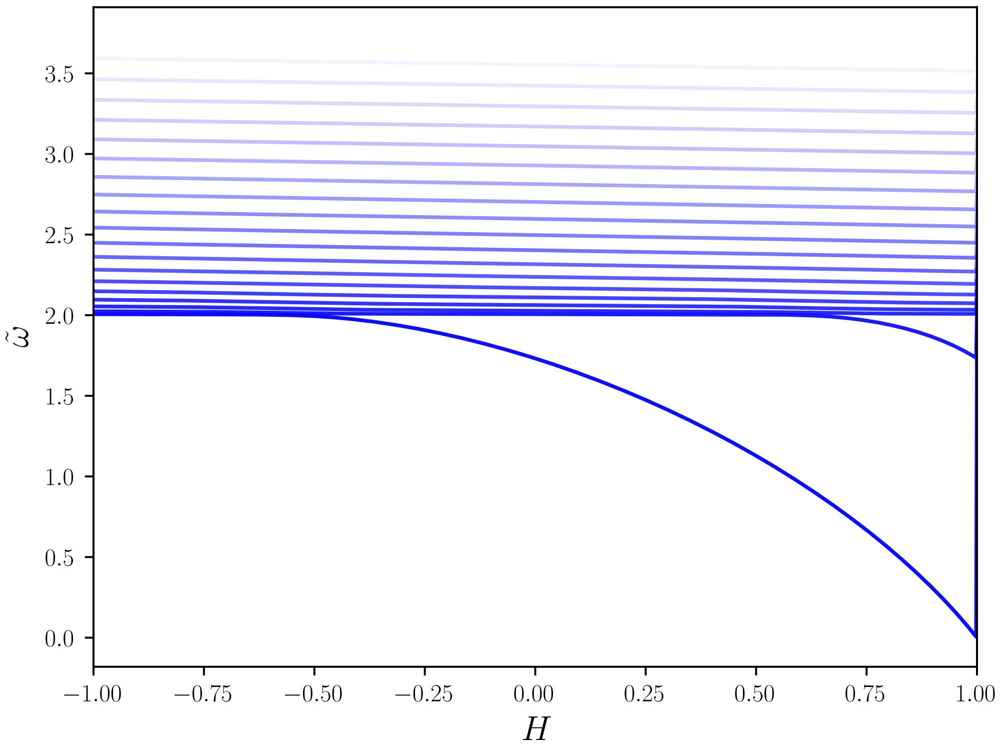
podemos aproximar o operador diferencial em forma de uma matriz $(N-1) \times (N-1)$

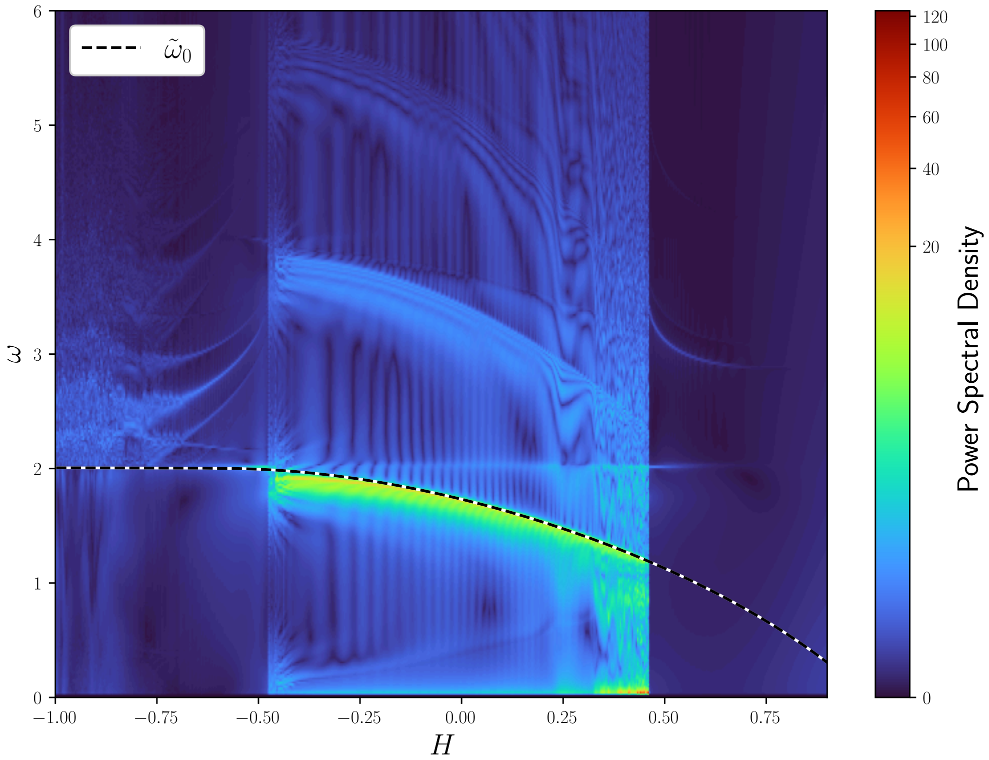
$$-D^2 + U_i = -\frac{1}{h^2}\begin{pmatrix} -2 & 1 & & 0 \\ 1 & -2 & 1 & \\ & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & & 1 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U_1 & & 0 & 0 \\ & U_2 & & 0 \\ 0 & & \ddots & \\ 0 & 0 & & U_{N_p-2} \end{pmatrix} \tag{12}$$

e resolver o problema de autovalor na aproximação matricial.

Densidade espectral

- Sendo $\tilde{\omega}_0$ a menor frequência encontrada na análise numérica da equação de Schrodinger para perturbações em torno das soluções de fronteira.





Ocsilon-fronteira ($H = -0.5, v \approx 0.132$)