

Le théorème de Pythagore

Jämes MÉNÉTREY

28 juillet 2016

Sommaire

Introduction	iii
I Théorème de Pythagore	1
1 Enoncé du théorème	3
1.1 Théorie	3
1.2 Exemple	3
2 Réciproque	5
II Annexes et tables	7
A Table d'addition	9
B Table de multiplication	11

Introduction

Le théorème de Pythagore est un théorème de géométrie euclidienne qui met en relation les longueurs des côtés dans un triangle rectangle : le carré de la longueur de l'hypoténuse, qui est le côté opposé à l'angle droit, est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Ce théorème permet notamment de calculer l'une de ces longueurs à partir des deux autres. Il est nommé d'après Pythagore DE SAMOS, philosophe de la Grèce antique.

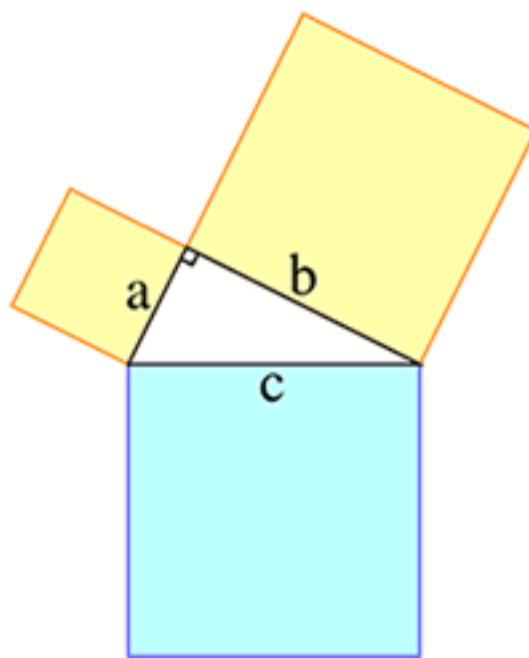


FIGURE 1 – Une version géométrique du théorème

Première partie

Théorème de Pythagore

Chapitre 1

Enoncé du théorème

1.1 Théorie

La forme la plus connue du théorème de Pythagore[1] est la suivante :

Théorème 1 (de Pythagore) *Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.*

En particulier, la longueur de l'hypoténuse est donc toujours supérieure à celle de chaque autre côté.

Le terme « longueur » est parfois omis, chaque côté étant assimilé à sa longueur. Toutefois l'élévation au carré (algébrique), qui n'a de sens que pour une grandeur numérique comme la longueur, correspond à la construction d'un carré (géométrique) sur chaque côté du triangle. Certaines démonstrations du théorème s'appuient d'ailleurs sur une égalité d'aires entre le carré construit sur l'hypoténuse et la réunion des carrés construits sur les deux autres côtés.

En nommant les sommets du triangle, le théorème peut se reformuler dans l'implication suivante : Si un triangle ABC est rectangle en C , alors $AB^2 = AC^2 + BC^2$.

1.2 Exemple

Avec les notations ci-dessus, soit le triangle rectangle de côtés $a = 3$ et $b = 4$; alors la longueur du troisième côté c , est donnée par : $a^2 + b^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = c^2$. Les longueurs étant des réels positifs, on obtient $c = 5$. Un triplet de nombres entiers tel que $(3, 4, 5)$, représentant la longueur des côtés d'un triangle rectangle s'appelle un triplet pythagoricien.

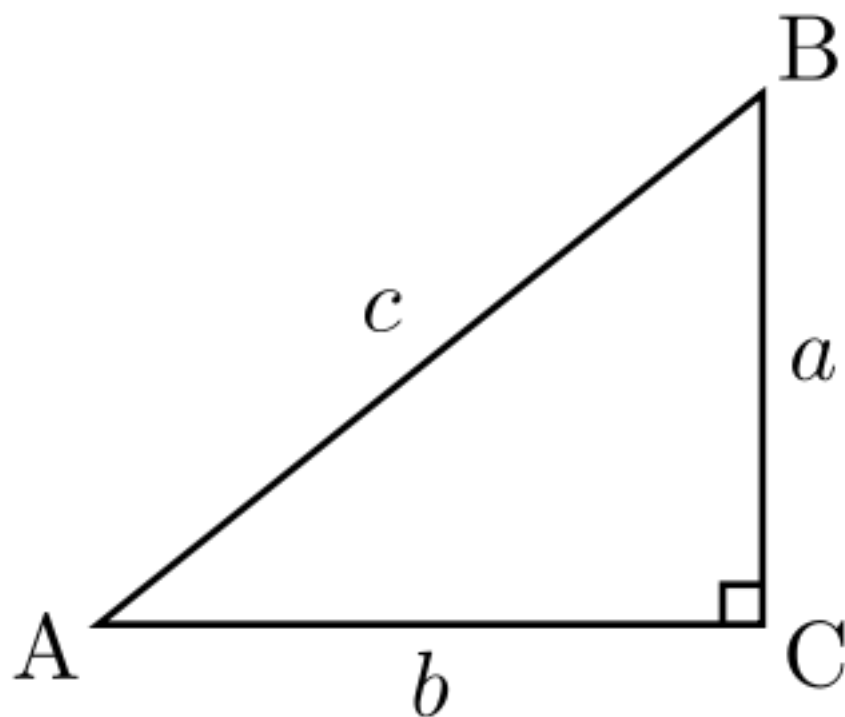


FIGURE 1.1 – Triangle rectangle

Chapitre 2

Réciproque

La réciproque du théorème de Pythagore est également vraie :

Réciproque 1 (Théorème de Pythagore.) *Si dans un triangle, le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle et son hypoténuse est le plus grand côté.*

Le théorème de Pythagore est donc une propriété caractéristique des triangles rectangles. Formulé autrement, si dans un triangle ABC on a $BC^2 + AC^2 = AB^2$, alors ce triangle est rectangle en C .

Deuxième partie

Annexes et tables

Annexe A

Table d'addition

Table issue de Wikipédia[2].

Additionné à	1	2	3
1	2	3	4
2	3	4	5
3	4	5	6

TABLE A.1 – Table d'addition

Annexe B

Table de multiplication

Table issue de Wikipédia[3].

Multiplié à	1	2	3
1	1	2	3
2	2	4	6
3	3	6	9

TABLE B.1 – Table de multiplication

Table des figures

1	Une version géométrique du théorème	iii
1.1	Triangle rectangle	4

Liste des tableaux

A.1	Table d'addition	9
B.1	Table de multiplication	11

Bibliographie

- [1] WIKIPÉDIA. *Théorème de Pythagore*. 15 juil. 2016. URL : https://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9or%C3%A8me_de_Pythagore.
- [2] WIKIPÉDIA. *Table d'addition*. 4 déc. 2015. URL : https://fr.wikipedia.org/wiki/Table_d%27addition.
- [3] WIKIPÉDIA. *Table de multiplication*. 12 déc. 2015. URL : https://fr.wikipedia.org/wiki/Table_de_multiplication.