Programación Matemática. Relación 1. Curso 2016/17.

Problema 1 [diciembre'16]

Un examen tenía tres preguntas, cuyas ponderaciones $x_1, x_2, x_3 \geq 0$ tienen que sumar 10 puntos. En el examen no se indicaba el valor de cada x_i, pero se decía que la pregunta 1 no vale más que la pregunta 2, mientras que la pregunta 3 vale al menos 2 puntos. El alumno **X** ha obtenido en las tres preguntas 6, 1 y 4 puntos sobre 10 respectivamente.

(a) Formula el problema de Programación Lineal consistente en hallar las ponderaciones de las preguntas para que la nota de **X** sea máxima.

(b) Determina una formulación equivalente del problema anterior en términos de las variables x_1 y x_2 y resuélvelo geométricamente.

Problema 2 [septiembre'16]

Considere un problema en el que existen n objetos de un conjunto origen que se pueden emparejar con otros n objetos de un conjunto destino (p.e. empleados y puestos de trabajo). Supongamos que si se realiza el emparejamiento del objeto origen i con el objeto destino j se obtiene un beneficio c_{ij}, $\forall (i, j) \in \{1, \dots, n\}^2$.

(a) Formule como un problema de *Programación Lineal Entera* con variables binarias el problema de determinar los m emparejamientos que dan el máximo beneficio, siendo $m < n$.

(b) Modifique la formulación del apartado anterior de forma que si el objeto origen i es emparejado se incurra en un coste adicional α_i.

Problema 3

Formula como un problema de optimización el problema de determinar el máximo radio común R y los centros $(x_1, y_1), \dots, (x_N, y_N)$ de N discos para que estos queden inscritos en el cuadrado $[0, 1] \times [0, 1]$ y sus interiores no intersequen.

Problema 4

Formula como un problema de optimización el problema de determinar el octógono inscrito en un disco de radio 1 y cuyo perímetro sea máximo.

Problema 5

Formula como un problema de optimización el problema de encontrar la esfera en $\mathbb{R}^n$ de radio mínimo que contiene a un conjunto finito $X \subset \mathbb{R}^n$.

Problema 6

Dado $X = \{x_1 \dots, x_p\} \subset \mathbb{R}^n$, formula como un problema de optimización *diferenciable* el problema de determinar el punto $c \in \mathbb{R}^n$ que minimiza

(a) la suma de los cuadrados de las distancias euclídeas que separan a los puntos de X de c

(b) el máximo de las distancias euclídeas que separan a los puntos de X de c.

(c) la suma de las distancias euclídeas que separan a los puntos de X de c

Problema 7

Un conjunto de N estudiantes, con nota media $e_1, \dots, e_N$ han solicitado una beca Erasmus. Para asignar destinos, han puntuado en una escala $0 - 10$ sus preferencias sobre las N plazas disponibles, de modo que v_{ij} representa la valoración que el estudiante i da al destino j

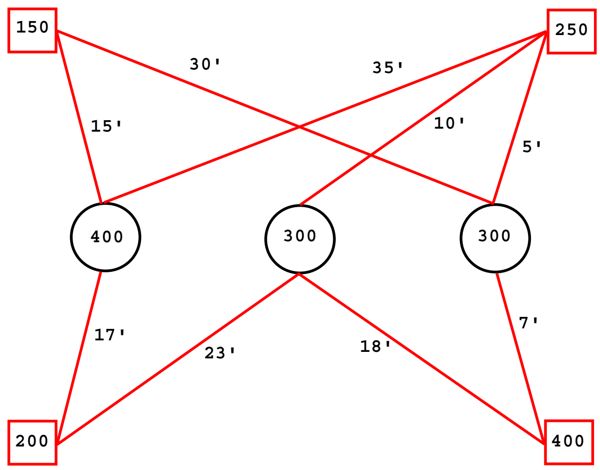
(a) Formula como un problema de optimización el problema de maximizar la valoración media ponderada de los estudiantes al destino asignado (los pesos de la ponderación se corresponden a la nota media de los expedientes)

(b) Resuelve con ordenador el caso particular cuyos datos están en el fichero `asignacion.dat`

Problema 8

Considere el problema de asignar los alumnos de nuevo ingreso de los cuatro distritos en los que se divide una población a alguno de los tres colegios con plazas libres para el próximo curso. En el siguiente grafo, representamos mediante nodos rectangulares cada uno de los cuatro distritos, y mediante nodos circulares los colegios.

Las demandas de plazas en cada distrito aparecen dentro del símbolo de cada nodo al igual que la oferta de plazas en los colegios. Las conexiones entre distritos y colegios significan que se permite el acceso de los alumnos del distrito correspondiente al centro educativo asociado.

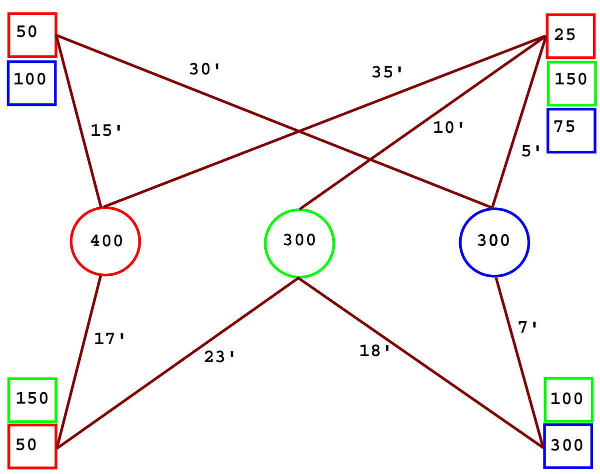


Por último, la cantidad que aparece junto a cada eje del grafo representa el tiempo medio de desplazamiento de un alumno para acceder al colegio.

Formule el problema de optimización que determina la asignación de los alumnos que, en media, minimiza el tiempo de desplazamiento requerido para asistir a clase.

Problema 9

Considere el problema anterior en el que ahora se pretende respetar las preferencias, que los alumnos de cada distrito muestran por los diferentes colegios. En el siguiente grafo se recoge, junto a cada distrito, el desglose de la demanda de plazas según las preferencias de centro educativo (cada color representa la preferencia por el colegio correspondiente).



Formule el problema de optimización que maximiza el número total de alumnos asignados de acuerdo a sus preferencias manteniendo un tiempo medio de desplazamiento inferior a 14 minutos.