Tutoria Física 1:

Camilo Balaguera 201618054
Johann Roa 201513558

MUA

	Forma Derivada	Forma Integral
Posición	$r(t)$	$r(t) = r_0 + \int_0^t v dt'$
Velocidad	$v(t) = \frac{dr}{dt}$	$v(t) = v_0 + \int_0^t a dt'$
Aceleración	$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2}$	$a(t)$

Si comparamos solo se sustituyen variables.
$\int k\, f(x)\, dx = k \int f(x)\, dx$

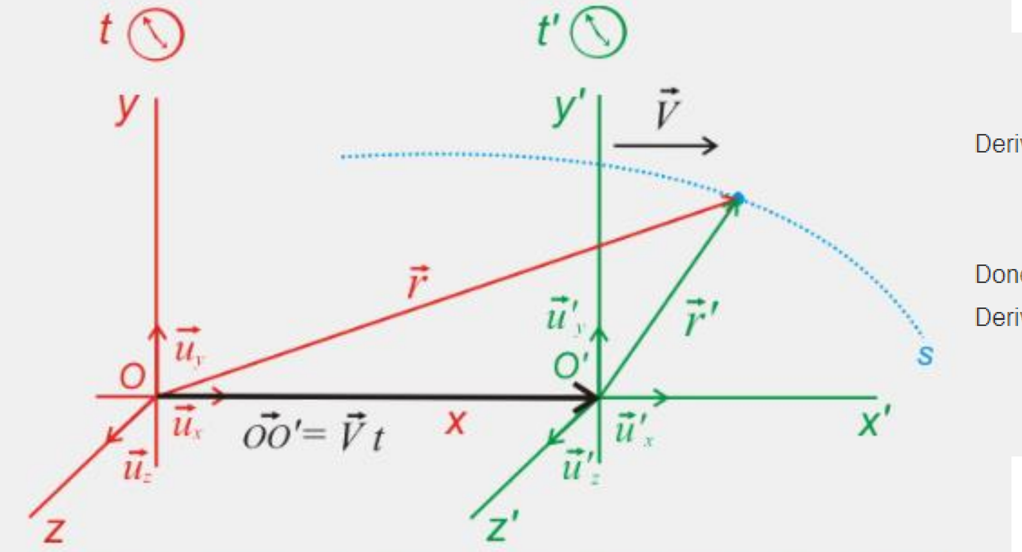
Formulas: Movimiento Parabólico o Lanzamiento Horizontal

Magnitud	Componente"x"	Componente"y"
Aceleración	**ax = 0**	**ay = -g**
Velocidad	**vx = v0x**	**vy = v0y – gt**
Posición	**x = v0x t**	**y =v0yt(1/2)gt2**

N°	FÓRMULA	OBSERV.
1°	$V_f = V_o + a.t$	No hay d
2°	$d = V_o.t + \frac{1}{2} a.t^2$	No hay V_f
3°	$d = V_f.t - \frac{1}{2} a.t^2$	No hay V_o
4°	$V_f^2 = V_o^2 + 2a.d$	No hay t
5°	$d = \left(\frac{V_o + V_f}{2}\right).t$	No hay a

https://slideplayer.es/slide/3419049/

Movimiento relativo



Movimiento relativo de traslación uniforme. *O* y *O'* son dos sistemas de referencia inerciales, y *O'* se mueve con velocidad **V** constante con respecto a O.

$$\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{V}\,t$$ Vector de posición

Derivando,

$$\vec{v}\,' = \vec{v} - \vec{V}$$ Vector velocidad

Donde **V** es la velocidad de *O'* con respecto a *O*.

Derivando de nuevo,

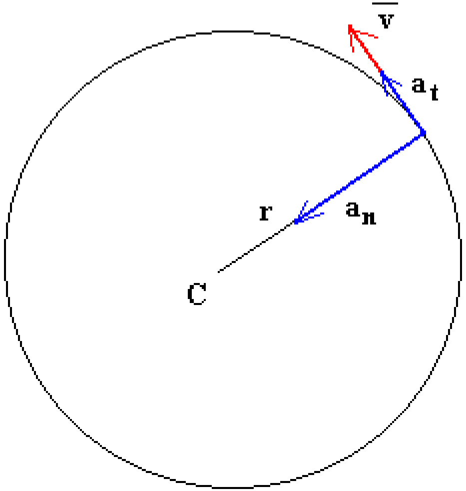
$$\boxed{\vec{a}\,' = \vec{a}}$$ Vector aceleración

http://www2.montes.upm.es/dptos/digfa/cfisica/cinematica/relativotr.htm

Mov. Circular

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \qquad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$\theta - \theta_0 = \int_{t_0}^{t} \omega\, dt \qquad \omega - \omega_0 = \int_{t_0}^{t} \alpha\, dt$$



$$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt} \qquad \frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt}$$

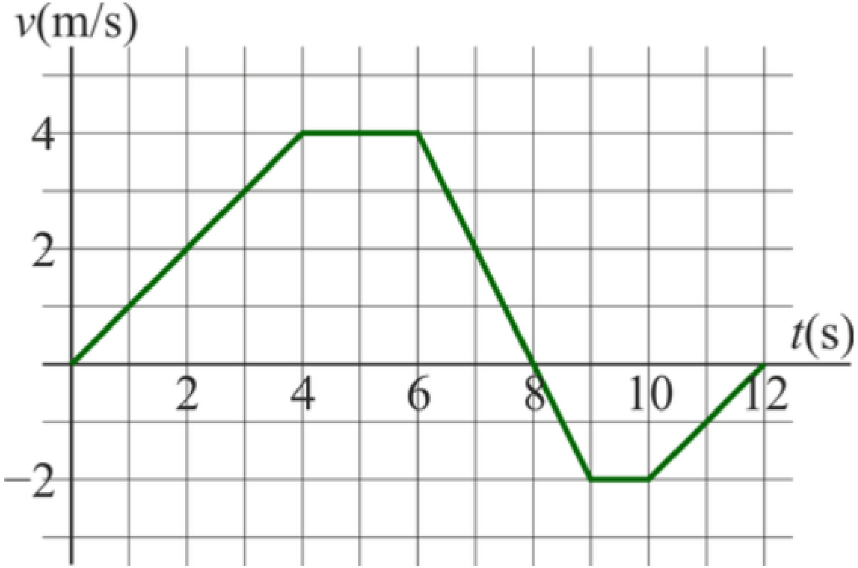
$$v = r\,\omega \qquad a_t = r\,\alpha$$

$$a_n = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r}\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v}{r}\frac{ds}{dt} = \frac{v^2}{r}$$

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{\rho}\vec{u}_n$$

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cinematica/circular1/circular1.htm

La velocidad de una partícula en un movimiento rectilíneo sigue aproximadamente la gráfica de la figura cuando se representa frente al tiempo.



1. ¿Cuánto vale aproximadamente la velocidad media entre $t = 0\,\mathrm{s}$ y $t = 12\,\mathrm{s}$?
2. ¿Cuánto vale la distancia total recorrida por la partícula en el mismo intervalo?

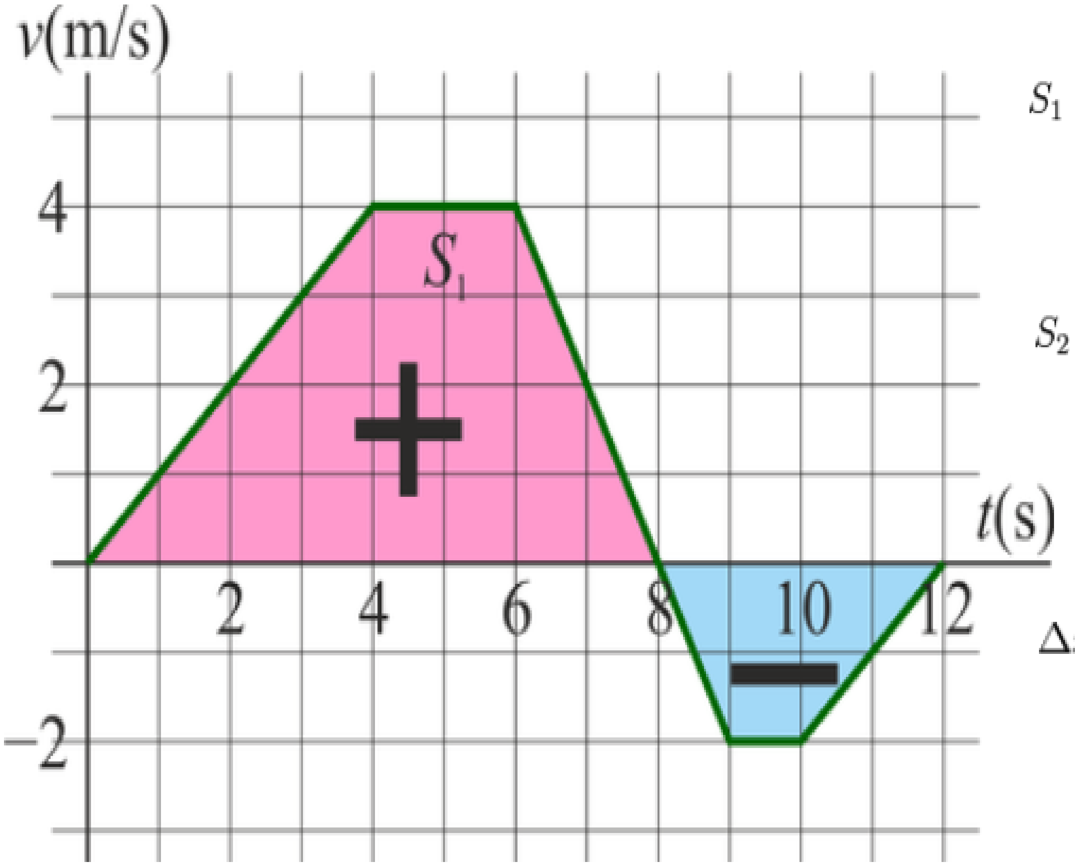
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Calculo_gr%C3%A1fico_de_velocidad_media#:~:text=2%20Velocidad%20media&text=Es%20igual%20al%20%C3%A1rea%20de,cual%20la%20part%C3%ADcula%20est%C3%A1%20retrocediendo

Recordemos que la velocidad media se escribe como:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Por lo que la posición puede reescribirse como una integral:

$$\Delta x = \int_0^{\Delta t} v \, \mathrm{d}t$$



$$S_1 = \frac{(B+b)}{2}h = \left(\frac{8\,\mathrm{s} + 2\,\mathrm{s}}{2}\right)\left(4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) = 20\,\mathrm{m}$$

$$S_2 = \frac{(B+b)}{2}h = \left(\frac{4\,\mathrm{s} + 1\,\mathrm{s}}{2}\right)\left(2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) = 5\,\mathrm{m}$$

$$\Delta x = S_1 - S_2 = 20\,\mathrm{m} - 5\,\mathrm{m} = 15\,\mathrm{m}$$

$$v_m = \frac{15\,\mathrm{m}}{12\,\mathrm{s}} = 1.25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Desde el punto de vista cinemático, lo que ocurre es:

Entre t=0s y t=4s

La partícula se aleja con aceleración uniforme pasando su velocidad de 0 a 4m/s. En este tiempo recorre una distancia $(4m/s)\times4s/2 = 8m$.

Entre t=4s y t=6s

Se sigue alejando, pero ahora a velocidad constante de 4m/s durante 2s, en los que recorre otros 8m.

Entre t=6s y t=8s

Sigue alejándose (la velocidad aun es positiva) durante 2s, pero con aceleración constante negativa, hasta que su velocidad llega a anularse. En este tiempo recorre $(4m/s)\times2s/2 = 4m$.

En total, a partícula llega a alejarse $8+8+4 = 20m$ del origen.

Entre t=8s y t=9s

La velocidad es negativa, por lo que partícula comienza a acercarse aceleradamente al origen, con un desplazamiento de $(-2m/s)\times1s/2 = -1m$.

Entre t=9s y t=10s

Se acerca al origen con velocidad constante de −2m/s durante 1s, siendo el desplazamiento −2m

Entre t=10s y t=12s

Sigue acercándose, pero ahora con aceleración constante positiva, con lo que se está frenando, hasta llegar a pararse. El desplazamiento en este intervalo es $(-2m/s)\times2s/2 = 2m$

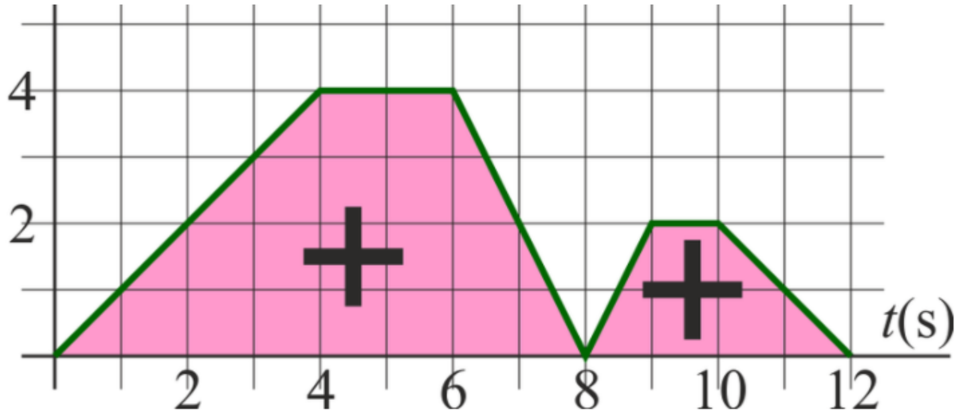
En total, desde el punto más alejado se acerca 5m.

El desplazamiento neto es entonces $20m-5m = 15\,m$. La velocidad media será $15m/12s = 1.25m/s$

La distancia total recorrida toma todas las contribuciones de desplazamiento como contribuciones positivas. Por lo que la distancia total recorrida es:

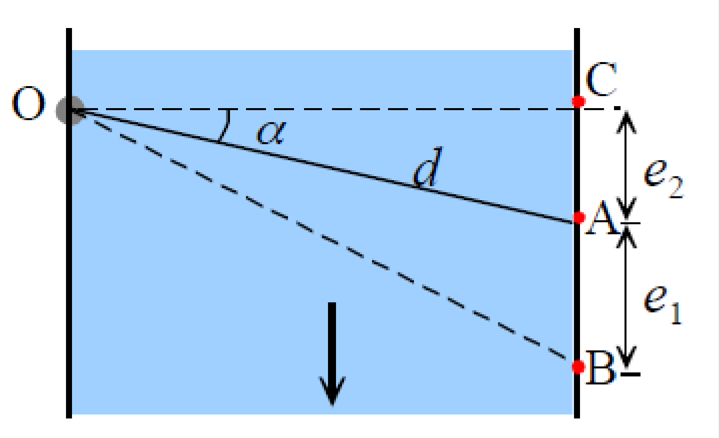
$$\Delta s = \int_0^{\Delta t} |v| \, \mathrm{d}t$$

$$\Delta s = S_1 + S_2 = 20\,\mathrm{m} + 5\,\mathrm{m} = 25\,\mathrm{m}$$



12. Se quiere cruzar un río de 26 m de ancho con una barca para llegar a la orilla opuesta en un punto situado a 60 m aguas abajo en 15 s. Calcular la dirección y la velocidad de la barca si la velocidad del agua del río es de 3 m/s.

La barca tiene que dirigirse a un punto A para que al ser arrastada por el agua llegue al punto B (a 60 m).

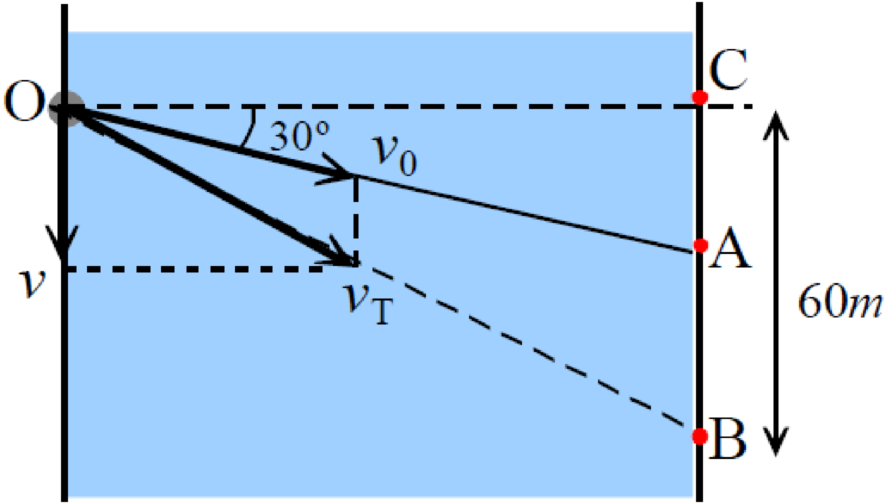


[1]

La distancia A-B es: $e_1 = v \cdot t = 3\,m/s \cdot 15\,s = 45\,m$

La distancia complementaria es: $e_2 = 60\,m - 45\,m = 15\,m$

Y el ángulo con la horizontal: $\alpha = tg^{-1}\left(\dfrac{e_2}{OC}\right) = tg^{-1}\left(\dfrac{15}{26}\right) = 30^{\circ}$



La distancia OA será:

$$d = \frac{e_2}{sen\alpha} = \frac{15}{sen30^o} = \frac{15}{1/2} = 30m$$

Y por lo tanto la velocidad de la barca:

$$v = \frac{d}{t} = \frac{30m}{15s} = \boxed{2\,m/s}$$

De otra forma:

$$\left.\begin{aligned} \bar{v}_0 &= v_0\cos\alpha\,\hat{i} + v_0 sen\alpha\,\hat{j} \\ \bar{v} &= v\,\hat{j} \end{aligned}\right\} \quad \bar{v}_T = \bar{v}_0 + \bar{v} = \underbrace{v_0\cos\alpha}_{v_x}\,\hat{i} + \underbrace{\left(v_0 sen\alpha + v\right)}_{v_y}\hat{j}$$

Integrando, y teniendo en cuenta que $\left(x_0, y_0\right) = \left(0,0\right)$:

$$\left.\begin{aligned} x &= v_0\cos\alpha\cdot t \\ y &= \left(v_0 sen\alpha + v\right)\cdot t \end{aligned}\right\} \quad \left(\begin{gathered} v = 3\,m/s \\ x = 26m,\, y = 60m \\ t = 15s \end{gathered}\right)$$

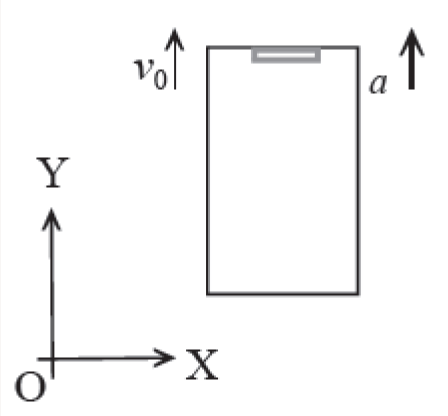
$$v_0 = \frac{x}{\cos\alpha\cdot t} \quad \rightarrow \quad y = \left(\frac{x}{\cos\alpha\cdot t} sen\alpha + v\right)\cdot t$$

$$v_0 = \frac{x}{\cos\alpha \cdot t} \quad \rightarrow \quad y = \left(\frac{x}{\cos\alpha \cdot t} sen\alpha + v \right) \cdot t$$

$$y = x \cdot tg\alpha + vt \quad \rightarrow \quad tg\alpha = \frac{y - vt}{x} = \frac{60 - 3 \cdot 15}{26} = \frac{15}{26}$$

$$\rightarrow \quad \alpha = 30^o ; \quad v_0 = \frac{x}{\cos 30^o \cdot t} = \frac{26}{\cos 30^o \cdot 15} = \boxed{2\, m/s}$$

17. La cabina de un ascensor de 3m de altura asciende con una aceleración de $1 m/s^2$. Cuando el ascensor se encuentra a una cierta altura del suelo, se desprende la lámpara del techo. Calcular el tiempo que tarda la lámpara en chocar con el suelo del ascensor.



[1]

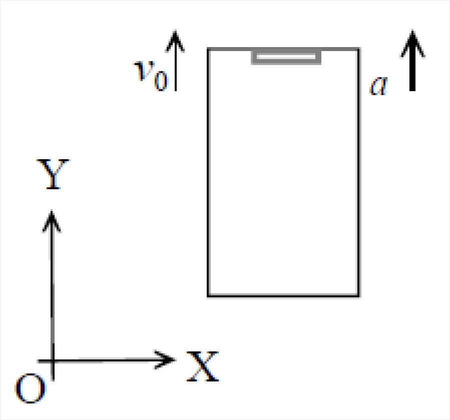
La posición del suelo del ascensor es: $y = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

La posición de la lámpara es: $y' = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$

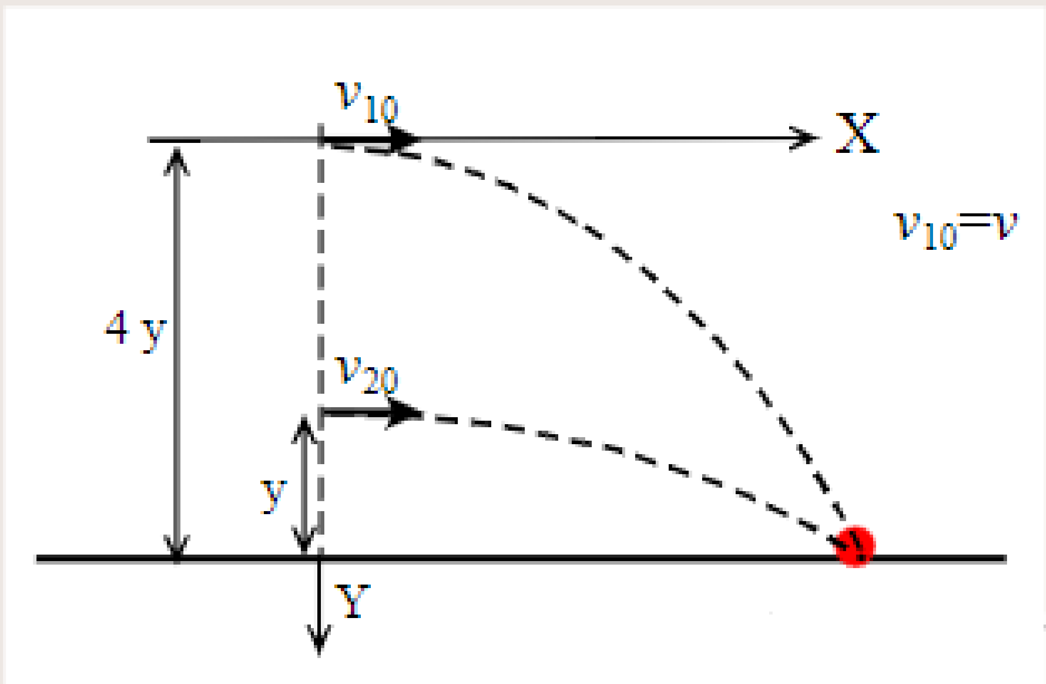
Choca con el suelo cuando el suelo recorre 3 m más que la lámpara:

$$\cancel{v_0 t} + \frac{1}{2} a t^2 = \cancel{v_0 t} - \frac{1}{2} g t^2 + 3$$

$$\rightarrow \quad t^2 = 2\left(\frac{3}{a+g}\right) \quad \rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{6}{10.8}} = \boxed{0.745\, s}$$



Dos aviones están situados sobre la misma vertical, siendo la altura de uno de ellos sobre el suelo, cuatro veces la del otro. Ambos pretenden bombardear el mismo objetivo, siendo la velocidad del más alto v ¿Qué velocidad debería llevar el más bajo?



[1]

Ecuaciones del avión 1:

$$\left.\begin{array}{lll} v_{1x} = v_{10} & \rightarrow & x = v_{10} \cdot t = v \cdot t \\ v_{1y} = g \cdot t & \rightarrow & 4y = \dfrac{1}{2} g \cdot t^2 \end{array}\right\} \rightarrow \quad 4y = \frac{1}{2} g \cdot \frac{x^2}{v^2}$$

Ecuaciones del avión 2:

$$\left.\begin{array}{lll} v_{2x} = v_{20} & \rightarrow & x = v_{20} \cdot t' \\ v_{2y} = g \cdot t' & \rightarrow & y = \dfrac{1}{2} g \cdot t'^2 \end{array}\right\} \rightarrow \quad y = \frac{1}{2} g \cdot \frac{x^2}{{v_{20}}^2}$$

$$\frac{4y}{y} = \frac{\frac{1}{2} g \cdot \frac{x^2}{v^2}}{\frac{1}{2} g \cdot \frac{x^2}{{v_{20}}^2}} \rightarrow 4 = \frac{{v_{20}}^2}{v^2} \rightarrow$$

$$\rightarrow {v_{20}}^2 = 4v^2 \rightarrow \boxed{v_{20} = 2v}$$

Asumamos que lanzamos un proyectil con velocidad 30m/s con un ángulo de 30 grados respecto a la horizontal. Además, un vehículo realiza un movimiento a velocidad constante saliendo desde el mismo punto de partida desde el cual se lanza el proyectil. El vehículo se mueve a 30m/s. ¿Cual es el alcance máximo del proyectil ?¿Cuantos segundos antes se debe lanzar el proyectil para que cuando el proyectil caiga, caiga sobre el vehículo?

$$y = V_{0y} \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$V_y = V_{0y} - gt$$

$$y = 0 -> V_{0y} = \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = \frac{2V_{0y}}{g} \approx 3s$$

$$V_y = V_{0y} - g\left(\frac{2V_{0y}}{g}\right) = -V_{0y}$$

$$V_x = V_{0x}$$

$$\vec{V} = V_{0x}\hat{i} - V_{0y}\hat{j}$$

$$x = V_{0x} \cdot t = \frac{2V_{0y}V_{0x}}{g} \approx 77.9m$$

$$x = V_{vehiculo} \cdot t$$

$$t = \frac{x}{V_{vehiculo}} \approx 2.6s$$

8. Un disco gira con MCU. Si los puntos periféricos tienen el triple de rapidez tangencial que aquellos puntos que se encuentran 5 cm más cerca del centro del disco, calcular el radio del disco.

Respuesta: 7,5 cm

$$\frac{V}{R-5} = \frac{3V}{R}$$

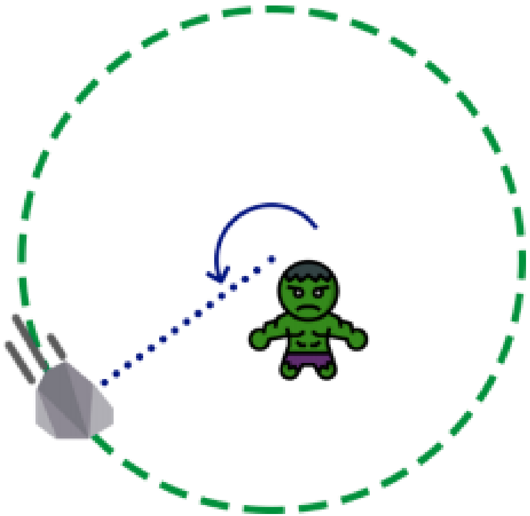
$$R = 3R - 15$$

$$2R = 15$$

$$R = \frac{15}{2} = 7.5cm$$

[2]

1. Un niño amarra una soga a una piedra y las hace girar como se muestra en la gráfica. La piedra realiza un MCU, girando con $7\pi \,{}^{rad}/_{s}$. Calcular el ángulo que barre el radio de giro en 2 s.



Respuesta: $14\pi\ rad$.

$$\omega = 7\pi \frac{rad}{s}$$

$$wt = \theta$$

$$7\pi \frac{rad}{s} \cdot (2s) = 14\pi rad$$

[2]

9. Un volante gira en torno a su eje a razón de 3000 r.p.m. Un freno lo para en 20s.

(a) Calcular la aceleración angular, supuesta constante, y el número de vueltas hasta que el volante se detiene.

(b) Supuesto que el volante tiene 20 cm de diámetro, calcular las aceleraciones tangencial y centrípeta de un punto de su periferia una vez dadas 100 vueltas y la aceleración resultante en tal punto.

[1]

(a) Calcular la aceleración angular, supuesta constante, y el número de vueltas hasta que el volante se detiene.

La velocidad angular es: $\omega = 3000 \cdot \dfrac{2\pi\, rad}{60\, s} = 100\pi\, rad/s$

Y la aceleración es:

$$\omega_f = \omega_0 - \alpha t \quad \rightarrow \quad \alpha = \frac{\omega_0 - \omega_f}{t} = \frac{100\pi - 0}{20\, s} = \boxed{5\pi\, rad/s^2}$$

El desplazamiento angular resulta:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2 = 100\pi \cdot 20 - \frac{1}{2}5\pi \cdot 20^2 = 1000\pi\, rad$$

$$n = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{1000\pi}{2\pi} = \boxed{500\, vueltas}$$

(b) calcular las aceleraciones tangencial y centrípeta de un punto de su periferia una vez dadas 100 vueltas y la aceleración resultante en tal punto.

El desplazamiento angular es: $\varphi = n \cdot 2\pi = 100 \cdot 2\pi = 200\pi\, rad$

Calculamos el tiempo transcurrido:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2 = 100\pi \cdot t - \frac{1}{2} 5\pi \cdot t^2 = 200\pi\, rad$$

$$\rightarrow \quad 2.5t^2 - 100t + 200 = 0 \quad \rightarrow \quad t = \begin{cases} 37.86s \\ \boxed{2.14s} \end{cases}$$

(b) calcular las aceleraciones tangencial y centrípeta de un punto de su periferia una vez dadas 100 vueltas y la aceleración resultante en tal punto.

La aceleración tangencial es: $a_T = \alpha \cdot R = 5\pi \cdot 0.1 = 0.5\pi\, m/s^2$

La aceleración normal es:

$$a_N = \frac{v^2}{R} = \omega_{100}{}^2 \cdot R = (100\pi - 5\pi \cdot 2.14)^2 \cdot 0.1 = 797.5\pi^2\, m/s^2$$

Y la aceleración resultante:

$$a = \sqrt{a_T{}^2 + a_N{}^2} = \sqrt{0.25\pi^2 + 797.5^2\pi^4} = \boxed{2505.4\pi\ m/s^2}$$

Referencias

1. Juan C. Moreno, Antonio Hernandez. Escuela Politécnica - Universidad de Alicante. *Ejercicios de física cinemática.*
2. Matemóvil: Ejercicios de Física y mucho más. *Movimiento Circular Uniforme*. Tomado de: https://drive.google.com/file/d/10pHr9WomOXP3rlg9jKk-2oLFS8OnOJnk/view