

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Probabilidad y Estadísticas	Apellidos: Jiménez Acosta	18 - sep - 2023
	Nombre: Ronaldo	

Trabajo: Representación gráfica de la Normal y cálculo de probabilidades

En esta actividad se va a trabajar el cálculo de probabilidades cuando la variable aleatoria sigue una distribución normal.

De lo que se ha visto en clase se tiene que:

- ▶ La distribución normal está presente en muchos fenómenos.
- ▶ Su función de densidad, $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$, no admite primitiva por lo que no se pueden calcular directamente las probabilidades de los sucesos.

Por tanto, hay que recurrir al uso de tablas para calcularla:

- ▶ A mano: estandarizar la variable → Consultar la tabla → Interpol.
- ▶ Con herramientas estadísticas: llamar a la función de distribución.

Tanto si se quiere hacer el cálculo a mano como si se quieren utilizar herramientas estadísticas, para calcular la probabilidad de un suceso dado hay que tener en cuenta que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx = 1$$

Es simétrica alrededor de su media.

Veamos cómo representar gráficamente un suceso en una distribución normal y realizar el cálculo de probabilidades con R.

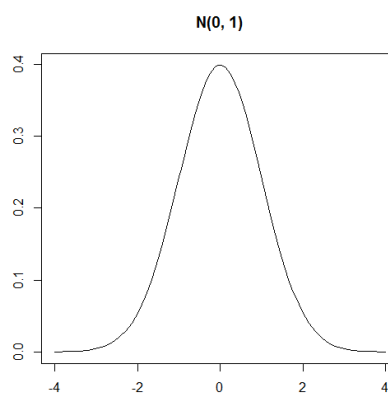


Figura 1. Gráfica.

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Probabilidad y Estadísticas	Apellidos: Jiménez Acosta	18 - sep - 2023
	Nombre: Ronaldo	

Sea $X \sim N[100, 12] = N[\mu, \sigma]$, para representar y calcular $P(85 \leq X \leq 115)$ podemos ejecutar la siguiente línea de comandos en R:

```

1. media = 100; dt = 12
2. l_inf = 85; l_sup = 115
3. #Definimos los valores de media, desviación típica y los límites
   del intervalo en el que queremos realizar los cálculos
4. x <- seq(-4, 4, length = 100)*dt + media
5. y <- dnorm(x, media, dt)
6. #x e y definen los pares de puntos que vamos a representar. Con
   dnorm construimos los puntos de la normal, con la media y dt
   especificadas
7. plot(x, y, type = "n", xlab = "", ylab = "",
   main = "Distribución Normal")
8. i <- x >= l_inf & x <= l_sup
9. lines(x, y)
10. #Une los puntos representados
11. polygon(c(l_inf, x[i], l_sup), c(0,
   y[i], 0), col = "paleturquoise")
12. #Definimos los límites del área que queremos representar
13. area <- pnorm(l_sup, media, dt) - pnorm(l_inf, media, dt)
14. #pnorm devuelve el valor de la función de distribución
   (probabilidad acumulada) en el punto introducido como primer
   parámetro
15. result <- paste("P(", l_inf, "< X <=", l_sup, ")
   =", signif(area, digits=4))
16. mtext(result, 3)
17. #Incluimos el resultado en la gráfica

```

Con lo cual se obtiene:

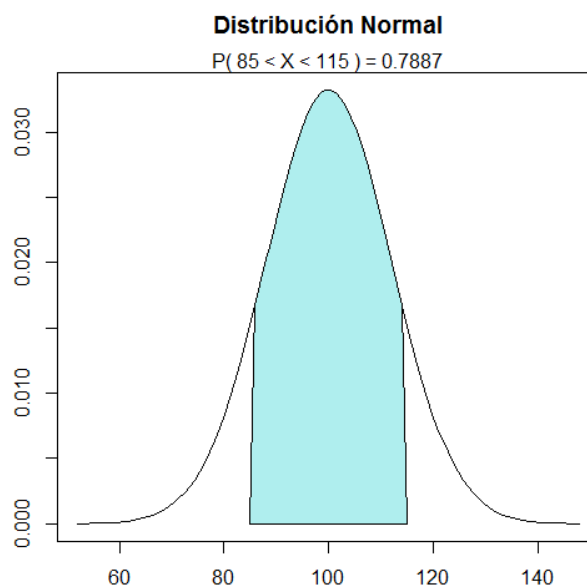


Figura 2. Gráfica.

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Probabilidad y Estadísticas	Apellidos: Jiménez Acosta	18 - sep - 2023
	Nombre: Ronaldo	

Se pide calcular, con R y a mano, y representar gráficamente con R las siguientes probabilidades considerando que si la variable X sigue una distribución normal con media μ y desviación estándar σ , esto se denota con $X \sim [\mu, \sigma]$:

a) $X \sim N(15, 2)$, $P(16 < X < 20)$

Para $X \sim N(15, 2)$, calcula $P(16 < X < 20)$:

Primero, estandarizamos los valores:

$$Z_1 = \frac{16 - 15}{2} = 0.5$$

$$Z_2 = \frac{20 - 15}{2} = 2.5$$

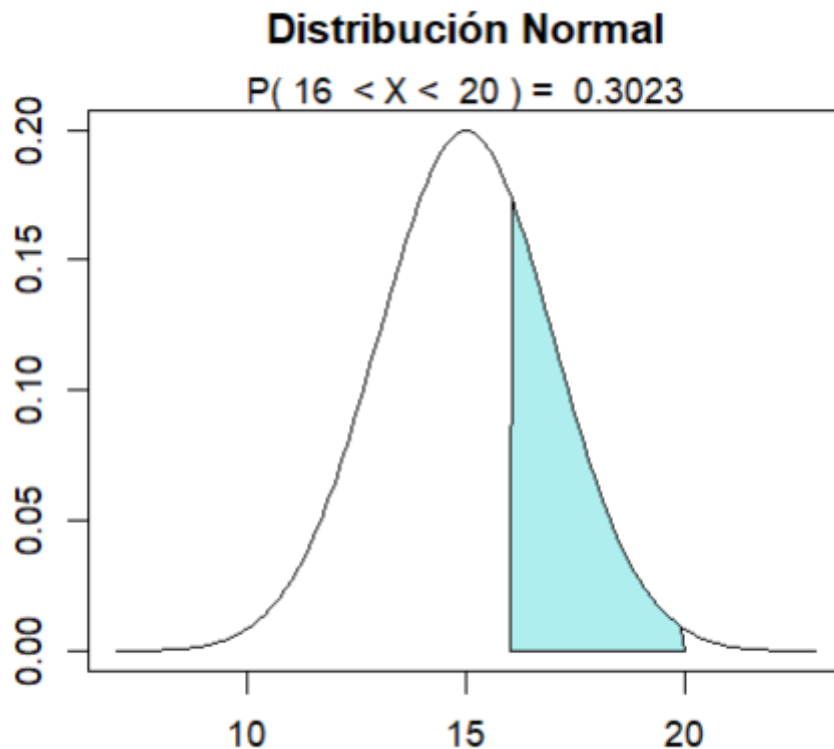
Luego, buscamos estas puntuaciones Z en la tabla de la distribución normal estándar o utilizamos una calculadora o software estadístico para encontrar las probabilidades correspondientes:

$$P(0.5 < Z < 2.5) =$$

$$= P(0 \leq Z \leq 2.5) - P(0 \leq Z \leq 0.5)$$

$$= 0.4938 - 0.1915$$

$$= 0.3023$$



Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Probabilidad y Estadísticas	Apellidos: Jiménez Acosta	18 - sep - 2023
	Nombre: Ronaldo	

b) $X \sim N(10, 3)$, $P(X < 8)$

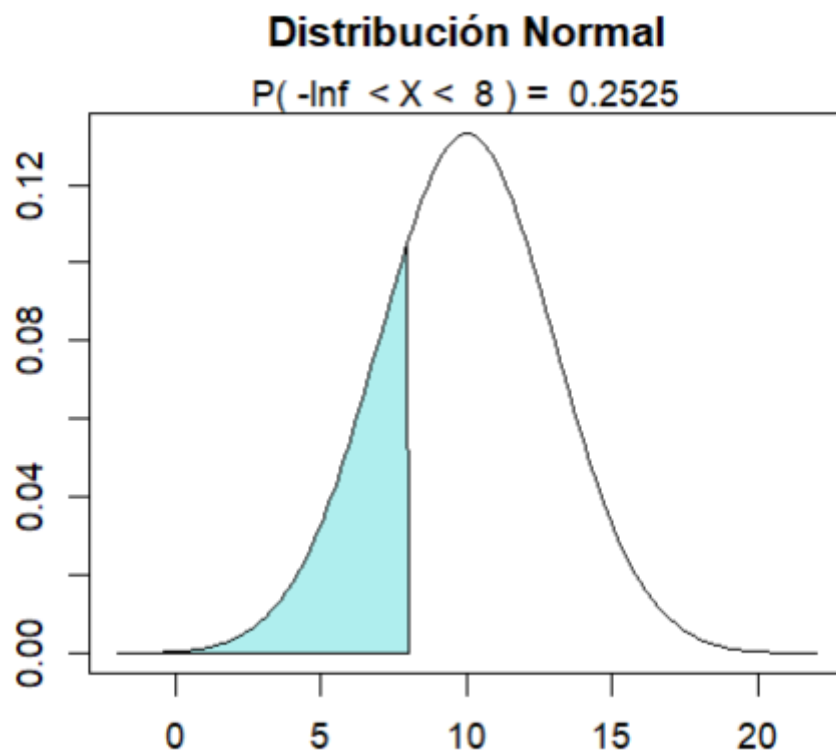
Para $X \sim N(10, 3)$, calcula $P(X < 8)$:

Estandarizamos el valor 8:

$$Z = \frac{8 - 10}{3} = -0.67$$

Buscamos esta puntuación Z en la tabla de la distribución normal estándar o utilizamos una calculadora o software estadístico:

$$P(Z < -0.67) \approx 0.2525$$



c) $X \sim N(50, 4)$, $P(X < 60)$

Para $X \sim N(50, 4)$, calcula $P(X < 60)$:

Estandarizamos el valor 60:

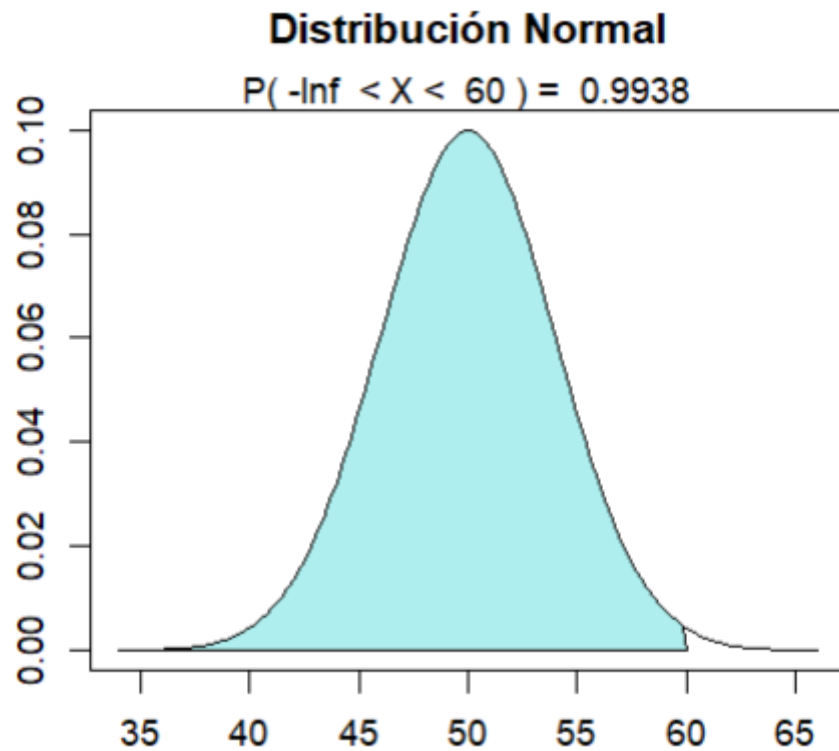
$$Z = \frac{60 - 50}{4} = 2.5$$

Buscamos esta puntuación Z en la tabla de la distribución normal estándar o utilizamos una calculadora o software estadístico:

$$P(Z < 2.5)$$

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Probabilidad y Estadísticas	Apellidos: Jiménez Acosta	18 - sep - 2023
	Nombre: Ronaldo	

$$\begin{aligned}
 &= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 2.5) \\
 &= 0.5 + 0.4938 \\
 &= 0.9938
 \end{aligned}$$



d) $X \sim N(250, 20)$, $P(X > 215)$

Para $X \sim N(250, 20)$, calcula $P(X > 215)$:

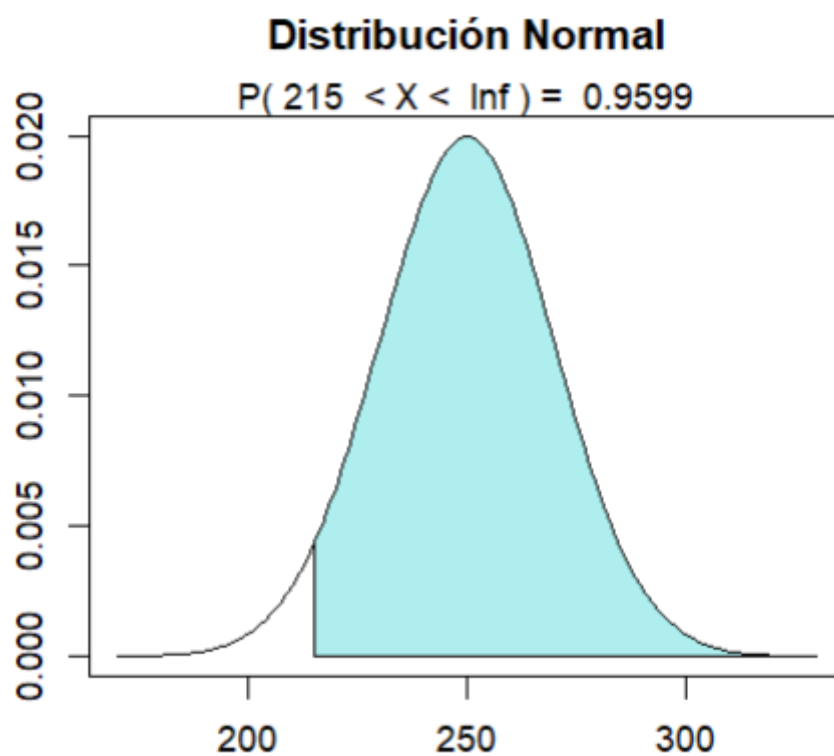
Estandarizamos el valor 215:

$$Z = \frac{215 - 250}{20} = -1.75$$

Calculamos la probabilidad complementaria ($P(X > 215) = 1 - P(X < 215)$):

$$\begin{aligned}
 &P(X > 215) \\
 &= 1 - P(Z < -1.75) \\
 &= 1 - 0.0401 \\
 &= 0.9599
 \end{aligned}$$

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Probabilidad y Estadísticas	Apellidos: Jiménez Acosta	18 - sep - 2023
	Nombre: Ronaldo	



Extensión máxima: 5 páginas, fuente Calibri 12, interlineado 1,5.