

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Cálculo Integral y Ecuaciones Diferenciales	Apellidos: Jimenez Acosta	24/04/2023
	Nombre: Ronaldo	

Para desarrollar este laboratorio es necesario emplear una herramienta gráfica de tu elección (sugerencia: [GeoGebra](#))

Descripción del laboratorio

Utilizando las técnicas de integración vistas, encuentra el volumen del sólido de revolución generado alrededor del eje x el cual está encerrado por las funciones:

$$f(x) = 2x e^{-2x}, 0 \leq x \leq 1$$

$$g(x) = \frac{x}{4}, 0 \leq x \leq 1$$

(4 puntos) El sólido de revolución (3D) así como las funciones descritas (2D) se deben graficar¹ en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 , respectivamente.

(6 puntos) Luego plantea y resuelve las integrales² para calcular el volumen requerido.

Sugerencia: Utilice el método de discos o arandelas.

Dado a que:

$$V = \int_{-x}^x \pi \left((g(x))^2 - (f(x))^2 \right) dx$$

Por lo tanto

$$V = \int_0^1 \pi \left((2xe^{-2x})^2 - \left(\frac{x}{4}\right)^2 \right) dx$$

Tenemos qué:

$$V = \pi \int_0^1 \left(4x^2 e^{-4x} - \frac{x^2}{16} \right) dx$$

Dividimos las integrales:

$$V = 4\pi \int_0^1 x^2 e^{-4x} dx - \frac{\pi}{16} \int_0^1 x^2 dx$$

¹ Si las gráficas se van a trazar de forma manual en el plano bidimensional o tridimensional, las imágenes digitalizadas deben ser claras y las funciones deben estar debidamente tabuladas.

² Las integrales deben ser resueltas, paso a paso, e ingresadas como ecuación sobre el documento, no es válido incorporar imágenes del procedimiento analítico.

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Cálculo Integral y Ecuaciones Diferenciales	Apellidos: Jimenez Acosta	24/04/2023
	Nombre: Ronaldo	

Integramos la primera:

$$V_1 = 4\pi \int_0^1 x^2 e^{-4x} dx$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$u = x^2 \quad dv = e^{-4x} \quad du = 2x dx \quad v = \frac{e^{-4x}}{4}$$

$$V_1 = -\frac{x^2 e^{-4x}}{4} - \int_0^1 -\frac{x e^{-4x}}{2} dx$$

Ahora integramos nuevamente por partes:

$$V_{1.1} = -\frac{1}{2} \int_0^1 x e^{-4x} dx$$

$$u = x \quad dv = e^{-4x} \quad du = x dx \quad v = \frac{e^{-4x}}{4}$$

$$V_{1.1} = -\frac{x e^{-4x}}{4} - \int_0^1 -\frac{e^{-4x}}{4} dx$$

Aquí integramos el exponencial normalmente con sustitución:

$$u = -4x \rightarrow du = -4dx$$

$$\frac{1}{16} \int e^u du \rightarrow \frac{1}{16} e^u \rightarrow \frac{e^{-4x}}{16}$$

Nos devolvemos:

$$V_{1.1} = \frac{x e^{-4x}}{8} + \frac{e^{-4x}}{32} \rightarrow V_1 = 4\pi \left(-\frac{x^2 e^{-4x}}{4} - \frac{x e^{-4x}}{8} - \frac{e^{-4x}}{32} \right)$$

Ahora la siguiente integral:

$$V_2 = \frac{\pi}{16} \int_0^1 x^2 dx \rightarrow V_2 = \frac{\pi x^3}{48}$$

Resolvemos finalmente los limites de la integral:

$$V = \pi \left| -x^2 e^{-4x} - \frac{x e^{-4x}}{2} - \frac{e^{-4x}}{8} - \frac{x^3}{48} \right|_0^1$$

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Cálculo Integral y Ecuaciones Diferenciales	Apellidos: Jimenez Acosta	24/04/2023
	Nombre: Ronaldo	

$$V(1) = \left| -(1)^2 e^{-4(1)} - \frac{(1)e^{-4(1)}}{2} - \frac{e^{-4(1)}}{8} - \frac{(1)^3}{48} \right|$$

$$V(0) = \left| -(0)^2 e^{-4(0)} - \frac{(0)e^{-4(0)}}{2} - \frac{e^{-4(0)}}{8} - \frac{(0)^3}{48} \right|$$

$$V(1) = -e^{-4} - \frac{e^{-4}}{2} - \frac{e^{-4}}{8} - \frac{1}{48}$$

$$V(0) = -\frac{e^0}{8}$$

$$V = -e^{-4} - \frac{e^{-4}}{2} - \frac{e^{-4}}{8} - \frac{1}{48} - \left(-\frac{e^0}{8} \right)$$

$$V = \pi \left(-0.0183 - \frac{0.0183}{2} - \frac{0.0183}{8} - \frac{1}{48} + \frac{1}{8} \right)$$

$$V = \pi(0,074429) = 0,2338 \text{ u}^3$$

