

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Cálculo Integral y Ecuaciones Diferenciales	Apellidos: Jiménez Acosta	10-04-2023
	Nombre: Ronaldo	

Laboratorio #1: Área encerrada entre curvas

Para desarrollar este laboratorio es necesario emplear una herramienta gráfica de tu elección (sugerencia: [GeoGebra](#))

Descripción del laboratorio

Tienes que dibujar las gráficas¹ de las funciones en un mismo plano cartesiano, calcular sus puntos de corte de forma manual o a través de un software matemático², plantear y resolver correctamente las integrales definidas necesarias³, usando la **regla de Barrow** para obtener el valor del área neta solicitada en unidades cuadradas.

Entrega del laboratorio

(4 puntos) Primer ejercicio: Calcula el área bajo la siguiente función $|x^2 + 2x - 8|$ en el intervalo: $-3 \leq x \leq 2$.

- a) **(1 punto)** Describe la función valor absoluto como una función a trozos.

$$f(x) = |x^2 + 2x - 8| = \begin{cases} x^2 + 2x - 8 & \text{si } x^2 + 2x - 8 \geq 0 \\ -(x^2 + 2x - 8) & \text{si } x^2 + 2x - 8 < 0 \end{cases}$$

- Cálculo de los intervalos (positivo y negativo):

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{(b)^2 - 4(a)(c)}}{2a}$$

$$x = \frac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-8)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2}$$

¹ Si las gráficas se van a trazar de forma manual en el plano bidimensional, las imágenes digitalizadas deben ser claras y las funciones deben estar debidamente tabuladas.

² Si los puntos de corte son calculados a través de una herramienta específica, se debe adjuntar el procedimiento (evidencia) ejecutado.

³ Las integrales deben ser resueltas, paso a paso, e ingresadas en el editor de ecuaciones sobre el documento, no es válido incorporar imágenes del procedimiento analítico.

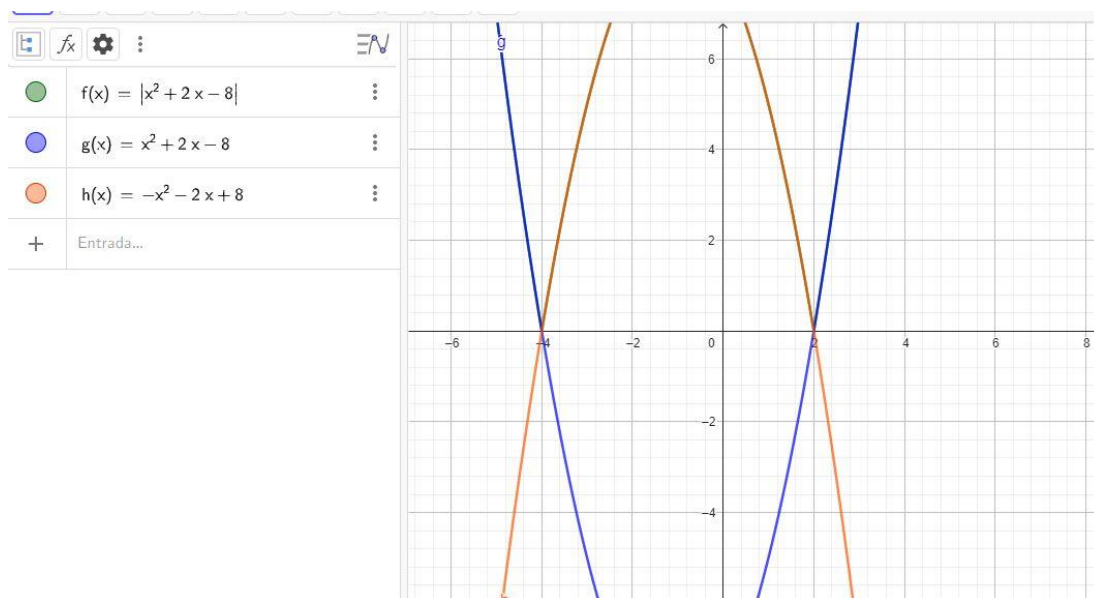
Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Cálculo Integral y Ecuaciones Diferenciales	Apellidos: Jiménez Acosta	10-04-2023
	Nombre: Ronaldo	

$$x_1 = \frac{-2 + 6}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-2 - 6}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$(-\infty, -4)(2, \infty), (-4, 2)$$

$$f(x) = |x^2 + 2x - 8| = \begin{cases} x^2 + 2x - 8 & \text{si } (-\infty, -4) \cup (2, \infty) \\ -(x^2 + 2x - 8) & \text{si } (-4, 2) \end{cases}$$



1. Límites de integración (Geogebra)

b) (2 puntos) Resuelve la integral paso a paso (suma de dos integrales).

- Reescribo la integral:

$$\int_{-3}^2 |x^2 + 2x - 8| = \int_{-3}^{-4} -(x^2 + 2x - 8)dx + \int_{-4}^2 x^2 + 2x - 8dx$$

- Para el primer trozo:

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Cálculo Integral y Ecuaciones Diferenciales	Apellidos: Jiménez Acosta	10-04-2023
	Nombre: Ronaldo	

$$\begin{aligned}
\int_{-3}^{-4} -(x^2 + 2x - 8)dx &= \int_{-3}^{-4} (-x^2 - 2x + 8)dx \\
\int_{-3}^{-4} (-x^2 - 2x + 8)dx &= -\int_{-3}^{-4} x^2 dx - 2\int_{-3}^{-4} x dx + 8\int_{-3}^{-4} 1 dx \\
\int_{-3}^{-4} x^2 dx &= \frac{x^3}{3} \\
\int_{-3}^{-4} x dx &= \frac{x^2}{2} \\
\int_{-3}^{-4} 1 dx &= x \\
&= -\frac{x^3}{3} - x^2 + 8x
\end{aligned}$$

Reescribo y simplifico:

$$\begin{aligned}
&= \frac{x(x^2 + 3x - 24)}{3} \\
&= \frac{-4((-4)^2 + 3(-4) - 24)}{3} = \frac{80}{3} \\
&= \frac{-3((-3)^2 + 3(-3) - 24)}{3} = 24 \\
&= \frac{80}{3} - 24 = \boxed{\frac{8}{3}}
\end{aligned}$$

- Para el segundo trozo:

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Cálculo Integral y Ecuaciones Diferenciales	Apellidos: Jiménez Acosta	10-04-2023
	Nombre: Ronaldo	

$$\int_{-4}^2 (x^2 + 2x - 8)dx$$

$$\int (x^2 + 2x - 8)dx = \frac{x^3}{3} + x^2 - 8x + C$$

$$\int_{-4}^2 (x^2 + 2x - 8)dx = \left[\frac{x^3}{3} + x^2 - 8x \right]_{-4}^2$$

$$\left(\frac{(2)^3}{3} + (2)^2 - 8(2) \right) - \left(\frac{(-4)^3}{3} + (-4)^2 - 8(-4) \right)$$

$$\frac{8}{3} + 4 - 16 - \left(-\frac{64}{3} + 16 + 32 \right)$$

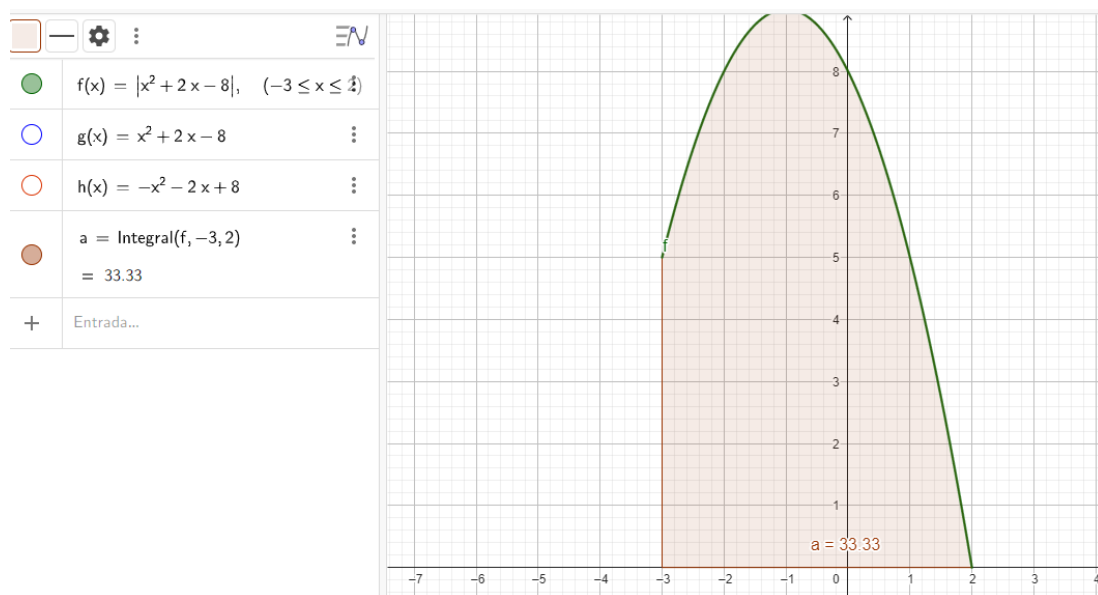
$$\frac{8}{3} + 4 - 16 + \frac{64}{3} - 16 - 32 = \boxed{-36}$$

● Integral original:

$$\int_{-3}^2 |x^2 + 2x - 8|dx = \frac{8}{3} - 36 = \boxed{-33.33}$$

- c) (1 punto) Gráfica la función con el área bajo la curva calculada (adjuntar evidencia de la herramienta gráfica usada de forma clara y debidamente referenciada).

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Cálculo Integral y Ecuaciones Diferenciales	Apellidos: Jiménez Acosta	10-04-2023
	Nombre: Ronaldo	



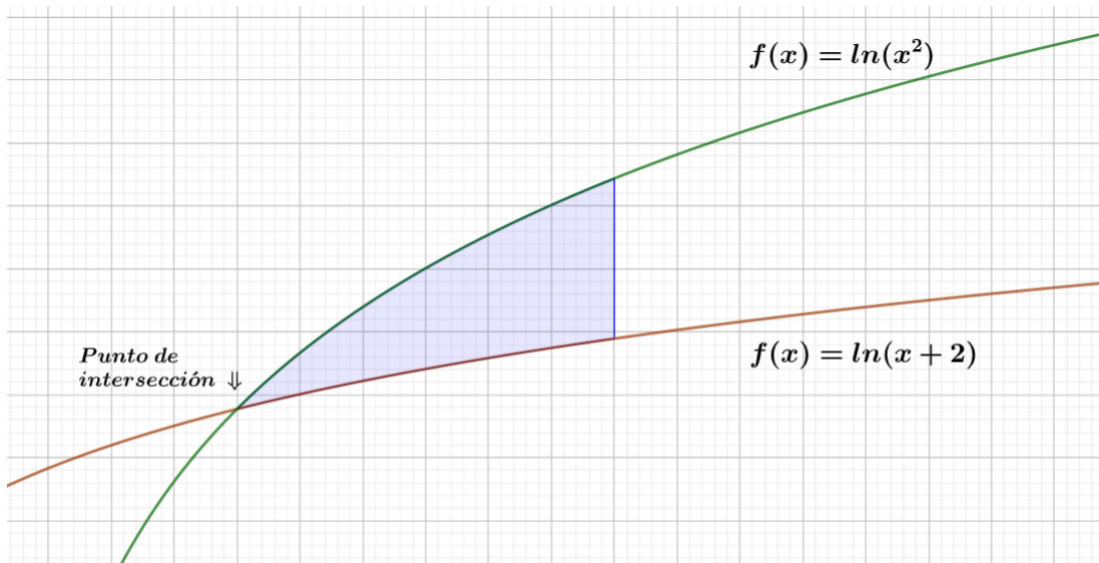
2. Área calculada (Geogebra)

(6 puntos) Segundo ejercicio: Calcula el área entre las funciones:

$$f(x) = \ln(x^2)$$

$$g(x) = \ln(x + 2)$$

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Cálculo Integral y Ecuaciones Diferenciales	Apellidos: Jiménez Acosta	10-04-2023
	Nombre: Ronaldo	



$$\int_x^5 f(x) - g(x) = \int_x^5 \ln(x^2) - \ln(x+2) dx$$

- a) (2 puntos) Calcula el límite izquierdo de integración (punto de intersección señalado en la imagen anterior), teniendo en cuenta que el límite de integración de la derecha es $x = 5$.

Punto de intersección:

$$\ln(x^2) - \ln(x+2) = 0$$

$$\ln(x^2) = \ln(x+2)$$

$$e^{\ln(x^2)} = e^{\ln(x+2)}$$

$$x^2 = x + 2$$

$$x^2 - x - 2 = 0, (a = 1; b = -1; c = -2)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{(b)^2 - 4(a)(c)}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-2)}}{2(1)} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$$

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Cálculo Integral y Ecuaciones Diferenciales	Apellidos: Jiménez Acosta	10-04-2023
	Nombre: Ronaldo	

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{9}}{2} = \frac{1 + 3}{2} = \frac{4}{2} = \boxed{2}$$

$$x_2 = \frac{1 - \sqrt{9}}{2} = \frac{1 - 3}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

b) (3 puntos) Resuelve la integral paso a paso.

$$\int_2^5 f(x) - g(x) = \int_2^5 \ln(x^2) - \ln(x + 2) dx$$

$$\ln(x^2) - \ln(x + 2) = \ln\left(\frac{x^2}{x + 2}\right)$$

$$\int_2^5 \ln(x^2) - \ln(x + 2) dx = \int_2^5 \ln\left(\frac{x^2}{x + 2}\right) dx$$

● integración por sustitución:

$$u = x + 2$$

$$x = u - 2$$

$$dx = du$$

cuando $x = 2$, tenemos $u = 4$, y cuando $x = 5$, tenemos $u = 7$.

$$= \int_4^7 \ln\left(\frac{(u - 2)^2}{u}\right) du$$

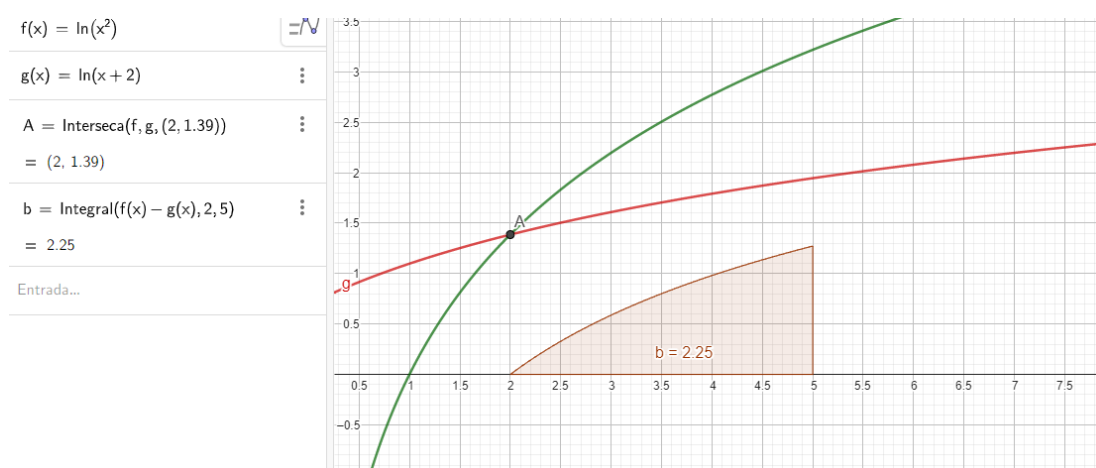
$$= \int_4^7 2 \ln(u - 2) - \ln(u) du$$

$$= [2(u - 2) \ln(u - 2) - 2(u - 2) - u \ln(u) + u]_4^7$$

$$\approx \boxed{2.25}$$

Asignatura	Datos del alumno	Fecha
Cálculo Integral y Ecuaciones Diferenciales	Apellidos: Jiménez Acosta	10-04-2023
	Nombre: Ronaldo	

- c) (1 punto) Gráfica la función y el área encerrada por las curvas (adjuntar evidencia de la herramienta gráfica usada de forma clara y debidamente referenciada).



3. Gráfica de la función y área

Criterios de evaluación

- ▶ Los conceptos y contenidos expuestos y explicados deberán ser correctos y apropiados al tema de integración definida.
- ▶ Se valorará la argumentación en la resolución de la actividad, así como que los resultados obtenidos sean correctos.
- ▶ Claridad en la exposición y justificación de los procedimientos, además de la redacción y ortografía adecuadas.
- ▶ El documento debe seguir las normas APA y debe ser cargado en formato PDF