

BIOESTATÍSTICA BÁSICA

AULA 3

ARREDONDAMENTO E AJUSTE DE DADOS EM ESTATÍSTICA



Quando for necessário, em cálculos e tabelas estatísticas, o arredondamento de dados, devemos proceder de acordo com a resolução número 886/66, da Fundação IBGE.

I) Quando o primeiro algarismo a ser abandonado for 0, 1, 2, 3 ou 4, fica inalterado o último algarismo a permanecer.

exemplos:

a) 53,24 arredondado ao décimo mais próximo será 53,2.

b) 12,473 arredondado ao centésimo mais próximo será 12,47.

II) Quando o primeiro algarismo a ser abandonado for 6, 7, 8 ou 9, aumenta-se de uma unidade o último algarismo a permanecer.

exemplos:

a) 42,87 arredondado ao décimo mais próximo será 42,9.

b) 13,7 arredondado ao inteiro mais próximo será 14.

III) Quando o primeiro algarismo a ser abandonado for o 5, há duas situações a considerar:

A) Se ao 5 seguir, em qualquer ordem, um algarismo diferente de zero, aumenta-se de uma unidade o algarismo a permanecer.

exemplos:

a) 2,352 arredondado a décimos será 2,4

b) 14,325004 arredondado a centésimos será 14,33.

B) Se o 5 for o último algarismo, ou ao 5 só se seguirem zeros, o último algarismo a ser conservado só será aumentado de uma unidade se for ímpar.

exemplos:

a) 24,75 arredondado a décimos será 24,8.

b) 14,7850 arredondado a centésimos será 14,78.

Compensação ou Ajuste de Dados:

Quando houver arredondamento em somatórios e precisarmos "ajustar" alguns elementos, de modo a acertar a soma, usamos "**descarregar**" a diferença na maior ou nas maiores parcelas.

Exemplo:

$$25,32 + 17,85 + 10,44 + 31,17 = 84,78.$$

Se arredondássemos todas as parcelas e a soma, para décimos, teríamos:

$$25,3 + 17,8 + 10,4 + 31,2 = 84,7.$$

No entanto esta soma agora é **84,7** que não é o arredondamento correto de 84,78. A compensação faríamos na maior parcela (31,2), tornando-a 31,3, logo,

teríamos:

$$25,3 + 17,8 + 10,4 + 31,3 = 84,8.$$

**MEDIDAS DE TENDÊNCIA
CENTRAL E
MEDIDAS DE SEPARATRIZES**

OBJETIVOS

- **CALCULAR AS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E SEPARATRIZES;**
- **INTERPRETAR OS VALORES DESSAS MEDIDAS EM DIFERENTES TIPOS DE DISTRIBUIÇÃO.**

MÉDIA (\bar{X})

A MÉDIA ARITMÉTICA PODE SER CLASSIFICADA SEM INTERVALO DE CLASSE E COM INTERVALO DE CLASSE.

SEM INTERVALO DE CLASSE

**A MÉDIA É A MEDIDA DE TENDÊNCIA CENTRAL
MAIS SIMPLES QUE TEMOS EM ESTATÍSTICA.**

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

ONDE:

- **x É O VALOR MÉDIO DA VARIÁVEL;**
- **x OS VALORES POSSÍVEIS DA VARIÁVEL;**
- **n É A QUANTIDADE DE VALORES.**

OBS.

**A MÉDIA SÓ TEM SENTIDO QUANDO OS
DADOS OBEDECEM À DISTRIBUIÇÃO
NORMAL OU DE GAUSS.**

EXEMPLO

OS DADOS A SEGUIR REPRESENTAM A IDADE DE UMA POPULAÇÃO VOLUNTÁRIA NA PESQUISA DE INGESTÃO DE BEBIDA ALCOÓLICA E SEU EFEITO AO DIRIGIR VEÍCULOS AUTOMOTORES: 20, 25, 18, 32, 21, 27, 19, 18, 23, 21. DETERMINE A MÉDIA ARITMÉTICA DA IDADE DOS VOLUNTÁRIOS.

SOLUÇÃO

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} =$$

$$\bar{X} = \frac{20 + 25 + 18 + 32 + 21 + 27 + 19 + 18 + 23 + 21}{10}$$

$$\bar{X} = 22,4 \text{ ANOS}$$

EXEMPLO 2

EM 10 CIDADES BRASILEIRAS OS ÍNDICES PLUVIOMÉTRICOS(EM mm) REGISTRADOS NO MÊS DE JULHO DE 2010, CORRESPONDEM A: 110, 158, 117, 220, 190, 25, 89, 90, 240, 348. DETERMINAR A MÉDIA PLUVIOMÉTRICA APURADA.

SOLUÇÃO

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} =$$

$$\bar{X} = \frac{110 + 158 + 117 + 220 + 190 + 25 + 89 + 90 + 240 + 348}{10}$$

$$\bar{X} = 158,70 \text{ mm}$$

DESVIO MÉDIO

O DESVIO EM RELAÇÃO À MÉDIA É À DIFERENÇA ENTRE CADA ELEMENTO E A MÉDIA.

$$d_i = x - \bar{X}$$

O SOMATÓRIO DOS DESVIOS MÉDIOS SERÁ IGUAL A UM, QUANDO OS DADOS FOREM DISTRIBUÍDOS NORMALMENTE, OU SEJA, QUANDO DA MÉDIA FOR REPRESENTATIVA.

MÉDIA PONDERADA (\bar{X}_P)

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i P_i}{\sum P_i} =$$

$$\bar{X} = \frac{X_1 P_1 + \dots + X_n P_n}{\sum P_i}$$

EXEMPLO

DE ACORDO COM AS NOTAS DE UMA AVALIAÇÃO E SEUS PESOS APRESENTADOS NA PLANILHA A SEGUIR, ENCONTRE A MÉDIA.

NOTAS	PESOS
-------	-------

5,0	1
-----	---

8,0	2
-----	---

7,0	3
-----	---

6,0	4
-----	---

SOLUÇÃO

$$\bar{X} = \frac{5 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 6 \cdot 4}{1 + 2 + 3 + 4}$$

$$\bar{X} = 6,6$$

EXEMPLO 2

NUM CONCURSO, FORAM APLICADAS TRÊS PROVAS: MATEMÁTICA, COM PESO 5; PORTUGUÊS, COM PESO 3; E INFORMÁTICA, COM PESO 2. CADA PROVA VALE 100 PONTOS E A MÉDIA PARA APROVAÇÃO É 70. UM CANDIDATO TIROU 84 EM MATEMÁTICA E 72 EM PORTUGUÊS. QUAL DEVE SER SUA NOTA MÍNIMA EM INFORMÁTICA PARA O CANDIDATO SER APROVADO

MÉDIA COM INTERVALO DE CLASSE

DEFINIMOS UM VALOR MÉDIO (MÉDIA ARITMÉTICA) PARA O INTERVALO DA CLASSE E, ENTÃO, DETERMINAMOS A MÉDIA ARITMÉTICA ATRAVÉS DA EQUAÇÃO:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_c f_i}{\sum f_i}$$

MÉDIA COM INTERVALO DE CLASSE

ONDE (\bar{X}) É O VALOR DA MÉDIA PONDERADA DA VARIÁVEL, x_c É A MÉDIA ARITMÉTICA DE CADA CLASSE, f_i A FREQUÊNCIA RELATIVA ÀQUELA CLASSE E $\sum f_i$ O SOMATÓRIO DOS DAS FREQUÊNCIAS.

$$\bar{X} = \frac{\sum x_c f_i}{\sum f_i}$$

EXEMPLO

ESTATURA (cm)	f_i	x_c	$x_c \cdot f_i$
150 ┤ 160	4	155	620
160 ┤ 170	10	165	1650
170 ┤ 180	6	175	1050
	$\Sigma = 20$		$\Sigma = 3320$

SOLUÇÃO

$$\bar{X} = \frac{\sum x_c f_i}{\sum f_i}$$

$$\bar{X} = \frac{3320}{20}$$

$$\bar{X} = 166 \text{ cm}$$

EXEMPLO

DETERMINAR A MÉDIA PARA OS DADOS AGRUPADOS DA DISTRIBUIÇÃO DAS ESTATURAS, EM CENTÍMETROS, DE ALUNOS DO CURSO COLEGIAL:

CLASSE	VALOR CENTRAL	FREQUÊNCIA
135 ┤ 145	140	15
145 ┤ 155	150	150
155 ┤ 165	160	250
165 ┤ 175	170	70
175 ┤ 185	180	10
185 ┤ 195	190	5

SOLUÇÃO

CLASSES	f_i	x_c	$x_c \cdot f_i$
135 ┆ 145	15	140	2.100
145 ┆ 155	150	150	22.500
155 ┆ 165	250	160	40.000
165 ┆ 175	70	170	11.900
175 ┆ 185	10	180	1.800
185 ┆ 195	5	190	950
	$\Sigma = 500$		$\Sigma = 79.250$

MODA

É O VALOR DE MAIOR FREQUÊNCIA EM UMA DISTRIBUIÇÃO DE VALORES, OU SEJA, O VALOR QUE MAIS SE REPETE. ESSE VALOR PODE SER ENCONTRADO DE DUAS FORMAS DIFERENTES, SEM INTERVALO DE CLASSE E COM INTERVALO DE CLASSE.

SEM INTERVALO DE CLASSE

DISTRIBUIÇÃO DE DADOS:

12	18	18	19	18	16
17	16	18	18	19	18
18	18	16	19	17	11
18	12	18	19	17	12
21					

Mo = 18

COM INTERVALO DE CLASSE

A TABELA ABAIXO APRESENTA A DISTRIBUIÇÃO DAS ESTATURAS DE 20 PLANTAS DE UMA PESQUISA. CALCULAR A MODA DAS ALTURAS DESSAS PLANTAS.

i	ESTATURAS (cm)	f_i
1	150 ┤ 160	4
2	160 ┤ 170	10
3	170 ┤ 180	6
		Σ = 20

$$M_o = \frac{160 + 170}{2} = 165$$

CLASSE MODAL 2

MEDIANA (M_d)

É O VALOR DO ELEMENTO QUE OCUPA A POSIÇÃO CENTRAL DA DISTRIBUIÇÃO, OU SEJA, ELA DIVIDE UM CONJUNTO ORDENADO DE DADOS EM DOIS GRUPOS IGUAIS. A METADE DOS VALORES MENORES QUE A MEDIANA E A OUTRA METADE TERÁ VALORES SUPERIORES À MEDIANA.

SEM INTERVALO DE CLASSE

**NA MEDIANA SEM INTERVALO DE CLASSE,
TÊM-SE DOIS MÉTODOS: QUANDO A
QUANTIDADE É IMPAR E QUANDO A
QUANTIDADE É PAR.**

NÚMERO ÍMPAR DE VALORES

A MEDIANA É O VALOR CENTRAL. DE ACORDO COM A DISTRIBUIÇÃO DE DADOS ABAIXO, VAMOS ENCONTRAR A MEDIANA.

1, 12, 15, 24, 2, 3, 45, 25, 32, 65, 11, 14, 63, 24, 50

1, 2, 3, 11, 12, 14, 15, 24, 24, 25, 32, 45, 50, 63, 65

$$Md = \frac{n+1}{2} \Leftrightarrow Md = \frac{15+1}{2} \Leftrightarrow Md = 8$$

LOGO, A Md = 24

**NÚMERO PAR DE VALORES – É MÉDIA
ARITMÉTICA ENTRE OS DOIS VALORES
CENTRAIS**

2, 6, 7, 10, 12, 13, 18, 21


$$\mathbf{Md = \frac{12 + 10}{2} = 11}$$

COM INTERVALO DE CLASSE

CONSISTE NA DETERMINAÇÃO DA CLASSE EM QUE SE ENCONTRA A MEDIANA. PARA DETERMINAR A CLASSE MEDIANA, UTILIZA-SE A FREQUÊNCIA ACUMULADA IMEDIATAMENTE MAIOR QUE A ENCONTRADA ATRAVÉS DA RELAÇÃO:

$$\sum \frac{f_i}{2}$$

A TABELA ABAIXO APRESENTA A DISTRIBUIÇÃO DAS ESTATURAS DE 48 ALUNOS DE UMA UNIVERSIDADE ESTADUAL. PODEMOS, COM ESSAS INFORMAÇÕES, CALCULAR A MEDIANA DAS ESTATURAS DOS ESTUDANTES DESSA UNIVERSIDADE.

i	ESTATURA (cm)	f_i	f_{ac}
1	150 ┤ 160	4	4
2	160 ┤ 170	10	14
3	170 ┤ 180	20	34 
4	180 ┤ 190	6	40
5	190 ┤ 200	6	46
6	200 ┤ 210	2	48
		Σ = 48	

$$\sum \frac{f_i}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

APÓS OBTER O VALOR 24 ACIMA, TEM-SE QUE OBSERVAR NA TABELA QUAL O PRIMEIRO VALOR MAIOR QUE 24, NESTE CASO, FOI O NÚMERO 34, CLASSE MEDIANA FOI A **TERCEIRA CLASSE**. O PRÓXIMO PASSO É UTILIZAR A FÓRMULA ABAIXO COM OS DADOS DA TABELA.

$$Md = L_i + \frac{\left(\sum \frac{f_i}{2} - f_k \right) \cdot h}{f_i}$$

$$Md = 170 + \frac{(24 - 14) \cdot 10}{20}$$

$$Md = 175 \text{ cm}$$

**DADA A DISTRIBUIÇÃO AMOSTRAL,
DETERMINAR A MEDIANA:**

i	INTERVALOS DAS CLASSES	f_i	f_k
1	35 ┤ 45	5	5
2	45 ┤ 55	12	17
3	55 ┤ 65	18	35
4	65 ┤ 75	14	49
5	75 ┤ 85	6	55
6	85 ┤ 95	3	58
		$\Sigma = 58$	

QUARTIL (Q)

SÃO VALORES QUE DIVIDEM A SÉRIE EM QUATRO PARTES IGUAIS. TEMOS TRÊS QUARTIS:

PRIMEIRO QUARTIL (Q_1) – SÃO OS PRIMEIROS 25% DOS DADOS QUE SÃO MENORES QUE OS OUTROS 75% RESTANTES.

QUARTIL (Q)



SEGUNDO QUARTIL (Q_2) – É O VALOR QUE COINCIDE COM A MEDIANA.

TERCEIRO QUARTIL (Q_3) – É O VALOR QUE CORRESPONDE AOS 75% DOS DADOS QUE SÃO MENORES QUE OS 25% RESTANTES.

PARA OS RESPECTIVOS CÁLCULOS, UTILIZAMOS PROCEDIMENTO SIMILAR AO UTILIZADO PARA O CÁLCULO DA MEDIANA.

EXEMPLO

DETERMINAR O PRIMEIRO E TERCEIRO QUARTIL, DA DISTRIBUIÇÃO ABAIXO

i	ESTATURA (cm)	f_i	f_k
1	150 ┤ 160	4	4
2	160 ┤ 170	10	14 
3	170 ┤ 180	20	34
4	180 ┤ 190	6	40 
5	190 ┤ 200	6	46
6	200 ┤ 210	2	48
		$\Sigma = 48$	

PRIMEIRO QUARTIL

$$\sum \frac{K \cdot f_i}{4} = \frac{1 \cdot 48}{4} = 12$$

$$Q_1 = L_i + \frac{\left(\sum \frac{f_i}{4} - f_k \right) \cdot h}{f_i}$$

$$Q_1 = 160 + \frac{(12 - 4) \cdot 10}{10}$$

$$Q_1 = 168 \text{ cm}$$

TERCEIRO QUARTIL

$$\sum \frac{K \cdot f_i}{4} = \frac{3 \cdot 48}{4} = 36$$

$$Q_1 = L_i + \frac{\left(\sum \frac{f_i}{4} - f_k \right) \cdot h}{f_i}$$

$$Q_1 = 180 + \frac{(36 - 34) \cdot 10}{6}$$

$$Q_1 = 183,34 \text{ cm}$$

DECIL

PARA DETERMINARMOS O DECIL, USAREMOS O MESMO RACIOCÍNIO DO CÁLCULO DO QUARTIL, APENAS SUBSTITUINDO O DENOMINADOR 4 POR 10, NA EQUAÇÃO ABAIXO.

$$\sum \frac{K \cdot f_i}{10}$$

PERCENTIL

OS PERCENTIS SÃO OS NOVENTA E NOVE VALORES QUE SEPARAM UMA SÉRIE EM 100 PARTES IGUAIS. DE MANEIRA ANÁLOGA, AO CÁLCULO DA MEDIANA USAREMOS O SEGUINTE PROCEDIMENTO:

$$\sum \frac{K \cdot f_i}{100}$$

OBSERVAÇÕES

$$P_{50} = Md$$

$$P_{25} = Q_1$$

$$P_{75} = Q_3$$

DADA A TABELA A SEGUIR, DETERMINAR O 15º PERCENTIL.

i	ESTATURA (cm)	f_i	f_k
1	150 ┤ 160	4	4
2	160 ┤ 170	10	14
3	170 ┤ 180	20	34
4	180 ┤ 190	6	40
5	190 ┤ 200	6	46
6	200 ┤ 210	2	48
		Σ = 48	



BIOESTATÍSTICA BÁSICA

AULA 5

**DISPERSÃO OU
VARIABILIDADE**

OBJETIVOS

- ❖ **ENCONTRAR O VALOR DO DESVIO PADRÃO PARA UMA VARIÁVEL DISCRETA;**
- ❖ **ENCONTRAR O VALOR DO DESVIO PADRÃO PARA UMA VARIÁVEL CONTÍNUA.**

VARIÂNCIA E DESVIO PADRÃO

**A VARIÂNCIA E O DESVIO PADRÃO
CONSIDERAM TOTALMENTE OS
VALORES DA VARIÁVEL EM ESTUDO. A
BASE DA VARIÂNCIA GIRA EM TORNO
DA MÉDIA ARITMÉTICA,
DETERMINANDO ASSIM A MÉDIA
ARITMÉTICA DOS QUADRADOS DOS
DESVIOS.**

VARIÂNCIA (S)

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

ONDE x_i É O VALOR DE CADA DADO, \bar{x} É A MÉDIA ARITMÉTICA DOS VALORES E n É A QUANTIDADE DE VALORES.

A VARIÂNCIA É UMA MÉDIA ARITMÉTICA CALCULADA A PARTIR DOS QUADRADOS DOS DESVIOS OBTIDOS ENTRE OS ELEMENTOS DA SÉRIE E A SUA MÉDIA.

**O DESVIO PADRÃO É A RAIZ QUADRADA
POSITIVA DA VARIÂNCIA, COMO É
MOSTRADO NA EQUAÇÃO A SEGUIR:**

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

A SÉRIE REPRESENTA UMA POPULAÇÃO,
ENTÃO O DESVIO PADRÃO SERÁ ENCONTRADO
ATRAVÉS DA EQUAÇÃO:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

**DETERMINAR O DESVIO PADRÃO DA
SEQÜÊNCIA 4, 5, 8, 5.**

1º PASSO: ENCONTRAR A MÉDIA ARITMÉTICA

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{4 + 5 + 8 + 5}{4} = 5,5$$

2º PASSO:

$$(x_i - \bar{x})^2$$

$$(x_i - \bar{x})^2 = (4 - 5,5)^2 = 2,25$$

$$(x_i - \bar{x})^2 = (5 - 5,5)^2 = 0,25$$

$$(x_i - \bar{x})^2 = (8 - 5,5)^2 = 6,25$$

$$(x_i - \bar{x})^2 = (5 - 5,5)^2 = 0,25$$

$$\Sigma = 9$$

3º PASSO:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

$$s = \sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$s = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ UNIDADES}$$

VARIÁVEIS

```
graph TD; A[VARIÁVEIS] --> B[QUALITATIVAS  
(são atributos)]; A --> C[QUANTITATIVAS  
(são numéricas)]; C --> D[DISCRETAS]; C --> E[CONTÍNUAS];
```

QUALITATIVAS (são atributos)

Exemplos:

- sexo
- religião
- naturalidade
- cor dos olhos
- faixa etária

QUANTITATIVAS (são numéricas)

DISCRETAS

Exemplos:

- quantidade de estudantes em uma disciplina
- quantidade de cômodos em uma residência

CONTÍNUAS

Exemplos:

- tempo de voo entre duas cidades
- duração da bateria de telefone celular

VARIÁVEL DISCRETA

AQUI SURGE A REPETIÇÃO DOS TERMOS DA SÉRIE, E O DESVIO PADRÃO PASSA A SER UMA MÉDIA PONDERADA DOS QUADRADOS DOS DESVIOS DOS TERMOS DA SÉRIE.

PRIMEIRA POSSIBILIDADE

A VARIÁVEL DISCRETA REPRESENTA UMA POPULAÇÃO
E O DESVIO PADRÃO É CALCULADO ATRAVÉS DA
SEGUINTE EQUAÇÃO:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}}$$

NA TABELA DE DADOS A SEGUIR, COM DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA, VAMOS DETERMINAR O SEU DESVIO PADRÃO DE ACORDO COM AS INFORMAÇÕES SUGERIDAS ANTERIORMENTE.

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$
1	2	2
2	5	10
3	8	24
4	6	24
5	3	15
6	1	6
	$\Sigma = 25$	$\Sigma = 81$

CÁLCULO DA MÉDIA:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{81}{25}$$

$$\bar{X} = 3,24$$

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$
1	2	2	10,03
2	5	10	7,68
3	8	24	0,46
4	6	24	3,46
5	3	15	9,29
6	1	6	7,61
	$\Sigma = 25$	$\Sigma = 81$	$\Sigma = 38,53$

A VARIÁVEL DISCRETA REPRESENTA UMA AMOSTRA DA POPULAÇÃO E O DESVIO PADRÃO É DETERMINADO POR INTERMÉDIO DA SEGUINTE EQUAÇÃO:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}} = \sqrt{\frac{38,53}{25}}$$

$s = 1,24$

VARIÁVEL CONTÍNUA

PERCEBER QUE A ÚNICA DIFERENÇA QUE HÁ PARA A SEÇÃO ANTERIOR, COMO TEMOS INTERVALOS DE CLASSE, É QUE TEMOS QUE ENCONTRAR O VALOR DA MÉDIA DE CADA CLASSE X_C .

PRIMEIRA POSSIBILIDADE

PARA UMA VARIÁVEL CONTÍNUA
REPRESENTATIVA DE UMA POPULAÇÃO, A
EQUAÇÃO UTILIZADA PARA O CÁLCULO SERÁ:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_c - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}}$$

DETERMINE O DESVIO PADRÃO PARA A DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA A SEGUIR:

CLASSES	INT. DE CLSSES	f_i	x_o	$x_o \cdot f_i$
1	$0 \mapsto 4$	1	2	2
2	$4 \mapsto 8$	3	6	18
3	$8 \mapsto 12$	5	10	50
4	$12 \mapsto 16$	1	14	14
		$\Sigma = 11$		$\Sigma = 84$

CÁLCULO DA MÉDIA

$$\bar{X} = \frac{\sum X_c f_i}{\sum f_i} = \frac{84}{10}$$

$$\bar{X} = 8,4$$

DETERMINE O DESVIO PADRÃO PARA A DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA A SEGUIR:

CLASS ES	INT. DE CLASSES	f_i	x_c	$x_c \cdot f_i$	$(x_c - \bar{X})^2 \cdot f_i$
1	$0 \mapsto 4$	1	2	2	40,96
2	$4 \mapsto 8$	3	6	18	17,28
3	$8 \mapsto 12$	5	10	50	12,80
4	$12 \mapsto 16$	1	14	14	31,36
		$\Sigma = 10$		$\Sigma = 84$	$\Sigma = 102,4$

CÁLCULO DO DESVIO PADRÃO

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_c - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}}$$

$$s = \sqrt{\frac{102}{10}}$$

$$s = 3,2$$

COM OS DADOS A SEGUIR, DETERMINAR O DESVIO PADRÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA DO CONSUMO DE ENERGIA ELÉTRICA

CONSUMO	f_i	x_o
5 \mapsto 25	4	15
25 \mapsto 45	6	35
45 \mapsto 65	14	55
65 \mapsto 85	26	75
85 \mapsto 105	14	95
105 \mapsto 125	8	115
125 \mapsto 145	6	135
145 \mapsto 165	2	155

CONSUMO	f_i	x_c	$x_c \cdot f_i$	
5 \mapsto 25	4	15	60	
25 \mapsto 45	6	35		
45 \mapsto 65	14	55		
65 \mapsto 85	26	75		
85 \mapsto 105	14	95		
105 \mapsto 125	8	115		
125 \mapsto 145	6	135		
145 \mapsto 165	2	155		

ASSIMETRIA E CURTOSE

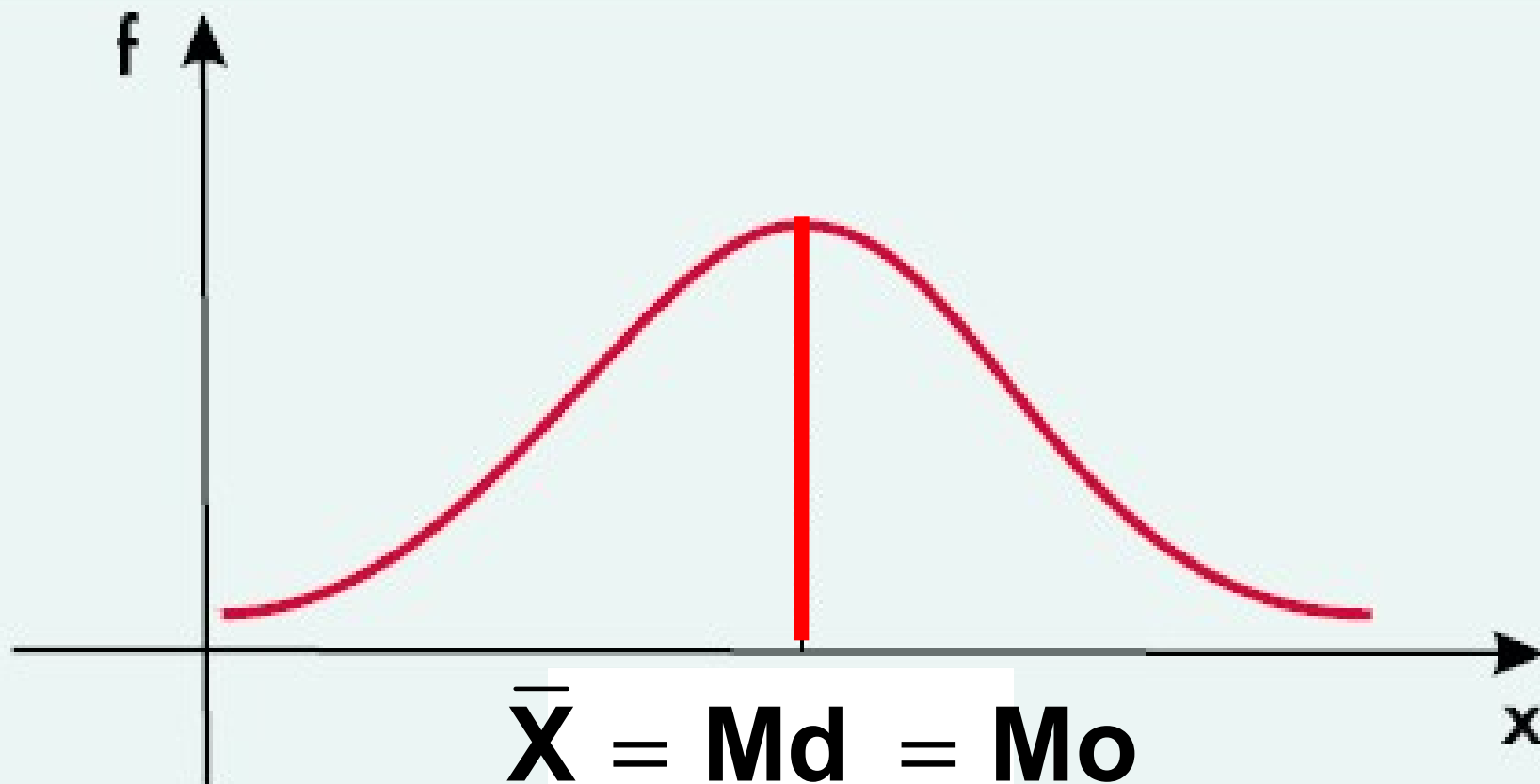
OBJETIVOS

- ❑ DETERMINAR A ASSIMETRIA DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA;
- ❑ ENCONTRAR OS VALORES DAS MEDIDAS DE CURTOSE EM UMA DISTRIBUIÇÃO.

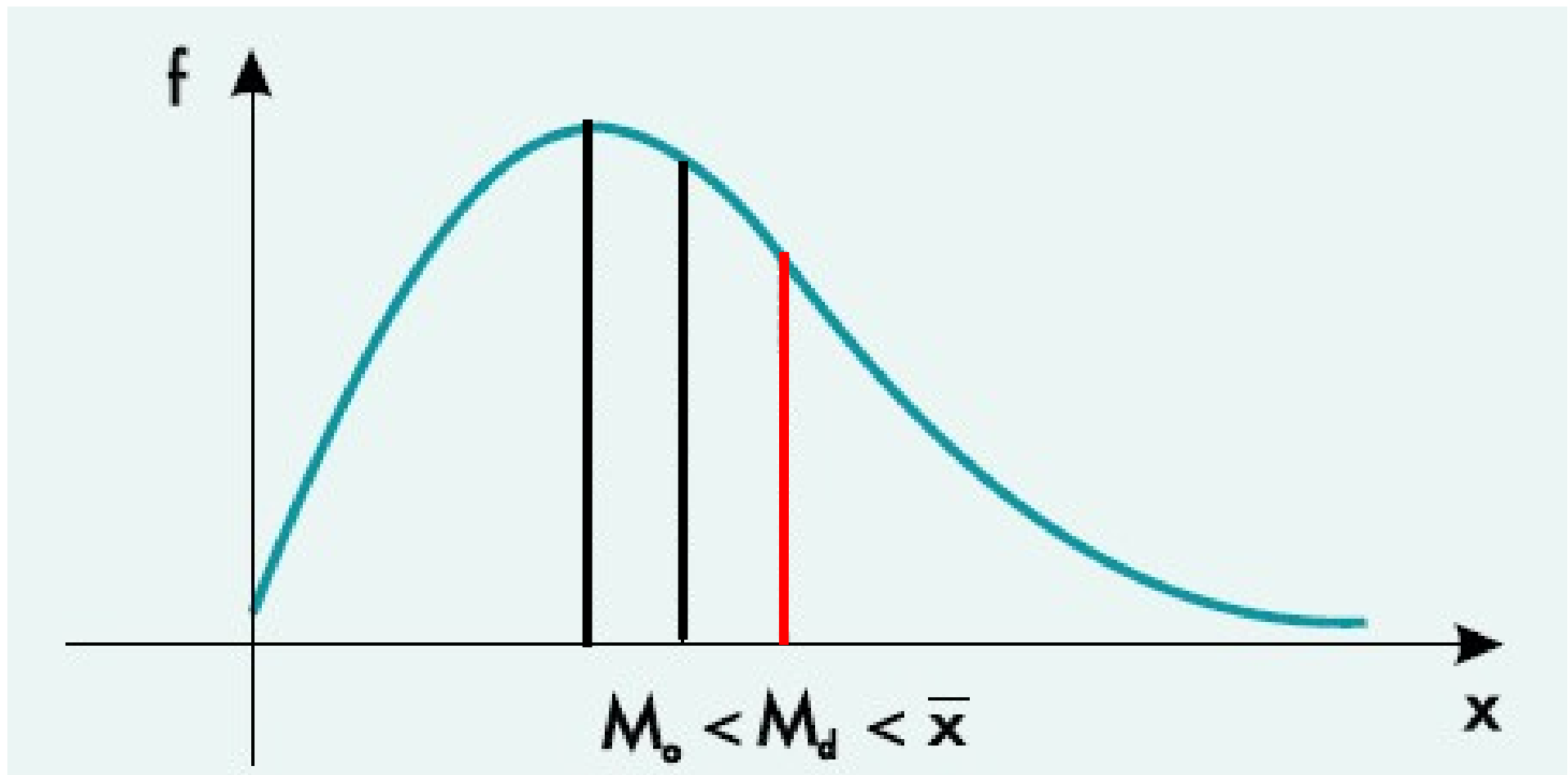
ASSIMETRIA

QUANDO A DISTRIBUIÇÃO FOR
SIMÉTRICA, A MÉDIA E A MODA
COINCIDEM; QUANDO ELA FOR
ASSIMÉTRICA À ESQUERDA OU
NEGATIVA, A MÉDIA É MENOR QUE A
MODA E, QUANDO FOR ASSIMÉTRICA À
DIREITA OU POSITIVA, A MÉDIA É MAIOR
QUE A MODA.

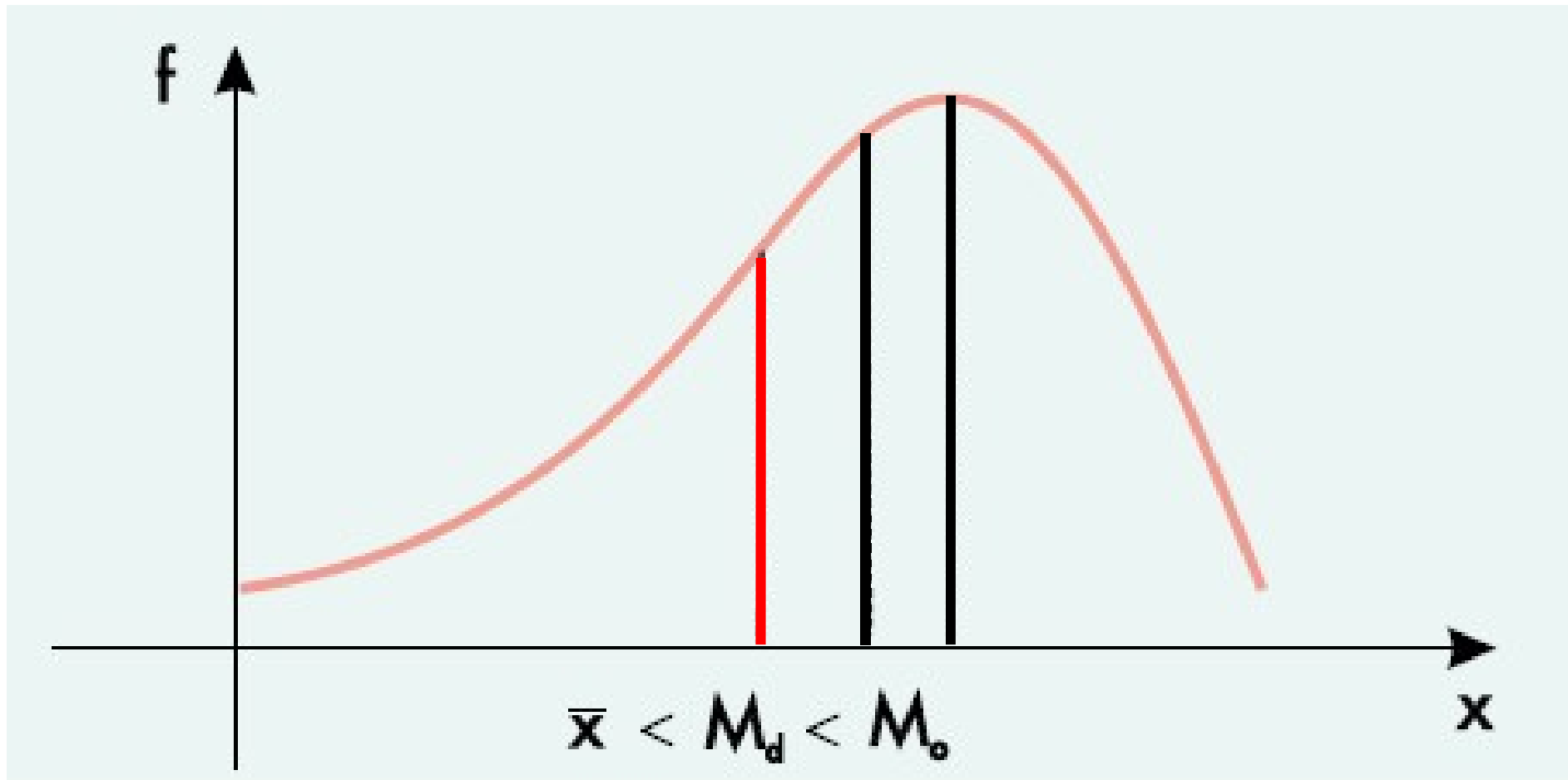
DISTRIBUIÇÃO SIMÉTRICA



ASSIMÉTRICA À DIREITA OU POSITIVA



ASSIMÉTRICA À ESQUERDA OU NEGATIVA



O PARÂMETRO QUANTITATIVO A RESPEITO DA ASSIMETRIA, CONSISTE NA DIFERENÇA ENTRE A MÉDIA E A MODA DA DISTRIBUIÇÃO.

$$\bar{X} - Mo$$

CLASSIFICAÇÃO

$\bar{X} - M_o = 0 \Rightarrow$ DISTRIBUIÇÃO SIMÉTRICA.

$\bar{X} - M_o < 0 \Rightarrow$ DISTRIBUIÇÃO ASSIMÉTRICA
NEGATIVA.

$\bar{X} - M_o > 0 \Rightarrow$ DISTRIBUIÇÃO ASSIMÉTRICA
POSITIVA.

EXEMPLO 1

i	ESTATURAS (cm)	f_i
1	150 ┆ 160	4
2	160 ┆ 170	10
3	170 ┆ 180	20
4	180 ┆ 190	10
5	190 ┆ 200	4
		$\Sigma = 48$

EXEMPLO 1

$$\bar{x} = 175$$

$$Md = 175$$

$$Mo = 175$$

$$S = 10,4$$

$$\bar{x} - Mo = 175 - 175 = 0$$

DISTRIBUIÇÃO SIMÉTRICA

EXEMPLO 2

i	ESTATURAS (cm)	f_i
1	150 ┆ 160	4
2	160 ┆ 170	10
3	170 ┆ 180	20
4	180 ┆ 190	40
5	190 ┆ 200	4
		$\Sigma = 78$

$$\bar{x} = 178,5$$

$$Md = 181,25$$

$$Mo = 185$$

$$S = 9,5$$

$$\bar{x} - Mo = 178,5 - 185 = - 6,50$$

**DISTRIBUIÇÃO ASSIMÉTRICA
NEGATIVA**

EXEMPLO 3

i	ESTATURAS (cm)	f_i
1	150 ┆ 160	4
2	160 ┆ 170	40
3	170 ┆ 180	20
4	180 ┆ 190	10
5	190 ┆ 200	4
		$\Sigma = 78$

$$\bar{x} = 171,15$$

$$Md = 168,75$$

$$Mo = 165$$

$$S = 9,5$$

$$\bar{x} - Mo = 171,15 - 165 = + 6,50$$

**DISTRIBUIÇÃO ASSIMÉTRICA
POSITIVA**

**COEFICIENTE DE ASSIMETRIA (OU
COEFICIENTE DE PEARSON)**

$$A_v = \frac{3.(\bar{x} - Md)}{S}$$

**E
X
E
M
P
L
O
4**

i	ESTATURAS (cm)	f _i
1	150 ┤ 160	4
2	160 ┤ 170	10
3	170 ┤ 180	20
4	180 ┤ 190	10
5	190 ┤ 200	4
		Σ = 48

$$\bar{x} = 175$$

$$Md = 175$$

$$Mo = 175$$

$$S = 10,4$$

$$A_v = \frac{3.(\bar{x} - Md)}{S}$$

$$A_v = \frac{3.(175 - 175)}{10,4} = 0$$

DISTRIBUIÇÃO SIMÉTRICA

EXEMPLO 5

i	ESTATURAS (cm)	f _i
1	150 ┤ 160	4
2	160 ┤ 170	10
3	170 ┤ 180	20
4	180 ┤ 190	40
5	190 ┤ 200	4
		Σ = 78

$$\bar{x} = 178,5$$

$$Md = 181,25$$

$$Mo = 185$$

$$S = 9,5$$

$$A_v = \frac{3.(\bar{x} - Md)}{S}$$

$$A_v = \frac{3.(178,5 - 181,25)}{9,5} = -0,75$$

DISTRIBUIÇÃO ASSIMÉTRICA NEGATIVA

E**X****E****M****P****L****O****6**

i	ESTATURAS (cm)	f _i
1	150 ┆ 160	4
2	160 ┆ 170	40
3	170 ┆ 180	20
4	180 ┆ 190	10
5	190 ┆ 200	4
		Σ = 78

$$\bar{x} = 171,15 \quad A_v = \frac{3.(\bar{x} - Md)}{S}$$

$$Md = 168,75$$

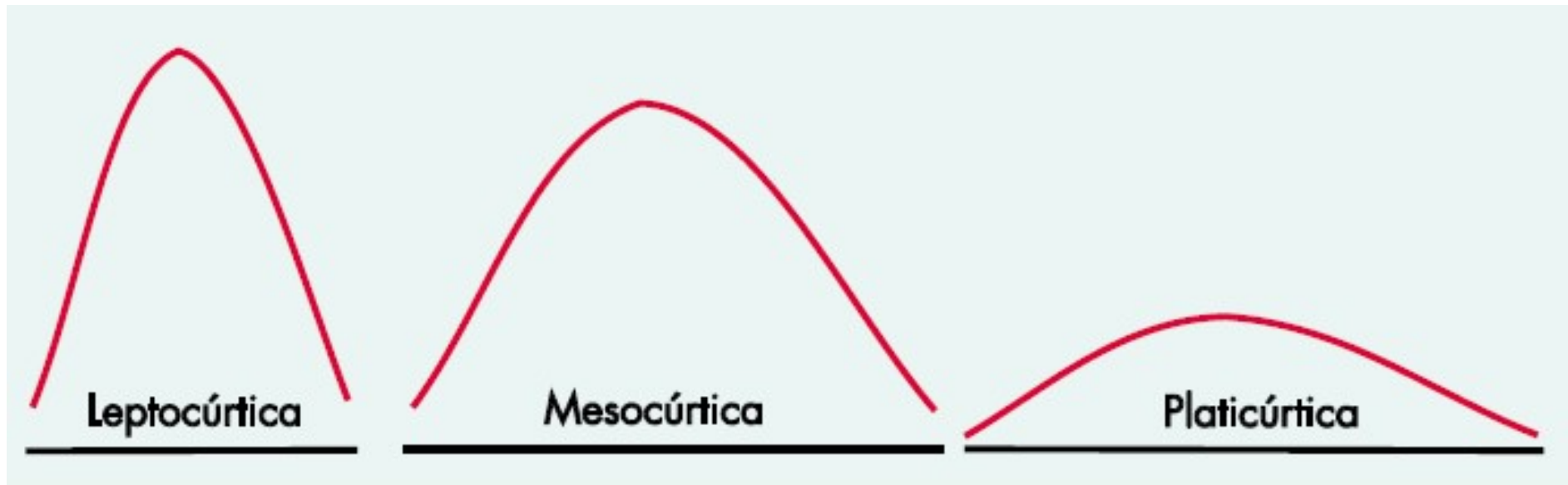
$$Mo = 165$$

$$S = 9,5$$

$$A_v = \frac{3.(171,15 - 168,75)}{9,5} = +0,75$$

DISTRIBUIÇÃO ASSIMÉTRICA POSITIVA

CURTOSE



COEFICIENTE DE CURTOSE

$$C = \frac{Q_3 - Q_1}{2 \cdot (P_{90} - P_{10})}$$

COEFICIENTE PERCENTÍLICO PARA CURVA
NORMAL É DADO PELO VALOR **0,263**

INTERPRETAÇÃO

$C = 0,263 \Rightarrow$ CURVA MESOCÚRTICA;

$C < 0,263 \Rightarrow$ CURVA LEPTOCÚRTICA;

$C > 0,263 \Rightarrow$ CURVA PLATICÚRTICA.

EXEMPLOS

DISTRIBUIÇÕES	Q_1	Q_3	P_{10}	P_{90}
1	28,8	45,6	20,5	49,8
2	814	935	772	1012
3	63,7	80,3	55	86,6

$$C = \frac{Q_3 - Q_1}{2 \cdot (P_{90} - P_{10})}$$

DISTRIBUIÇÃO 1

$$C = \frac{Q_3 - Q_1}{2 \cdot (P_{90} - P_{10})}$$

$$C = \frac{45,6 - 28,8}{2 \cdot (49,8 - 20,5)}$$

$$C = 0,287 / \text{PLATICÚRTICA}$$

DISTRIBUIÇÃO 2

$$C = \frac{Q_3 - Q_1}{2 \cdot (P_{90} - P_{10})}$$

$$C = \frac{93,5 - 81,4}{2 \cdot (101,2 - 77,2)}$$

$$C = 0,252 / \text{LEPTOCÚRTICA}$$

DISTRIBUIÇÃO 3

$$C = \frac{Q_3 - Q_1}{2 \cdot (P_{90} - P_{10})}$$

$$C = \frac{80,3 - 63,7}{2 \cdot (86,6 - 55)}$$

$$C = 0,263 / \text{MESOCÚRTICA}$$

OBSERVAÇÃO

A ASSIMETRIA MOSTRA O QUANTO A POPULAÇÃO SE AFASTA DA SUA SIMETRIA, OU SEJA, É O GRAU DE DEFORMAÇÃO DE UMA CURVA DE FREQUÊNCIA. JÁ A MEDIDA DE CURTOSE OU EXCESSO, INDICA ATÉ ONDE A CURVA DE FREQUÊNCIA DA DISTRIBUIÇÃO SE APRESENTA MAIS AFILADA OU MAIS ACHATADA EM COMPARAÇÃO COM UMA CURVA PADRÃO.

EXEMPLO 2

PESOS	50 ┤ 58	58 ┤ 66	66 ┤ 74	74 ┤ 82	82 ┤ 90	90 ┤ 98
Nº DE OPERÁRIOS	10	15	25	24	16	10

**DETERMINAR O GRAU DE ASSIMETRIA
E CURTOSE DA DISTRIBUIÇÃO ACIMA.**

VERIFICAR O TIPO DE ASSIMETRIA DAS DISTRIBUIÇÕES A SEGUIR E DETERMIAR O COEFICIENTE DE CURTOSE:

1)

CLASSES	f_i
10 ┆ 20	5
20 ┆ 30	10
30 ┆ 40	15
40 ┆ 50	20
50 ┆ 60	5
	$\Sigma = 55$

2)

CLASSES	f_i
10 ┆ 20	5
20 ┆ 30	10
30 ┆ 40	15
40 ┆ 50	10
50 ┆ 60	5
	$\Sigma = 45$

3)

CLASSES	f_i
10 ┆ 20	5
20 ┆ 30	20
30 ┆ 40	15
40 ┆ 50	10
50 ┆ 60	5
	$\Sigma = 55$

Quando usar então?!!!

QUANDO UTILIZAR MODA, MÉDIA OU MEDIANA	
Moda	Série é unimodal
Média	Variável é contínua
	Série não contém valores anômalos
	Série continha valores extremos incorretos que foram corrigidos
Mediana	Série continha valores extremos que não puderam ser corrigidos e que foram retirados do banco de dados
	Variável é discreta e n é ímpar
	Série continha valores extremos que não foram retirados do banco de dados porque estavam corretos e/ou havia interação entre variáveis

CORRELAÇÃO E REGRESSÃO

OBJETIVOS

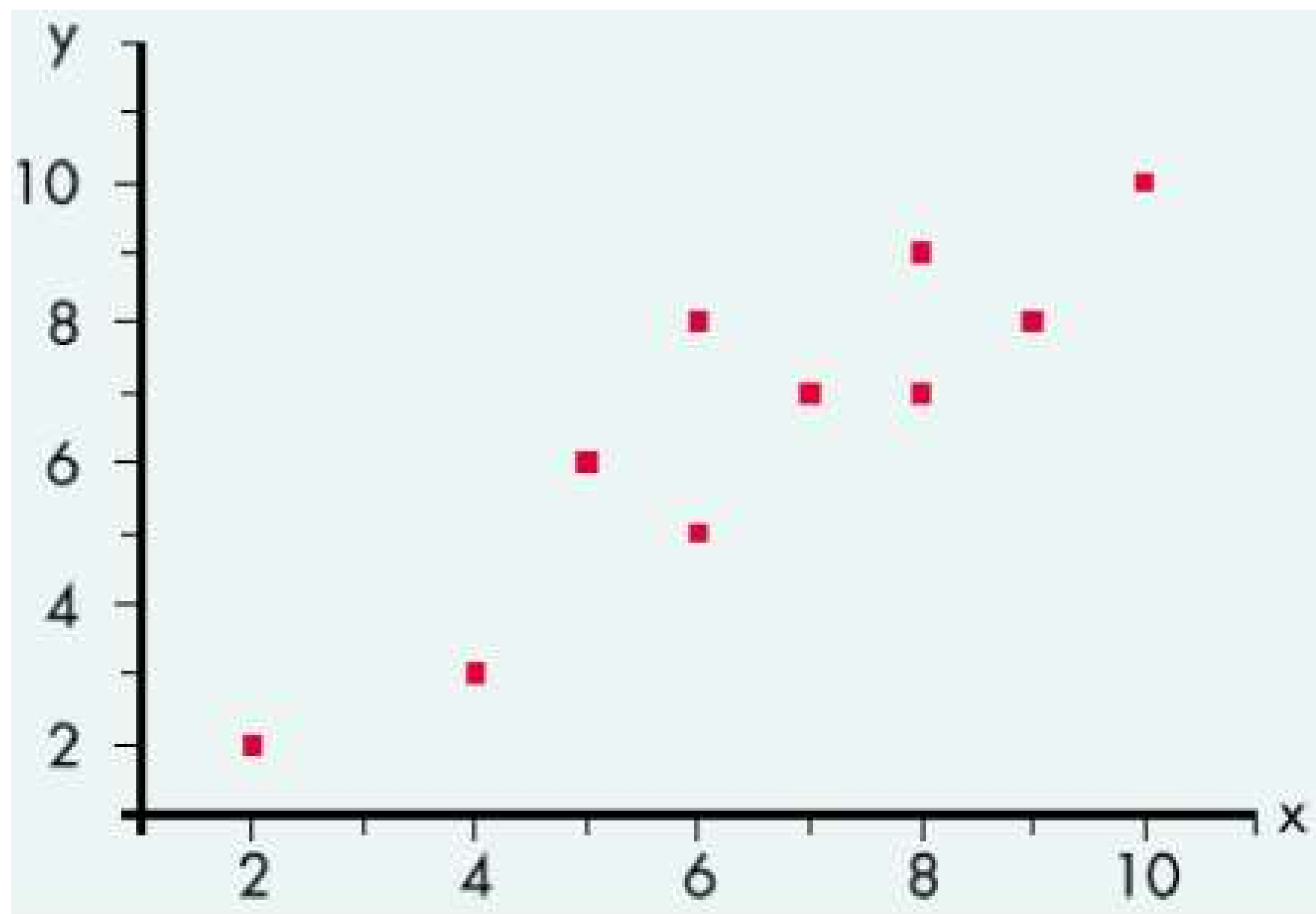
- ❑ AVALIAR O GRAU DE DEPENDÊNCIA ENTRE DUAS VARIÁVEIS;
- ❑ ENCONTRAR A EQUAÇÃO DE CORRELAÇÃO ENTRE DUAS VARIÁVEIS.

A ANÁLISE DA CONTA DE ÁGUA, EM RESIDÊNCIAS URBANAS, ESTÁ INTIMAMENTE RELACIONADA AO CONSUMO DA MESMA EM M3; QUANTO MAIOR O CONSUMO, MAIOR A CONTA, FICANDO AQUI CARACTERIZADA A RELAÇÃO FUNCIONAL. AO RELACIONAR A INCIDÊNCIA DE UMA DETERMINADA DOENÇA EM UMA POPULAÇÃO, AQUI AS RELAÇÕES EM GERAL NÃO SÃO IMEDIATAS E PRECISAS; PORTANTO ESSA RELAÇÃO É CHAMADA DE RELAÇÃO ESTATÍSTICA; NESSE CASO, AS VARIÁVEIS ESTÃO ENVOLVIDAS EM UM PROCESSO DE **CORRELAÇÃO**.

DIAGRAMA DE DISPERSÃO

CONSIDEREMOS UMA AMOSTRA ALEATÓRIA DE MÉDIAS DE 10 ALUNOS DA EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA DA UNITINS DAS DISCIPLINAS DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA.

ALUNOS	MATEMÁTICA (X)	ESTATÍSTICA (Y)
01	2,0	2,0
02	6,0	8,0
03	4,0	3,0
04	8,0	9,0
05	7,0	7,0
06	5,0	6,0
07	10,0	10,0
08	8,0	7,0
09	9,0	8,0
10	6,0	5,0

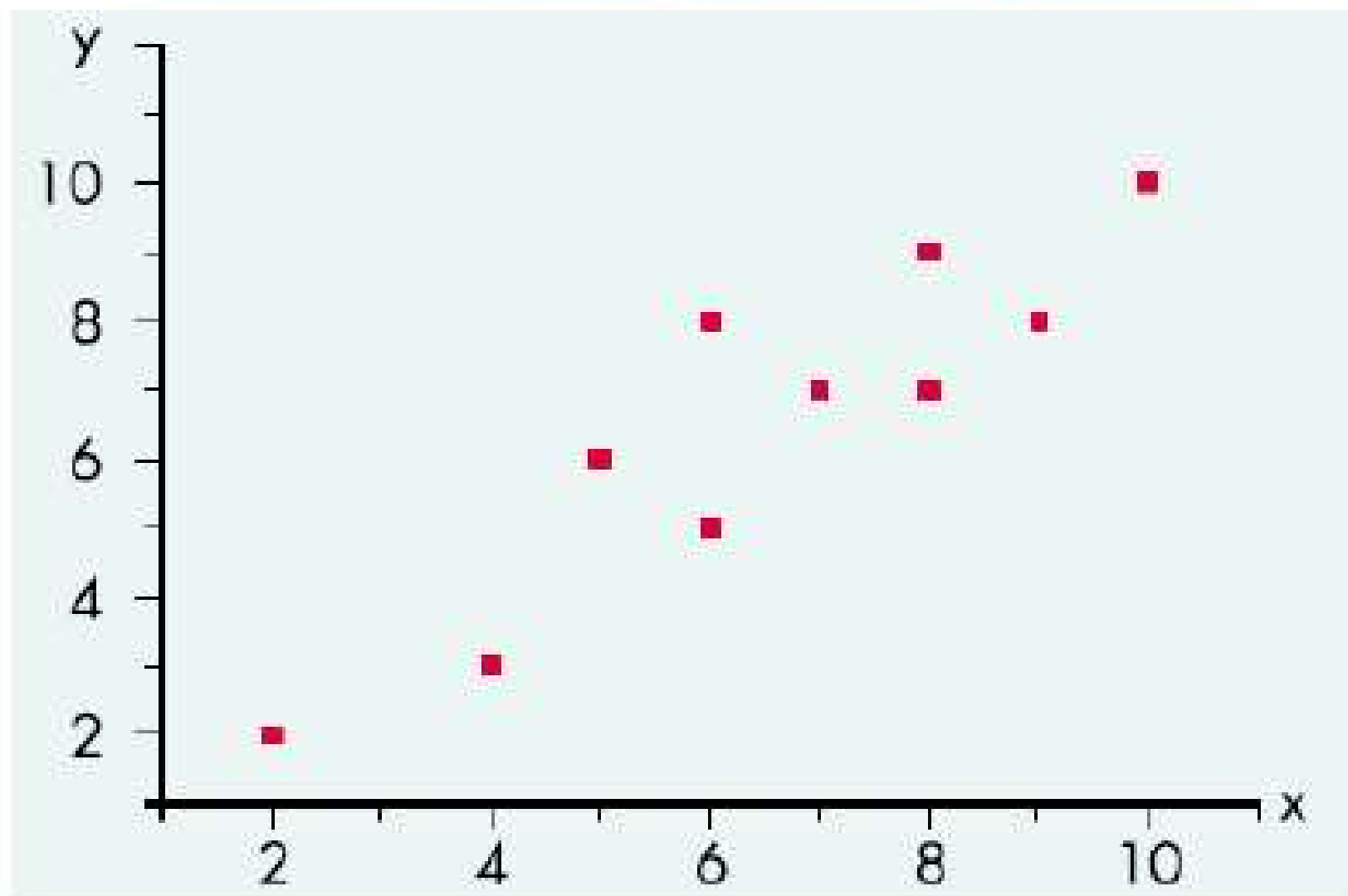


NOTEM QUE O DIAGRAMA MOSTRADO ANTERIORMENTE TRAZ A RELAÇÃO DAS NOTAS DAS DISCIPLINAS DE MATEMÁTICA (EIXO X) E FÍSICA (EIXO Y), ONDE CADA PONTO (PAR ORDENADO) REPRESENTA A COMBINAÇÃO DAS NOTAS DE CADA ALUNO.

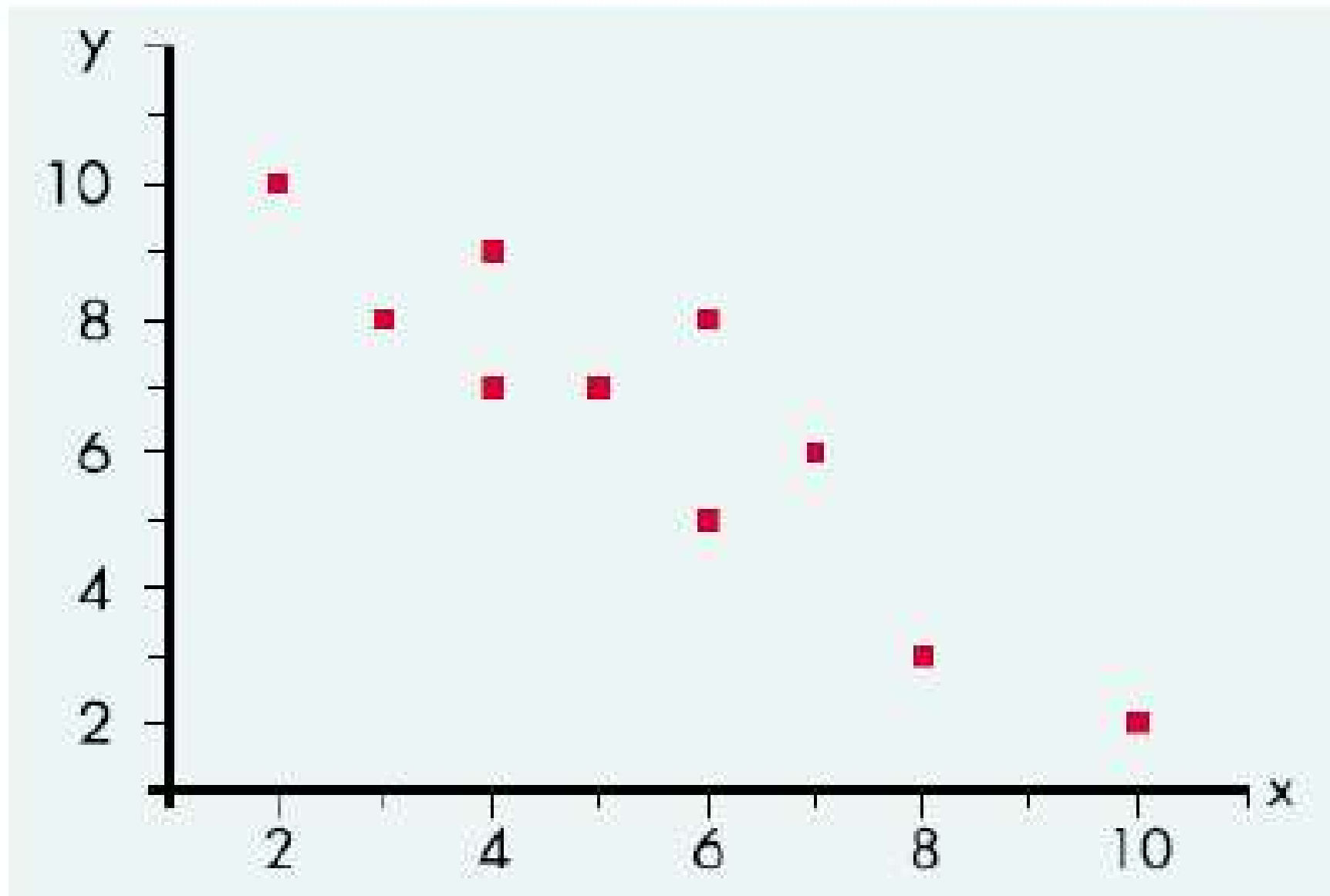
CORRELAÇÃO LINEAR

AO LOCALIZARMOS TODOS OS PONTOS NO PLANO CARTESIANO, OS PONTOS ESTARÃO DISPERSOS EM UMA FORMA ALEATÓRIA; PODEREMOS CHAMAR ESSA CORRELAÇÃO DE UMA CORRELAÇÃO ALEATÓRIA OU QUALQUER. POR UM MÉTODO DE AJUSTE DE CURVA VAMOS SUPOR QUE ESSA DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS SE APROXIMA DE UMA RETA E ENTÃO A CHAMAREMOS DE CORRELAÇÃO LINEAR.

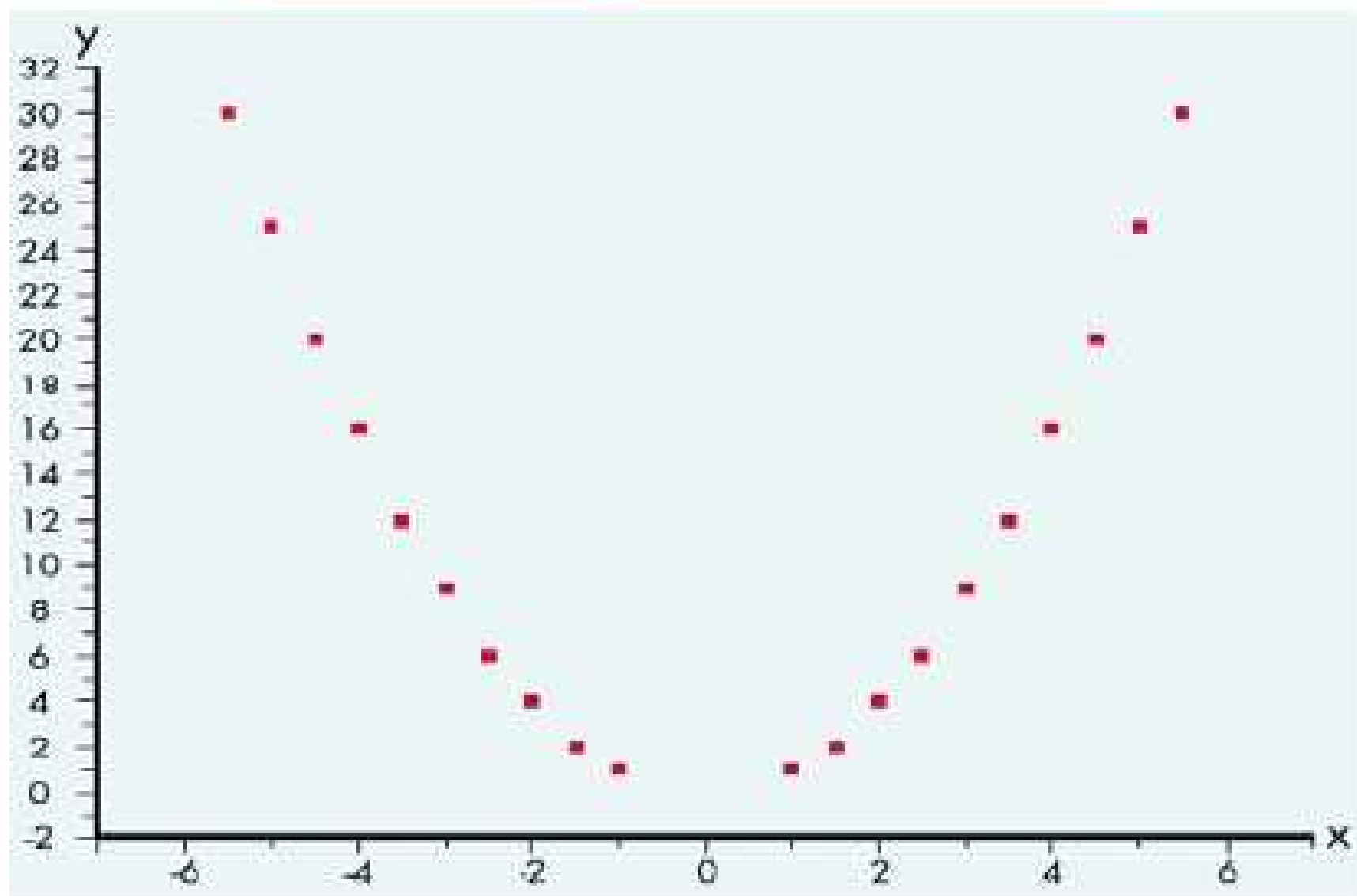
CORRELAÇÃO LINEAR POSITIVA



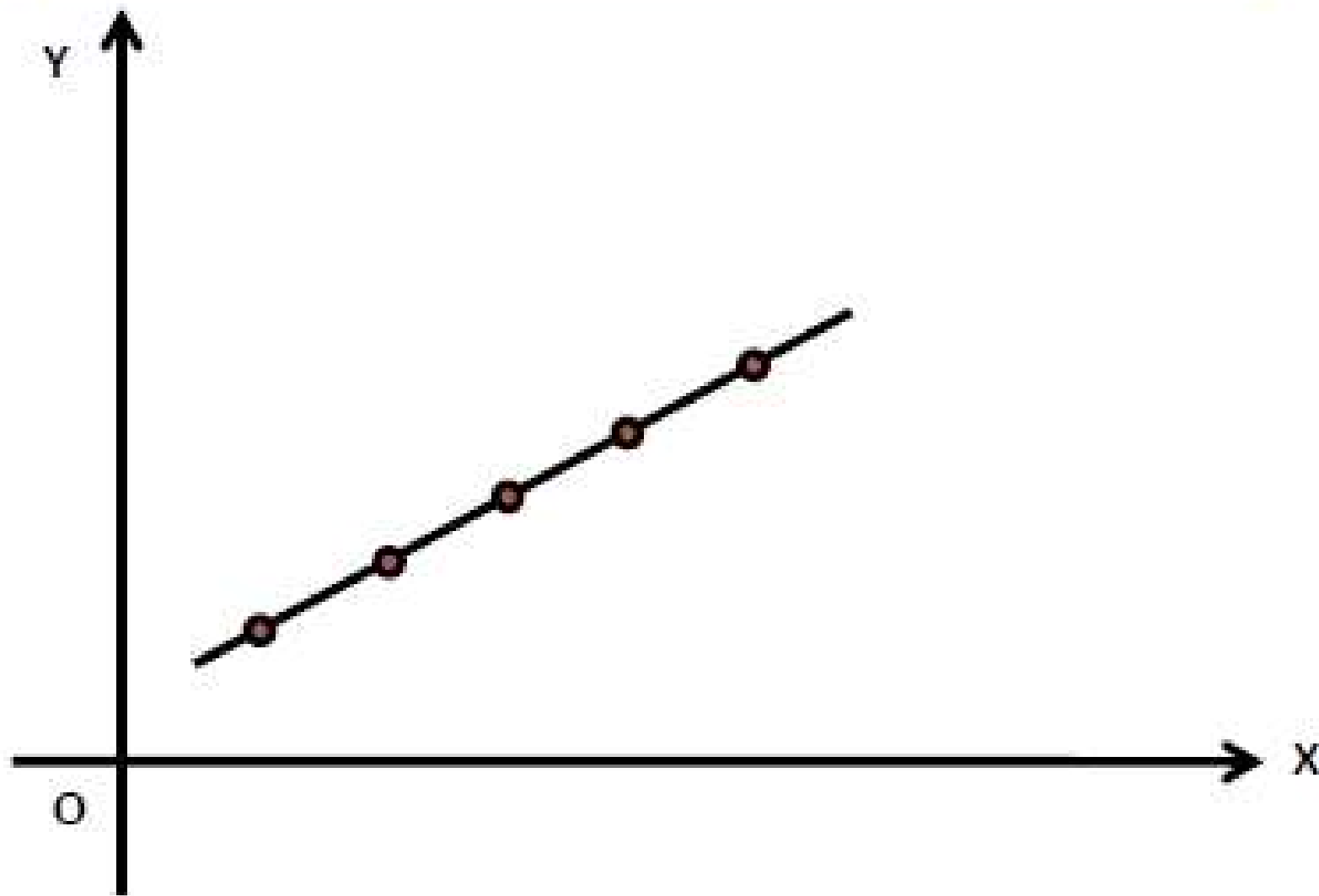
CORRELAÇÃO LINEAR NEGATIVA



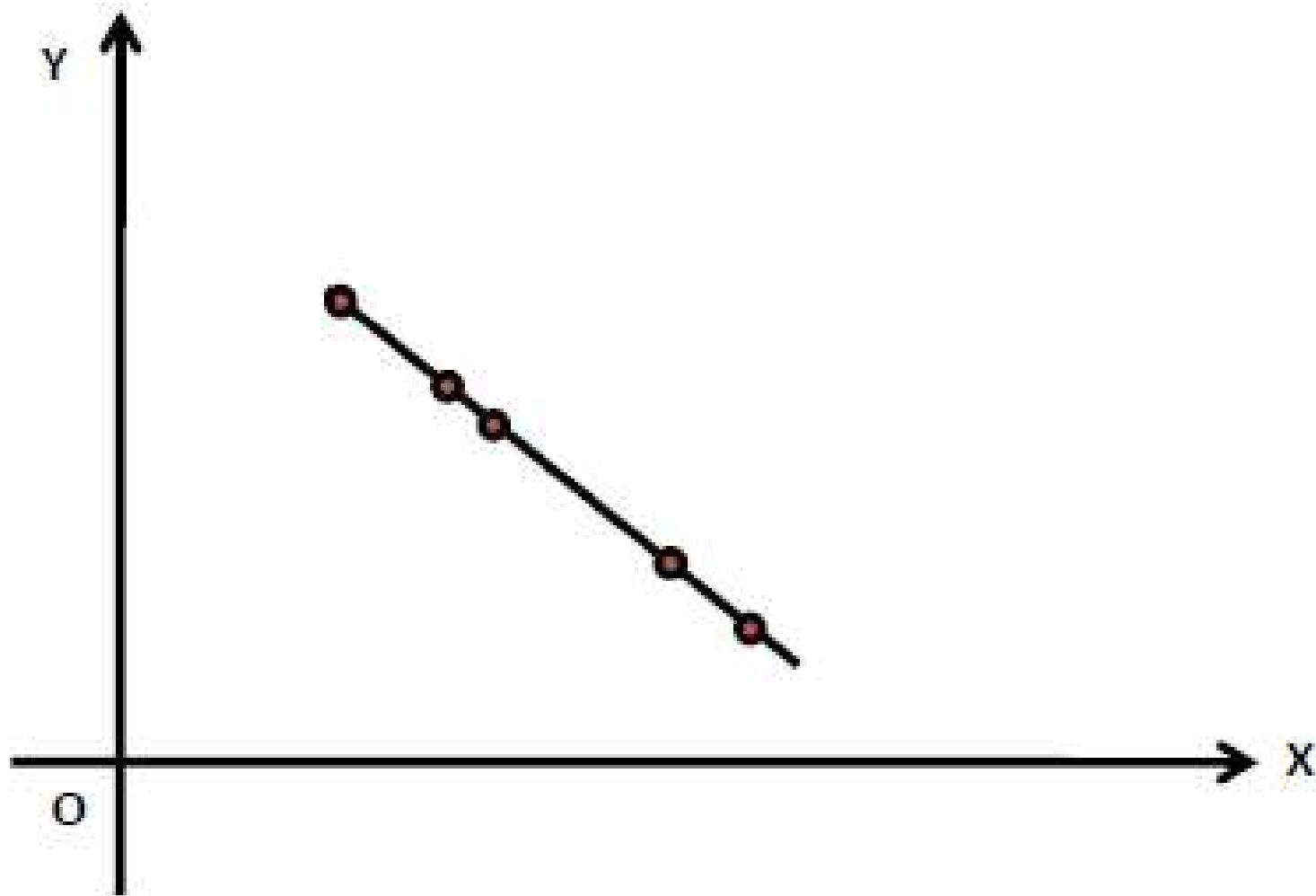
CORRELAÇÃO NÃO-LINEAR



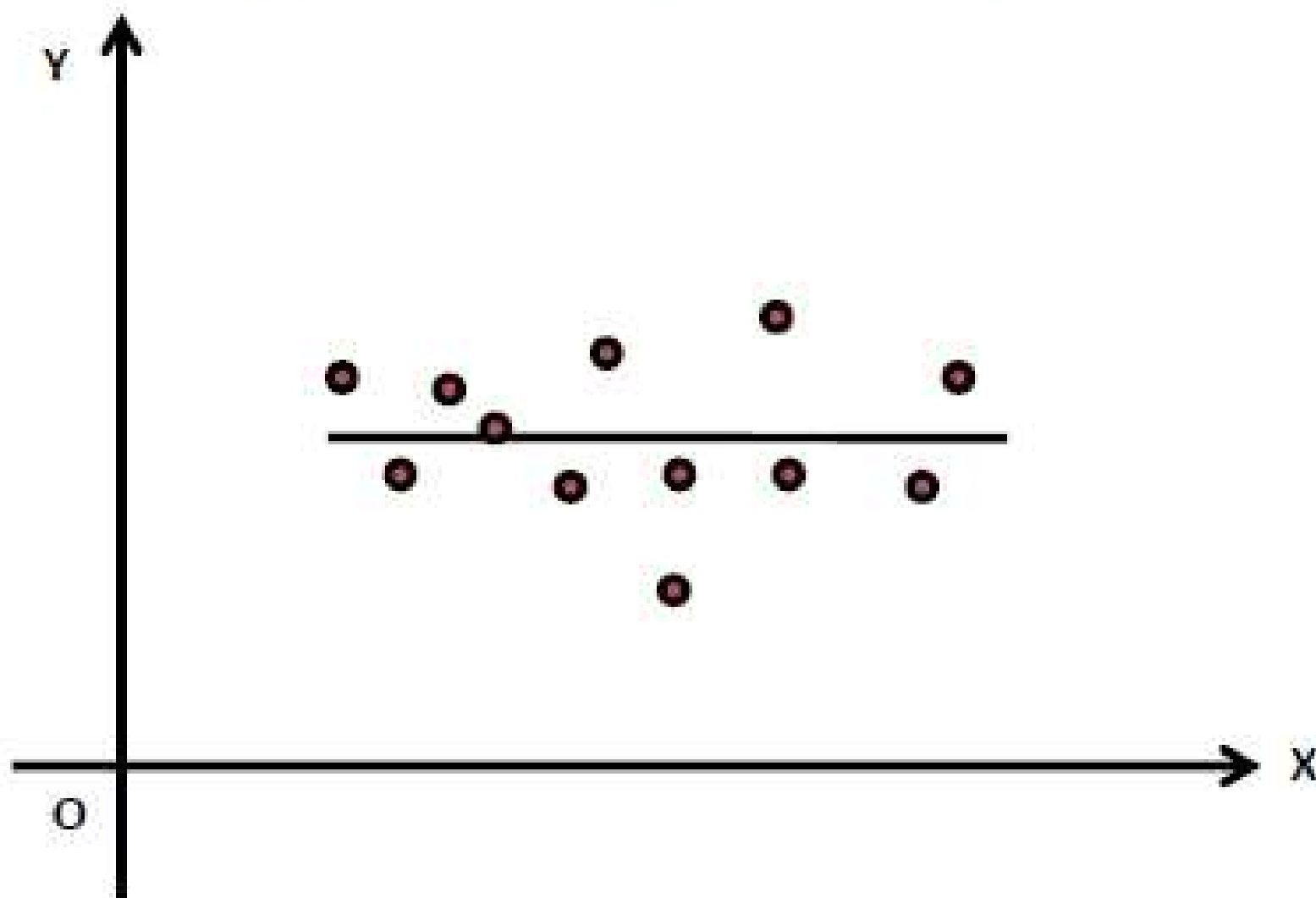
CORRELAÇÃO PERFEITA POSITIVA



CORRELAÇÃO PERFEITA NEGATIVA



CORRELAÇÃO NULA



COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO LINEAR (CORRELAÇÃO DE PEARSON)

ESTE COEFICIENTE INDICA O GRAU DE INTENSIDADE DA CORRELAÇÃO ENTRE AS DUAS VARIÁVEIS E SE É POSITIVA OU NEGATIVA.

$$r = \frac{n \cdot \sum x \cdot y - (\sum x) \cdot (\sum y)}{\sqrt{[n \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2][n \cdot \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

CLASSIFICAÇÃO

SE $r = +1$, CORRELAÇÃO PERFEITA E POSITIVA.

SE $r = -1$, CORRELAÇÃO PERFEITA E NEGATIVA.

SE $r = 0$, NÃO HÁ CORRELAÇÃO OU A
CORRELAÇÃO NÃO É LINEAR.

$$0,6 \leq |r| \leq 1$$

ALUNOS	MAT (X)	ESTAT (Y)	X . Y	X ²	Y ²
01	2	2	4	4	4
02	6	8	48	36	64
03	4	3	12	16	9
04	8	9	72	64	81
05	7	7	49	49	49
06	5	6	30	25	36
07	10	10	100	100	100
08	8	7	56	64	49
09	9	8	72	81	64
10	6	5	30	36	25
	$\Sigma = 65$	$\Sigma = 65$	$\Sigma = 473$	$\Sigma = 475$	$\Sigma = 481$

CÁLCULO DE “r”

$$r = \frac{n \cdot \sum x \cdot y - (\sum x) \cdot (\sum y)}{\sqrt{[n \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2][n \cdot \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

$$r = \frac{10 \cdot 473 - 65 \cdot 65}{\sqrt{[10 \cdot 475 - (65)^2] \cdot [10 \cdot 481 - (65)^2]}}$$

$$r = 0,91$$

CORRELAÇÃO LINEAR POSITIVA

Níveis de correlação

Valor	Correlação
$R = 0$	nula
$0 < R < 0.30$	fraca
$0.30 < R < 0.60$	média
$0.60 < R < 0.90$	forte
$0.90 < R < 1$	fortíssima
$ R = 1$	perfeita



CALCULAR O COEFICIENTE DE
CORRELAÇÃO LINEAR ENTRE RENDA
FAMILIAR E A POUPANÇA DA
DISTRIBUIÇÃO.

A TABELA A SEGUIR MOSTRA OS RESULTADOS DE UMA PESQUISA
COM 10 FAMÍLIAS DE UMA DETERMINADA REGIÃO

FAMÍLIAS	RENDA x 100	POUPANÇA x 1.000
A	10	4
B	15	7
C	12	5
D	70	20
E	80	20
F	100	30
G	20	8
H	830	8
I	10	3
J	60	15
	$\sum = 1.207$	$\sum = 120$

REGRESSÃO

UMA ANÁLISE DE REGRESSÃO TEM COMO OBJETIVO DESCREVER, COM O USO DE UM MODELO MATEMÁTICO, A RELAÇÃO ENTRE DUAS VARIÁVEIS COM N OBSERVAÇÕES DAS MESMAS. ESSE MODELO MATEMÁTICO PODERÁ NOS DIZER, PARA UM DADO VALOR DE UMA VARIÁVEL, QUAL O POSSÍVEL VALOR DA OUTRA VARIÁVEL E VICE-VERSA.

ESSA ANÁLISE APRESENTA DUAS VARIÁVEIS; A VARIÁVEL EM ESTUDO É A VARIÁVEL DEPENDENTE, E A OUTRA É A VARIÁVEL INDEPENDENTE. A RELAÇÃO MATEMÁTICA QUE ENVOLVE AS DUAS VARIÁVEIS É DADA PELA EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU A SEGUIR:

$$y = ax + b$$

ONDE:

$$a = \frac{n \cdot \sum x \cdot y - (\sum x) \cdot (\sum y)}{n \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \text{ e } \bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

ALUNOS	MAT (X)	ESTAT (Y)	X . Y	X ²
01	2	2	4	4
02	6	8	48	36
03	4	3	12	16
04	8	9	72	64
05	7	7	49	49
06	5	6	30	25
07	10	10	100	100
08	8	7	56	64
09	9	8	72	81
10	6	5	30	36
	$\Sigma = 65$	$\Sigma = 65$	$\Sigma = 473$	$\Sigma = 475$

SOLUÇÃO

$$a = \frac{n \cdot \sum x \cdot y - (\sum x) \cdot (\sum y)}{n \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$a = \frac{10 \cdot 473 - (65 \cdot 65)}{10 \cdot 475 - 65^2}$$

$$a = 0,96$$

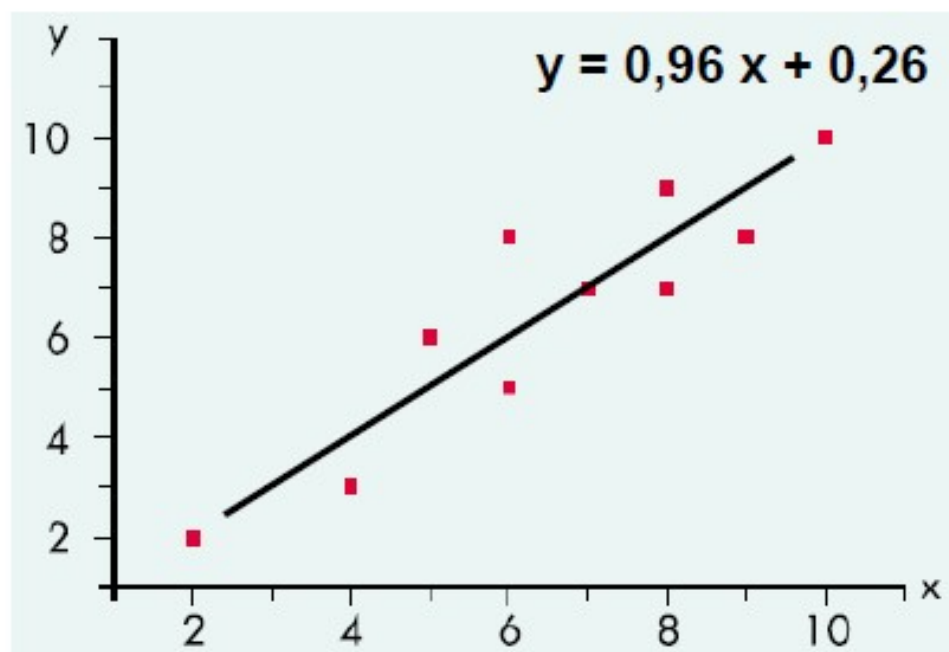
SOLUÇÃO

$$\bar{x} = \frac{\sum X}{n} = \frac{65}{10} = 6,5$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{65}{10} = 6,5$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} \Leftrightarrow b = 6,5 - 0,96 \cdot 6,5$$

$$b = 0,26$$



1. ELABORAR O DIAGRAMA DE DISPERSÃO

2. DETERMINAR “a” E “b”

$$a = \frac{n \cdot \sum x \cdot y - (\sum x) \cdot (\sum y)}{n \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \text{ e } \bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

EXEMPLOS

CERTA EMPRESA, ESTUDANDO A VARIAÇÃO DA DEMANDA DE SEU PRODUTO EM RELAÇÃO À VARIAÇÃO DE PREÇO DE VENDA, OBTVEU A TABELA A SEGUIR:

PREÇO	38	42	50	56	59	63	70	80	95	110
DEMANDA	350	325	297	270	256	246	238	223	215	208

DETERMINE O COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO " r " E DETERMINE OS COEFICIENTES " a " E " b " DA RETA.

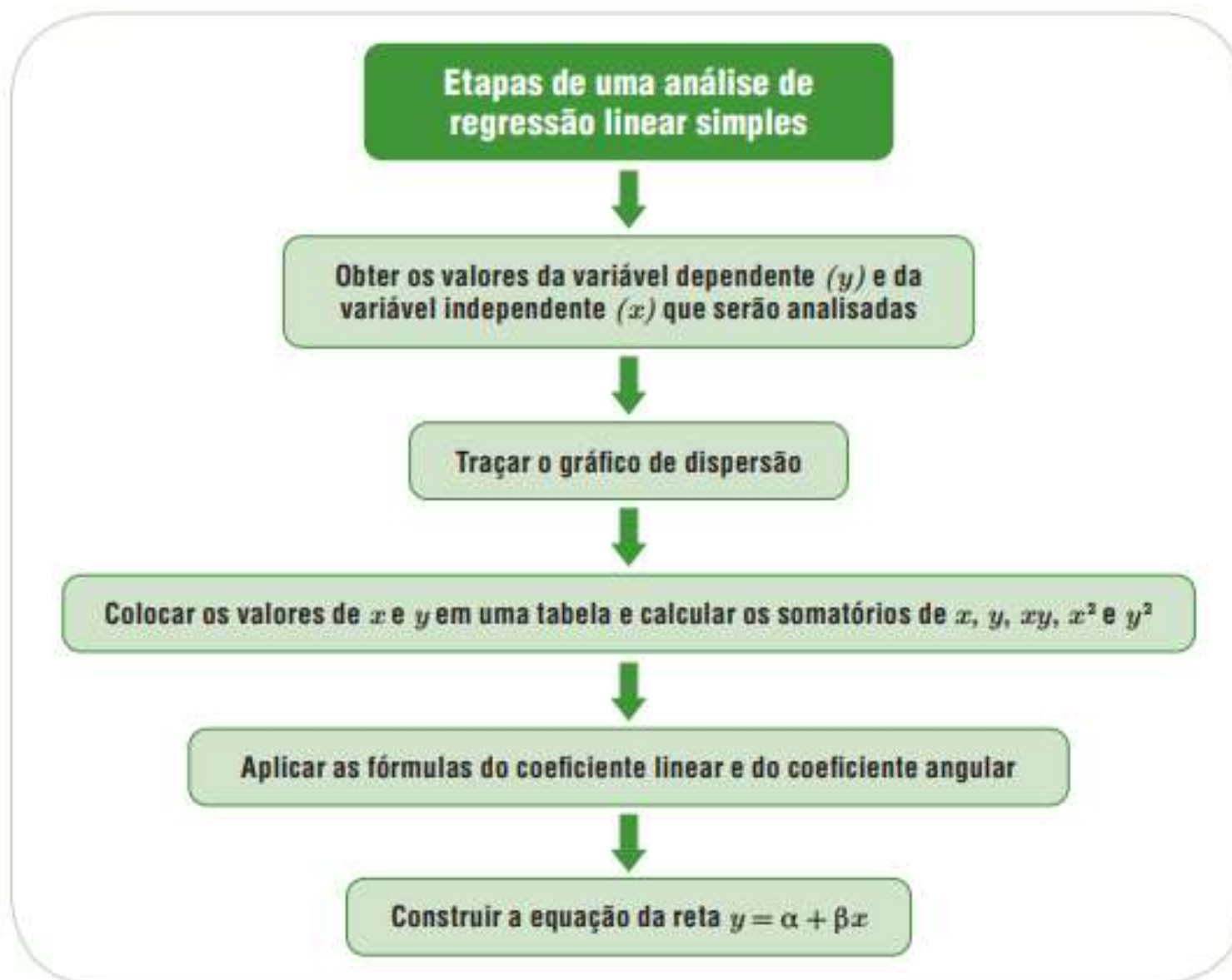


Figura 2 – Etapas para a realização de uma análise de regressão linear simples