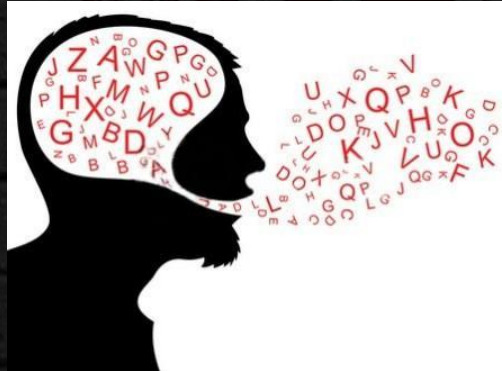




# Gramáticas



Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera



# Contenido

- Gramática independiente del contexto.
- Lenguaje independiente del contexto.
- GIC de un lenguaje de programación.
- Derivación por la Izquierda y por la Derecha.

Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

2



## Recordando

- La **gramática** es el **estudio de las reglas y principios** que regulan el uso de las lenguas y la organización de las palabras dentro de una oración. También se denomina así al **“conjunto de reglas y principios que gobiernan el uso de un lenguaje”** así, cada lenguaje tiene su propia gramática.



## Gramática independiente del contexto (GIC)

- Las GIC (Gramáticas Independientes del Contexto) o GLC (Gramáticas Libres del Contexto) son llamadas también “Gramática en la Forma de Backus-Naur (BNF)” (usado para describir lenguajes de programación). Las GIC se usan para inferir si ciertas cadenas están en el lenguaje expresado por la gramática.



## Gramática independiente del contexto (GIC)

- La denominación “independiente del contexto” proviene del hecho de cada producción o regla de re-escritura  $A \rightarrow \omega$  se aplica a la variable  $A$  independientemente de los caracteres que la rodean, es decir, independientemente del contexto en el que aparece  $A$



## Lenguaje independiente del contexto

- Las **gramáticas de tipo 2** o **gramáticas independientes del contexto**, son las que **generan los lenguajes libres o independientes del contexto**.
- Los **lenguajes libres del contexto** son aquellos que **pueden ser reconocidos por un autómata de pila** determinístico o no determinístico.





## Gramática independiente del contexto (GIC)

Una "Gramática independiente del contexto" (GIC) es una cuádrupla:

$$G=(N,\Sigma,S,P)$$

¡RECUERDA! El orden de los argumentos puede cambiar según la referencia.

Donde:

- $N$  es una colección finita de no terminales.
- $\Sigma$  es un alfabeto (Conjunto de terminales).
- $S$  es un no terminal llamado **Símbolo inicial**.
- $P$  es una colección finita de **reglas de sustitución** llamadas **producciones**.

El lenguaje generado por la GIC  $G$  se denota por  $L(G)$  y se llama lenguaje independiente del contexto (LIC).



## Ejemplo

Encontrar una GIC que genere el lenguaje  $a^+b^+$

$$GIC=(N,\Sigma,S,P)$$

Donde:

$$N = ?$$

$$\Sigma = \{a,b\}$$

$$P = S \rightarrow ???$$



## Ejemplo (Soluciones posibles)

Encontrar una GIC que genere el lenguaje  $a^+b^+$

$$GIC = (N, \Sigma, S, P)$$

Donde:

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$N = \{S, A, B\}$$

P=

$$S \rightarrow aA$$

$$A \rightarrow aA \mid B$$

$$B \rightarrow bB \mid b$$

$$N = \{S, A, B\}$$

P=

$$S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow aA \mid a$$

$$B \rightarrow bB \mid b$$

$$N = \{S, A\}$$

P=

$$S \rightarrow aS \mid aA$$

$$A \rightarrow bA \mid b$$



## Ejercicios

Encontrar una GIC que genere los lenguajes:

a)  $L = \{a^i b^i : i \geq 0\}$  sobre  $\Sigma = \{a, b\}$

b) Lenguaje de los palíndromos sobre  $\Sigma = \{a, b\}$

c) Todas las cadenas sobre  $\Sigma = \{a, b\}$  que tienen un número par de símbolos.

d)  $(ab \cup ba)^*$  sobre  $\Sigma = \{a, b\}$



ESCOM

## Ejercicios (Soluciones posibles)

$$G = (N, \Sigma, S, P)$$

a)

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$N = \{S\}$$

P=

$$S \rightarrow aSb$$

$$S \rightarrow \lambda$$

b)

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$N = \{S\}$$

P=

$$S \rightarrow aSa \mid$$

$$bSb \mid a \mid$$

$$b \mid \lambda$$

c)

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$N = \{S\}$$

P=

$$S \rightarrow aSa \mid$$

$$bSb \mid aSb \mid$$

$$bSa \mid \lambda$$

d)

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$N = \{S\}$$

P=

$$S \rightarrow abS$$

$$S \rightarrow baS$$

$$S \rightarrow \lambda$$



ESCOM

## GIC de un lenguaje de programación

- Para un ejemplo simplificado nos limitaremos a los operadores de + y \*, los identificadores serán letras seguidas por cero o más letras y dígitos  $(a|b)(a|b|0|1)^*$ .
- Se necesitarán 2 variables ("E" e "ID").
  - E representa las expresiones (el lenguaje de las expresiones que se van a definir).
  - ID representa los identificadores.





## GIC de un lenguaje de programación

$$G = (N, T, P, E)$$

$$N = \{E, ID\}$$

$$T = \{+, *, (, ), a, b, 0, 1\}$$

$$P =$$

$$E \rightarrow ID \mid E+E \mid E * E \mid (E)$$

$$ID \rightarrow a \mid b \mid IDa \mid IDb \mid ID0 \mid ID1$$



## Interpretación de las Producciones

$$(1) E \rightarrow ID$$

$$(2) E \rightarrow E+E$$

$$(3) E \rightarrow E * E$$

$$(4) E \rightarrow (E)$$

$$(5) ID \rightarrow a$$

$$(6) ID \rightarrow b$$

$$(7) ID \rightarrow IDa$$

$$(8) ID \rightarrow IDb$$

$$(9) ID \rightarrow ID0$$

$$(10) ID \rightarrow ID1$$



## Interpretación de las Producciones

- ( 1 ) Establece que una expresión puede ser un único identificador .
- ( 2 ) Establece que una expresión puede ser igual a dos expresiones concatenadas mediante un signo +
- ( 3 ) Establece una expresión similar a la regla anterior pero para el signo \*
- ( 4 ) Establece que si tomamos cualquier expresión y la encerramos entre paréntesis, el resultado también es una expresión.

( 1 )  $E \rightarrow ID$   
 ( 2 )  $E \rightarrow E + E$   
 ( 3 )  $E \rightarrow E * E$   
 ( 4 )  $E \rightarrow (E)$



## Interpretación de las Producciones

De la regla ( 5 ) hasta la ( 10 ) se describen los identificadores ID. El caso básico lo describen las reglas ( 5 ) y ( 6 ) que establecen que a y b son identificadores. Las cuatro reglas restantes establecen que si tenemos cualquier símbolo a, b, 0 o 1, podemos escribir un identificador antes de ellos y el resultado será otro identificador.

( 5 )  $ID \rightarrow a$   
 ( 6 )  $ID \rightarrow b$   
 ( 7 )  $ID \rightarrow IDa$   
 ( 8 )  $ID \rightarrow IDb$   
 ( 9 )  $ID \rightarrow ID0$   
 ( 10 )  $ID \rightarrow ID1$





## Ejemplo de derivación

Aplicando las producciones de la GIC, inferir que la cadena  **$a^*(a+b00)$**  pertenece al lenguaje.

$G = (N, T, P, E)$

$N = \{E, ID\}$

$T = \{+, *, (, ), a, b, 0, 1\}$

$P =$

$E \rightarrow ID \mid E+E \mid E^*E \mid (E)$

$ID \rightarrow a \mid b \mid IDa \mid IDb \mid ID0 \mid ID1$

Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

17



## Ejemplo de derivación

Respuesta:

$E \Rightarrow E^*E \Rightarrow ID^*E \Rightarrow a^*E \Rightarrow a^*(E) \Rightarrow a^*(E+E) \Rightarrow$   
 $A^*(ID+E) \Rightarrow a^*(a+E) \Rightarrow a^*(a+ID) \Rightarrow a^*(a+ID0) \Rightarrow$   
 $a^*(a+ID00) \Rightarrow a^*(a+b00)$

Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

18



## Derivaciones por la izquierda y por la derecha

Con el fin de restringir el número de opciones disponibles en la derivación de una cadena, a menudo resulta útil seguir un patrón:

- **Derivación por la izquierda:** las reglas de reemplazo son aplicadas a la primera variable de izquierda a derecha.
- **Derivación por la derecha:** las reglas de reemplazo son aplicadas a la última variable de derecha a izquierda.



## Ejemplo de derivación

Aplicando las producciones de la GIC, inferir que la cadena  **$a^*(a+b00)$**  pertenece al lenguaje.

$G = (N, T, P, E)$

$N = \{E, ID\}$

$T = \{+, *, (, ), a, b, 0, 1\}$

$P =$

$E \rightarrow ID \mid E+E \mid E * E \mid (E)$

$ID \rightarrow a \mid b \mid IDa \mid IDb \mid ID0 \mid ID1$



## Ejemplo de derivación por la izquierda y por la derecha

- Derivación por la izquierda:

$E \Rightarrow E * E \Rightarrow ID * E \Rightarrow a * E \Rightarrow a * (E) \Rightarrow a * (E + E) \Rightarrow$   
 $A * (ID + E) \Rightarrow a * (a + E) \Rightarrow a * (a + ID) \Rightarrow a * (a + ID0) \Rightarrow$   
 $a * (a + ID00) \Rightarrow a * (a + b00)$

- Derivación por la derecha:

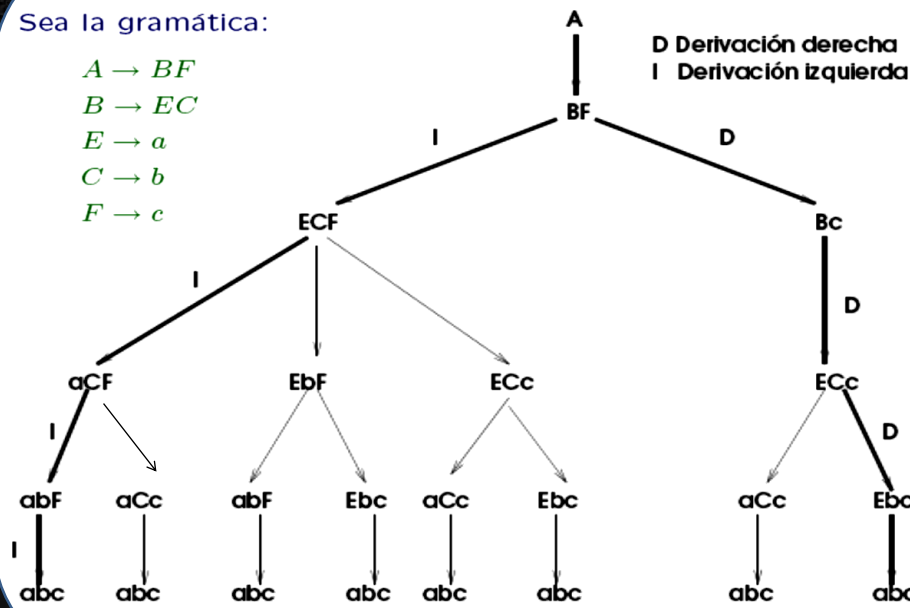
$E \Rightarrow E * E \Rightarrow E * (E) \Rightarrow E * (E + E) \Rightarrow E * (E + ID) \Rightarrow E * (E + ID0) \Rightarrow$   
 $E * (E + ID00) \Rightarrow E * (E + b00) \Rightarrow E * (ID + b00) \Rightarrow$   
 $E * (a + b00) \Rightarrow ID * (a + b00) \Rightarrow a * (a + b00)$

Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

21

Sea la gramática:

$A \rightarrow BF$   
 $B \rightarrow EC$   
 $E \rightarrow a$   
 $C \rightarrow b$   
 $F \rightarrow c$



Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera