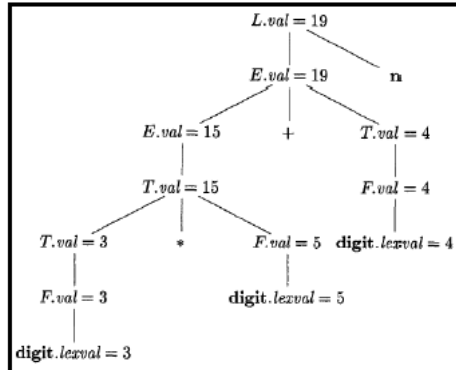




# Árboles de Derivación

PRODUCTION	SEMANTIC RULES
1) $L \rightarrow E \ n$	$L.val = E.val$
2) $E \rightarrow E_1 + T$	$E.val = E_1.val + T.val$
3) $E \rightarrow T$	$E.val = T.val$
4) $T \rightarrow T_1 * F$	$T.val = T_1.val \times F.val$
5) $T \rightarrow F$	$T.val = F.val$
6) $F \rightarrow ( E )$	$F.val = E.val$
7) $F \rightarrow \text{digit}$	$F.val = \text{digit.lexval}$



Annotated parse tree for  $3 * 5 + 4 \ n$

Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera



## Contenido

- Árboles de Derivación.
- Gramáticas ambiguas.
- Eliminación de la ambigüedad.

Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera



## Árboles de Derivación

- A veces, es útil realizar un gráfico de la derivación, que indique de que manera ha contribuido cada no terminal a formar la cadena final de símbolos terminales. Tal gráfico tiene forma de árbol y se le conoce como árbol de derivación.



## Árboles de Derivación

- Los árboles de derivación están estrechamente ligados a las derivaciones y a las inferencias recursivas.
- Una de sus mas importantes aplicaciones es en la ambigüedad en las gramáticas.



## Árboles de Derivación

Sea  $G = (V, T, P, S)$  una gramática. Los *árboles de derivación* para  $G$  son aquellos árboles que cumplen las condiciones siguientes:

1. Cada nodo interior está etiquetado con una variable de  $V$ .
2. Cada hoja está etiquetada bien con una variable, un símbolo terminal o  $\epsilon$ . Sin embargo, si la hoja está etiquetada con  $\epsilon$ , entonces tiene que ser el único hijo de su padre.
3. Si un nodo interior está etiquetado como  $A$  y sus hijos están etiquetados como  $X_1, X_2, \dots, X_k$  respectivamente, comenzando por la izquierda, entonces  $A \rightarrow X_1 X_2 \dots X_k$  es una producción de  $P$ .

Observe que el único caso en que una de las  $X$  puede reemplazarse por  $\epsilon$  es cuando es la etiqueta del único hijo y  $A \rightarrow \epsilon$  es una producción de  $G$ .

Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

5



## Árboles de Derivación

### Ejemplos:

Derivando  $ID+E$  de  $E$ :



Derivación de

$P \Rightarrow^* 0110$



GIC para  
palíndromos

- (1)  $P \rightarrow \epsilon$
- (2)  $P \rightarrow 0$
- (3)  $P \rightarrow 1$
- (4)  $P \rightarrow 0P0$
- (5)  $P \rightarrow 1P1$

Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

6





## Árboles de Derivación

- Si nos fijamos en las hojas de cualquier árbol de derivación y las concatenamos empezando por la izquierda, de arriba hacia abajo, obtenemos una cadena denominada *resultado* del árbol, que siempre es una cadena que se deriva de la variable raíz.

Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

7



## Árboles de Derivación Ejemplos:

Derivando ID+E de E:



Derivación de

$P \Rightarrow^* 0110$



Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

8



## Árboles de Derivación

Los árboles de derivación cuyos resultados son cadenas pertenecientes al lenguaje de la gramática deben de cumplir con:

1. El resultado es una cadena terminal. Es decir, todas las hojas están etiquetadas con un símbolo terminal o con  $\epsilon$ .
2. La raíz está etiquetada con el símbolo inicial.



## Ejercicio

- Con la cadena  $a^*(a+b00)$  y la GIC de un lenguaje de programación, obtener:
- Su árbol de derivación por la izquierda que muestre que pertenece al lenguaje de nuestra GIC.
- Su árbol de derivación por la derecha que muestre que pertenece al lenguaje de nuestra GIC.



## GIC de un lenguaje de programación

$G = (N, T, P, E)$

$N = \{E, ID\}$

$T = \{+, *, (, ), a, b, 0, 1\}$

$P =$

$E \rightarrow ID \mid E+E \mid E * E \mid (E)$

$ID \rightarrow a \mid b \mid IDa \mid IDb \mid ID0 \mid ID1$

**Cadena:  $a*(a+b00)$ .**



## Gramáticas ambiguas

- Ciertas gramáticas permiten que una cadena terminal tenga más de un árbol de análisis. Esta situación hace que esa gramática sea inadecuada para un lenguaje de programación, ya que el compilador no puede decidir la estructura sintáctica de determinados programas fuentes y, por tanto, no podría deducir con seguridad cuál será el código ejecutable apropiado correspondiente al programa.





## Gramáticas ambiguas

- Una gramática se dice que es **ambigua** si hay dos o más árboles de derivación distintos para la misma cadena. En consecuencia, una gramática en la cual, para toda cadena  $\omega$ , todas las derivaciones de  $\omega$  tienen el mismo árbol de derivación, se le conoce como gramática **no ambigua**.



## Tipos de ambigüedad

Dentro del estudio de gramáticas existen dos tipos fundamentales de ambigüedad, los cuales son:

**Ambigüedad Inherente**

**Ambigüedad Transitoria**



## Tipos de ambigüedad

- **Ambigüedad Inherente:** Las gramáticas que presentan este tipo de ambigüedad no pueden utilizarse para lenguajes de programación, ya que por más transformaciones que se realicen sobre ellas, NUNCA se podrá eliminar completamente la ambigüedad que presentan.
- **Ambigüedad Transitoria:** La ambigüedad puede llegar a ser eliminada realizando una serie de transformaciones sobre la gramática original.



## Gramáticas ambiguas

- Usando el ejemplo de gramática de expresiones observemos que las producciones
  - $E \rightarrow E * E \mid E + E$
- nos permite generar estas expresiones en cualquier orden que elijamos.





## Gramáticas ambiguas

### Ejemplo

- consideremos la forma sentencial  $E+E*E$ .  
Existen dos derivaciones de  $E$ :

$$(1) E \rightarrow E+E$$



$$(2) E \rightarrow E*E$$



Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

17



## Gramáticas ambiguas

### Ejemplo

- consideremos la cadena  $a+a*a$ . Existen dos derivaciones de  $E \Rightarrow a+a*a$ :

1)

$$E \Rightarrow E+E \Rightarrow ID+E \Rightarrow a+E \Rightarrow a+E*E \Rightarrow a+ID*E \Rightarrow a+a*E \Rightarrow a+a*ID \Rightarrow a+a*a$$

2)

$$E \Rightarrow E*E \Rightarrow E+E*E \Rightarrow ID+E*E \Rightarrow a+E*E \Rightarrow a+ID*E \Rightarrow a+a*E \Rightarrow a+a*ID \Rightarrow a+a*a$$

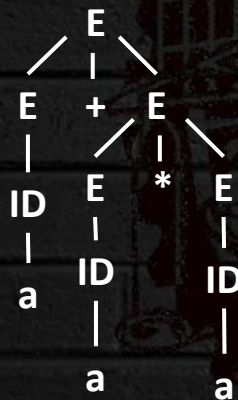
Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

18

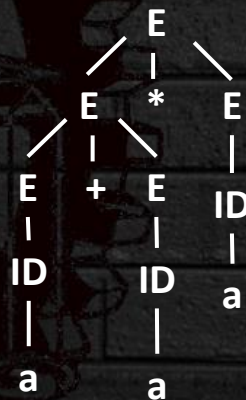


## Gramáticas ambiguas Ejemplo

(1)  $E \rightarrow E + E$



(2)  $E \rightarrow E * E$



Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

19



## Eliminación de la ambigüedad de las gramáticas

- no existe un algoritmo que nos diga si una GIC es ambigua.
- Para los tipos de construcciones que aparecen en los lenguajes de programación comunes, existen técnicas bien conocidas que permiten eliminar la ambigüedad.

Teoría Computacional  
Prof. Luis Enrique Hernández Olvera

20



## Eliminación de la ambigüedad de las gramáticas

- Analizando el ejemplo anterior vemos claramente que la precedencia de operadores no se respeta.
- La solución al problema de forzar la precedencia se resuelve introduciendo varias variables distintas, cada una de las cuales representa aquellas expresiones que comparten el mismo nivel de “fuerza de acoplamiento”.



## Eliminación de la ambigüedad de las gramáticas

- Analizando el ejemplo anterior vemos claramente que la precedencia de operadores no se respeta.
- La solución al problema de forzar la precedencia se resuelve introduciendo varias variables distintas, cada una de las cuales representa aquellas expresiones que comparten el mismo nivel de “fuerza de acoplamiento”.





## Eliminación de la ambigüedad de las gramáticas

- La gramática resultante para la ambigüedad en nuestra GIC queda de la siguiente forma:

$$E \rightarrow ID \mid E+E \mid E * E$$


$$\begin{aligned} E &\rightarrow E+M \mid M \\ M &\rightarrow M * M \mid ID \end{aligned}$$


## GIC sin ambigüedad

$$G = (N, T, P, E)$$

$$N = \{E, ID\}$$

$$T = \{+, *, (, ), a, b, 0, 1\}$$

$$P =$$

$$E \rightarrow E+M \mid M$$

$$M \rightarrow M * P \mid P$$

$$P \rightarrow (E) \mid ID$$

$$ID \rightarrow a \mid b \mid IDa \mid IDb \mid ID0 \mid ID1$$